

شبیه‌سازی رفتارهای حافظه‌داری و فراکشسانی با مدل‌های میکرومکانیکی مختلف، در بارگذاری- های ساده و سیکلی مکانیکی و حرارتی

محمد شریعیات^۱

دانشیار

آیدین غزنوی اسگوئی^۲

دانشجوی دکترا

در مقاله کنونی، دقت مدل‌های میکرومکانیکی مختلف برای شبیه‌سازی رفتارهای فراکشسانی (سوپرالاستیک) و حافظه‌داری یک بعدی بررسی گردیده است. در این زمینه، مدل برینسون بر پایه تغییرات کسر حجمی مارتنزیت وابسته به مسیر بارگذاری، گسترش یافته است. مسیرهای بارگذاری پیچیده متعددی شامل تغییرات تکی، ترکیبی و سیکلی دما و تنش در نظر گرفته شده‌اند. ویژگیهای مکانیکی مواد در بارگذاریهای کششی و فشاری، در حالت کلی متفاوت پنداشته شده‌اند. نتایج پیش‌بینی مدول الاستیسته آلیاژ حافظه‌دار، توسط مدل‌های میکرومکانیکی: رویس، وویت و موری تاناکا (با ضرایب شکل کروی و بیضوی) ارزیابی شده‌اند. همچنین، صحت کد نوشته شده، با نتایج آزمایش‌های تجربی مراجع دیگر، تایید شده است. نتایج آشکار می‌سازند که تفاوت‌های نتایج چهار مدل میکرومکانیکی، در بارگذاری سیکلی قابل توجه می‌باشند.

واژه‌های راهنما: آلیاژ حافظه‌دار، اثر حافظه‌داری، رفتار فراکشسانی، بارگذاری سیکلی، مدل ساختاری برینسون، مدل‌های میکرومکانیکی

۱- مقدمه

آلیاژهای حافظه‌دار، به دلیل برخورداری از ویژگیهای منحصر بفرد، طی دهه‌های گذشته مورد استقبال چشمگیر پژوهشگران و مهندسين قرار گرفته‌اند. پدیده حافظه‌داری شکلی ابتدا در آلیاژ Au-Cd و سپس در آلیاژ Cu-Zn و سپس در اوایل دهه (۱۹۶۰)، توسط پژوهشگران تسلیحاتی آمریکا در آلیاژهای Ni-Ti مشاهده گردید. در سال (۱۹۸۰) میلادی، آراکیو و تیلور با انتشار مقاله‌ای از نتایج تحقیقات خودشان بر روی برنج، آنرا به عنوان ماده جدید حافظه‌دار معرفی کردند [۱]. قابلیت استهلاک بالای آلیاژهای Ni-Ti، ناشی از اصطکاک داخلی زیاد دوقلوئی^۳ موجود در فاز مارتنزیت و یا مخلوط فازهای مارتنزیت و آستنیت می‌باشد. این ویژگی باعث بکارگیری آن‌ها به عنوان میراکننده در سیستم‌های عایق‌ساز ارتعاشی سازه‌های ساختمانی،

^۱ نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، قطب علمی سازه‌های هوشمند و سامانه‌های دینامیکی، تهران shariyat@kntu.ac.ir

^۲ دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

^۳ Twinning

پل‌ها و بزرگراه‌ها برای مقابله با اثرات زمین لرزه گردیده است. علاوه بر این، آلیاژهای یاد شده با تغییر دادن سختی و تنش سازه‌ها و در نتیجه، جابه‌جا کردن فرکانس‌های طبیعی، سبب بهبود خواص ارتعاشی می‌شوند [۲]. محدوده وسیع کرنش ارتجاعی تا ۰.۸٪، استحکام کششی نهایی خیلی خوب (تا ۱۰۰۰MPa)، افزایش طول ۵۰٪ تا لحظه واماندگی، بازیابی تنش تا ۸۰۰MPa، قابلیت میراسازی هیستریزیس عالی، قابلیت جذب انرژی بالا بر اساس فرآیند تبدیل فاز متوالی، کرنش سختی در مقدار کرنش بیش از ۰.۶٪، ویژگی‌های خستگی و مقاومت به خوردگی عالی، مواردی از این ویژگی‌ها هستند [۳]. قابلیت ایجاد سفتی متغیر و امکان تنظیم سفتی سیم‌های حافظه‌دار باعث شده است که جاذب‌های ارتعاشی قابل تنظیم با بکارگیری سیم‌های حافظه‌دار مورد بررسی قرار گیرند. امکان کنترل ارتعاشات در پهنای وسیع‌تری از دامنه‌ی فرکانس کاری در مقایسه با جاذب‌های غیرفعال، از دیگر مزایا می‌باشد.

برای استفاده مناسب از این مواد در کاربردهای مختلف، داشتن مدل ریاضی مناسب از رفتار مواد ضروری می‌باشد. به همین دلیل، بسیاری از محققین از سال‌های پیش در کنار انجام آزمایشات تجربی، تلاش‌های گسترده‌ای برای ارائه مدل‌های مختلف نموده‌اند [۴]. مدل‌های ارائه شده برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی ماکروسکوپی آلیاژهای حافظه‌دار، به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: (۱) مدل‌های ماکروسکوپی مبتنی بر میکرومکانیک و (۲) مدل‌های ماکروسکوپی بر پایه پدیده شناسی [۵]. در مدل‌های میکرومکانیکی، رفتار آلیاژ حافظه‌دار از طریق مدل‌سازی میکروساختار آلیاژ حافظه‌دار پیش‌بینی می‌شود. در حالت کلی، دستیابی به مدل دقیق برای میکروساختار ماده و حل عددی مسائل، بسیار مشکل و در برخی موارد، غیر ممکن است. در مدل‌های یک بعدی وابسته به پدیده شناسی که نسبتاً ساده هستند، از کمیت‌هایی قابل اندازه‌گیری به عنوان پارامتر استفاده می‌شود. این مدل‌ها معمولاً بر رابطه ساختاری میان تنش و قانون جنبشی حاکم بر استحاله‌ی فازی استوارند. در قانون جنبشی مورد استفاده در این مدل‌ها، کسر حجمی فاز مارتنزیت به صورت تابعی از تنش و دما بیان می‌شود. تا کنون مدل‌های یک بعدی متعددی توسط محققان ارائه شده‌اند. اولین مدل ترمودینامیکی، توسط مولر [۴] در سال (۱۹۷۹) ارائه شد که بر اصل انرژی پتانسیل استوار بود. تاناکا [۵] در سال (۱۹۸۲) مدل مولر را با در نظر گرفتن تأثیر تنش و دما در انرژی پتانسیل توسعه داد. مدل تاناکا برای مدل‌سازی هر دو اثر حافظه‌داری و فراکشسانی (شبه الاستیک) مفید بود. این مدل در سال (۱۹۸۶) با در نظر گرفتن پاسخ دینامیکی آلیاژ حافظه‌دار توسط نیزگوکا و اسپریکلس و هم‌چنین هافمن و ژنگ، توسعه بیشتری یافت [۶]. تمامی مدل‌های یاد شده، بر پارامترهای ترمودینامیکی‌ای که اندازه‌گیری آنها بسیار مشکل است استوار بوده، لذا استفاده از آنها در عمل دشوار است. لیانگ و راجرز [۷] در سال (۱۹۹۰)، بر مبنای مدل ارائه شده توسط نیزگوکا، و هم‌چنین فرم نرخی مدل تاناکا، یک مدل ترمودینامیکی ارائه دادند که بر بررسی اثر حافظه‌داری استوار بود. پس از آن، برینسون [۸] در سال (۱۹۹۳)، مدل لیانگ و راجرز را برای بهتر در نظر گرفتن اثر شبه الاستیک (فراکشسانی) توسعه داد. از ویژگی‌های مدل برینسون تمایز بین کسر حجمی مارتنزیت ناشی از دما و تنش می‌باشد. زاک و همکارانش [۹] تفاوت‌های نتایج مدل‌های ترمودینامیکی آلیاژهای حافظه‌دار تاناکا، لیانگ و راجرز و برینسون را از طریق محاسبات عددی خواص شبه‌الاستیک و حافظه‌داری آلیاژهای حافظه‌دار بررسی نمودند. در معادلات بنیادین تمام مدل‌های یاد شده، تغییرات کلی تنش در آلیاژ حافظه‌دار متأثر از سه اثر ارتجاعی، استحاله‌ی فازی و تغییرات دمایی است.

در مقاله کنونی، میزان کارآیی و دقت بکارگیری مدل‌های میکرو مکانیکی مختلف در معادلات ساختاری یک بعدی مواد حافظه‌دار، برای شبیه‌سازی رفتارهای فراکشسانی و حافظه‌داری بررسی گردیده است. در این راستا، ابتدا کدی بر اساس معادلات ساختاری برینسون برای تعیین درصد حجمی مارتنزیت نوشته شده و پس از صحت‌گذاری کد نوشته شده، الگوریتمی کلی برای حالت‌های باربرداری و بارگذاری معکوس ارائه شده است. همچنین، خواص فشاری و کششی آلیاژ حافظه‌دار متفاوت در نظر گرفته شده است. برای تعیین مدول یانگ آلیاژ حافظه‌دار، از چهار مدل میکرومکانیکی مختلف در زمانهای وجود همزمان فازهای مارتنزیت و آستنیت استفاده شده و نتایج بدست آمده در بارگذاری‌های مختلف بررسی شده و تاثیر بارگذاری سیکلیک بر کسر حجمی و سایر پارامترهای ماده حافظه‌دار در مسیرهای مختلف بارگذاری بررسی گردیده است.

۲- معادلات حاکم بر رفتار ترکیب فازی حافظه‌دار

۲-۱- ویژگی‌های حافظه‌داری شکلی و فراکشسانی

فاز مارتنزیت، ناشی از تشکیل کریستالی دما پایین ماده حافظه‌دار طی فرآیند سرمایش پس از رسیدن دما به یک دمای بحرانی است. ساختار مارتنزیت می‌تواند بصورت دوقلویی یا غیر دوقلویی ظاهر شود. نمودار تنش- کرنش آلیاژهای حافظه‌دار در فاز مارتنزیت دوقلویی بسیار شبیه به نمودار تنش- کرنش مواد الاستومر است، که در آن نوعاً یک ناحیه با تنش ثابت وجود دارد. در این فاز، آلیاژ حافظه‌دار نسبتاً نرم بوده و می‌تواند به راحتی تغییر شکل یابد [۱۰]. معمولاً یک تغییر فاز بوسیله‌ی تغییر در دما ایجاد می‌شود. دمایی که در آن آلیاژ حافظه‌دار شروع به تبدیل شدن به فاز مارتنزیت می‌کند با نماد (M_s) نشان داده می‌شود. استحاله فازی آستنیت به مارتنزیت، زمانی که دما به پایین‌تر از دمای پایان مارتنزیت (M_f) می‌رسد، کامل می‌شود. اما، تبدیل آستنیت به مارتنزیت در دماهای بالاتر از دمای M_f نیز با اعمال تنش می‌تواند صورت گیرد که مبنای رفتار فراکشسانی^۱ است. فاز شبکه‌ای آستنیت، فاز قوی و دما بالای آلیاژ حافظه‌دار بوده و به دلیل برخورداری از ساختاری متقارن، مدول کشسانی بالایی دارد. در دمای شروع آستنیت (A_s) فاز مارتنزیت شروع به تبدیل شدن به فاز آستنیت نموده و این استحاله زمانی که دما به دمای پایان آستنیت (A_f) می‌رسد، کامل می‌گردد.

