

## بررسی عددی پارامترهای موثر بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی متخلخل با مانع استوانه‌ای داخلی با استفاده از روش شبکه بولتزمن

در این مقاله انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محیط متخلخل در مقیاس  $REV$ ، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و به کمک مدل عمومی اصلاح شده برینکمن-فورچیمر با صرف نظر کردن از ترم‌های تلفات ویسکوز و کار ناشی از تراکم شبیه‌سازی شده است. تاثیر نسبت شعاع به طول (۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳)، رایی (۱۰<sup>۲</sup>، ۱۰<sup>۴</sup>، ۱۰<sup>۵</sup> و ۱۰<sup>۶</sup>)، داری (۱۰<sup>-۱</sup>، ۱۰<sup>-۳</sup> و ۱۰<sup>-۵</sup>) و ضریب تخلخل (۰/۳، ۰/۶ و ۰/۹) بر مسئله انتقال حرارت جابجایی در حفره متخلخل با سیلندر داخلی نیز بررسی شده است. در اعداد رایی، داری و نسبت ابعاد ثابت با افزایش ضریب تخلخل از ۰/۳ به ۰/۶ عدد ناسلت میانگین از ۴/۳۳ به ۵/۴۰ افزایش می‌یابد. به این معنی که با افزایش سطح تماس (ضریب تخلخل) انتقال حرارت بهبود و متعاقباً عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد.

آرش محمدی کراچی<sup>۱</sup>

کارشناسی ارشد

پویان ادیبی<sup>۲</sup>

استادیار

واژه‌های راهنما: روش شبکه بولتزمن، انتقال حرارت جابجایی طبیعی، محیط متخلخل، مقیاس حجم معیار اولیه، مدل عمومی برینکمن-فورچیمر

### ۱- مقدمه

در چند دهه اخیر جریان سیالات و انتقال حرارت در محیط متخلخل<sup>۳</sup> به یک موضوع رایج و یک زمینه مطالعاتی تبدیل شده که به شیوه‌های مختلف تئوری و تجربی مطالعه و پژوهش شده است [۱]. دو کمیت مهم در محیط متخلخل عبارتند از: تخلخل و نفوذپذیری. تخلخل، عددی بین صفر و یک و میزان فضای خالی موجود در محیط است. به صورت حجم فضای خالی به حجم کل تعریف می‌شود. [۲]. نفوذپذیری نشان دهنده چگونگی اتصال فضاهای خالی با یکدیگر است. واحد این کمیت در سیستم SI (m<sup>2</sup>) و واحد کاربردی آن

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس  
mrarashmohammadi@yahoo.com

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استادیار مهندسی مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس  
adibi@hormozgan.ac.ir

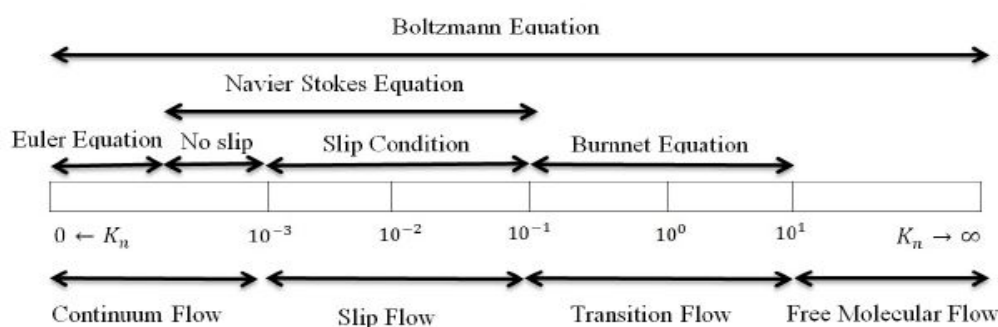
<sup>۳</sup> Porous Media

دارسی ( $Da$ ) است [۲]. بنابه تعریف، عدد نادسن برابر با نسبت فاصله آزاد ملکولی بین ذرات بر طول مشخصه سیستم است و معیار مهمی جهت تعیین نوع رژیم جریان به شمار می‌رود (رابطه ۱):

$$K = \frac{\lambda}{H} \quad (1)$$

بر این اساس، رژیم‌های مختلف جریان برحسب عدد نادسن به صورت شکل (۱) دسته بندی می‌شود [۳]. روش شبکه بولتزمن برگرفته از روش شبکه گاز اتوماتا<sup>۲</sup> است. روش شبکه گاز یکی از ساده ترین روش‌های دینامیک ملکولی است که برای اولین بار توسط اولام<sup>۳</sup> و ون نیومن<sup>۴</sup> در سال (۱۹۷۰) در ارتباط با بررسی شبکه‌های کریستالی مطرح شد. در این روش خواص میکروسکوپیک مانند سرعت و چگالی از میانگین گیری خواص میکروسکوپیک بدست می‌آیند. همچنین مولکول‌ها مانند ذرات کروی هستند که در گره‌های مشخصی قرار گرفته‌اند و برخورد ما بین این ذرات از قوانین خاصی پیروی می‌کند.

انواع مدل‌های شبکه گاز مدل  $HPP^5$ ،  $FHP^6$  است [۳-۶]. اولین شبیه سازی در مقیاس منفذی توسط فوتی و سوشی<sup>۷</sup> انجام شد [۷]. آنها دریافتند که استفاده از زمان آرامش چندگانه موجب کاهش وابستگی نفوذپذیری به ویسکوزیته سیال در محیط متخلخل می‌شود. بعد از آن روش شبکه بولتزمن در مقیاس منفذی به طور گسترده برای بررسی مسائل انتقال حرارت در محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفت [۸-۹]. در پژوهش ایشان شبیه سازی سه بعدی محیط متخلخل در مقیاس منفذی (موانع کروی و انواع موانع با اشکال خاص و به صورت منظم) انجام شد. علاوه بر آن کانسیلر<sup>۸</sup> و همکاران جریان سه بعدی درون محیط متخلخل ایجاد شده با استفاده از مجموعه‌ای از کره را بررسی کردند که نفوذپذیری پیش بینی شده در قسمت های دارای تخلخل کم با معادله کارمن کوزنی<sup>۹</sup> همخوانی دارد، اما در قسمت های دارای تخلخل زیاد به محدوده پایین ناپایداری نزدیک می‌شود [۱۰].



شکل ۱- انواع رژیم‌های جریان برحسب عدد نادسن [۳]

<sup>1</sup> Darcy (Da)

<sup>2</sup> Lattice Gas Automata

<sup>3</sup> Ulam

<sup>4</sup> Van Newman

<sup>5</sup> Hardy, Pomeau Pazzis (HPP)

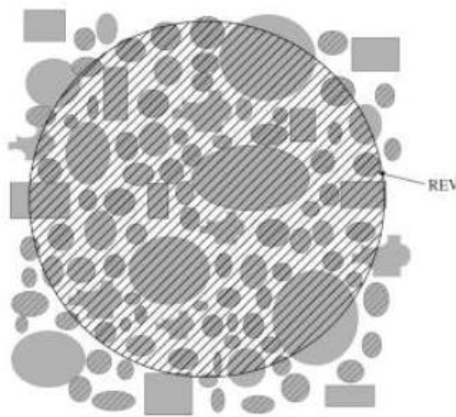
<sup>6</sup> Frish, Hslacher and Pomeau (FHP)

<sup>7</sup> Foti and Succi

<sup>8</sup> Cancelliere

<sup>9</sup> Carman-Kozney

ژانگ<sup>۱</sup> و همکاران به بررسی جریان تک فازی در محیط متخلخل در مقیاس منفذی پرداختند [۱۱]. در پژوهش آنها تاثیر تغییرات شبکه و همچنین وابستگی تخلخل و قابلیت نفوذ بر روی محیط مورد ارزیابی قرار گرفت. پن<sup>۲</sup> و همکاران نیز جریان تک فازی درون محیط متخلخل را با استفاده از مجموعه از کره ها به دو روش LBM و PNM<sup>۳</sup> برای جریان با رینولدز کم انجام دادند. علاوه بر این در هر دو مدل کوچکترین حجمی که در آن مقدار تخلخل بدست آمده برای کل سیستم معتبر است را بدست آوردند [۱۲]. یوشینو و میزوتانی<sup>۴</sup> جریان سیال دو فازی عبوری از یک کانال مربعی را بررسی کردند و نتایج آنها نشان داد که روش شبکه بولتزنم برای بررسی جریان های مایع-گاز روش بسیار مفیدی است [۱۳]. نبوتی و سوشا<sup>۵</sup> شبیه سازی جریان در کانال دوبعدی را با استفاده از روش شبکه بولتزنم انجام دادند که نیمی از کانال با محیط متخلخل پر شده است [۱۴]. در پژوهش انجام شده توسط ایشان، تفاوت مقدار رابطه کوزنی<sup>۶</sup> به منظور بررسی تاثیرات بسته بودن یا باز بودن مابین موانع بر روی میزان تخلخل محیط، برای دو محیط تصادفی و منظم مورد مقایسه قرار گرفت. نبوتی شبیه سازی جریان های تک فازی و دو فازی را در مقیاس منفذی با استفاده از روش شبکه بولتزنم انجام دادند [۱۵]. آخرین دستاورد در مدلسازی جریان درون محیط متخلخل مدل عمومی برینکمن-فورچیمر<sup>۷</sup> است که در آن همه نیروهای سیال و نیروی درگ بخش جامد در نظر گرفته می شود. تاکنون در زمینه جریان در محیط های متخلخل در مقیاس حجم معیار اولیه<sup>۸</sup> که طرحواره آن در شکل (۲) قابل مشاهده است، پژوهش های گوناگونی صورت گرفته است. درادیس و مک کلوסקی شبیه سازی جریان در محیط متخلخل را با استفاده از روش شبکه بولتزنم و اضافه کردن یک ترم نیرویی به معادله بولتزنم انجام دادند [۱۶].



شکل ۲- طرحواره مقیاس REV

<sup>1</sup> Zhang

<sup>2</sup> Pan

<sup>3</sup> Pore-Network-Modeling

<sup>4</sup> Yoshino and Mizutani

<sup>5</sup> Nabovati and Sousa

<sup>6</sup> Kozney relation

<sup>7</sup> Brinkman-Forchimehr Model

<sup>8</sup> Representative Elementary Volume (REV)

اسپاید و فیلان<sup>۱</sup>، مدل سازی جریان در محیط متخلخل در محیط فیبردار را انجام دادند که جریان سیال با استفاده از معادله برینکمن مدل شده است، به این مدل که توسط آنها مطرح شد، مدل SP گویند [۱۷]. فرید و همکاران<sup>۲</sup> نیز مدل سازی محیط متخلخل را در مدلی شبیه به کار اسپاید و فیلان با استفاده از روش شبکه بولتزنم انجام دادند با این تفاوت که آنها یک ترم اضافی به مدل SP اضافه کردند [۱۸]. مارتیس<sup>۳</sup> یک ترم لزجت را به معادله برینکمن اضافه کرد که با این کار مدل SP کامل تر شد و پایداری آن افزایش یافت [۱۹]. ژو و همکاران<sup>۴</sup> گردابه‌های ایجاد شده در پشت یک مانع کاملا متخلخل را در اعداد دارسی و رینولدزهای متفاوت بررسی کردند و متوجه شدند که در  $Da < 10^{-6}$  مشخصات جریان نسبت به حالت بدون وجود تخلخل تفاوت چندانی نکرد [۲۰]. همچنین ستا و همکاران<sup>۵</sup> قابلیت و اطمینان و کارایی روش شبکه بولتزنم را در شبیه سازی جابجایی طبیعی در محیط متخلخل و در مقیاس حجم معیار اولیه برای عدد رایلی و دارسی‌های مختلف مورد بررسی قرار دادند و متوجه شدند که در این روش تنها با اضافه کردن یک ترم نیرو به معادله بولتزنم، می توان محیط متخلخل را بررسی کرد [۲۱]. وفایی و تین<sup>۶</sup> اثرات اینرسی را در انتقال حرارت جابجایی اجباری در محیط متخلخل بررسی کردند [۲۲]. وفایی و کیم<sup>۷</sup> با استفاده از مدل برینکمن-فورچیمر یک حل تحلیلی برای جریان توسعه یافته درون یک کانال متخلخل با شرط مرزی ثابت ارائه کردند [۲۳]. پولیکاکوس و کازمیرساگ<sup>۸</sup> جابجایی در کانال پوشیده شده با محیط متخلخل و لوله‌های دایروی را به طور عددی بررسی کردند. در این پژوهش مسئله جابجایی اجباری برای جریان گذرا بین دو صفحه موازی انجام و از مدل دارسی توسعه یافته برینکمن-فورچیمر به منظور متخلخل کردن محیط استفاده شد [۲۴]. کوزتنسو<sup>۹</sup> به مطالعه جابجایی در یک کانال پر شده با محیط متخلخل پرداخت و یک حل تحلیلی بر اساس سرعت و دما و عدد ناسلت ارائه داد [۲۵-۲۶]. الکام و انیمر<sup>۱۰</sup> افزایش انتقال حرارت در کانال را با وارد کردن تخلخل به آن به صورت عددی بررسی کردند [۲۷]. در دو دهه گذشته روش شبکه بولتزنم به عنوان یک تکنیک موثر برای دینامیک سیالات پیچیده شناخته شده است. آشوری نژاد<sup>۱۱</sup> و همکاران جابجایی آزاد در یک حفره پر شده با محیط متخلخل را با استفاده از روش شبکه بولتزنم انجام دادند [۲۸]. ایوبی مهریزی<sup>۱۲</sup> و همکاران نیز شبیه سازی جابجایی اجباری در یک حفره پر شده با محیط متخلخل با وجود یک مانع در آن را با استفاده از روش شبکه بولتزنم را انجام دادند [۲۹]. سیدیک و سامیون<sup>۱۳</sup> گرمای جریان سیال را در محیط متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزنم بررسی کرد.

<sup>1</sup> Spaid and Phelan

<sup>2</sup> Freed et al

<sup>3</sup> Martys

<sup>4</sup> Jue et al

<sup>5</sup> Seta et al

<sup>6</sup> Vafai and Tien

<sup>7</sup> Vafai and Kim

<sup>8</sup> Poulidakos and Kazmierczak

<sup>9</sup> Kuznetsov

<sup>10</sup> Alkam and A-Nimr

<sup>11</sup> Ashouri Nejad

<sup>12</sup> Ayoubi Mehrizi

<sup>13</sup> Nor Azwadi C. Sidik, Syahrullail Samion

در این تحقیق ترکیب دو مدل چهار سرعتی و نه سرعتی برای بدست آوردن توزیع دما و توزیع چگالی به کار رفته است [۳۰]. زرغامی<sup>۱</sup> و همکاران انتقال حرارت با استفاده از ترکیبی از روش حجم محدود و روش شبکه بولتزمن را بررسی کردند [۳۱]. الکام و المنیر اثرات حضور محیط متخلخل در سطح داخلی و خارجی یک حلقه متحد المركز را بررسی کردند. آنها دریافتند که با اضافه کردن یک لایه متخلخل به حلقه عدد ناسلت تا ۱۲ برابر نسبت به حالت عدم وجود این لایه افزایش می‌یابد [۳۲]. محمد<sup>۲</sup> به طور عددی اثرات حضور محیط متخلخل بر افزایش انتقال حرارت را در لوله و کانال بررسی کرد و به این نتیجه رسید که با اضافه کردن لایه های متخلخل به کانال، می توان نرخ انتقال حرارت را تا مقدار قابل توجهی افزایش داد [۳۳]. فو و همکاران<sup>۳</sup> با بررسی های آزمایشگاهی نشان دادند که وجود مواد متخلخل با هدایت بالا در کانال، یک روش موثر برای خنک کاری قطعات الکترونیکی است [۳۴]. شجاع و همکاران<sup>۴</sup> انتقال حرارت در یک حفره با دو بلوک مربعی کاملاً متخلخل را بررسی کردند و نشان دادند که افزایش تخلخل این بلوک‌ها، موجب تغییر در میدان جریان و افزایش انتقال حرارت در حفره می‌شود [۳۵]. لایقی و نوری<sup>۵</sup> اثرات انتقال حرارت از یک آرایه‌ای از استوانه‌های در تماس با جریان و احاطه شده با محیط متخلخل را بررسی کردند و نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان داد که به علت حضور محیط متخلخل انتقال حرارت افزایش می‌یابد [۳۶].

با توجه به محدود بودن منابع بررسی عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن، نوآوری پژوهش حاضر استفاده از روش شبکه بولتزمن و مدل عمومی اصلاح شده برینکمن-فورچیمر که در آن از ترم‌های تلفات ویسکوز و کار ناشی از تراکم صرف نظر شده؛ جهت مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل اشباع (محیط متخلخل از نوع حجم معیار اولیه) می‌باشد. همچنین تاثیر پارامترهای مختلف مانند اعداد بی‌بعد داریسی، رایلی و ضریب تخلخل بر مسئله به طور جامع مورد بررسی قرار خواهد گرفت. پژوهش‌های پیشین که غالباً با استفاده از روش CFD انجام شده‌اند بیشتر بر روی شبیه سازی انتقال حرارت در محیط متخلخل (مقیاس منفذی) تمرکز داشتند، در حالیکه در پژوهش حاضر مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در مقیاس حجم معیار اولیه (REV) مورد بررسی قرار گرفته که به این منظور از یک مدل توسعه یافته در روش شبکه بولتزمن استفاده شده است.

## ۲- معادله انتقال بولتزمن

لودویگ ادوارد بولتزمن<sup>۶</sup> توانست با استفاده از تابع توزیع احتمال از حجم زیاد محاسبات در روش دینامیک مولکولی بکاهد. تابع توزیع ذرات  $f$  نشان دهنده تعداد ذراتی است که در زمان  $t$  و در مکان  $\vec{x}$  و با سرعت  $\vec{v}$ ، در حال حرکت هستند. اگر یک نیروی خارجی مانند  $\vec{F}$  بر یک ذره وارد شود می تواند سرعت آن را به  $\vec{v} + \vec{F}dt$  و مکان آن را به  $\vec{x} + \vec{v}dt$  تغییر دهد. تابع توزیع ذرات به صورت رابطه (۲) بیان می‌شود:

$$f(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, \vec{e}_i + \vec{F} \delta t, t + \delta t) \quad (2)$$

<sup>1</sup> Zarghami

<sup>2</sup> Mohammad

<sup>3</sup> Fu et al.

<sup>4</sup> Shuja et al.

<sup>5</sup> Layeghi and Nouri

<sup>6</sup> Ludwig Eduard Boltzmann

همچنین اگر برخوردی بین ذرات به وجود آید، یک اپراتور برخورد به نام  $\Omega$  برای در نظر گرفتن برخورد بین ذرات استفاده می شود. بنابراین معادله بولتزمن را می توان به صورت رابطه (۳) نوشت:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \Omega(f) \quad (3)$$

برای برقراری ارتباط بین معادله بولتزمن و کمیات ماکروسکوپیک مانند چگالی، سرعت و انرژی داخلی، از تابع توزیع به صورت معادله (۴) انتگرال گیری می شود:

$$\rho(\vec{x}, t) = \int m f(\vec{x}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (4)$$

$$\rho(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) = \int m \vec{v} f(\vec{x}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (5)$$

$$\rho(\vec{x}, t) \varepsilon(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \int m \vec{v}_0^2 f(\vec{x}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (6)$$

که  $\vec{u}_0 = \vec{v} - \vec{u}$  سرعت ذرات نسبت به سرعت کل سیال (سرعت ماکروسکوپیک سیال) می باشد. همچنین انرژی داخلی سیستم را می توان به صورت رابطه (۷) محاسبه کرد:

$$\varepsilon = \frac{3 K_B T}{2 m} \quad (7)$$

در اینجا برای حل معادله بولتزمن تنها مجهول باقی مانده، اپراتور برخورد می باشد که برای آن جایگزین های مختلفی ارائه شده است. از ویژگی این جایگزین ها می توان به برقراری معادلات بقاء شامل بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای سیال تک فاز اشاره کرد (روابط ۸-۱۰):

$$\int \Omega(f) d\vec{v} = 0 \quad (8)$$

$$\int \vec{v} \Omega(f) d\vec{v} = 0 \quad (9)$$

$$\int \vec{v}^2 \Omega(f) d\vec{v} = 0 \quad (10)$$

### ۳- معادله بولتزمن برای مدلسازی سرعت (میدان جریان)

#### ۳-۱- تقریب BGKW

حل معادله بولتزمن به دلیل شکل پیچیده انتگرال برخورد، بسیار دشوار است. باتنجر، گراس و کروک مدل ساده شده ای را برای انتگرال برخورد ارائه کردند. همزمان ولاندر به طور مستقل مدل مشابهی را ارائه کرد و انتگرال برخورد به صورت رابطه (۱۱) جایگزین شد [۳۷]:

$$\Omega = \omega(f^{eq} - f) = \frac{1}{\tau} (f^{eq} - f) \quad (11)$$

در روش شبکه بولتزمن فرض می شود، که این معادله در امتداد تمام مسیرهایی که ذرات می توانند بر روی آن حرکت کنند معتبر است. بنابراین معادله بولتزمن در یک جهت خاص به صورت رابطه (۱۲) نمایش داده می شود:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{e}_i \cdot \vec{\nabla} f = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) \quad (12)$$

در نهایت فرم کاملاً گسسته معادله بولتزمن بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی وارد بر سیستم به صورت رابطه (۱۳) قابل بیان است [۳۷]:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau} [f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)] \quad (13)$$

مطابق رابطه (۱۳)، حل معادله بولتزمن در دو مرحله برخورد (رابطه ۱۴) و جاری شدن (رابطه ۱۵) انجام می شود:

$$f_i(\vec{x}, t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)) \quad (14)$$

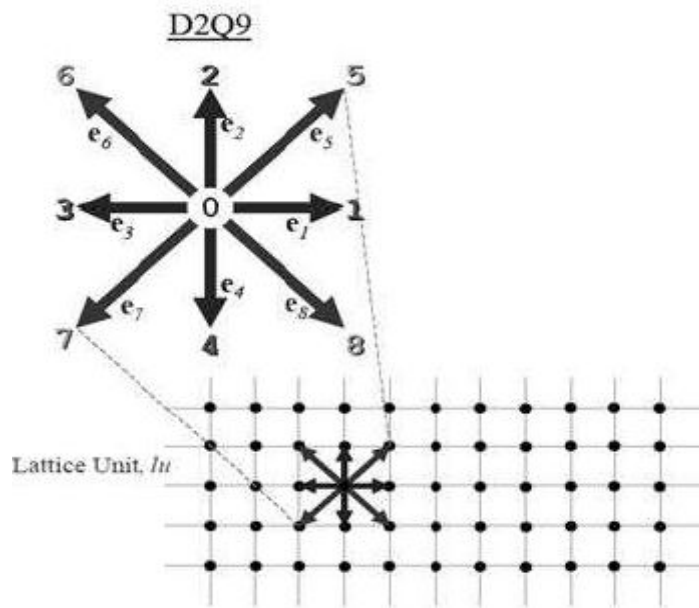
$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) \quad (15)$$

در حالت کلی که نیروی خارجی وارد بر سیستم صفر نمی باشد ( $\vec{F} \neq 0$ )، معادله (۱۳) با اضافه شدن ترم نیرو به صورت رابطه (۱۶) تصحیح می گردد:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau_f} [f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)] + \delta_t F_i \quad (16)$$

### ۳-۲- آرایش شبکه

سیستم استاندارد طبقه بندی شبکه ها توسط هریس معرفی گردید [۳۸]. به طور معمول در روش مذکور ابعاد مسئله و نوع شبکه را با  $D_m Q_n$  نمایش می دهند که در آن  $m$  بعد شبکه و  $n$  تعداد نقاط همسایه (شامل خود گره) است که ذرات به سمت این نقاط جاری می شوند. بردارهای سرعتی که ذره را به گره های همسایه منتقل می کند، با  $e_i$  نمایش داده می شود. شاخص  $i$  نشان دهنده مسیر حرکت ذره به سمت گره های همسایه بوده و  $i = 0$  بردار سرعت مذکور به گره مرکزی را نشان می دهد. از میان شبکه های موجود، شبکه های دوبعدی رایج ترین از لحاظ کاربرد می باشند.



شکل ۳- شبکه دو بعدی  $D_2Q_9$  [۳۹]

این نوع شبکه‌ها به طور معمول به سه دسته  $D_2Q_4$ ،  $D_2Q_5$  و  $D_2Q_9$  تقسیم بندی می‌شوند که شبکه  $D_2Q_9$  نسبت به انواع دیگر و به خصوص برای مسائل شامل جریان سیالات، کاربرد بیشتری دارد. در کار حاضر نیز از این نوع شبکه استفاده شده است. شکل (۳) شبکه  $D_2Q_9$  را نشان می‌دهد. در این مدل  $e_i$  نشان دهنده سرعت موضعی ذرات است و برای شبکه  $D_2Q_9$  به صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود:

$$\vec{e}_i = \begin{cases} [0.0] \\ c \left[ \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \right] \\ \sqrt{2c} \left[ \cos\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \end{cases} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)  $c = \frac{\delta x}{\delta t}$  بوده که در آن  $\delta x$  گام مکانی و  $\delta t$  گام زمانی در شبکه است. جهت مدلسازی جریان در محیط متخلخل به روش شبکه بولتزمن، بایستی معادله (۱۶) حل گردد. تابع توزیع تعادلی  $f_i^{eq}$  و نیز ترم  $F_i$  در رابطه (۱۶) به صورت زیر تعریف می‌شود [۴۰]:

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[ 1 + \frac{3\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{2} + \frac{9(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{2\epsilon} - \frac{3\vec{u}^2}{2\epsilon} \right] \quad (18)$$

$$F_i = \omega_i \rho \left( 1 - \frac{1}{\tau_f} \right) \left[ \frac{3\vec{e}_i \cdot \vec{F}}{C^2} + \frac{9[(\vec{u} \cdot \vec{e}_i) \cdot (\vec{F} \cdot \vec{e}_i)]}{\epsilon C^4} - \frac{3\vec{u} \cdot \vec{F}}{\epsilon C^2} \right] \quad (19)$$

در رابطه فوق،  $\vec{F}$  نیروی حجمی وارد بر سیال در حضور محیط متخلخل (روابط ۲۳ تا ۲۵)،  $\epsilon$  ضریب تخلخل و  $\tau_f$  زمان آرامش جریان می‌باشد. در رابطه (۱۹)  $C_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$  سرعت صوت در شبکه است. همچنین مقادیر ضرایب وزنی  $\omega_i$ ، چگالی  $\rho$  و سرعت  $\vec{u}$  از روابط (۲۰) تا (۲۲) قابل محاسبه است:

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i = 0 \\ \frac{1}{9} & i = 1.2.3.4 \\ \frac{1}{36} & i = 5.6.7.8 \end{cases} \quad (20)$$

$$\rho = \sum_i f_i \quad (21)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_i \vec{e}_i f_i + \frac{\delta t}{2} \rho \vec{F} \quad (22)$$

$$\vec{F} = -\frac{\epsilon v}{K} u - \frac{\epsilon F_\epsilon}{\sqrt{K}} |u| u + \epsilon G \quad (23)$$

$$K = Da H^2 \quad (24)$$

$K$  قابلیت نفوذپذیری،  $Da$  عدد دارسی و  $H$  مشخصه طول است و به این ترتیب دارسی از رابطه  $Da = \frac{K}{H^2}$  قابل محاسبه است.

$$F_\epsilon = \frac{1.75}{\sqrt{150\epsilon^3}} \quad (25)$$

در رابطه (۲۳)  $G$  شتاب گرانش است (روابط ۲۶ تا ۲۸):



$$G = \beta g_0 \theta \quad (26)$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad (27)$$

پارامتر  $\beta g_0$  توسط رابطه (۲۸) بدست می‌آید:

$$U_c^2 = \beta g_0 \Delta T H \quad (28)$$

مقدار فشار ماکروسکوپیک از رابطه  $P = \frac{C_s^2 \rho}{\epsilon}$  بدست می‌آید. با توجه به اینکه در رابطه نیروی حجمی  $\vec{F}$  بردار سرعت  $\vec{u}$  وجود دارد، با ساده سازی می‌توان به رابطه این بردار سرعت دسترسی پیدا کرد (رابطه ۲۹):

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{C_0^2 + \sqrt{C_0^2 + C_1^2 \vec{V}}} \quad (29)$$

مولفه سرعت کمکی ( $\vec{V}$ ) در رابطه (۳-۲۹) از رابطه (رابطه ۳۰) بدست می‌آید:

$$\rho \vec{V} = \sum_i \vec{e}_i f_i - \frac{\delta t}{2} \in \rho \vec{g} \beta (T - T_0) \quad (30)$$

پارامترهای  $C_0$  و  $C_1$  از روابط (۳۱) و (۳۲) بدست می‌آید:

$$C_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \epsilon \frac{\delta t}{2} \frac{\nu}{K} \right) \quad (31)$$

$$C_1 = \epsilon \frac{\delta t}{2} \frac{F_\epsilon}{\sqrt{K}} \quad (32)$$

عبارت  $F_\epsilon$  طبق رابطه (۳۳) بدست می‌آید:

$$F_\epsilon = \frac{1.75}{\sqrt{150} \epsilon^3} \quad (33)$$

در رابطه (۳۰)  $T_0$  دمای مرجع می‌باشد که از رابطه (۳۴) محاسبه می‌گردد:

$$T_0 = \frac{T_H + T_C}{2} \quad (34)$$

#### ۴- معادله بولتزمن برای مدل سازی دما (میدان حرارت)

فرم گسسته معادله بولتزمن جهت مدل سازی میدان دما در محیط متخلخل به صورت رابطه (۳۵) است [۴۱]:

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\vec{x}, t) = -\frac{1}{\tau_g} (g_i(\vec{x}, t) - g_i^{eq}(\vec{x}, t)) \quad (35)$$

تابع توزیع تعادلی دما ( $g_i^{eq}$ ) به صورت (۳۶) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} g_i^{eq} = \frac{2\rho\epsilon u^2}{3C^2} & i = 0 \\ g_i^{eq} = \frac{\rho\epsilon}{9} \left[ \frac{3}{2} + \frac{3e_i \cdot u}{2C^2} + \frac{9(e_i \cdot u)^2}{2C^4} - \frac{3u^2}{2C^2} \right] & i = 1.2.3.4 \\ g_i^{eq} = \frac{\rho\epsilon}{36} \left[ 3 + \frac{6e_i \cdot u}{C^2} + \frac{9(e_i \cdot u)^2}{2C^4} - \frac{3u^2}{2C^2} \right] & i = 5.6.7.8 \end{cases} \quad (36)$$

$\epsilon$  به عنوان انرژی درونی مطرح است که ارتباط دهنده تابع توزیع جریان، تابع توزیع دما و همینطور دمای

ماکروسکوپیک می‌باشد (روابط ۳۷ تا ۳۹):

$$\rho = \sum_i f_i \quad (37)$$

$$\varepsilon = \sum_i \frac{g_i}{\rho} \quad (38)$$

$$\varepsilon = \frac{DRT}{2} \quad (39)$$

در رابطه (۳۹)  $R = 1$  ثابت گازها و  $D = 2$  بیانگر بعد مسئله می‌باشد (دو بعدی) [۲۱].