اثر حافظه‌داری شکلی عبارتست از قابلیت جزء حافظه‌دار در از بین بردن تغییر شکل و بازگشت به یک شکل به خاطر سپرده شده از فرآیند ساخت در دماهای بالای معینی در فاز آستنیت، به‌وسیله‌ی گرمایش المان تا بالای دمای A_f . حالت ویژه‌ای از اثر حافظه‌داری که در آن به دلیل اعمال تنشی بالاتر از تنش بحرانی، هر دو فرآیندهای گرمایش و سرمایش جزء، منجر به تغییر شکل آن می‌گردد را اثر حافظه‌داری دوطرفه می‌نامند. اجزائی که دارای این اثر حافظه‌داری هستند، نه تنها حالت دما بالای آستنیتی خود، بلکه حالت دما پایین مارتنزیتی خود را نیز به یاد می‌آورند. به‌دلیل این قابلیت، بسته به دمای کاری، جزء یاد شده قادر خواهد بود تا بین این دو شکل (فاز) تغییر حالت دهد. لذا جزء یاد شده را می‌توان بعنوان محرک با برانگیزش گرمایی، مورد استفاده قرار داد [۱۱].

^۱ Super Elastic

اگر یک سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای $T > A_f$ بارگذاری شود، پس از گذر از تنش آغاز تبدیل فاز σ_{MS} ، تبدیل فاز مارتنزیت به آستنیت با شیب بسیار اندک منحنی تنش- کرنش آغاز شده و با حذف بار، فاز مارتنزیت به طور ارتجاعی به سطح تنش σ_{AS} می‌رسد و از این نقطه استحاله معکوس از مارتنزیت به آستنیت رخ می‌دهد. با توجه به پیدایش فاصله میان منحنیهای ارتجاعی اولیه و ثانویه، در اثر استحاله فازی بدون تغییر شکل دائمی، حلقه هیستریزس تشکیل ولی جسم ابعاد اولیه را پس از باربرداری باز می‌یابد. این ویژگی، خاصیت فوق‌کشسانی است. حلقه هیستریزس ناشی از انرژی فصل مشترک بین فازها، عیوب شبکه‌ای مانند جابجایی‌ها، عیوب ارتجاعی فازها، اندرکنش ارتجاعی فازهای متفاوت مجاور و موارد دیگر می‌باشد [۱۲].

۲-۲- معادلات ساختاری

در ابتدا، شیوه تاناکا [۸] برای استخراج روابط آلیاژهای حافظه‌دار مورد بررسی قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن تغییر فاز یک بعدی آلیاژ حافظه‌دار، از تعادل انرژی ترمودینامیکی و نامساوی کلازیوس- دوهم می‌توان نوشت [۱۳]:

$$\rho \dot{U} - \sigma \dot{\epsilon} + \frac{\partial q_{sur}}{\partial x} - \rho q = 0 \quad (1)$$

$$\rho \dot{S} - \rho \frac{q}{T} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{sur}}{T} \right) \geq 0 \quad (2)$$

که در روابط (۱) و (۲)، پارامترهای U ، σ ، ϵ ، q ، q_{sur} به ترتیب نشان دهنده چگالی انرژی داخلی، تنش دوم پیولاکرشسف، کرنش گرین، نرخ تولید حرارت و شار حرارتی می‌باشند. همچنین، نمادهای x ، T ، S و Q به ترتیب، بیانگر چگالی آنتروپی، دما، مختصات مواد و چگالی می‌باشد. در این روابط، طور ضمنی فرض شده است که رفتار ترمودینامیکی آلیاژ حافظه‌دار را می‌توان بر پایه پارامترهای مستقل (ϵ, T, ξ) به طور کامل بیان نمود؛ به طوریکه ξ کسر حجمی فاز مارتنزیت بوده و وضعیت تغییر فاز را نشان می‌دهد. این متغیر بین ۰ و ۱، به ترتیب، به منزله عدم تغییر فاز و تغییر فاز کامل تغییر می‌کند و مقدار آن، همانگونه که در ادامه شرح داده خواهد شد، برپایه مقادیر کمیت‌های تنش و دما بدست می‌آید. با تعریف انرژی آزاد هلمهولتز به فرم $\Phi = U - TS$ ، نامساوی معادله ۲ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\left(\sigma - \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \epsilon} \right) \dot{\epsilon} - \left(S + \frac{\partial \Phi}{\partial T} \right) \dot{T} - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \dot{\xi} - \frac{1}{\rho_0 T} \frac{\rho_0}{\rho} q_{sur} F^{-1} \frac{\partial T}{\partial X} \geq 0 \quad (3)$$

که در آن، F گرادیان جابجایی، ρ_0 چگالی اولیه و X مختصات ماده در دستگاه مرجع می‌باشد. از آنجا که معادله فوق باید برای تمام مقادیر \dot{T} و $\dot{\epsilon}$ صادق باشد، ضرایب این کمیتها باید صفر باشند. از اینرو داریم:

$$\sigma = \rho_0 \frac{\partial \Phi(\epsilon, \xi, T)}{\partial \epsilon} = \sigma(\epsilon, \xi, T) \quad (4)$$

$$S = - \frac{\partial \Phi}{\partial T} \quad (5)$$

معادله ۴، معادله ساختاری ماده می‌باشد. لیانگ معادله ساختاری زیر را از معادله (۴) استخراج کرد:

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} d\epsilon + \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT \quad (6)$$

معادله (۶) را در حالت کلی‌تر می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$d\sigma = E(\epsilon, \xi, T) d\epsilon + \Omega(\epsilon, \xi, T) d\xi + \Theta(\epsilon, \xi, T) dT \quad (7)$$

از سوی دیگر، ویژگیهای مکانیکی مواد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$E(\epsilon, \xi, T) = \rho_0 \frac{\partial \Phi^2}{\partial \epsilon^2}, \quad \Omega(\epsilon, \xi, T) = \rho_0 \frac{\partial \Phi^2}{\partial \epsilon \xi}, \quad \Theta(\epsilon, \xi, T) = \rho_0 \frac{\partial \Phi^2}{\partial \epsilon T} \quad (8)$$

در معادله (۸)، D مدول کشسانی آلیاژ حافظه‌دار، Ω تانسور تغییر فاز و Θ پارامتر مربوط به انبساط حرارتی می‌باشند. در صورتی که ویژگیهای مواد مستقل از کرنش، دما و کسر حجمی مارتنزیت پنداشته شوند، معادله (۷) به فرم زیر تبدیل خواهد شد:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\epsilon - \epsilon_0) + \Omega(\xi - \xi_0) + \Theta(T - T_0) \quad (9)$$

که در آن پارامترهای $(\sigma_0, \epsilon_0, \xi_0, T_0)$ نشان دهنده شرایط اولیه ماده می‌باشند. برینسون نیز معادله بنیادین خود را همچون معادله بنیادین مدل های تاناکا، و لیانگ و راجرز استخراج نمود با این تفاوت که پارامترهای D ، Ω و Θ را متغیر در نظر گرفت. در مدل برینسون، کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار به دو قسمت ξ_S و ξ_T تجزیه می‌شود؛ که ξ_S کسر حجمی مارتنزیت ناشی از تنش (مارتنزیت غیر دو قلوبی)، و ξ_T کسر حجمی مارتنزیت ناشی از دما هستند و کسر حجمی مارتنزیت کلی از حاصل جمع این دو کسر حجمی بدست می‌آید. مدل بنیادین لیانگ و راجرز، توسط برینسون به صورت رابطه‌ی زیر اصلاح شده‌است:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi)\epsilon - E(\xi_0)\epsilon_0 + \Omega(\xi)\xi_S - \Omega(\xi_0)\xi_{S0} + \Theta(T - T_0) \quad (10)$$

$$\xi = \xi_S + \xi_T$$

در روابط فوق، برای بدست آوردن $E(\xi)$ ، می‌توان از یکی از روشهای متعدد بیان شده در بخشهای آینده استفاده کرد. روابط مربوط به محاسبه کسر حجمی مارتنزیت نیز به صورت زیر می‌باشند:

الف) برای استحاله‌ی آستنیت به مارتنزیت:

- برای محدوده‌ی تنش کاری $\sigma_f^{CR} + C_M(T - M_S) < \sigma < \sigma_s^{CR} + C_M(T - M_S)$ و دمای کاری $M_S < T$:

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{CR} - \sigma_f^{CR}} \times (\sigma - \sigma_f^{CR} - C_M(T - M_S)) \right] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (11)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{S0}} \times (\xi_S - \xi_{S0}) \quad (12)$$

- برای محدوده‌ی تنش کاری $\sigma_s^{CR} < \sigma < \sigma_f^{CR}$ و دمای کاری $M_S < T$:

$$\xi_s = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{CR} - \sigma_f^{CR}} \times (\sigma - \sigma_f^{CR}) \right] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (13)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{S0}} \times (\xi_S - \xi_{S0}) + \Delta_T \xi \quad (14)$$

به طوریکه اگر $M_F < T < M_S$ و $T < T_0$ باشد:

$$\Delta_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{T0}}{2} \times \{\cos[a_A(T - M_f)] + 1\} \quad (15)$$

در غیر اینصورت:

$$\Delta_{T\xi} = 0 \quad (16)$$

(ب) برای استحالتهای مارتنزیت به آستنیت: برای محدوده‌ی تنش کاری $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$ و دمای کاری $A_s < T$:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \times \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (17)$$