## ۵- زمان آرامش<sup>۱</sup>

در روش شبکه بولتزمن بنا به نوع مسئله و مدل مورد استفاده، از دو نوع زمان آرامش "یگانه" و "چندگانه" استفاده می‌شود. استرلینگ و چن<sup>۲</sup> پایداری روش شبکه بولتزمن را مورد مطالعه قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که پایداری این روش در مدل  $D_2Q_9$  رابطه مستقیمی با زمان آرامش و سرعت متوسط سیال دارد. آنها همچنین به عنوان نتیجه پژوهش مورد نظرشان دو رابطه زمان آرامش یگانه برای بخش های جریان و حرارت ارائه دادند [۴۲]. در تحقیق حاضر نیز از زمان آرامش یگانه استفاده شده است. برای بخش جریان و حرارت، دو زمان آرامش منحصر به هر بخش تعریف شده است (روابط ۴۰ تا ۴۱) [۴۱]:

$$\tau_f = \frac{(3\nu) + 0.5}{C^2 dt} \quad (40)$$

$$\tau_g = \left( \frac{3\alpha}{2C^2 dt} \right) + 0.5 \quad (41)$$

عدد رایلی نیز با استفاده از رابطه (۴۲) تعریف می‌شود:

$$Ra = \frac{\beta g_0 \Delta T H^3}{\nu \alpha} \quad (42)$$

مقدار عدد ناسلت محلی و میانگین نیز از طریق روابط (۴۳) و (۴۴) محاسبه می‌شود [۴۳]:

$$Nu = - \frac{L}{\Delta T} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (43)$$

$$Nu_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \, ds \quad (44)$$

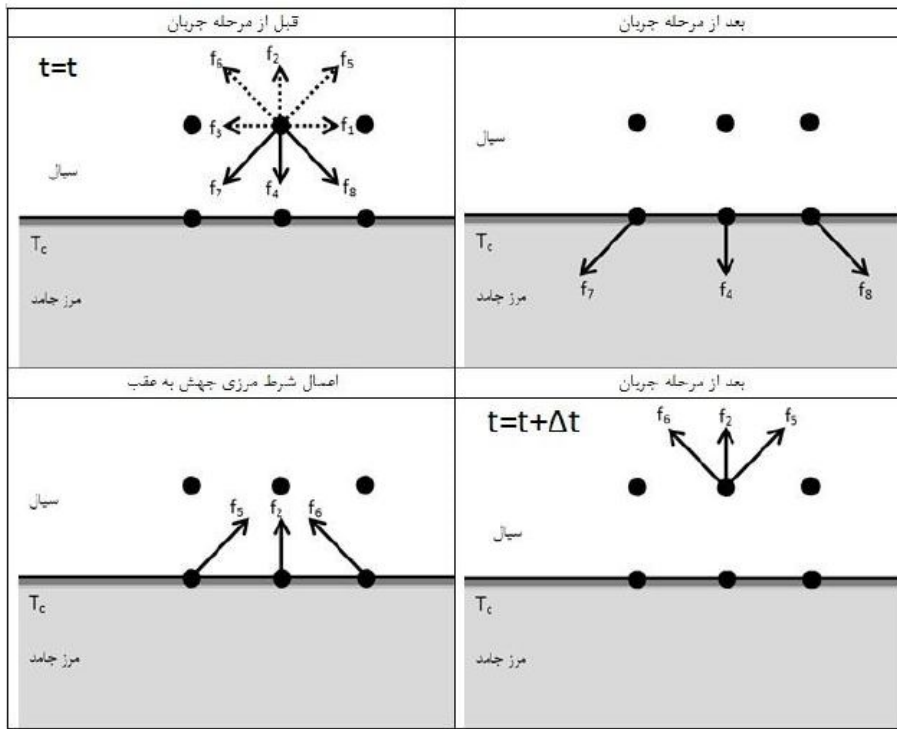
## ۶- شرایط مرزی

### ۶-۱- شرط مرزی عدم لغزش (شرط مرزی بازگشت به عقب)

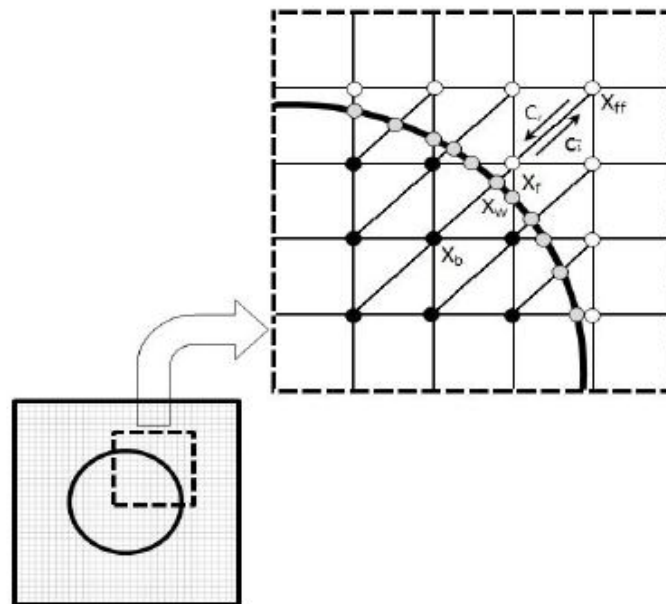
برای مدل کردن دیواره های ساکن و اعمال شرط مرزی عدم لغزش از قانون پرش به عقب و یا بازگشت آینه‌ای استفاده می‌شود. این قانون بیان می‌کند که توابع توزیع مجهول از توابع توزیع معلومی که در خلاف جهت آنها در گره مرزی وجود دارند به دست می‌آیند [۴۴]. یعنی ذرات پس از برخورد به دیواره در همان مسیر قبلی بازگشت داده می‌شوند. به عنوان مثال مطابق شکل (۴) توابع توزیع مجهول  $f_2, f_5, f_6$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

<sup>1</sup> Relaxation time

<sup>2</sup> Sterling and Chen



شکل ۴- نحوه اعمال شرط مرزی پش به عقب روی یک دیواره ساکن



شکل ۵- طرحواره اعمال شرط مرزی منحنی

در این نوع شرط مرزی توابع توزیع بر روی مرزها به صورت زیر بدست می آیند:

$$f_5 = f_7 \cdot f_2 = f_4 \cdot f_6 = f_8 \quad (45)$$

### ۶-۲- شرط مرزی در هندسه دارای انحنا (مرزهای خمیده)

از آنجا که روش شبکه بولتزمن بر مبنای یک شبکه منظم مربعی طرح ریزی شده است، بنابراین اعمال شرط مرزی پرش به عقب برای مرزهایی که بر روی گره های شبکه قرار نمی گیرند امکان پذیر نیست. در واقع این روش فقط برای خطوط مرزی ساده و مستقیمی که موازی خط شبکه هستند صادق است [۴۵-۵۱]. در این گونه موارد باید از روش دیگری برای مدلسازی مرزهای جامد استفاده کرد. فیلیپووا و هانل [۵۱] نخستین پژوهشگرانی بودند که توانستند به کمک میایابی توابع توزیع و روش تبادل مومنتوم مرزهای منحنی را در روش شبکه بولتزمن بر روی شبکه دکارتی مدلسازی کنند. این روش مشکل ناپایداری داشت که بعدها توسط می و همکاران برطرف شد [۵۲]. دیوار منحنی دلخواه جداکننده یک ناحیه جامد از مایع در شکل (۵) نشان داده شده است. همانطور که اشاره شده ارتباط بین ناحیه سیال و جامد از طریق کسر تقاطع که در معادله (۴۶) تعریف خواهد شد صورت می گیرد.

شکل (۵) نشان دهنده رفتار بر روی شرایط مرزی منحنی می باشد. نقاط سیاه در ناحیه جامد بیانگر گره های مرزی  $X_b$  می باشند. نقاط سفید اولین گره و دومین گره در ناحیه سیال هستند که به ترتیب با  $X_f$ ،  $X_{ff}$  نشان داده می شوند. بکارگیری نقطه دوم در سیال باعث دقت مرتبه دوم می شود. همچنین نقاط خاکستری بر روی مرز منحنی  $X_w$  نشان دهنده برخورد مرز منحنی با خطوط سرعت شبکه  $D_2Q_9$  می باشد. خاصیت ماکروسکوپی مورد نظر در مرز منحنی به وسیله این گره ها برون یابی نمی شوند. کسر تقاطع خطوط در ناحیه سیال  $\Delta$  به صورت معادله (۴۶) تعریف می شود:

$$\Delta = \frac{|X_f - X_w|}{|X_f - X_b|} \quad (46)$$

البته لازم به ذکر است که  $0 \leq \Delta \leq 1$  می باشد و در مرحله برخورد تابع توزیع در سمت سیال مشخص خواهد بود. اما تابع توزیع سمت جامد در خلاف جهت تابع توزیع سمت سیال مشخص نیست. به عبارت دیگر بعد پایان مرحله جریان ما نیاز به دانستن تابع توزیع در نقطه مرزی  $X_b$  داریم. با استفاده از حدود اندازه کسر تقاطع در مطالعات گوناگون روابطی برای پیدا کردن توابع توزیع مربوط به میدان های جریان و دما در نقطه مرزی  $X_b$  ارائه شده است که در ادامه به بیان آنها می پردازیم.

### ۶-۳- شرط مرزی منحنی برای تابع توزیع مربوط به جریان

برای محاسبه تابع توزیع پس از مرحله برخورد، بر اساس اطلاعات گره های اطراف آن، بسط انسکوگ-چاپمن برای تابع توزیع بعد از مرحله برخورد در سمت راست و قبل از مرحله جریان معادله (۴۷) می باشد.

$$\bar{f}_{\alpha}(X_b, t) = (1 - X) \bar{f}_{\alpha}(X_f, t) + X f_{\alpha}^*(X_b, t) + 2\omega_{\alpha} \rho \frac{3}{C^2} e_{\bar{u}} \cdot u_w \quad (47)$$

که در این رابطه خواهیم داشت:

$$f_{\alpha}^*(X_b, t) = f_{\alpha}^{eq}(X_f, t) + \omega_{\alpha} \rho (X_f, t) \frac{3}{C^2} e_{\alpha} \cdot (u_{bf} - u_f) \quad (48)$$

$$u_{bf} = u_{ff} = u(X_{ff}, t) \quad (49)$$

$$u_{bf} = \frac{1}{2\Delta} (2\Delta - 3) u_f + \frac{3}{2\Delta} u_w \quad (50)$$

که در مورد رابطه (۴۷) باید اضافه کرد که:

$$X = \frac{(2\Delta - 1)}{\tau - 1} \quad 0 \leq \Delta \leq 0.5 \quad (51)$$

و همچنین در مورد رابطه (۵۲) باید اضافه کرد که:

$$X = \frac{(2\Delta - 1)}{(\tau - 0.5)} \quad 0.5 \leq \Delta \leq 1 \quad (52)$$

که در روابط بالا  $e_{\bar{\alpha}} = -e_{\alpha}$  و  $u_f$  سرعت سیال نزدیک دیواره،  $u_w$  سرعت در دیوار جامد،  $u_{bf}$  سرعت موهومی جهت میانمایی است.

#### ۴-۶- شرط مرزی منحنی برای تابع توزیع دما

برای قسمت غیر تعادلی تابع توزیع دما داریم:

$$g_{\bar{\alpha}}^{neq}(X_b, t) = g_{\bar{\alpha}}(X_b, t) - g_{\bar{\alpha}}^{eq}(X_b, t) \quad (53)$$

معادله (۵۳) پس از برخورد و قبل از جریان به شکل معادله زیر خواهد بود:

$$\bar{g}_{\bar{\alpha}}(X_b, t) = g_{\bar{\alpha}}(X_b, t) - \frac{1}{\tau} [g_{\bar{\alpha}}(X_b, t) - g_{\bar{\alpha}}^{eq}(X_b, t)] \quad (54)$$

به وضوح مشخص می باشد که برای محاسبه مقدار  $\bar{g}_{\bar{\alpha}}$  نیاز به داشتن مقادیر  $g^{eq}$ ،  $g^{neq}$  می باشد. بنا به کار مطالعاتی می و همکارانش [۵۲] برای بدست آوردن مقدار تعادلی تابع توزیع در رابطه (۵۶) می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$g_{\bar{\alpha}}^{eq}(X_b, t) = \omega_{\bar{\alpha}} T_b^* (1 + \frac{3}{C^2} e_{\bar{\alpha}} u_b^*) \quad (55)$$

که در آن  $T_b^*$ ،  $u_b^*$  مقادیر سرعت و دمای فرضی تعریف شده برحسب حدود  $\Delta$  و توابعی خاص بر حسب نقاط داخل ناحیه سیال، جامد و مرز تخمین زده می شوند. این تقریب با دقت مرتبه دوم می باشد. این توابع برای سرعت طبق روابط (۵۶، ۵۷) تعریف می شوند:

$$u_{b1} = \frac{[u_w + (\Delta - 1)u_f]}{[\Delta]} \quad (56)$$

$$u_{b2} = \frac{[2u_w + (\Delta - 1)u_{ff}]}{(1 + \Delta)} \quad (57)$$

بر حسب این روابط و حدود کسر تقاطع برای تخمین مقادیر سرعت از روابط (۵۸، ۵۹) بهره خواهیم برد:

$$u_b^* = u_{b1} \quad \Delta \geq 0.75 \quad (58)$$

$$u_b^* = u_{b1} + (1 - \Delta)u_{b2} \quad \Delta \leq 0.75 \quad (59)$$

برای تخمین دمای فرضی نیز روال طی شده برای سرعت را در پیش می گیریم. بنابراین طبق روابط (۶۰-۶۳) داریم:

$$T_{b1} = \frac{[T_w + (\Delta - 1)T_f]}{\Delta} \quad (60)$$

$$T_{b1} = \frac{[2T_w + (\Delta - 1)T_{ff}]}{(1 + \Delta)} \quad (61)$$

$$T_b^* = T_{b1} \quad \Delta \geq 0.75 \quad (62)$$

$$T_b^* = T_{b1} + (1 + \Delta)T_{b2} \quad \Delta \leq 0.75 \quad (63)$$

برای تخمین مقدار تابع توزیع غیر تعادلی در نقطه داخل مرز جامد باید از حدود کسر تقاطع و تابع توزیع غیر تعادلی در نقاط سیال طبق روابط (۶۴،۶۵) استفاده نمود:

$$g_{\alpha}^{neq}(X_b, t) = g_{\alpha}^{neq}(X_f, t) \quad \Delta \geq 0.75 \quad (64)$$

$$g_{\alpha}^{neq}(X_b, t) = \Delta g_{\alpha}^{neq}(X_f, t) + (1 - \Delta) g_{\alpha}^{neq}(X_{ff}, t) \quad \Delta \leq 0.75 \quad (65)$$

## ۷- معیار همگرایی

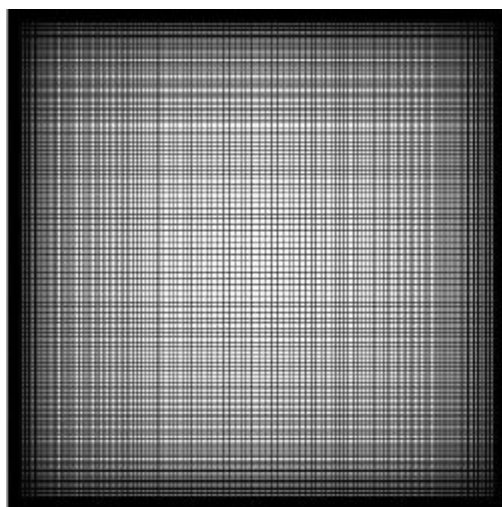
انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط‌های معمولی و متخلخل در اعداد  $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  شبیه‌سازی شده‌است. معیار همگرایی برای جریان و انتقال حرارت طبق رابطه (۶۶) می‌باشد.

$$\sqrt{\frac{\sum_{x \in \Omega_p} \|\varphi(x, t+1) - \varphi(x, t)\|^2}{\sum_{x \in \Omega_p} \|\varphi(x, t+1)\|^2}} \leq \delta \quad (66)$$

در رابطه (۴۲) بجای پارامترهای سرعت ( $u$ ) و دما ( $T$ ) قرار می‌گیرند.  $t$  و  $t+1$  به ترتیب نشان دهنده گام‌های زمانی قدیم و جدید است. در پژوهش حاضر معیار همگرایی  $\delta = 10^{-9}$  در نظر گرفته شده‌است [۴۳].

## ۸- استقلال از شبکه

طرحواره شبکه محاسباتی برای هندسه حفره مربعی در شکل (۶) دیده می‌شود.



شکل ۶- طرحواره شبکه محاسباتی برای هندسه حفره مربعی

جدول ۱- بررسی استقلال از شبکه برای مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با عدد  $Ra = 10^4$

Mesh	(100×100)	(200×200)	(264×264)	ول دیویس [۵۳]
$U_{max}$	16.162	16.178	16.180	16.178
$V_{max}$	19.564	19.616	19.619	19.617
$\overline{Nu}$	2.255	2.242	2.247	2.243

به منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه محاسباتی، بیشینه مقدار سرعت‌های افقی و عمودی و مقدار عدد ناسلت میانگین برای عدد  $Ra = 10^4$  با استفاده از سه شبکه محاسباتی مورد ارزیابی قرار گرفته است (جدول (۱)). نتایج بدست آمده با نتایج حل عددی ول دیویس [۵۳] تطابق خوبی دارد. طبق نتایج جدول (۱) شبکه  $200 \times 200$  مناسب است.

## ۹- صحت سنجی

### ۹-۱- صحت سنجی و مقایسه نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت میانگین در مسئله انتقال

#### حرارت جابجایی طبیعی درون حفره مربعی

مقدار عدد ناسلت میانگین در هندسه حفره مربعی برای چهار عدد رایلی گوناگون  $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  با نتایج بدست آمده توسط دو پژوهش مختلف مورد مقایسه قرار گرفت. مقایسه میان نتایج پژوهش حاضر و نتایج بدست آمده توسط گو و همکاران در جدول (۲) و مقایسه میان نتایج پژوهش حاضر و نتایج بدست آمده توسط ول دیویس در جدول (۳) ارائه شده است. همانطور که در جدول (۲) قابل مشاهده است نتایج پژوهش حاضر تطابق بسیار خوبی با نتایج گو و همکاران دارند و بالاترین اختلاف میان نتایج  $0.4\%$  می باشد. با بررسی جدول (۳) که مربوط به مقایسه همین مسئله با نتایج بدست آمده توسط ول دیویس می باشد در می یابیم که اختلاف میان نتایج بسیار اندک بوده بطوریکه حداکثر اختلاف در عدد  $Ra = 10^6$  می باشد که  $0.3\%$  است.

### جدول ۲- مقایسه مقدار عدد ناسلت میانگین برای مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با اعداد رایلی

گوناگون با نتایج بدست آمده توسط گو و همکاران [۵۴].

Ra	گو و همکاران [۵۴]	پژوهش حاضر	اختلاف (%)
$10^3$	1.118	1.118	0.0 %
$10^4$	2.246	2.246	0.0 %
$10^5$	4.525	4.526	0.0 %
$10^6$	8.821	8.825	0.04 %

### جدول ۳- مقایسه مقدار عدد ناسلت میانگین برای مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با اعداد رایلی

گوناگون با نتایج بدست آمده توسط ول دیویس [۵۳]

Ra	ول دیویس [۵۳]	پژوهش حاضر	اختلاف (%)
$10^3$	1.117	1.118	0.08 %
$10^4$	2.238	2.246	0.3 %
$10^5$	4.509	4.526	0.3 %

**جدول ۴-** مقایسه مقدار عدد ناسلت میانگین برای مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با سیلندر دایره ای داخلی هم مرکز با نسبت شعاع به طول  $R/L=0.2$  در اعداد رایلی گوناگون با نتایج بدست آمده توسط موکالد و آچاریا [۵۶]

	اختلاف (%)	پژوهش حاضر	موکالد و آچاریا [۵۶]
$Ra$			
$10^4$	3 %	3.433	3.331
$10^5$	3.8 %	4.884	5.08
$10^6$	4.2 %	8.979	9.374

**۹-۲- صحت سنجی و مقایسه نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت میانگین در مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حفره مربعی با سیلندر دایره ای داخلی با نسبت ابعاد  $R/L=0.2$**  مقدار عدد ناسلت میانگین برای هندسه با نسبت  $R/L=0.2$  با نتایج پژوهش موکالد و آچاریا مورد مقایسه قرار گرفت. بیشترین مقدار اختلاف میان نتایج پژوهش حاضر و مطالعه موکالد و آچاریا مربوط به عدد  $Ra = 10^5$  بوده که ۴/۲٪ می باشد. با بررسی مقدار اختلاف بین نتایج پژوهش حاضر و مطالعه موکالد و آچاریا در جدول (۴) در می یابیم که نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت میانگین در پژوهش حاضر تطابق خوبی با نتایج مطالعات قبلی داشته و از دقت بالایی برخوردار است.

## ۱۰- نتایج

ابتدا نتایج شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حفره مربعی و حفره مربعی با سیلندر دایره ای داخلی هم مرکز (با سه نسبت شعاع به طول  $R/L=0.1, 0.2, 0.3$ ) مورد تحلیل قرار گرفته است. سپس به شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل بر اساس مقیاس حجم معیار اولیه پرداخته شد، که به این منظور مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل در یک حفره مربعی با سیلندر دایره ای داخلی هم مرکز مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا هندسه حفره مربعی با سیلندر داخلی هم مرکز با نسبت  $R/L=0.1$  استفاده شده است. پارامترهای ترموفیزیکی در مسئله مورد نظر، ضریب تخلخل ( $\epsilon$ )، عدد رایلی ( $Ra$ )، عدد دارسی ( $Da$ ) و عدد پرانتل ( $Pr$ ) می باشد. از سیال آب با مقدار  $Pr = 5$  به عنوان سیال کاری استفاده شده است. علاوه بر این چهار مقدار مختلف عدد رایلی ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ ) و سه مقدار مختلف عدد دارسی ( $Da = 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}$ ) و سه مقدار مختلف ضریب تخلخل ( $\epsilon = 0.3, 0.6, 0.9$ ) به منظور بررسی تاثیرات آنها، بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل در نظر گرفته شده است.

### ۱۰-۱- شبیه سازی دو بعدی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حفره مربعی

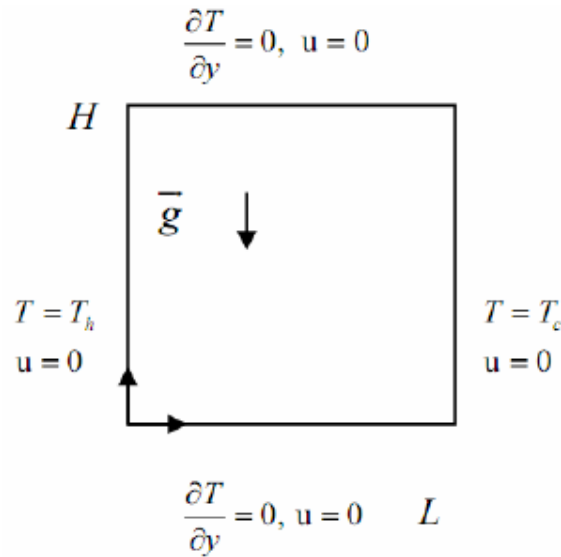
یک مسئله معیار<sup>۱</sup> مناسب برای بررسی یک روش عددی، شبیه سازی مسئله جریان یا انتقال حرارت درون حفره<sup>۲</sup> می باشد (شکل (۷)).

<sup>1</sup> Benchmark Problem

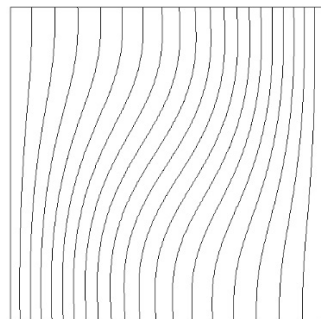
<sup>2</sup> Cavity



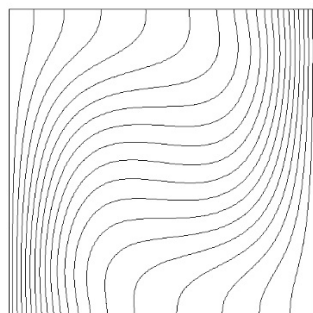
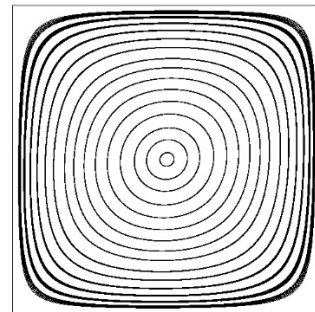
در این مسئله، از سیال هوا با  $Pr = 0.71$  استفاده شده است. فرض بوزینسک نیز برای آن برقرار است. نتایج بدست آمده در قالب کانتورهای خطوط جریان و دما و همینطور مقدار عدد ناسلت میانگین در شکل (۸) و جداول (۲ و ۳) ارائه شده و با نتایج معتبر محققین پیشین مقایسه شده است [۵۳، ۵۴]. تمام نتایج برای اعداد  $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  می باشد که با بررسی و مقایسه نتایج می توان دریافت که تطابق بسیار خوبی بین نتایج پژوهش حاضر و سایر محققین وجود دارد.



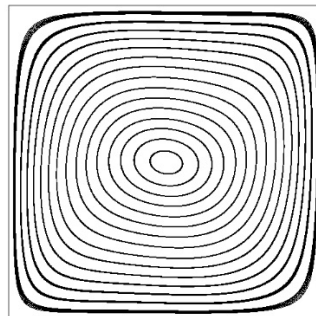
شکل ۷- طرحواره هندسه حفره مربعی

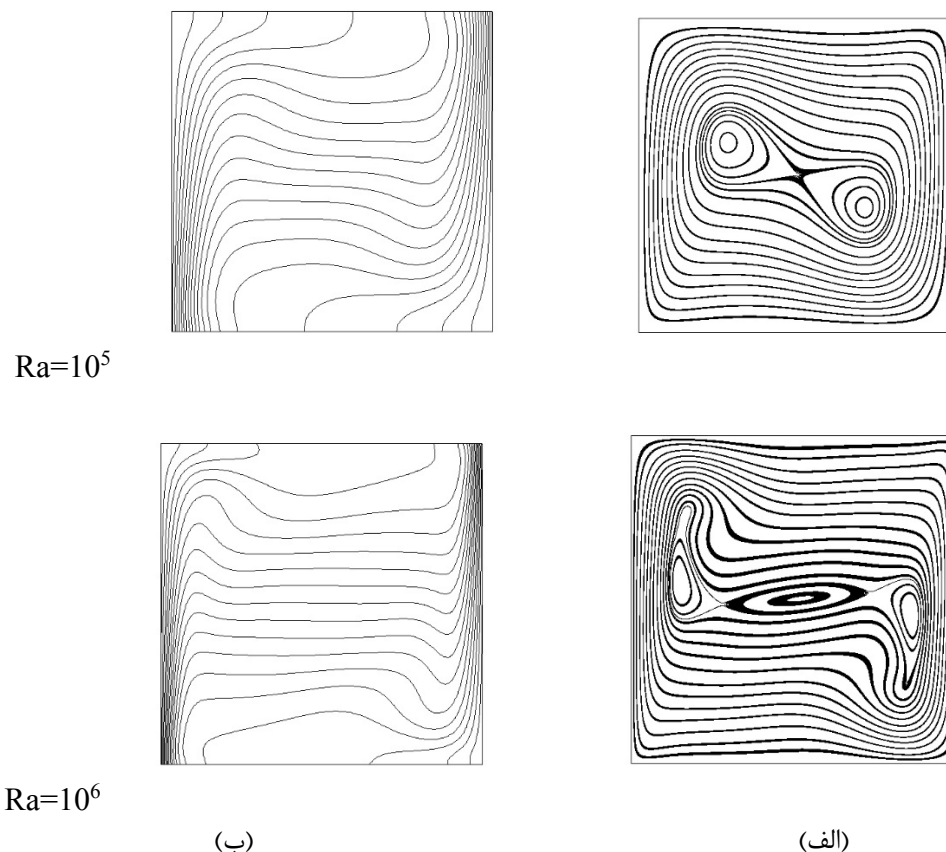


$Ra=10^3$



$Ra=10^4$





شکل ۸- الف) خطوط جریان ب) خطوط دما ثابت در چهار عدد رایلی گوناگون برای انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی

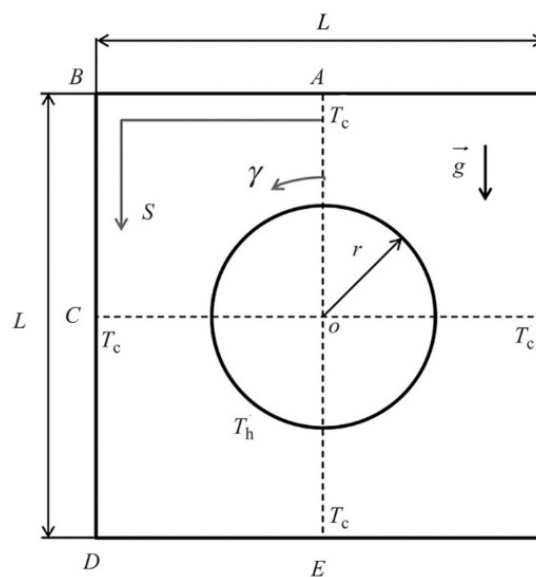
با بررسی کانتورهای دما در شکل (۸) مشاهده می‌شود که خطوط دما ثابت در نزدیکی دیواره‌های سرد و گرم در بیشتر موارد موازی با سطوح و در نزدیکی دیواره‌های عایق به صورت عمود بر سطوح هستند. به علاوه با افزایش عدد رایلی، این خطوط به دیواره‌های محفظه نزدیک‌تر شده و شیب آنها به ویژه در نواحی مرکزی محفظه کاهش یافته‌است. افزایش عدد رایلی موجب افزایش گرادیان دما در نزدیکی دیواره‌ها می‌شود. در کانتورهای بردار سرعت، موجب افزایش تراکم خطوط در نزدیکی دیواره‌ها و کاهش مقدار سرعت در مرکز حفره خواهد شد.