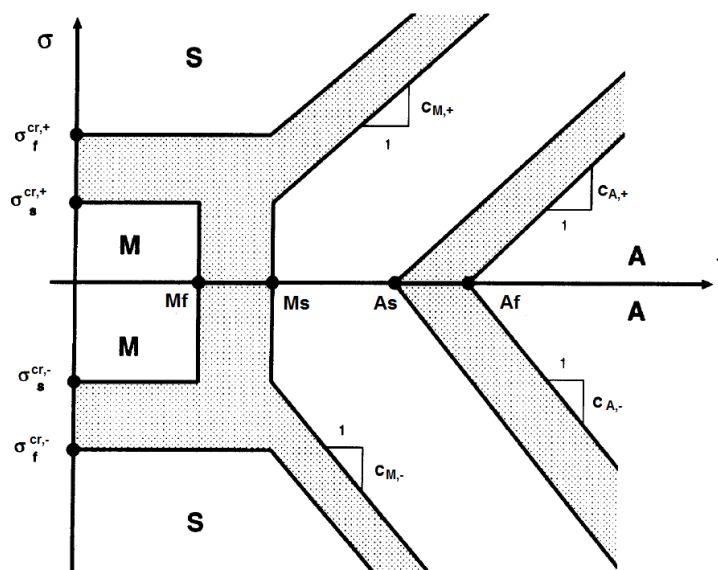
$$\xi_s = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \quad (18)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \quad (19)$$

که در آن σ_s^{cr} و σ_f^{cr} به ترتیب تنش‌های بحرانی شروع و پایان تغییر فاز از آستنیت به مارتنزیت غیردوقلویی، ξ_0 کسر حجمی مارتنزیت اولیه و ξ_{s0} کسر حجمی مارتنزیت ناشی از تنش، قبل از استحالتهای کنونی می‌باشد. همچنین، a_M و a_A به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f}, \quad a_A = \frac{\pi}{A_s - A_f} \quad (20)$$

ثوابت C_M و C_A از ویژگی‌های ماده می‌باشد که رابطه‌ی دما و اندازه‌ی تنش بحرانی را نشان می‌دهند (شکل ۱). لازم بذکر است که در حالت تنش‌های فشاری نیز روابط ارائه شده برقرار می‌باشند؛ با این تفاوت که به جای تنش‌های حدی و مقادیر کششی، اعداد متناظر حالت فشاری قرار داده می‌شوند. به طور همزمان، باید مقدار قدر مطلق تنش‌ها را نیز در روابط اعمال کرد.

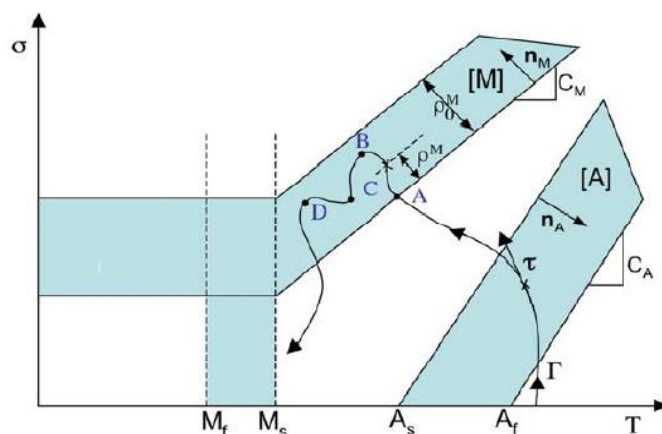


شکل ۱- پارمترهای تنش‌های بحرانی استحاله فازی و دما.

همانطور که مشاهده می‌شود معادلات ساختاری و روابط ارائه شده قابلیت مدلسازی هر سه فاز آلیاژ حافظه-دار یعنی فاز مارتنزیت دوقلویی، مارتنزیت غیر دوقلویی و آستنیت را دارا می‌باشد. لازم به یادآوری است که در هر قسمت از مسیر بارگذاری که جهت بار عوض می‌شود، کلیه ضرایب مربوط به شرایط اولیه باید اصلاح شوند. برای ارائه یک قانون کلی از تغییر فاز و نحوه بروز رسانی پارامترهای اولیه، می‌توان از شکل (۲) بهره جست. هر زمان که حالت ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار در ناحیه تیره رنگ قرار می‌گیرد، کسر حجمی فاز مارتنزیت باید به‌روز رسانی شود. در حالت کلی، نحوه تغییرات کسر حجمی به مسیر وابسته است و می‌تواند بسیار پیچیده باشد. همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، بردارهای n_A و n_M به ترتیب، نشان دهنده بردارهای تغییر فاز در محدوده مارتنزیت و آستنیت می‌باشند. بردار مماس بر مسیر در هر نقطه از مسیر نیز با τ نشان داده شده است. در حالت کلی، تغییر فاز زمانی رخ می‌دهد که یکی از شرط‌های زیر برقرار باشد [۱۴]:

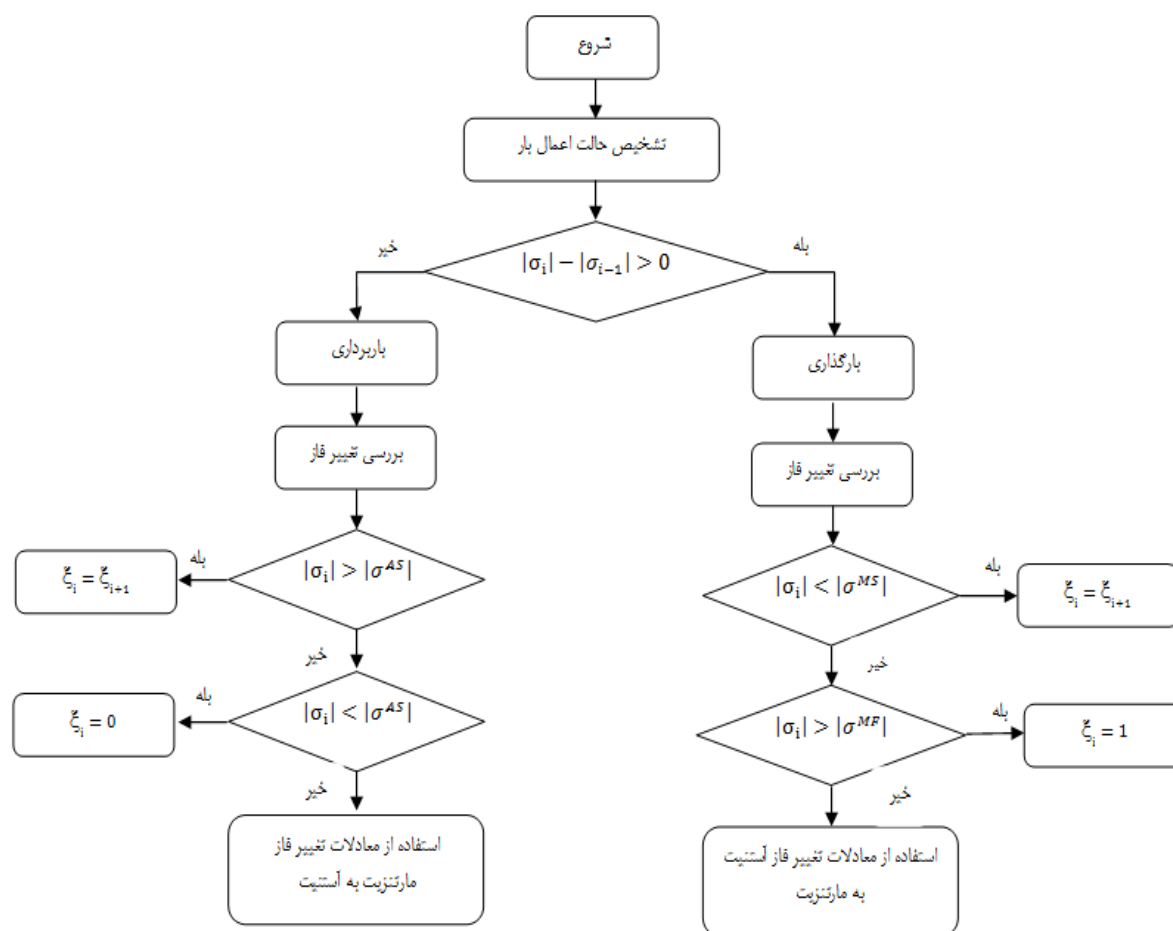
$$\begin{aligned} \tau \cdot n_A &> 0 \text{ in } [A] \\ \tau \cdot n_M &> 0 \text{ in } [M] \end{aligned} \quad (21)$$

مسیر نشان داده شده در شکل می‌تواند با معرفی نقاط تغییر جهت و یا حالت تغییر فاز، به بخش‌های مختلفی تقسیم شود. مقدار کسر حجمی هنگامی که مسیر در ناحیه تغییر فاز بوده و یا علامت ضرب داخلی یاد شده در رابطه (۲۱) برقرار باشد، رو به افزایش است در حالیکه بیرون ناحیه یاد شده و یا در حالتی که مسیر در عکس جهت شرط یاد شده حرکت می‌کند، این مقدار ثابت می‌ماند. به عنوان نمونه، در حرکت از نقطه A به نقطه B مقدار کسر حجمی زیاد شده در حالی که با حرکت از نقطه B به نقطه C این مقدار ثابت می‌ماند.



شکل ۲- دیاگرام تغییر فاز آلیاژ حافظه‌دار برای معرفی موقعیت‌هایی که در آنها تغییر فاز رخ می‌دهد.

در حالت کلی، می‌توان از روندنمای نشان داده شده در شکل (۳) برای ارائه اقدامات لازم در بارگذاری و باربرداری مجدد یا معکوس در هر دو حالت کششی و فشاری استفاده کرد.



شکل ۳- روند نمای پیشنهادی برای محاسبه کسر حجمی مارتنزیت در حالت های مختلف بارگذاری.

۳-۲- تعیین مدول کشسانی آلیاژ بر حسب درصد حجمی فاز مارتنزیت

نتایج آزمونهای تجربی، نشان دهنده اختلاف زیاد میان مدول کشسانی فاز آستنیت و مارتنزیت می باشد. از این رو، برای مدلسازی درست رفتار آلیاژ حافظه دار، باید ارتباط میان مدول یانگ و کسر حجمی مارتنزیت دانسته شود به طوریکه دو شرط زیر نیز برآورده شوند:

$$\begin{aligned} E(\xi = 0) &= E_A \\ E(\xi = 1) &= E_S \end{aligned} \quad (22)$$

برای برقراری ارتباط یاد شده، در این مقاله، تئوریهای همگن سازی میکرومکانیکی معروف متعددی آزموده شده و نتایج، با یکدیگر و با نتایج آزمونهای تجربی مقایسه شده اند.