#### ۱۰-۲- شبیه سازی دو بعدی انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال هوا درون حفره مربعی با

سیلندر دایره‌ای داخلی هم مرکز با نسبت ابعاد گوناگون ( $R/L = 0.1, 0.2, 0.3$ )

در ادامه انتقال حرارت جابجایی طبیعی در هندسه حفره مربعی با سیلندر دایره‌ای داخلی (سیال هوا  $Pr=0.71$ ) در سه حالت مختلف ( $R/L = 0.1, 0.2, 0.3$ ) برای اعداد رایلی  $10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  شبیه سازی شده‌است (شکل (۹)). هر چهار دیواره حفره مربعی دمای سرد ( $T_c$ ) و دیواره سیلندر داخلی دمای گرم ( $T_h$ ) دارد. در ادامه این پژوهش مقدار عدد ناسلت میانگین برای نسبت  $R/L = 0.1, 0.3$  با اعداد رایلی  $10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  نیز مورد مطالعه قرار گرفته و در جدول (۵) نشان داده شده‌است.

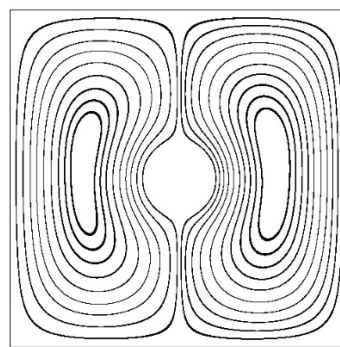
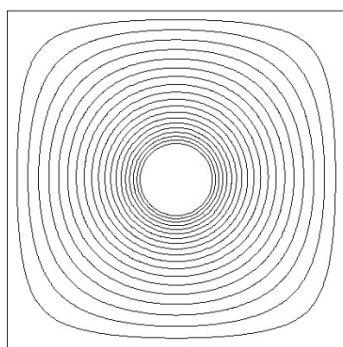
در  $Ra = 10^6$  به طور عمده انتقال حرارت جابجایی حاکم می‌شود. از آنجا که سرعت جابجایی با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد، رفتار لایه مرزی در ناحیه پایینی سیلندر داخلی و ناحیه بالایی محفظه در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) قابل توجیه است. در جدول (۵) اختلاف مقدار عدد ناسلت میانگین بر اساس نسبت‌های مختلف شعاع به طول (0.1, 0.3) قابل مشاهده است. به وضوح قابل مشاهده است که در  $Ra = 10^3$  با افزایش نسبت شعاع به طول از 0.1 به 0.3 مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش قابل توجهی (185.348 % افزایش) دارد. دلیل این اتفاق افزایش سطح تماس مرز گرم (سیلندر داخلی) می‌باشد. در  $Ra = 10^6$  تاثیر افزایش قطر بر افزایش مقدار عدد ناسلت میانگین کماکان وجود دارد اما به دلیل حاکم شدن مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در مقادیر بالای عدد رایلی، تاثیر عدد رایلی بر انتقال حرارت بیش از نسبت شعاع به طول می‌باشد.



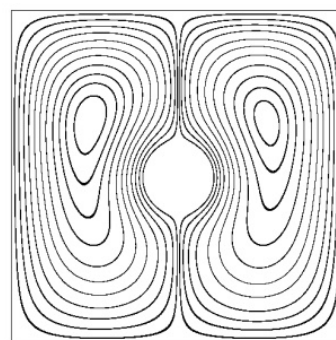
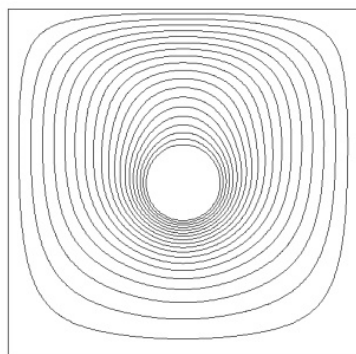
شکل ۹- طرحواره هندسه حفره مربعی با سیلندر داخلی هم مرکز

جدول ۵- مقدار عدد ناسلت میانگین برای حفره مربعی با سیلندر داخلی برای تمامی اعداد رایلی با نسبت ابعاد  $R/L=0.1, 0.3$

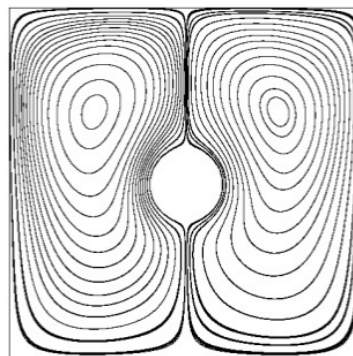
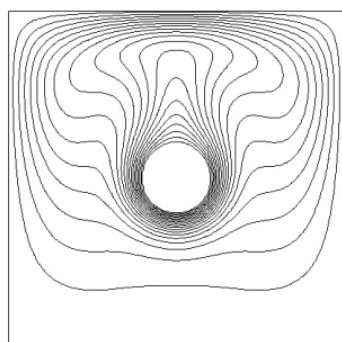
$R/L$	0.1	0.3	درصد افزایش بر اساس نسبت‌های مختلف $R/L$
$10^3$	1.836	5.239	185.348 %
$10^4$	2.050	5.686	177.3 %
$10^5$	3.743	6.1357	63.9 %
$10^6$	6.02	11.602	92.7 %



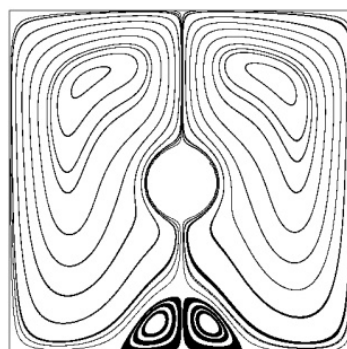
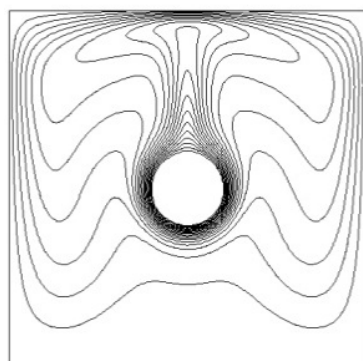
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

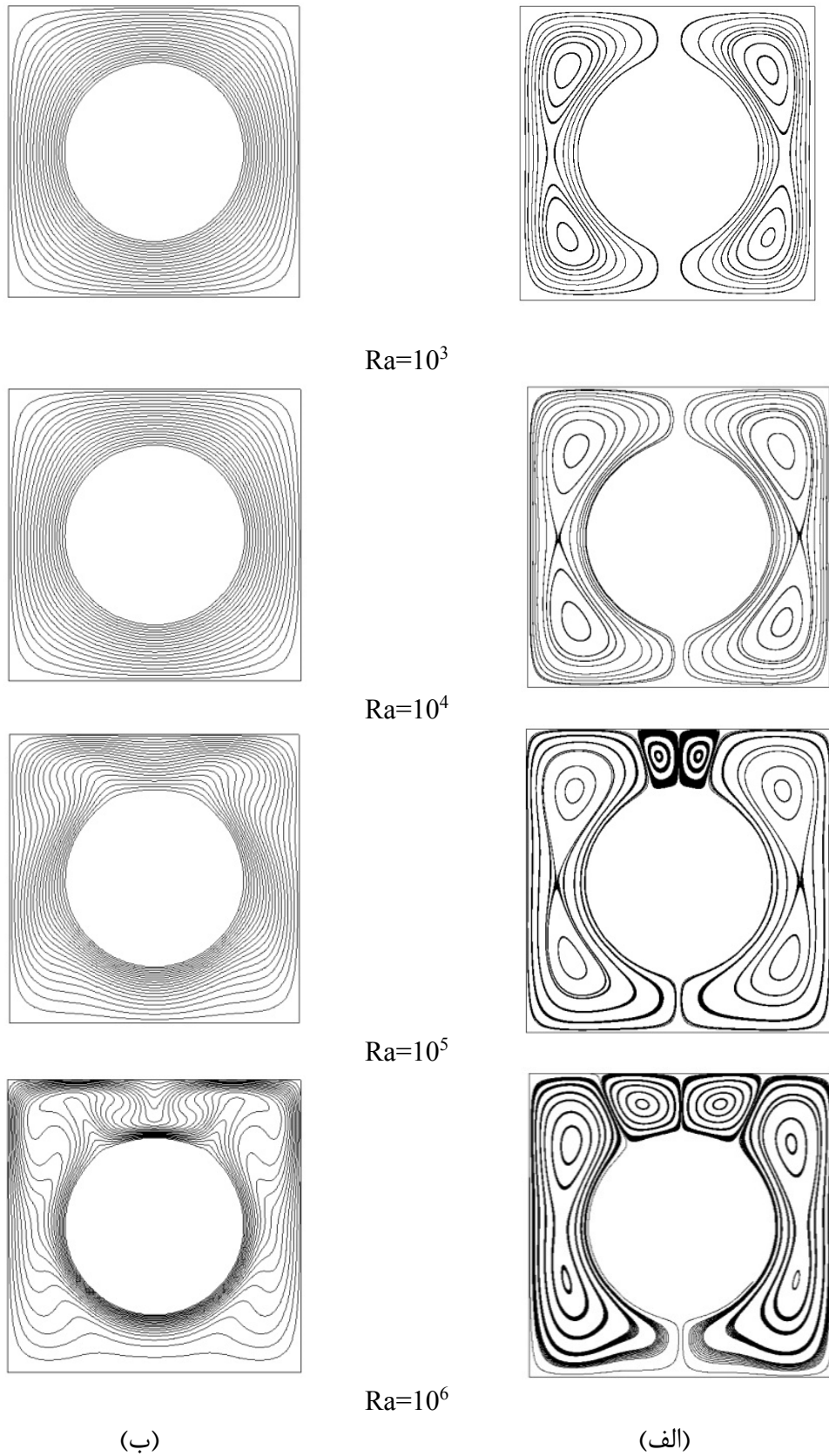


$Ra=10^6$

(ب)

(الف)

شکل ۱۰- الف) خطوط جریان ب) خطوط دما ثابت در چهار عدد رابلی گوناگون برای انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با سیلندر داخلی با نسبت  $R/L=0.1$



شکل ۱۱- (الف) خطوط جریان (ب) خطوط دما ثابت در چهار عدد رایلی مختلف برای انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی با سیلندر داخلی با نسبت  $R/L=0.3$

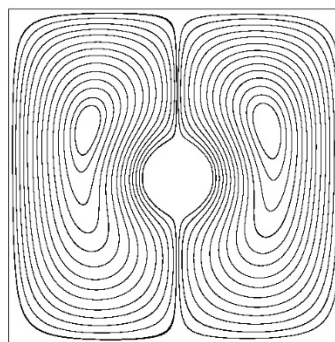
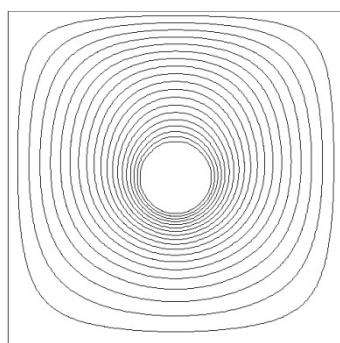
طبق شکل‌های (۱۰) و (۱۱) جریان در طول سیلندر داغ و در امتداد خط تقارن عمودی به سمت بالای محفظه حرکت می‌کند. سپس خطوط جریان به صورت شعاعی به سمت بیرون محفظه و به مرور در امتداد دیواره‌های سرد به سمت پایین حرکت می‌کند. از مقایسه خطوط جریان در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) می‌توان نتیجه گرفت، با افزایش عدد رایلی، چشم‌گردابه‌های جریان به سمت بالا و دیواره‌های سرد محفظه حرکت و تغییر شکل پیدا می‌کند. همچنین با افزایش عدد رایلی، سرعت‌ها در قسمت پایینی محفظه در مقایسه با ناحیه‌های میانی و بالایی محفظه بسیار کمتر است. در شکل (۱۱) ( $R/L=0.3$ ) جریان گردشی دارای دو هسته گردابه در هر طرف محفظه است. این دو گردابه در قالب گردابه بزرگتر در حال گردش می‌باشد. دو گردابه سمت راست محفظه به صورت ساعتگرد و دو گردابه سمت چپ در جهت پاد ساعتگرد می‌چرخند. با افزایش عدد رایلی گردابه‌های پایینی به سمت بالای محفظه حرکت می‌کنند و به گردابه‌های بالایی نزدیک و در نهایت با آنها ادغام می‌شوند. در  $Ra = 10^6$  و  $R/L=0.3$ ، الگوی خطوط دمایی جدایش جریان در بالای محفظه را نشان می‌دهد. در اعداد رایلی کمتر ( $Ra = 10^3 \cdot 10^4$ ) برای تمامی مقادیر  $R/L$  انتقال حرارت جابجایی ضعیفی در محفظه وجود دارد. به گونه‌ای که تغییرات الگوی خطوط جریان و دما کم است و این خطوط نسبت به قطر محفظه، تقارن دارند. این تقارن با کاهش مقدار  $R/L$  کمتر می‌شود. روند این تغییرات به خوبی در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) قابل مشاهده است. در  $Ra = 10^3$  انتقال حرارت در محفظه به طور عمده تحت تاثیر هدایت حرارتی است. در  $Ra = 10^4$  الگوی خطوط دما و جریان مشابه حالت  $Ra = 10^3$  می‌باشد. با کمی دقت مشخص می‌شود که لایه مرزی حرارتی در قسمت پایینی استوانه داخلی نازک‌تر از لایه مرزی در قسمت بالایی آن است. همین‌طور گردابه پایینی در مقایسه با گردابه بالایی از لحاظ اندازه کوچکتر و از لحاظ قدرت ضعیف‌تر است. علت آن، افزایش اثر جابجایی بر انتقال حرارت و جریان با افزایش عدد رایلی است. با افزایش عدد رایلی، الگوهای خطوط دما و جریان نسبت به خط تقارن افقی و مورب (قطری) به شکل نامتقارنی در می‌آیند و همان‌طور که گفته شد، چشم‌گردابه‌ها به سمت بالا و بیرون محفظه حرکت می‌کند و به دیواره‌های سرد محفظه بیش از پیش نزدیک می‌شوند.