۳-۲-۱- مدل رویس^۱

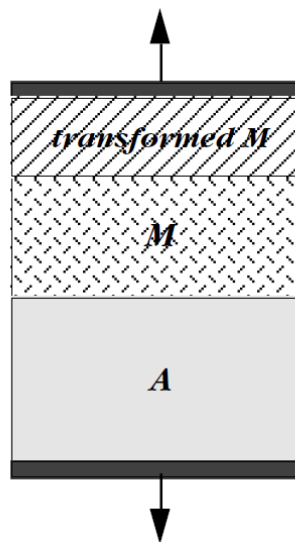
در این مدل، سختی دو فاز مارتنزیت و آستنیت به صورت سری پنداشته می شود [۱۴] شکل (۴). در نتیجه، اگر جابجایی فازهای آستنیت و مارتنزیت به ترتیب به u_A و u_m نشان داده شوند، می توان نوشت:

¹ Ruess

$$u = \epsilon L = u_A + u_m = \epsilon_A L_A + \epsilon_m L_m \quad (23)$$

$$\epsilon = \epsilon_A \frac{L_A}{L} + \epsilon_m \frac{L_m}{L} = \epsilon_A (1 - \xi) + \epsilon_m \xi \quad (24)$$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E_A} (1 - \xi) + \frac{\sigma}{E_m} \xi \quad (25)$$



شکل ۴- مدل رویس برای محاسبه مدول کشسانی آلیاژ حافظه‌دار.

که در آن، زیرنویس‌های m و A به ترتیب، نشان‌دهنده فازهای مارتنزیت و آستنیت می‌باشد. در نتیجه:

$$\frac{1}{E} = \frac{(1 - \xi)}{E_A} + \frac{\xi}{E_m} \quad (26)$$

$$E = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_m} - 1\right) \xi} \quad (27)$$

لازم به یادآوری است که از میان مدل‌های میکرومکانیکی، مدل رویس تقریباً کوچکترین میزان مدول یانگ را ارائه می‌دهد.

۲-۳-۲- مدل وویت^۱

در این مدل، دو فاز آستنیت و مارتنزیت به صورت موازی در نظر گرفته می‌شوند [۱۵] شکل (۵). از این‌رو، می‌توان نوشت:

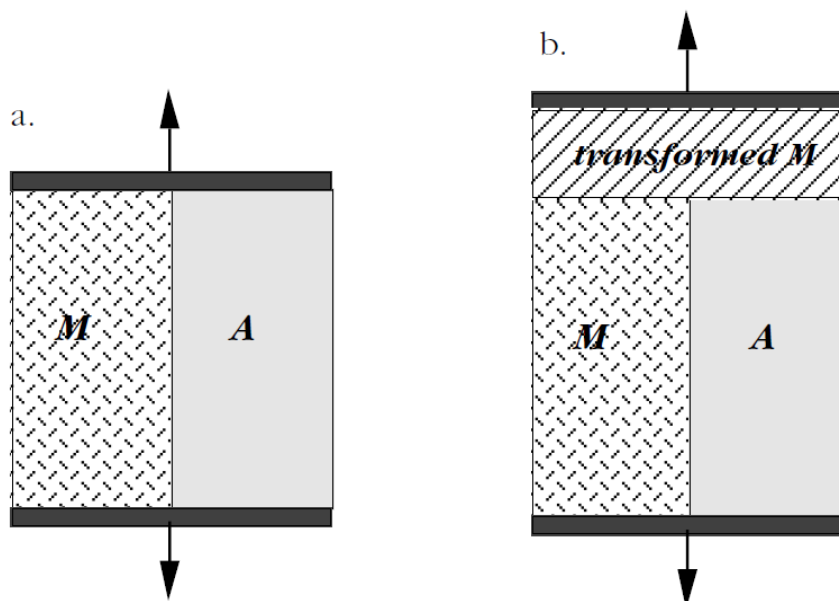
$$\sigma = (1 - \xi)\sigma_A + \xi \sigma_m \quad (28)$$

$$\epsilon_A = \epsilon_m \quad (29)$$

$$\sigma = (\xi E_m + (1 - \xi)E_A)\epsilon_A \quad (30)$$

$$E = \xi E_m + (1 - \xi)E_A \quad (31)$$

^۱ Voigt



شکل ۵- مدل وویت برای محاسبه مدول کشسانی آلیاژ حافظه‌دار.

این مدل، بر خلاف مدل رویس، حد بالای مدول ترکیب را از میان مدل‌های میکرومکانیکی ارائه می‌دهد.

۲-۳-۳- مدل موری تاناکا^۱

موری تاناکا برای حالت بارگذاری تک محوره، رابطه زیر را برای محاسبه مدول کشسانی ارائه کرد [۱۶]:

$$E = \frac{E_m E_A}{2} \left[\frac{(1 - \xi) + \xi A^{SA}}{E_s (1 - \xi) + \xi A^{SA} E_A} + \frac{(1 - \xi) A^{AS} + \xi}{E_s (1 - \xi) A^{AS} + \xi E_A} \right] \quad (32)$$

$$A^{SA} = \frac{E_s}{E_m + p (E_M - E_A)} \quad (33)$$

$$A^{AS} = \frac{E_A}{E_s + p (E_A - E_s)} \quad (34)$$

که در روابط فوق، پارامتر p به هندسه فاز منتشر شده در فاز زمینه وابسته می‌باشد. در مقاله کنونی، دو هندسه کروی ($p=0/5$) و بیضوی تعریف شده توسط موری و تاناکا با ضریب شکل زیر، در نظر گرفته شده‌اند:

$$p = \frac{4 - 5\nu}{15(1 - \nu)} \quad (35)$$

که در آن، ν ضریب پواسون آلیاژ می‌باشد.

¹ Mori-Tanaka

۳- نتایج

۳-۱- صحنه‌گذاری نتایج

در این بخش، نتایج عددی آلیاژ حافظه‌دار نیتینول Ni55Ti که نتایج برخی از آزمون‌های مرتبط با آن، قبلاً توسط لیانگ [۱۷] و دای [۱۸] منتشر شده‌اند، مورد بررسی قرار خواهند گرفت. خواص مکانیکی آلیاژ یاد شده عبارتند از [۱۷ و ۱۸]:

$$E_A = 67 \times 10^3 \text{ MPa}, \quad E_m = 26.3 \times 10^3 \text{ MPa}, \quad \Theta = 0.55 \text{ MPa/C}, \quad M_f = 9 \text{ C}, \\ M_s = 18.4 \text{ C}, \quad A_f = 34.5 \text{ C}, \quad A_s = 49 \text{ C}, \quad C_M = 8 \text{ MPa/C}, \quad C_A = 13.8 \text{ MPa/C}, \\ \sigma_s^{cr} = 100 \text{ MPa}, \quad \sigma_f^{cr} = 170 \text{ MPa}, \quad \epsilon_L = 0.067$$

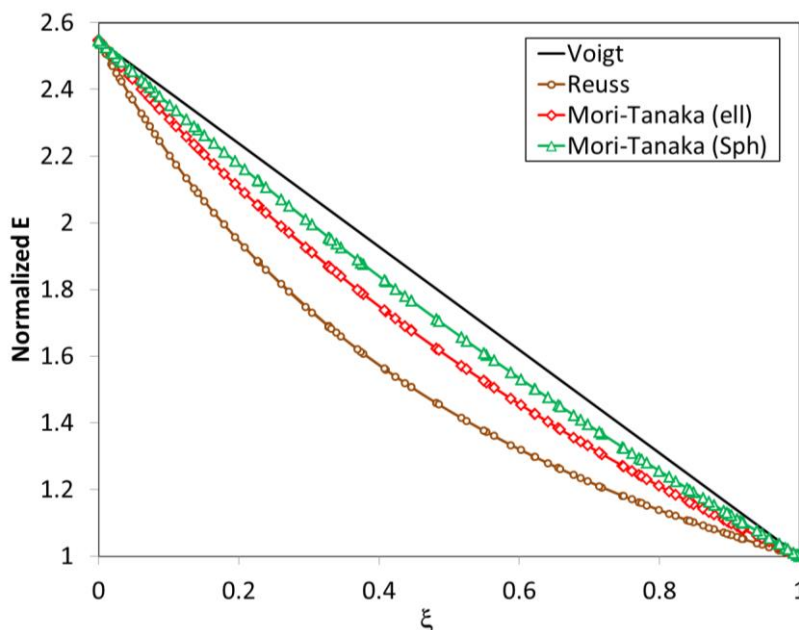
معمولاً مواد حافظه‌دار در تنش‌های فشاری، مقاومت بیشتر و کرنش باقی مانده کمتری را دارا می‌باشد؛ به عبارت دیگر پارامترهای C_A ، C_M ، σ_s^{cr} ، σ_f^{cr} دارای مقدار قدرمطلق بزرگتری نسبت به مقادیر کششی می‌باشند؛ در حالیکه ϵ_L کوچکتر است هرچند که دماهای تغییر فاز و مدول‌ها در دو تست کشش و فشار یکسان می‌باشد. با استفاده از معادلات ساختاری برینسون و روابط ذکر شده برای مدول کشسانی در بخش قبل، بارگذاری‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در ابتدا، اثر کسر حجمی بر مدول کشسانی بی‌بعد آلیاژ (نسبت مدول کشسانی به E_m)، بر پایه مدل‌های میکرومکانیک مختلف، در شکل (۶) بررسی شده است.

نتایج موری- تاناکا بر پایه فاز تقویتی منتشره به صورت ذرات کروی و بیضوی، در شکل (۶)، به ترتیب با نمادهای SPH و ell نمایش داده شده‌اند. همانگونه که در شکل (۶) آشکار است، مدل رویس کمترین میزان و مدل وویت بیشترین مقدار مدول کشسانی را برای آلیاژ پیش‌بینی کرده‌اند.