### ۱۰-۳- شبیه‌سازی دو بعدی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل برای سیال آب

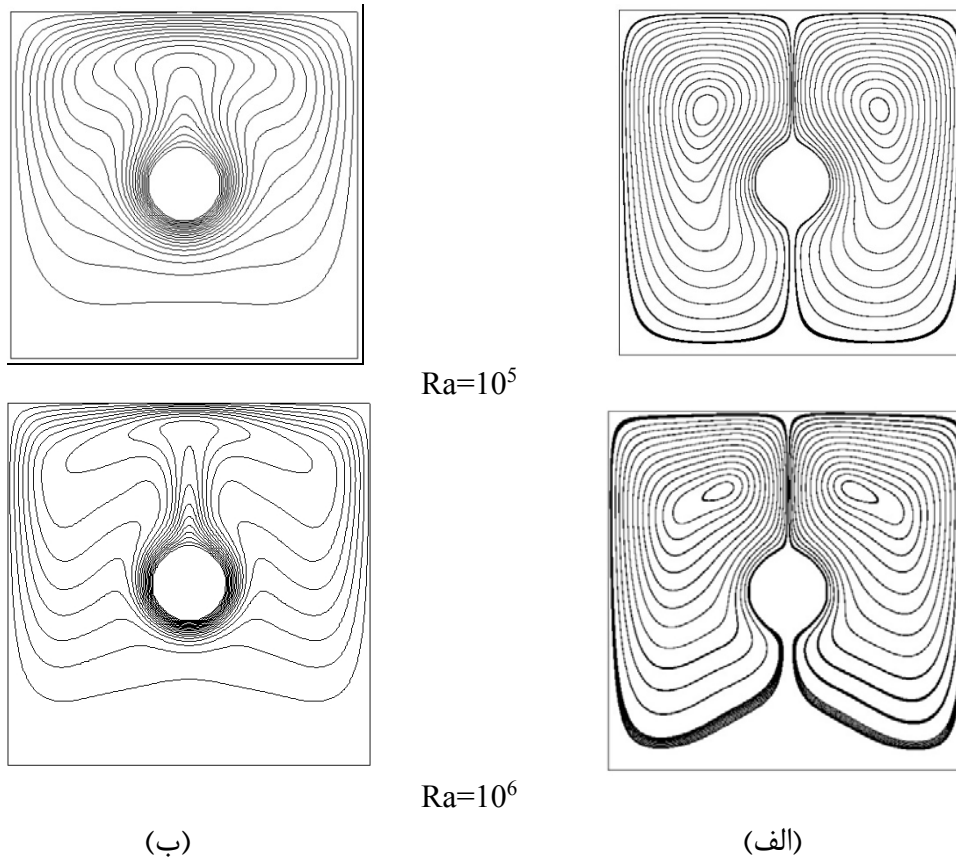
#### درون حفره مربعی با سیلندر داخلی هم مرکز

#### ۱۰-۳-۱- تاثیر عدد رایلی بر روی خطوط جریان و توزیع دما

تاثیر عدد رایلی بر خطوط جریان و خطوط توزیع دما برای  $Ra = 10^4 \cdot 10^5 \cdot 10^6$  در شکل (۱۲) دیده می‌شود.



$Ra=10^4$

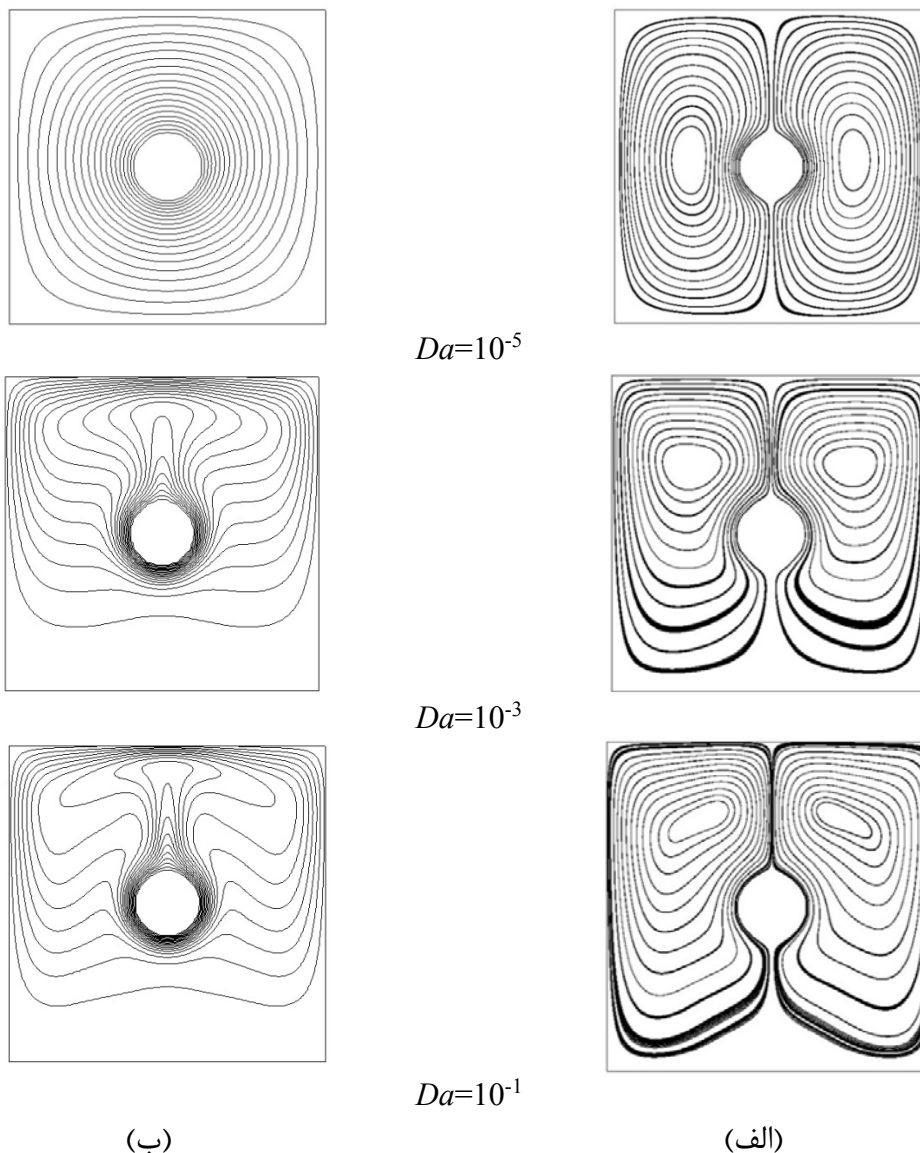


شکل ۱۲- کانتور الف) خطوط جریان و ب) خطوط دما ثابت برای  $Ra = 10^4, 10^5, 10^6$ ,  $Da = 10^{-1}$ ,  $\epsilon = R/L = 0.1$

طبق کانتورهای خطوط جریان مشخص است که هیچ جدایشی در نیمه بالایی محفظه در تمام مقادیر رایلی رخ نمی‌دهد. با افزایش رایلی، چشم ناحیه گردابه‌ای به سمت بالا و رو به بیرون خط تقارن عمودی در حال حرکت است. سرعت در قسمت‌های پایین محفظه، کمتر است که علت آن تاثیرات لایه بندی خطوط جریان در محفظه می‌باشد. با افزایش عدد رایلی این مورد بیشتر مشهود است. کانتور خطوط هم دما در شکل (۱۲) نشان دهنده افزایش انتقال حرارت و تغییر شکل خطوط دما با افزایش عدد رایلی می‌باشد. این افزایش به علت متراکم‌تر بودن لایه بندی خطوط هم دما در نزدیکی دیواره‌های سرد و گرم محفظه است.

#### ۱۰-۳-۲- تاثیر عدد دارسی بر روی خطوط جریان و توزیع دما

تاثیر تغییر عدد دارسی در محفظه با  $R/L = 0.1$ ,  $\epsilon = 0.6$ ,  $Ra = 10^6$  و  $Pr = 5$  بر میدان‌های جریان و دما در شکل (۱۳) نشان داده شده است.



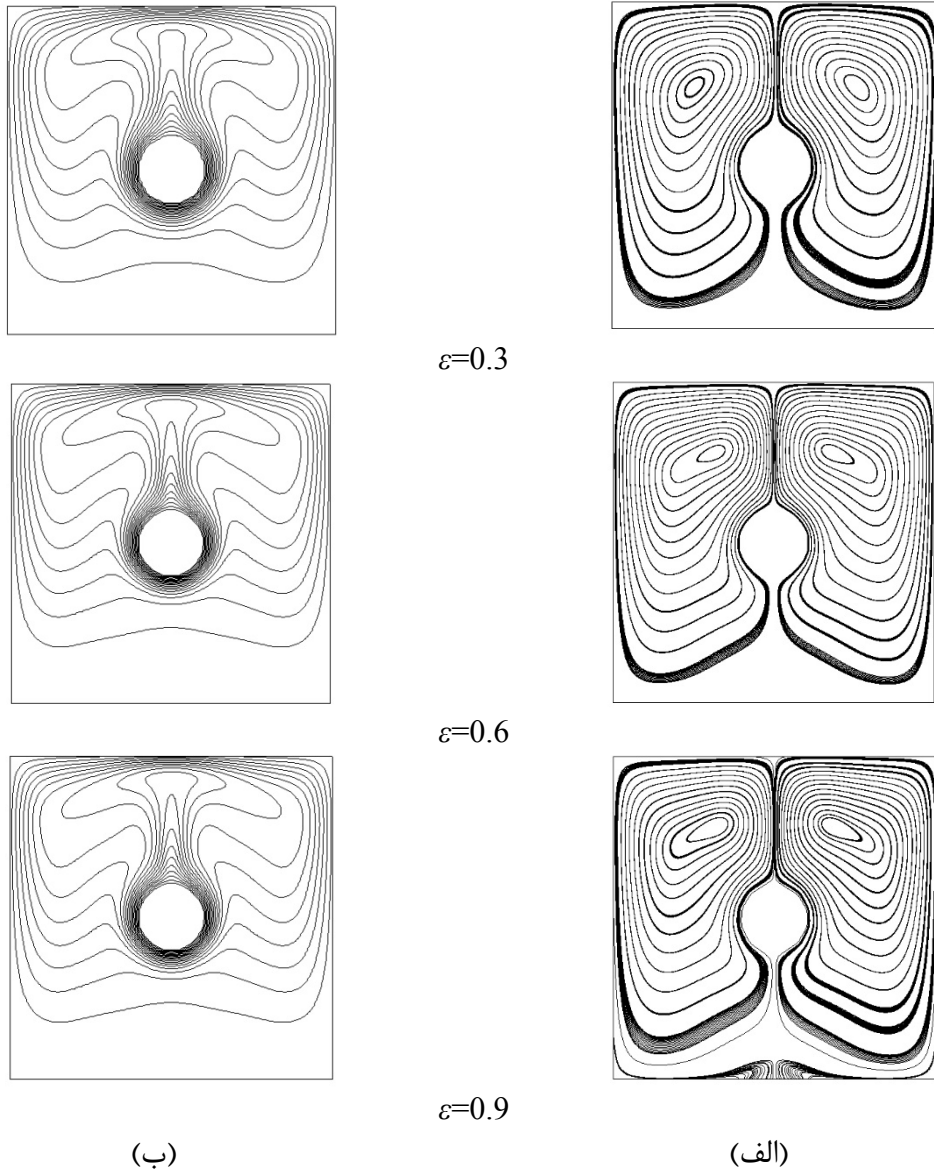
شکل ۱۳- کانتور الف) خطوط جریان و ب) خطوط دما ثابت برای  $Ra = 10^6$ ,  $Da = 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}$  و  $R/L = 0.1$ ,  $\epsilon = 0.6$

طبق شکل (۱۳) هیچگونه جدایشی در خطوط جریان و دما رخ نداده است. افزایش قدرت جریان و نامتقارنی خطوط جریان هم دما، با افزایش عدد دارسی قابل مشاهده است. بر پایه معادله (۲۴) افزایش عدد دارسی می‌تواند با افزایش قابلیت نفوذ محیط متخلخل ( $K$ ) و یا با کاهش مشخصه طول هندسه ( $H$ ) انجام گیرد. از آنجایی که مقاومت جریان با افزایش  $K$  کاهش می‌یابد، جریان قوی‌تری حاصل می‌شود و از طرفی کاهش مقدار  $H$  در عدد رایلی داده شده باید با افزایش اختلاف دما در رابطه رایلی انجام شود که منجر به ایجاد جریان قوی‌تری خواهد شد.

#### ۱۰-۳-۳- تاثیر ضریب تخلخل بر روی خطوط جریان و توزیع دما

تاثیر تخلخل ( $\epsilon$ ) بر میدان جریان و انتقال حرارت در شکل (۱۴) با  $Da = 10^{-1}$ ,  $Ra = 10^6$  و  $R/L = 0.1$  آمده است.





شکل ۱۴- کانتور الف) خطوط جریان و ب) خطوط دما ثابت برای  $\varepsilon=0.3, 0.6, 0.9$ ،  $Ra = 10^6$ ،  $Da = R/L=0.1$   
 $10^{-1}$

طبق شکل (۱۴) خطوط نشان دهنده جابجا شدن چشم گردابه‌ها به سمت بیرون از مرکز سیلندر داخلی و بالای محفظه مربعی می‌باشد. در قسمت زیرین سیلندر داخلی (ناحیه پایینی محفظه) خطوط دما ثابت دچار تراکم و آشفتگی بیشتری می‌شوند. این رفتار قابل پیش بینی است زیرا ضریب تخلخل بالاتر به معنی سطح جابجایی بیشتر و در نتیجه میدان جریان قوی تر می‌باشد.

#### ۱۰-۳-۴- بررسی عدد ناسلت میانگین

مقادیر مختلف عدد ناسلت میانگین برای تمامی حالات مد نظر در قالب جداول (۶) تا (۸) نشان داده شده‌است. با مشاهده جدول‌های (۶) و (۷) و (۸)، روند نتایج نشان می‌دهد که در مقادیر پایین‌تر عدد رایلی، انتقال حرارت درون محفظه توسط هدایت حرارتی حاکم است. تاثیر انتقال حرارت جابجایی در مقدار بحرانی عدد رایلی

( $Ra=10^4$ ) ظاهر می‌شود، که مقدار آن با افزایش  $\varepsilon$  و  $Da$  افزایش و با کاهش نسبت  $R/L$  کاهش می‌یابد. علاوه بر این انتقال حرارت کلی با افزایش نسبت  $R/L$  که منجر به ایجاد سطح گرم بزرگتری می‌شود، به طور مستقیم افزایش پیدا می‌کند. عدد دارسی بر روی انتقال حرارت کلی درون محفظه در اعداد رایلی پایین تقریباً تاثیری ندارد، در حالی که با افزایش عدد رایلی تاثیر آن قابل ملاحظه است. مقدار عدد ناسلت میانگین در مقادیر پایین عدد رایلی تقریباً مستقل از ضریب تخلخل می‌باشد. ضریب تخلخل در مقادیر بالای عدد رایلی تاثیر بالاتری بر انتقال حرارت کلی دارد، به گونه‌ای که در مقادیر بالای ضریب تخلخل با افزایش عدد رایلی مقدار عدد ناسلت میانگین نیز افزایش خواهد یافت.

۱۰-۳-۵- بررسی تاثیر اعداد رایلی و دارسی بر نمودارهای دما و مولفه عمودی سرعت در وسط صفحه پروفیل عمودی سرعت در امتداد خط مرکزی افقی صفحه در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است. در همه شکل‌ها پروفیل‌ها بر اساس فاصله بدون بعد  $\frac{\Delta x}{\Delta x_{max}}$  رسم شده‌است. طبق شکل (۱۵) مقادیر مولفه عمودی سرعت با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد.

جدول ۶- مقدار عدد ناسلت میانگین برای  $\varepsilon=0.3$

Da	R/L=0.1			R/L=0.2			R/L=0.3		
	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
Ra	$\overline{Nu}$								
$10^3$	0.92	0.93	0.86	1.57	1.57	1.59	2.65	2.65	2.66
$10^4$	0.93	0.94	0.95	1.59	1.58	1.59	2.67	2.68	2.78
$10^5$	0.93	1.07	1.39	1.59	1.64	1.81	2.68	2.71	2.78
$10^6$	0.94	2.15	2.55	1.59	3.1	3.55	2.68	3.75	4.33

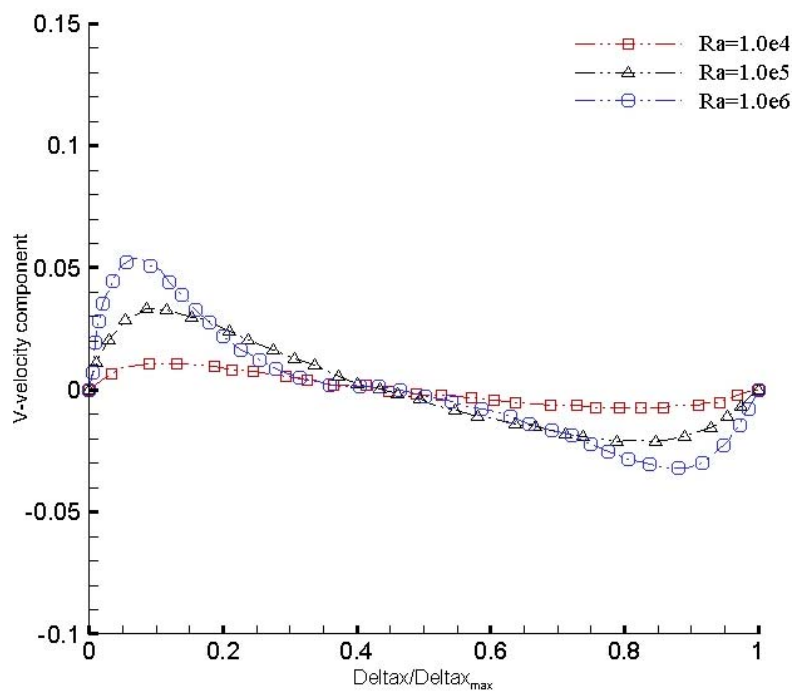
جدول ۷- مقدار عدد ناسلت میانگین برای  $\varepsilon=0.6$

Da	R/L=0.1			R/L=0.2			R/L=0.3		
	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
Ra	$\overline{Nu}$								
$10^3$	0.92	0.93	0.86	1.58	1.59	1.59	2.67	2.67	2.69
$10^4$	0.93	0.95	0.98	1.59	1.59	1.60	2.68	2.68	2.73
$10^5$	0.93	1.21	1.72	1.59	1.74	2.22	2.68	2.74	2.97
$10^6$	0.94	2.58	2.96	1.62	3.48	4.21	2.68	4.43	5.40

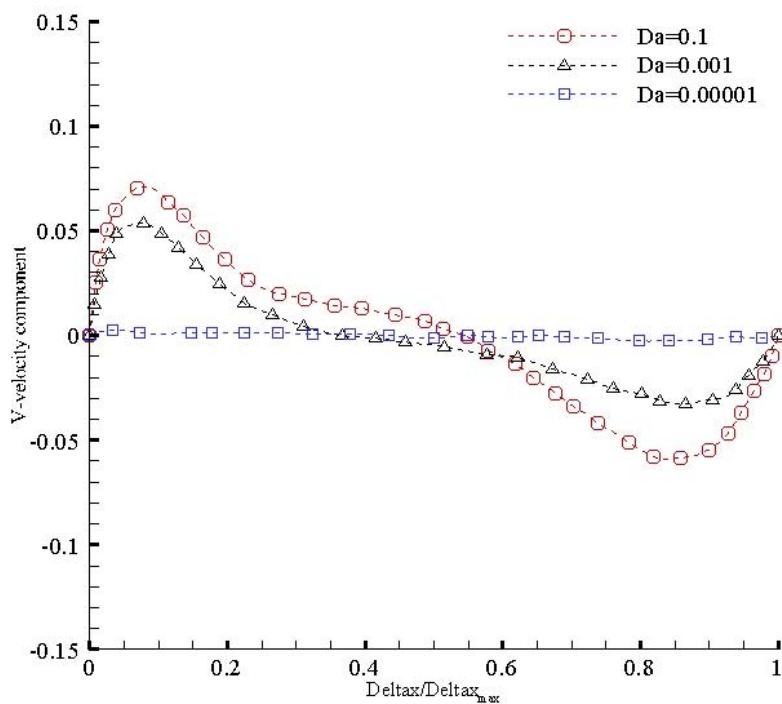
جدول ۸- مقدار عدد ناسلت میانگین برای  $\varepsilon=0.9$

Da	R/L=0.1			R/L=0.2			R/L=0.3		
	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
Ra	$\overline{Nu}$								
$10^3$	0.93	0.94	0.91	1.59	1.59	1.61	2.66	2.66	2.69
$10^4$	0.93	0.95	1.02	1.59	1.59	1.62	2.68	2.69	2.75
$10^5$	0.93	1.23	1.91	1.59	1.76	2.50	2.68	2.76	3.17
$10^6$	0.94	2.77	3.27	1.59	3.75	4.62	2.68	4.86	5.48

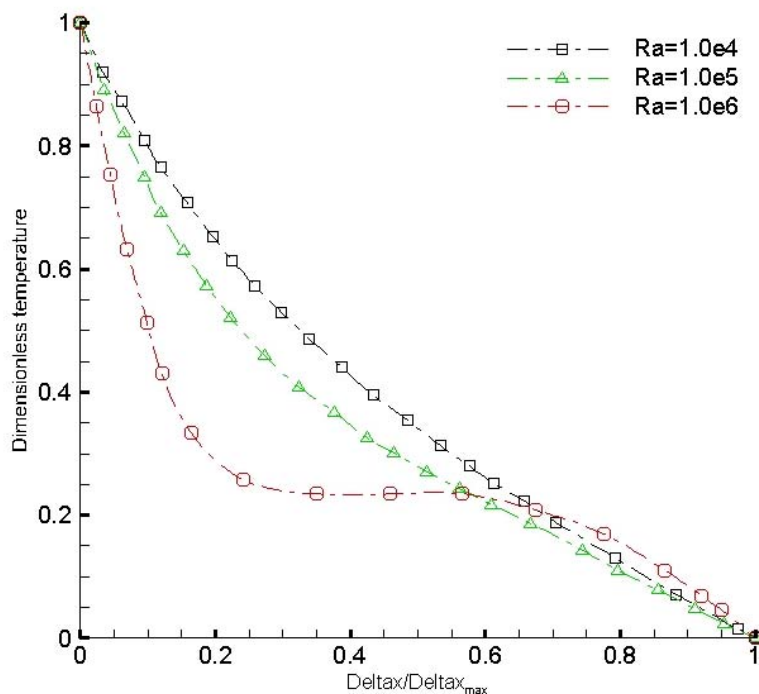
تاثیر عدد دارسی بر سرعت عمودی در امتداد خط مرکزی افقی در شکل (۱۶) نشان داده شده است. با افزایش عدد دارسی، مقدار نقاط بالایی نزدیک به دیواره سرد و گرم افزایش می‌یابد. علت افزایش، قابلیت نفوذ محیط متخلخل و افزایش سرعت ناشی از آن است. همچنین سرعت در  $Da = 10^{-5}$  تقریباً نزدیک به صفر است. بنابراین انتقال حرارت در محفظه بطور عمده توسط هدایت حرارتی صورت می‌پذیرد. تاثیر تغییرات عدد رایلی بر دما در شکل (۱۷) نشان داده شده است. تغییرات در عدد رایلی پایین تقریباً بصورت خطی می‌باشد؛ که نشان دهنده حاکم بودن مکانیزم هدایت حرارتی است. با افزایش عدد رایلی شیب نمودار تغییر می‌کند. این تغییر بیانگر غالب شدن مکانیزم انتقال حرارت جابجایی است. افزایش عدد دارسی با افزایش قابلیت نفوذ در محیط متخلخل و متعاقب آن افزایش جابجایی حرارتی مرتبط است. از این رو تغییرات نشان داده شده در شکل (۱۸) بسیار مشابه تغییرات نمودار دما بر اساس افزایش عدد رایلی است. تغییرات دما در سرتاسر خط مرکزی افقی در مقادیر پایین عدد دارسی به صورت خطی است. با افزایش عدد دارسی گرادیان دما و شیب نمودار در نزدیکی دیواره نیز افزایش پیدا می‌کند. با بررسی تغییرات در اثر افزایش مقدار عدد رایلی می‌توان نتیجه گرفت که تاثیر مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در انتقال حرارت کلی افزایش می‌یابد.



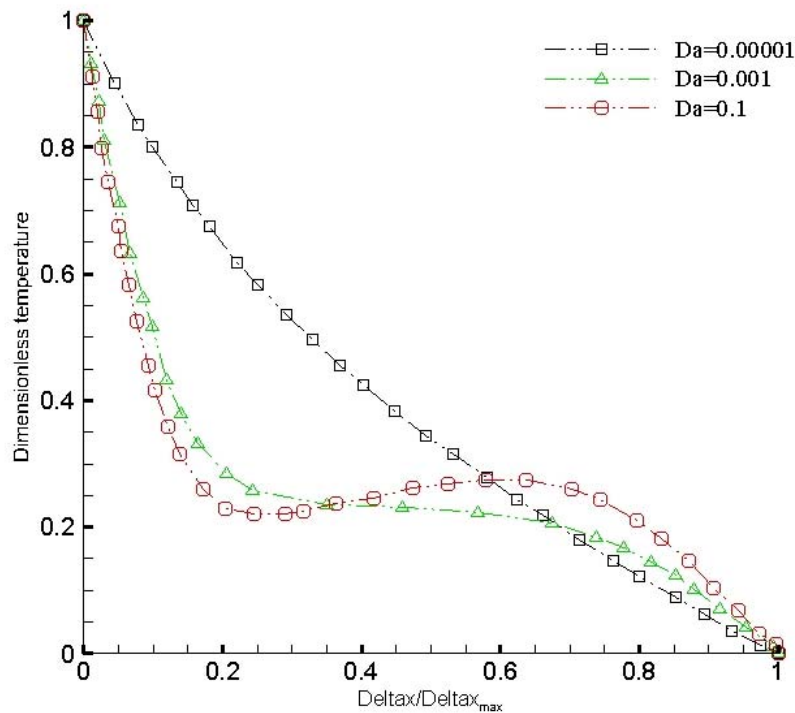
شکل ۱۵- تاثیر عدد رایلی بر نمودار سرعت عمودی در وسط صفحه ( $Da = 10^{-3}$ ,  $\epsilon = 0.6$ ,  $\frac{R}{L} = 0.1$ )



شکل ۱۶- تاثیر عدد دارسی بر نمودار سرعت عمودی در وسط صفحه ( $Ra = 10^6, \epsilon = 0.6, \frac{R}{L} = 0.1$ )



شکل ۱۷- تاثیر عدد رایلی بر نمودار دما در وسط صفحه



شکل ۱۸- تاثیر عدد دارسی بر نمودار دما در وسط صفحه

## ۱۱- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش، جریان و انتقال حرارت در محفظه مربعی با سیلندر داخلی در محیط متخلخل اشباع شده از سیال با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی و مورد مطالعه قرار گرفته است. مهم ترین یافته های این پژوهش در زمینه شبیه سازی مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل عبارتند از: روش شبکه بولتزمن و مدل عمومی اصلاح شده برینکمن- فورچیمر با صرف نظر از ترم های تلفات ویسکوز و کار ناشی از تراکم، به منظور مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محیط متخلخل اشباع (محیط متخلخل از نوع حجم معیار اولیه) با مقادیر مختلف اعداد دارسی، رایلی و ضریب تخلخل توانمند است. عدد دارسی در تعیین الگوی جریان سیال، میزان گردش سیال و همچنین تغییرات دما و مولفه عمودی سرعت در امتداد خط مرکزی در محفظه نقش اساسی دارد. با کوچک شدن عدد دارسی و افزایش مقاومت ناشی از ماده محیط متخلخل در برابر جریان سیال، گردش سیال و در پی آن نرخ انتقال حرارت جابجایی در محفظه به سرعت کاهش می یابد؛ بطوری که برای اعداد دارسی کمتر از  $10^{-5}$  به ازای تمامی مقادیر عدد رایلی، مکانیزم انتقال حرارت هدایتی غالب خواهد بود. در مقابل افزایش عدد دارسی نیز سبب افزایش گردش سیال در محفظه و افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی خواهد شد و متعاقباً مقدار عدد ناسلت میانگین به عنوان پارامتری تعیین کننده در انتقال حرارت جابجایی طبیعی افزایش می یابد. به عنوان مثال: در اعداد رایلی، ضریب تخلخل و نسبت ابعاد ثابت  $(Ra = 10^6, \epsilon = 0.6, \frac{R}{L} = 0.3)$  با افزایش دارسی از  $Da = 10^{-5}$  به  $Da = 10^{-1}$  مقدار عدد ناسلت میانگین از  $2/68$  به  $5/40$  افزایش یافته است.