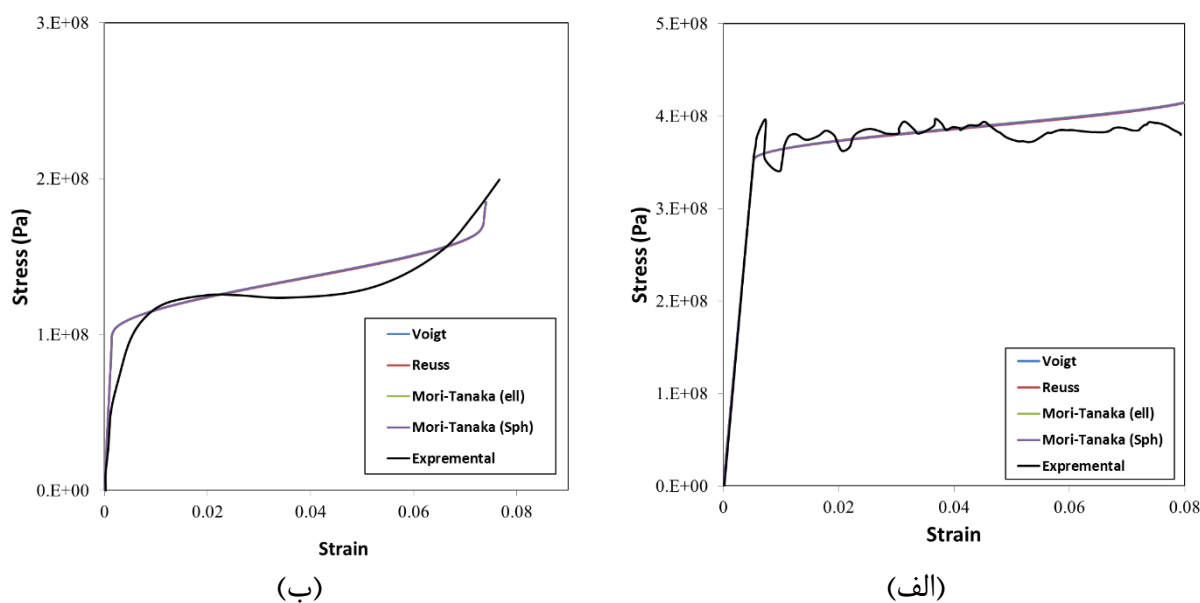
برای بررسی درستی روابط و نتایج کد کامپیوتری نوشته شده، منحنی تنش-کرنش پیش‌بینی شده توسط چهار مدل همگن‌سازی میکرومکانیکی مختلف برای استخراج ضریب کشسانی ترکیب حافظه‌دار، در شکل (۷) با نتایج تجربی لیانگ [۱۷] و دای [۱۸] مقایسه شده‌اند. نتایج در ارتباط با بارگذاری کششی در دو دمای ۵۰ و ۱۰- درجه سانتیگراد می‌باشند. دمای ۵۰ درجه سانتیگراد، بالاتر از دمای اتمام فاز آستنیت بوده در حالیکه دمای ۱۰- درجه سانتیگراد، زیر دمای اتمام فاز مارتنزیت است. همانطور که مشاهده می‌شود، در هر دو دما، نتایج کد نوشته شده همخوانی بسیار مناسبی با نتایج تجربی دارد. از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت که کد نوشته شده و الگوریتم به کارگرفته از اعتبار مناسب برخوردار بوده و لذا می‌توان از نتایج آن در بارگذاری‌های پیچیده‌تر بهره جست. نکته دیگر، طبق شکل (۷)، تفاوت ناچیز نتایج مدل‌های مختلف تعیین مدول کشسانی در حالت خاص مورد بررسی می‌باشد.

۳-۲- مدل‌سازی رفتارهای کششی و فشاری آلیاژ حافظه‌دار

یکی از نتایج تجربی بسیار مهم، عدم تقارن رفتار آلیاژ حافظه‌دار در کشش و فشار می‌باشد [۱۹]. از دلایل این تفاوت، می‌توان به اختلاف در نحوه تاثیرگذاری متغیرهای درونی در کشش و فشار اشاره کرد.

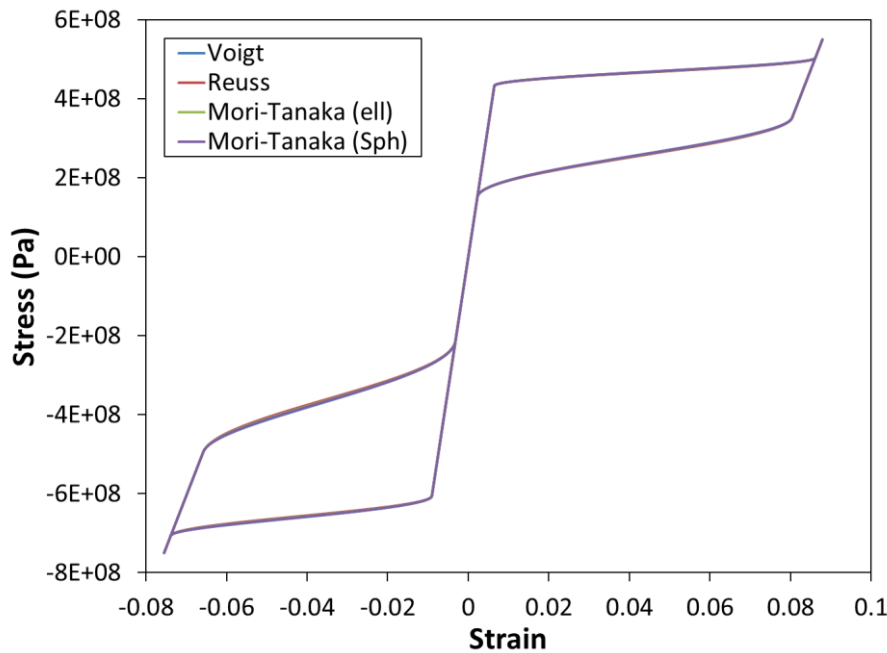


شکل ۶- اثر کسر حجمی فاز مارتنزیت بر مدول کشسانی بی‌بعد آلیاژ، بر پایه مدل های میکرومکانیکی مختلف.



شکل ۷- مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج تست تجربی [۱۷ و ۱۸] برای دماهای تست: (الف) ۵۰ و (ب) ۱۰- درجه سانتی گراد.

در این بخش، جدای از بحث بررسی نتایج مدل‌های میکرومکانیکی، می‌توان بر نتایج مدلسازی این اختلاف در رفتار متمرکز شد. در شکل شماره (۸)، نتایج تستهای کشش و فشار آلیاژ نیتینول شبیه‌سازی شده‌اند. نتایج این تست، در دمای ۵۵ درجه سانتی گراد (دمای بالاتر از اتمام فاز آستنیت) بازسازی شده‌اند. کشش تا تنشی که تغییر فاز مارتنزیت به طور کامل انجام می‌شود ادامه یافته است. سپس بارگذاری معکوس شده و بعد از صفر شدن تنش، بار فشاری اعمال شده است. فشار نیز تا آنجا که تغییر فاز کامل شود ادامه یافته است. لازم به یادآوری است که مدل اولیه برینسون، توانایی بازسازی بارگذاری معکوس را ندارد. برای ترمیم مدل برینسون، از الگوریتم پیشنهاد شده در شکل (۳) استفاده شده است.

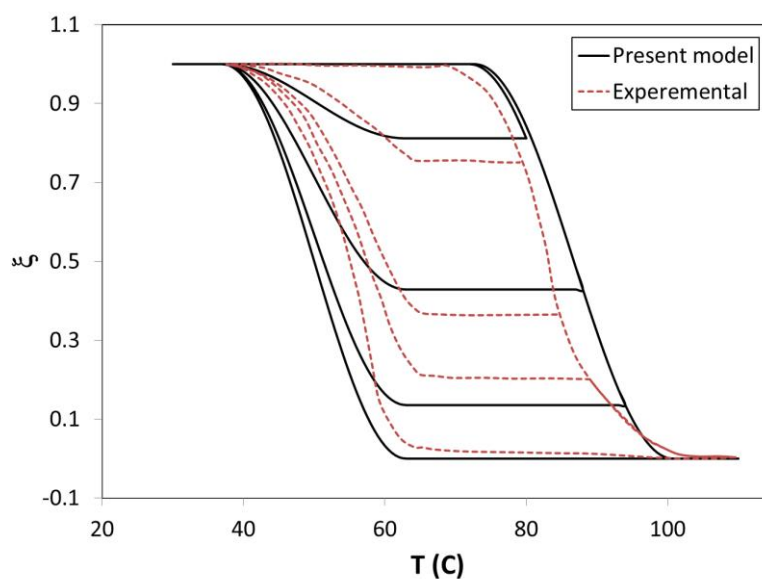


شکل ۸- بازسازی نتایج تستهای کشش و فشار بر پایه الگوریتم پیشنهاد شده در شکل ۳، برای هر چهار مدل میکرومکانیکی.

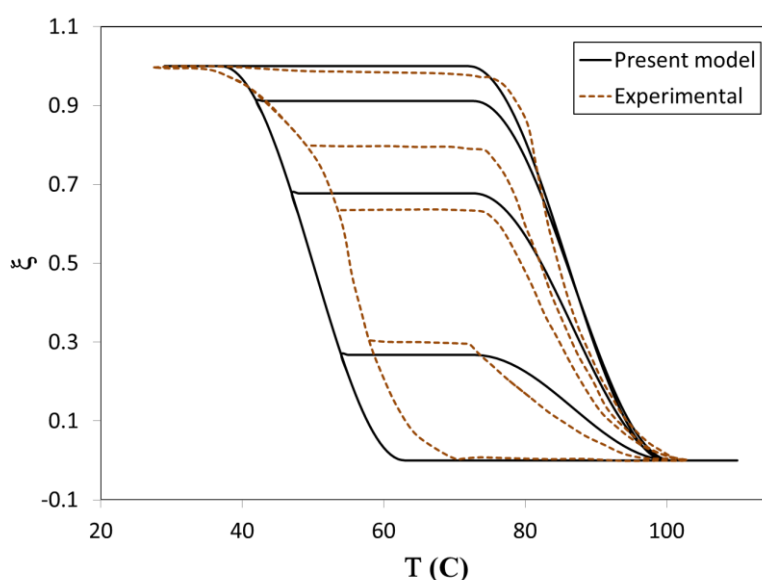
همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، نتایج هر چهار مدل برای محاسبه مدول یانگ آلیاژ، در حالت بارگذاری‌های مستقیم و معکوس ساده کنونی تقریباً یکسان است. هر چند شیب منحنی‌های مدل‌های ارائه شده در قسمت تغییر فاز متفاوت است، در مجموع اختلاف یاد شده بسیار ناچیز می‌باشد.

۳-۳- اثر مسیرهای بارگذاری ترمومکانیکی مختلف

در این بخش، به ارائه نتایج تغییرات کسر حجمی و تغییرات تنش-کرنش ناشی از بارگذاری‌های مختلف پرداخته می‌شود. از آنجا که پیش‌بینی‌های چهار مدل میکرومکانیکی، تنها در محاسبه مدول کشسانی تفاوت دارند، صرفاً می‌توانند در رفتار تنش-کرنش اختلافی ایجاد کنند. کسر حجمی از معادلات ساختاری برینسون محاسبه شده است. از این‌رو، در تمام نمودارهای این بخش، از ارائه نتایج چهار مدل صرف‌نظر شده است. در ابتدا یک مسیر ساده تغییر فاز ناشی از دما در سطح تنش صفر مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا برای صحنه-گذاری نتایج و استفاده از نتایج تست تجربی پاسگال و مونا سویچ [۲۰] خواص مواد موقتاً تغییر داده شده و همچون آزمایش پاسگال در نظر گرفته می‌شوند. نتایج حاصل از کد، در شکل (۹) با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند.



(الف)

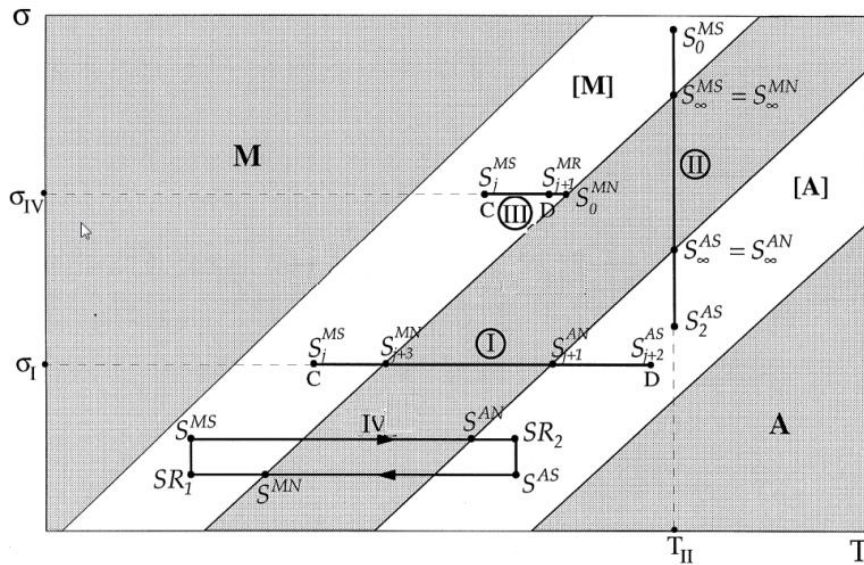


(ب)

شکل ۹- مقایسه نتایج الگوریتم کنونی و نتایج تست تجربی [۲۰] در تغییر فازهای آستنیت و مارتنزیت در مسیرهای ساده بین دو فاز: (الف) تغییر فاز آستنیت به مارتنزیت و (ب) تغییر فاز مارتنزیت به آستنیت.

از مقایسه نتایج کنونی با نتایج تجربی مرجع [۲۰] در شکل (۹) می‌توان نتیجه گرفت که شیوه مقاله کنونی از دقت خوبی برخوردار می‌باشد. همچنین، نتایج شکل (۹) بیانگر ثابت ماندن محدوده تغییر فاز در آلیاژ نیتینول می‌باشند. از این‌رو مسیر اصلی و بیرونی تغییر فاز همیشه یکسان است. در شکل (۹)، منطقه بدون تغییر فاز به راحتی قابل تشخیص است.

در ادامه کار، از خواص مواد نیتینول استفاده شده است. کلیه مسیرهای بارگذاری در نظر گرفته شده برای مثال‌های بعدی، در شکل (۱۰) نشان داده شده‌اند.



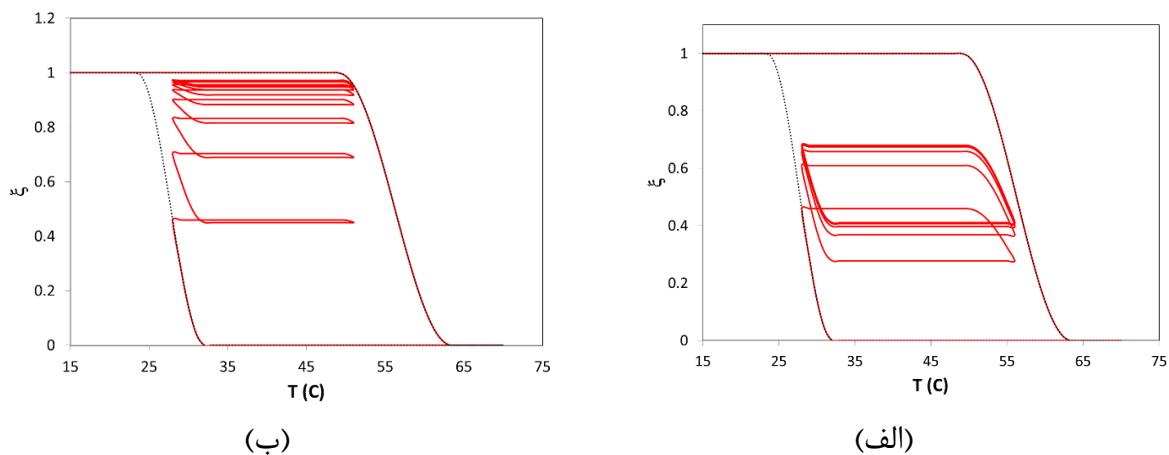
شکل ۱۰- مسیرهای بارگذاری در نظر گرفته شده، در دیاگرام تغییر فاز آلیاژ حافظه‌دار.

در مسیر ۱ از شکل (۱۰)، دما در شرایط تنش ثابت به صورت سیکلی تغییر می‌کند. نقاط C و D نقاطی می‌باشند که در دو ناحیه تغییر فاز مارتنزیت و آستنیت قرار دارند. با تغییر موقعیت نقاط C و D رفتار ماده و کسر حجمی مارتنزیت متفاوت می‌شود. نتایج حاصل از بررسی این مسیر بارگذاری، در شکل (۱۱) نشان داده شده‌اند.

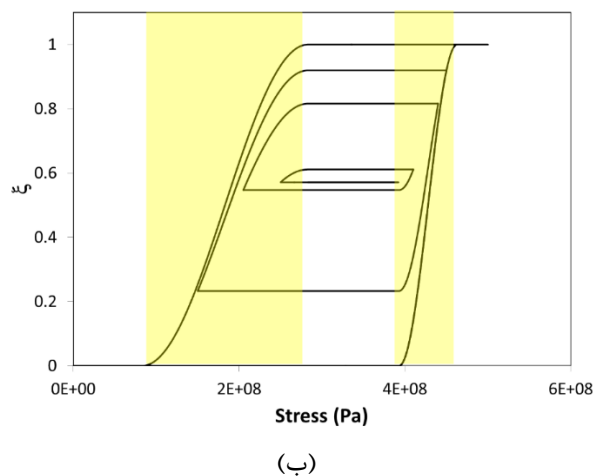
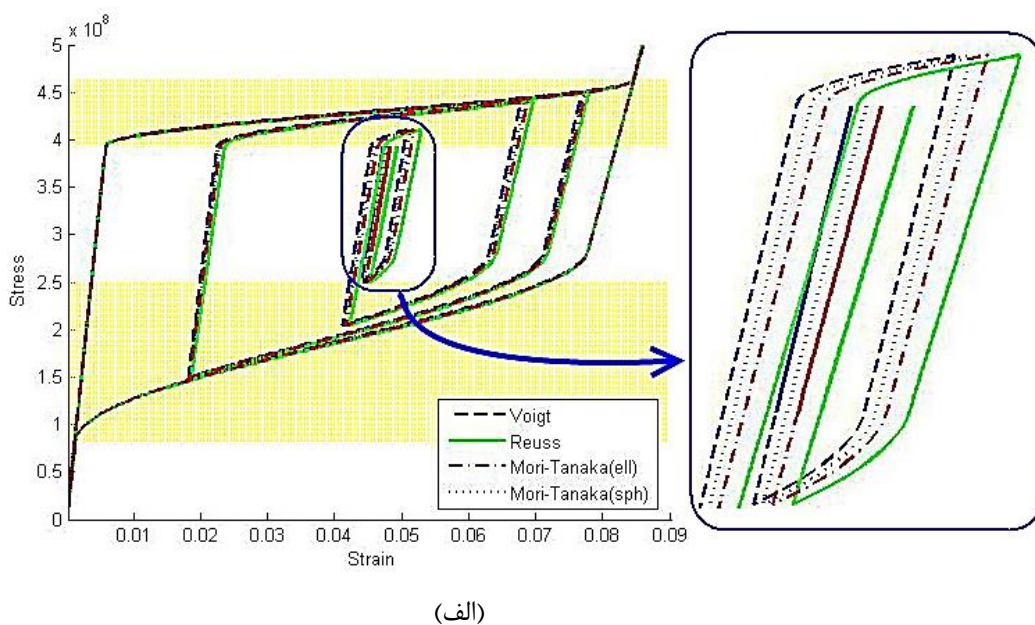
همانطور که در شکل (الف) ۱۱ مشاهده می‌شود، در حالتی که نقاط C و D در محدوده تغییر فاز قرار دارند، در ابتدا حلقه‌های درونی به سمت بالا می‌روند اما بعد از گذشت چند سیکل، به یک حلقه پایدار همگرا می‌شوند. با تغییر اندک موقعیت نقطه D به سمت مرز شروع تغییر فاز آستنیت، طبق شکل (ب) ۱۱، حلقه‌های درونی با نرخ بزرگتری به سمت بالا حرکت می‌کنند و حلقه‌ای که در نهایت به آن همگرا می‌شوند دارای پهنای بسیار کمتری نسبت به حلقه قبلی می‌باشد.

در مثال بعدی، مسیر شماره ۲ در نظر گرفته شده است. در این حالت، آلیاژ حافظه‌دار تحت بار سیکلی هم‌دما در دمای ثابت ۵۵ درجه سانتی‌گراد قرار گرفته است. حلقه‌های هیستریزیس تشکیل شده در نمودارهای تنش- کرنش و تغییرات درصد حجمی فاز مارتنزیت شکل (۱۲) به گونه‌ای می‌باشد که با زیاد شدن تعداد سیکلها، مقدار حد بالای حلقه هیستریزیس به تنش شروع فاز مارتنزیت و مقدار حد پایین، به تنش شروع فاز آستنیت در دمای مورد نظر می‌رسند؛ به گونه‌ای که سرانجام، حلقه به یک خط مستقیم همگرا می‌شود. تفاوت نتایج مدل‌های میکرومکانیکی مختلف ارائه شده در بخش ۲-۳ و مقدار کرنش همگرایی، در شکل (۱۲) به وضوح دیده می‌شود. مدل رویس بیشترین و مدل وویت کمترین کرنش همگرایی را در بین مدل‌های یاد شده پیش‌بینی می‌نمایند.

در شکل (۱۲)، نواحی تغییر فاز به صورت سایه زده شده نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۱- تغییرات کسر حجمی مارتنزیت در اثر تغییر موقعیت نقطه D از مسیر بارگذاری شماره ۱: (الف) نقطه درون ناحیه تغییر فاز و (ب) نقطه در مجاورت مرز تغییر فاز.