عدد رایلی نیز به شدت بر مشخصه‌های جریان سیال در محفظه تاثیر می‌گذارد. افزایش عدد رایلی بر گردش سیال، خطوط جریان و دما موثر خواهد بود. مقدار عدد ناسلت میانگین با عدد رایلی رابطه مستقیمی داشته و با افزایش مقدار عدد رایلی مقدار عدد ناسلت میانگین نیز افزایش می‌یابد. در اعداد رایلی، داریسی و نسبت ابعاد ثابت  $(Ra = 10^6, Da = 10^{-1}, \frac{R}{L} = 0.3)$  با افزایش ضریب تخلخل از  $0/3$  به  $0/6$  عدد ناسلت میانگین از  $4/33$  به  $5/40$  افزایش می‌یابد. این افزایش بیانگر این است که با افزایش ضریب تخلخل (که خود منجر به افزایش سطح تماس می‌شود) مکانیزم انتقال حرارت بهبود و متعاقباً عدد ناسلت میانگین افزایش خواهد یافت.

## مراجع

- [1] Nazari, M., "Analytical and Numerical Calculation of Flow Permeability in a Porous Medium with Square Cross Section", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 21-32, (2012).
- [2] Heijs, A.W., and Lowe, C.P., "Numerical Evaluation of the Permeability and the Kozeny Constant for Two Types of Porous Media", *Physical Review E*, Vol. 51, No. 5, pp. 4346-4352, (1995).
- [3] Zhang, Y., Qin, R., and Emerson, D.R., "Lattice Boltzmann Simulation of Rarefied Gas Flows in Microchannels", *Physical Review E*, Vol. 71, 047702, (2005).
- [4] Neumann, P., and Rohrmann, T., "Lattice Boltzmann Simulations in the Slip and Transition Flow Regime with the Peano Framework", *Open Journal of Fluid Dynamics*, Vol. 2, pp. 101-110, (2012).
- [5] Frisch, U., Hasslacher, B., and Pomeau, Y., "Lattice-gas Automata for the Navier-Stokes Equation", *Physical Review Letters*, Vol. 56, No. 14, pp.1505-1508, (1986).
- [6] Harris, S., "An Introduction to the Theory of Boltzmann Equation", Holt, Rinehart and Winston", New York, USA, (1971).
- [7] Succi, S., Foti, E., and Higuera, F., "Three-dimensional Flows in Complex Geometries with the Lattice Boltzmann Method", *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 10, No. 5, pp. 433-438, (1989).
- [8] Ferreol, B., and Rothman, D.H., "Lattice-Boltzmann Simulations of Flow through Fontainebleau Sandstone", *Multiphase Flow in Porous Media*", Vol. 20, pp. 3-20, (1995).
- [9] Maier, R.S., Kroll, D.M., Kutsovsky, Y.E., Davis, H.T., and Bernard, R.S., "Simulation of Flow through Bead Packs using the Lattice Boltzmann Method", *Physics of Fluids*, Vol. 10, No. 1, pp. 60-74, (1998).
- [10] Cancelliere, A., Chang, C., Foti, E., Rothman, D.H., and Succi, S., "The Permeability of a Random Medium: Comparison of Simulation with Theory", *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 2, No. 12, pp. 2085-2088, (1990).

- [11] Zhang, D., Zhang, R., Chen, S., and Soll, W.E., "Pore Scale Study of Flow in Porous Media: Scale Dependency, REV, and Statistical REV", *Geophysical Research Letters*, Vol. 27, No. 8, pp. 1195-1198, (2000).
- [12] Pan, C., Hilpert, M., and Miller, C.T., "Pore-scale Modeling of Saturated Permeabilities in Random Sphere Packings", *Physical Review E*, Vol. 64, No. 6, 066702, (2001).
- [13] Yoshino, M., and Mizutani, Y., "Lattice Boltzmann Simulation of Liquid-gas Flows through Solid Bodies in a Square Duct", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 72, pp. 264-269, (2006).
- [14] Nabovati, A., and Sousa, A.C.M., "Fluid Flow Simulation in Random Porous Media at Pore Level using Lattice Boltzmann Method", in *New Trends in Fluid Mechanics Research, Proceedings of the Fifth International Conference on Fluid Mechanics*, Shanghai, China, 15-19 Aug. (2007).
- [15] Nabovati, A., "Pore Level Simulation of Single and Two Phase Flow in Porous Media using Lattice Boltzmann Method", PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, University of New Brunswick, Fredericton and Saint John, New Brunswick, Canada, (2009).
- [16] Dardis, O., and McCloskey, J., "Lattice Boltzmann Scheme with Real Numbered Solid Density for the Simulation of Flow in Porous Media", *Physical Review E*, Vol. 57, No. 4, pp. 4834-4837, (1998).
- [17] Spaid, M.A., and Phelan Jr, F.R., "Lattice Boltzmann Methods for Modeling Microscale Flow in Fibrous Porous Media", *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 9, pp. 2468-2474, (1997).
- [18] Freed, D.M., "Lattice Boltzmann Method for Macroscopic Porous Media Modeling", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 9, No. 8, pp. 1491-1503, (1998).
- [19] Martys, N.S., "Diffusion in Partially-saturated Porous Materials", *Materials and Structures*, Vol. 32, No. 8, pp. 555-562, (1999).
- [20] Jue, T.C., "Numerical Analysis of Vortex Shedding Behind a Porous Square Cylinder", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 14, No. 5, pp. 649-663, (2004).
- [21] Seta, Takeshi, Eishun Takegoshi, and Kenichi Okui. "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in Porous Media", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 72, No. 2-6, pp. 195-200, (2006).
- [22] Vafai, K., and Tien, C.L., "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, No. 2, pp. 195-203, (1981).
- [23] Vafai, K., and Kim, S.J., "Forced Convection in a Channel Filled with a Porous Medium: an Exact Solution", *Journal of Heat Transfer (Transactions of the ASME, Series C)*, USA, Vol. 111, No. 4, (1989).

- [24] Poulidakos, D., and Kazmierczak, M., "Forced Convection in a Duct Partially Filled with a Porous Material", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, No. 3, pp. 653-662, (1987).
- [25] Kuznetsov, A.V., "Fluid Mechanics and Heat Transfer in the Interface Region between a Porous Medium and a Fluid Layer: a Boundary Layer Solution", *Journal of Porous Media*, Vol. 2, No. 3, pp. 309-321, (1999).
- [26] Vafai, K., "*Handbook of Porous Media*", Marcel Dekker, CRC Press, New York, USA, (2000).
- [27] Alkam, M.K., and Al-Nimr, M.A., "Transient Non-Darcian Forced Convection Flow in a Pipe Partially Filled with a Porous Material", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, No. 2, pp. 347-356, (1998).
- [28] Ashorynejad, H.A., Farhadi, M., Sedighi, K., and Hasanpour, A., "Free Convection in a MHD Porous Cavity with using Lattice Boltzmann Method", *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 5, No. 1, pp. 130-135, (2011).
- [29] Mehrizi, A.A., Sedighi, K., Afrouzi, H.H., and Aghili, A.L., "Lattice Boltzmann Simulation of Forced Convection in Vented Cavity Filled By Porous Medium with Obstruction", *World Applied Sciences Journal*, Vol. 16, pp. 31-36, (2012).
- [30] Sidik, N.A., Samion, S., "Numerical Solution to Thermal Fluid Flow Through Porous Media using Lattice Boltzmann Method", *International Review of Mechanical Engineering (IREME)*, Vol. 7, No. 6, (2013).
- [31] Zarghami, A., Francesco, S.D. and Biscarini, C., "Porous Substrate Effects on Thermal Flows Through a Rev-scale Finite Volume Lattice Boltzmann Model", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 25, No. 2, 1350086 (21 pages), (2014).
- [32] Al-Nimr, M.A., and Alkam, M.K., "Unsteady Non-Darcian Forced Convection Analysis in an Annulus Partially Filled with a Porous Material", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 119, No. 4, pp. 799-804, (1997).
- [33] Mohamad, A.A., "Heat Transfer Enhancements in Heat Exchangers Fitted with Porous Media Part I: Constant Wall Temperature", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 42, No. 4, pp. 385-395, (2003).
- [34] Fu, H.L., Leong, K.C., Huang, X.Y., and Liu, C.Y., "An Experimental Study of Heat Transfer of a Porous Channel Subjected to Oscillating Flow", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 1, pp. 162-170, (2001).
- [35] Shuja, S.Z., Yilbas, B.S., and Kassas, M., "Flow over Porous Blocks in a Square Cavity: Influence of Heat Flux and Porosity on Heat Transfer Rates", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 8, pp. 1564-1573, (2009).
- [36] Layeghi, M., and Nouri-Borujerdi, A., "Fluid Flow and Heat Transfer around Circular Cylinders in the Presence and No-presence of Porous Media", *Journal of Porous Media*, Vol. 7, No. 3, (2004).



- [37] Yuan, P., "Thermal Lattice Boltzmann Two-Phase Flow Model for Fluid Dynamics", Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh, Pennsylvania, USA, (2006)
- [38] Succi, S., "*The Lattice Boltzmann Equation: for Fluid Dynamics and Beyond*", Clarendon Press, Oxford, UK, (2001).
- [39] Mohamad, A.A., "*Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*", Springer Science & Business Media, Berlin, Germany (2011).
- [40] Guo, Z., and Zhao, T.S., "Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows through Porous Media", *Physical Review E*, Vol. 66, No. 3, 036304 (9 pages), (2002).
- [41] Seta, T., Takegoshi, E., Kitano, K., and Okui, K., "Thermal Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows through Porous Media", *Journal of Thermal Science and Technology*, Vol. 1, No. 2, pp. 90-100, (2006).
- [42] Sterling, J.D., and Chen, S., "Stability Analysis of Lattice Boltzmann Methods", *Journal of Computational Physics*, Vol. 123, No. 1, pp. 196-206, (1996).
- [43] Khazaeli, R., Mortazavi, S., and Ashrafizadeh, M., "Application of a Ghost Fluid Approach for a Thermal Lattice Boltzmann Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 250, pp. 126-140, (2013).
- [44] Zou, Q., and He, X., "On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model", *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591-1598, (1997).
- [45] Ziegler, D.P., "Boundary Conditions for Lattice Boltzmann Simulations", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 71, No. 5-6, pp. 1171-1177, (1993).
- [46] Ginzbourg, I., and Adler, P.M., "Boundary Flow Condition Analysis for the Three-dimensional Lattice Boltzmann Model", *Journal de Physique II*, Vol. 4, No. 2, pp. 191-214, (1994).
- [47] Ladd, A.J., "Numerical Simulations of Particulate Suspensions via a Discretized Boltzmann Equation Part 2. Numerical Results", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 271, pp. 311-339, (1994).
- [48] Noble, D.R., Chen, S., Georgiadis, J.G., and Buckius, R.O., "A Consistent Hydrodynamic Boundary Condition for the Lattice Boltzmann Method", *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 1, pp. 203-209, (1995).
- [49] Behrend, O., "Solid-fluid Boundaries in Particle Suspension Simulations via the Lattice Boltzmann Method", *Physical Review E*, Vol. 52, No. 1, pp. 1164-1175, (1995).
- [50] Inamuro, T., Yoshino, M., and Ogino, F., "A Non-slip Boundary Condition for Lattice Boltzmann Simulations", *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 12, pp. 2928-2930, (1995).
- [51] Filippova, O., and Hänel, D., "Grid Refinement for Lattice-BGK Models", *Journal of Computational physics*, Vol. 147, No. 1, pp. 219-228, (1998).

- [52] Mei, R., Yu, D., Shyy, W., and Luo, L.S., "Force Evaluation in the Lattice Boltzmann Method Involving Curved Geometry", *Physical Review E*, Vol. 65, No. 4, 041203 (14 pages), (2002).
- [53] de Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, No. 3, pp. 249-264, (1983).
- [54] Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B., "An Extrapolation Method for Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Method", *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 6, pp. 2007-2010, (2002).
- [55] Kim, B.S., Lee, D.S., Ha, M.Y., and Yoon, H.S., "A Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Vertical Locations", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 7-8, pp. 1888-1906, (2008).
- [56] Moukalled, F., and Acharya, S., "Natural Convection in the Annulus between Concentric Horizontal Circular and Square Cylinders", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, pp. 524-531, (1996).

### فهرست نمادهای انگلیسی

سرعت صوت در شبکه ( $m.s^{-1}$ )	Cs
عدد دارسی (-)	Da
سرعت موضعی ذرات ( $m.s^{-1}$ )	$e_i$
نیروی خارجی (N)	$\vec{F}$
ثابت بولتزمن ( $J.K^{-1}$ )	$K_B$
عدد نادسن (-) ، قابلیت نفوذپذیری (Da)	K
طول استوانه (m)	L
جرم مولکولی (kg)	m
فشار (Pa)	P
عدد پرانتل (-)	Pr
شعاع استوانه (m)	R
عدد رایلی (-)	Ra
زمان (s)	t
دما (K)	T
دمای مرجع (K)	$T_0$
دمای سرد (K)	$T_C$
دمای گرم (K)	$T_H$

### نمادهای یونانی

ضریب نفوذ حرارتی ( $m^2.s^{-1}$ )	$\alpha$
ضریب تخلخل (-) ، انرژی درونی (J)	$\epsilon$
فاصله آزاد متوسط ملکولی (m)	$\lambda$
ویسکوزیته سینماتیکی ( $kg.m^{-1}.s^{-1}$ )	$\nu$
زمان آرامش جریان (s)	$\tau_f$
زمان آرامش حرارتی (s)	$\tau_g$
ضرایب وزنی (-)	$\omega_i$

## Abstract

In the present study, the simulation of natural convection heat transfer in porous media has been done at the Representative Elementary Volume scale by using lattice Boltzmann method with the help of the Brinkman- Forchimehr general model. The simulation of natural convection heat transfer in the porous media is evaluated for square cavity with inner circular cylinder and the effect of variation of different parameters on the desired results was evaluated for different  $Ra$  numbers ( $Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ ) and in a wide range of Darcy numbers ( $Da=10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}$ ), porosity coefficients ( $\epsilon = 0.3, 0.6, 0.9$ ) and various ratio of radius to length ( $R/L=0.1, 0.2, 0.3$ ). This simulation showed that average in the constant Rayleigh, Darcy, and aspect ratio  $Ra = 10^6, Da = 10^{-1}, \frac{R}{L} = 0.3$ , and also increase in the amount of porosity from 0.3 to 0.6 the average Nusselt number increases from 4.33 to 5.40. It means that heat transfer and subsequently average Nusselt number are increased by an increase in the contact surface (porosity).