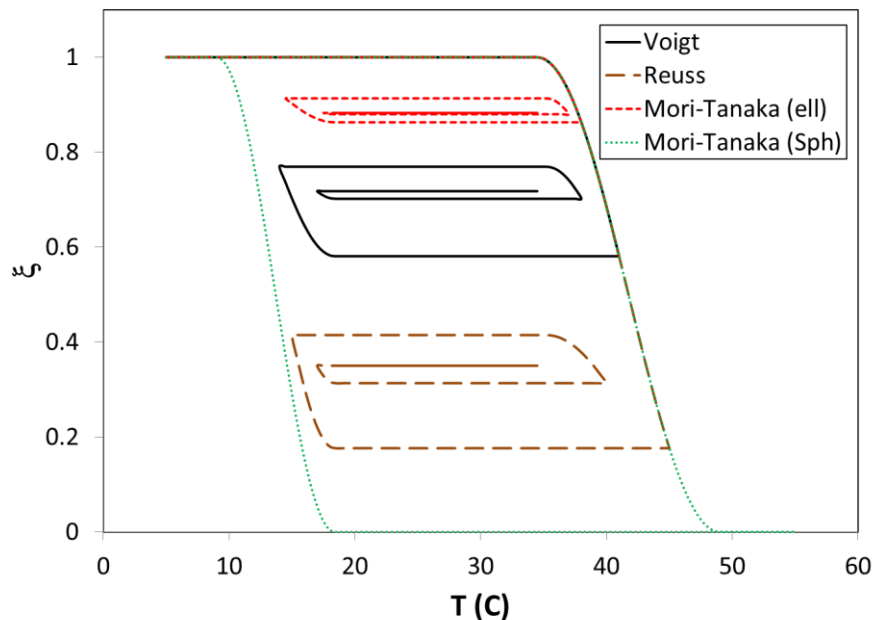


شکل ۱۲- نمودارهای: (الف) تنش-کرنش و (ب) تغییرات درصد حجمی مارتنزیت، در اثر اعمال بارگذاری شماره ۲ (دما ثابت و تنش متغیر سیکلی) از شکل ۱۱.

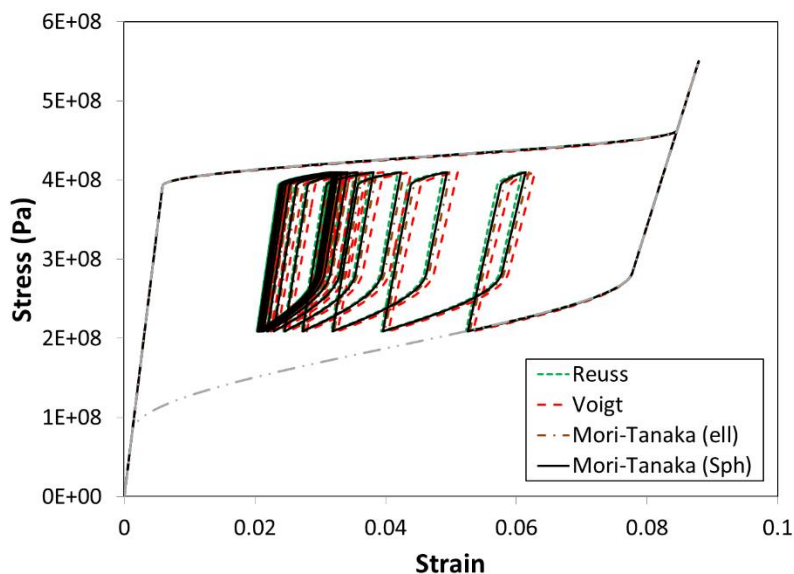
از طرفی، همانطور که در شکل (ب) ۱۲ نیز مشاهده می‌شود، کسر حجمی به یک مقدار ثابت همگرا شده است. نتایج برای حالت تنش ثابت و تغییرات دمای سیکلی نیز انجام شده است که نتایج آن در شکل (۱۳) نشان داده شده‌اند. در این حالت بارگذاری نیز بعد از طی چند سیکل، کسر حجمی فاز مارتنزیت پایدار شده است. نکته قابل توجه در این شکل این است که حدهای بالا و پایین دما در حلقه‌ها در تمام حالات بارگذاری، مشخص و یکسان (متناظر با دمای شروع فاز مارتنزیت و آستنیت) می‌باشد اما مقدار کسر حجمی همگرا شده به شدت به مشخصات سیکل قبلی وابسته است.

در حالت‌های دیگری از بارگذاری تنش سیکلی در دمای ثابت، نقاط ابتدا و انتهای سیکل متناظر با دو نقطه شروع فاز مارتنزیت و شروع فاز آستنیت نبوده بلکه درون محدوده تغییر فاز مارتنزیت و آستنیت قرار دارند. نتایج نمونه‌ای از این نوع بارگذاری، برای هر چهار مدل میکرومکانیکی، در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نشان داده شده‌اند.

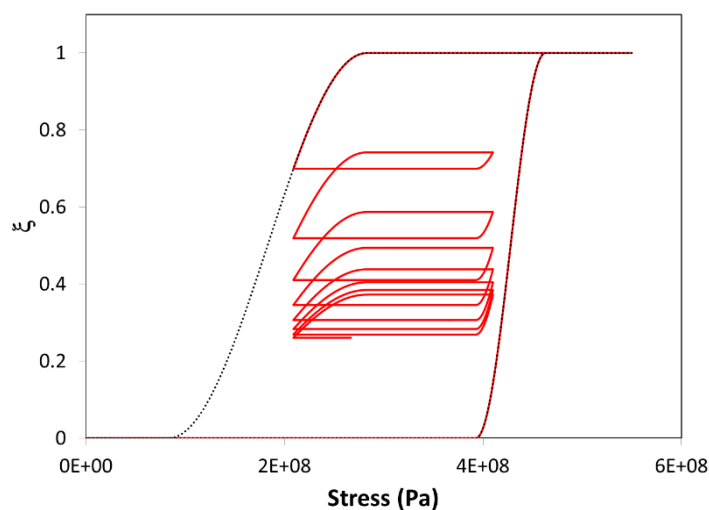
در این حالت بارگذاری، با وجود ثابت بودن محدوده تغییرات تنش، محدوده تغییرات کرنش مرتباً تغییر می‌کند تا آن‌که بسته به محدوده تغییرات تنش، بعد از طی چندین سیکل همگرا شود. در این نوع از بارگذاری، اگر باربرداری قبل از اتمام فاز مارتنزیت شروع شود، کرنش میانگین حلقه با زمان افزایش می‌یابد شکل (۱۵) در حالیکه اگر این اتفاق در میانه تغییر فاز آستنیت رخ دهد، کرنش میانگین حلقه با زمان کاهش می‌یابد شکل (۱۴). همانطور که در شکل (۱۴) مشاهده می‌شود، در این بارگذاری برخلاف شکل (۱۲)، کسر حجمی مارتنزیت به یک حلقه همگرا شده و به یک عدد ثابت همگرا نمی‌شود. کران‌های بالا و پایین حلقه همگرا نیز به حد بالا و پایین تنش سیکلی بستگی دارد.



شکل ۱۳- تغییرات کسر حجمی مارتنزیت در اثر اعمال تنش ثابت و دمای متغیر.



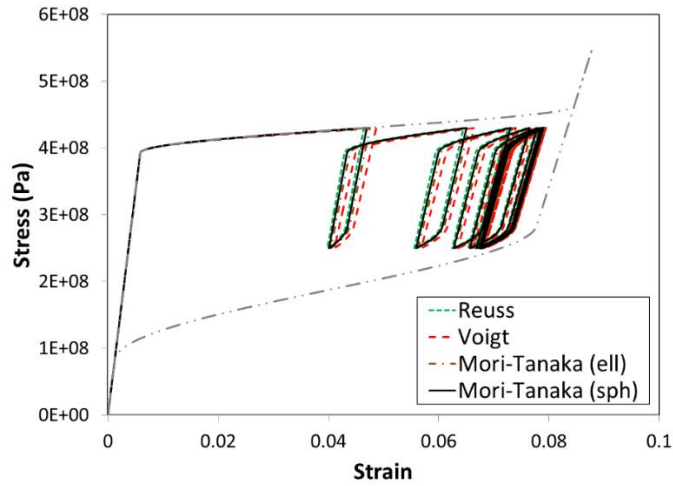
(الف)



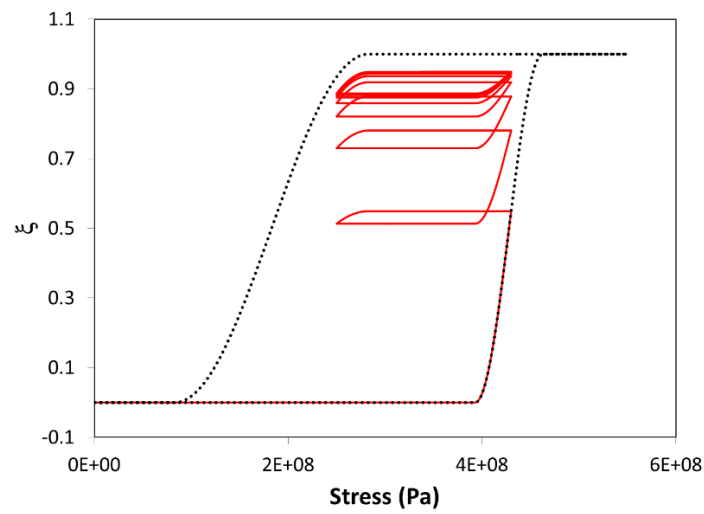
(ب)

شکل ۱۴- (الف) تغییرات کرنش در اثر اعمال دمای ثابت و تنش متغیر در محدوده ۴۱۰ و ۲۱۰ مگاپاسکال و (ب) تغییرات کسر حجمی مارتنزیت متناظر.

در شکل (۱۴)، اختلاف نتایج مدل‌های رویس و وویت در حلقه همگرای کرنش، ۳ درصد می‌باشد. لذا، اختلاف بین چهار مدل در حالتی که بارگذاری و باربرداری رخ می‌دهد، مشهود است؛ هر چند این اختلاف اساساً زیر ۵ درصد می‌باشد. همچنین، میزان کسر حجمی همگرا شده مارتنزیت، زمانی که بارگذاری سیکلیک از میانه تغییر فاز مارتنزیت آغاز می‌شود، با زمان افزایش و در حالتی که از میانه تغییر فاز آستنیت شروع می‌شود، با زمان کاهش می‌یابد. مسیر شماره ۳ از شکل (۱۰)، دما ثابت و تغییر تنش بین دو نقطه ابتدایی تغییر فاز مارتنزیت و نقطه‌ای در میان تغییر فاز مارتنزیت روی می‌دهد. نتایج بدست آمده، در شکل (۱۶) نشان داده شده‌اند. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد سیکل‌ها، کسر حجمی مارتنزیت به مقدار یک می‌رسد در حالی که هنوز دما به دمای اتمام تغییر فاز نرسیده است.

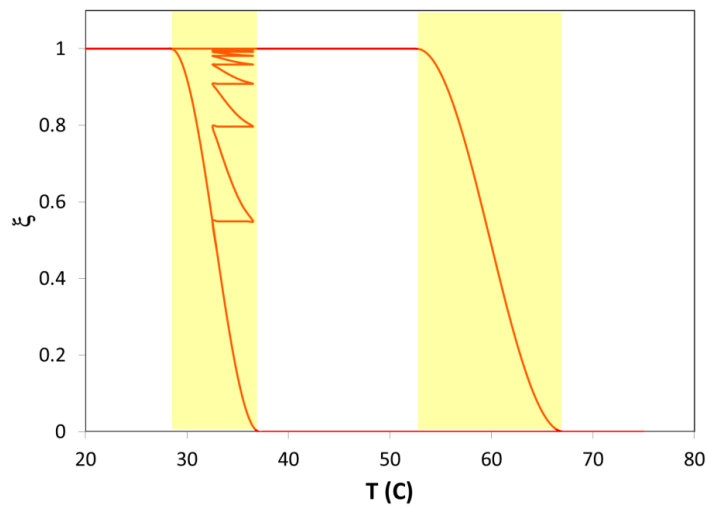


(الف)

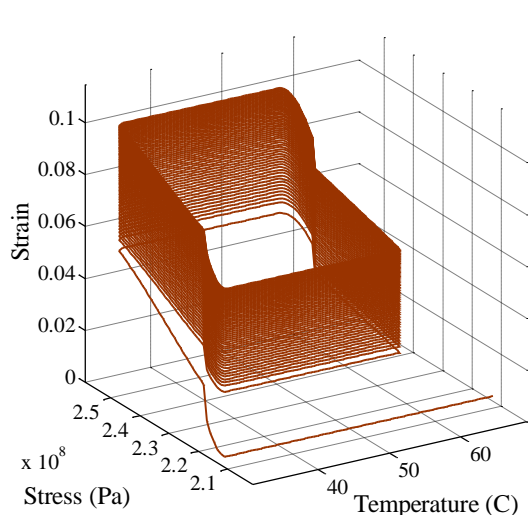


(ب)

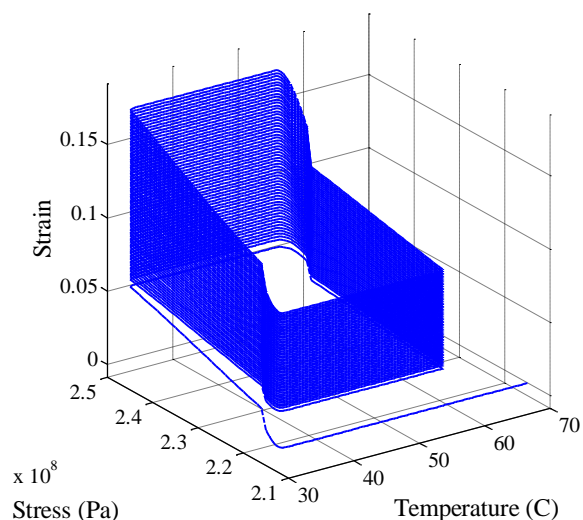
شکل ۱۵- (الف) تغییرات کرنش در اثر اعمال دمای ثابت و تنش متغیر در محدوده ۴۳۰ و ۲۵۰ مگاپاسگال و (ب) تغییرات کسر حجمی مارتنزیت متناظر.



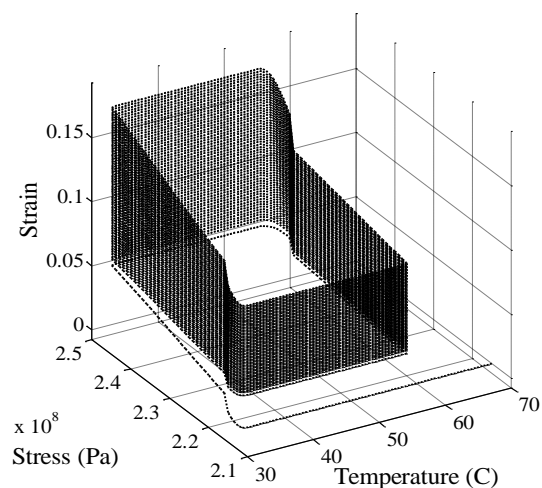
شکل ۱۶- تغییرات کسر حجمی مارتنزیت، در اثر تغییرات سیکلی دما در محدوده تغییر فاز مارتنزیت.



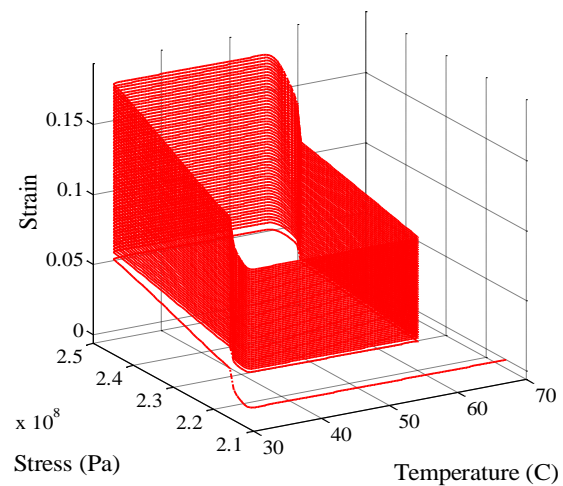
(ب)



(الف)

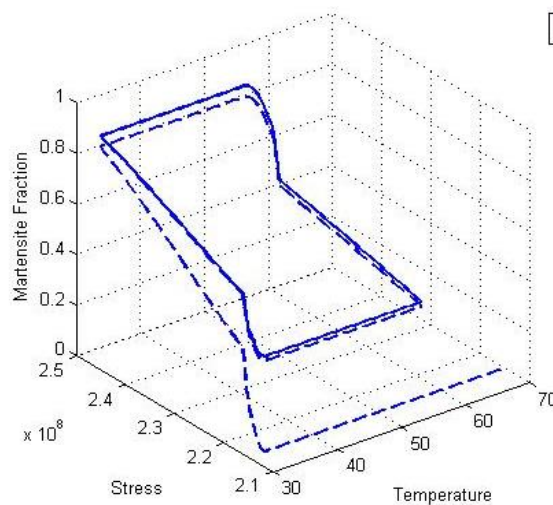


(د)



(ج)

شکل ۱۷- نتایج مسیر بارگذاری شماره ۴ در نمودار سه بعدی کرنش-دما-تنش بر پایه مدل‌های میکرومکانیکی: (الف) ویت، (ب) رویس، (ج) موری-تاناکا (ذرات بیضیگون) و (د) موری-تاناکا (ذرات کروی).



شکل ۱۸- نتایج مسیر بارگذاری شماره ۴ در نمودار سه بعدی کسر حجمی مارتنزیت-دما-تنش.

آخرین مثال، در ارتباط با مسیر شماره ۴ از شکل شماره (۱۰) می‌باشد. این مسیر، یک حلقه بسته در دیاگرام تغییر فاز می‌باشد که دو ضلع آن شامل تغییر تنش در شرایط دما ثابت و دو ضلع دیگر متناظر با تغییر دما در شرایط تنش ثابت می‌باشد. با توجه به اینکه اثر رویدادهای مجزا قبلاً بررسی شد، به تاثیر تاریخچه کامل بارگذاری پرداخته می‌شود. برای نمایش بهتر، پاسخها در دو نمودار سه بعدی کرنش-دما-تنش و کسر حجمی-دما-کرنش مارتنزیت نشان داده شده‌اند. اختلاف نتایج مدل‌های میکرومکانیکی مختلف، عمدتاً در نمودارهای نوع اول آشکار می‌شود. نتایج در شکل‌های (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده‌اند. در شکل-های یاد شده مشاهده می‌شود، میزان کرنشهای نهایی پیش بینی شده توسط مدل‌های میکرومکانیکی مختلف، با افزایش سیکل‌های بارگذاری (انباشته شدن اختلاف)، تفاوت چشم‌گیری پیدا می‌کنند؛ به طوری‌که برای تعداد سیکل نهایی یکسان، در مدل رویس، این کرنش نهایی به ۰/۱ و در مدل وویت، به ۰/۱۸ رسیده است. همانطور که از شکل (۱۷) آشکار است، کرنش‌های یادشده هنوز همگرا نشده‌اند. در شکل (۱۸) مشاهده می‌شود که کسر حجمی بعد از طی چند سیکل، به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. لذا، افزایش کرنش در شرایطی اتفاق می‌افتد که کسر حجمی همگرا شده است.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله کنونی، معادلات ساختاری برینسون به همراه قوانین جنبشی با وابستگی کسر حجمی کسینوسی استفاده شده‌اند. هر دو اثر حافظه‌داری و فراکشسانی، در بخش‌های تئوری و نتایج بررسی شده‌اند. از اینرو به خوبی می‌توان تغییر فازهای ناشی از دما و تنش را بررسی نمود. برای گسترش مدل برینسون، الگوریتمی ارائه شد که برای بارگذاری موضعی، معکوس و سیکلیک نیز مناسب است. برای تعیین مدول الاسیتیسیته آلیاژ حافظه‌دار بر پایه کسر فاز مارتنزیت، از چهار مدل میکرومکانیکی استفاده شد. نتایج الگوریتم ارائه شده، با نتایج تجربی مراجع دیگر، صحت گذاری شدند. نتایج مدل‌های میکرومکانیکی مختلف در بارگذاری‌های ساده کششی یا فشاری، تفاوت زیادی نداشته‌اند. این تفاوت به ویژه در بارگذاری سیکلی، بسیار آشکار است. بیشترین اختلاف، میان نتایج مدل‌های رویس و وویت آشکار شده است.

مراجع

- [1] Auricchio, F., Taylor, R.L., and Lubliner, R.L., "Shape Memory Alloys: Macro Modeling and Numerical Simulations of the Super Elastic Behavior", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 146, pp. 281-312, (1997).
- [2] Shariyat, M., Moradi, M., and Samaee, S., "Enhanced Model for Nonlinear Dynamic Analysis of Rectangular Composite Plates with Embedded SMA Wires, Considering the Instantaneous Local Phase Changes", *Composite Structures*, Vol. 109, pp. 106-118, (2014).
- [3] Shariyat, M., and Morad, M., "Enhanced Algorithm for Nonlinear Impact of Rectangular Composite Plates with SMA Wires, Accurately Tracing the Instantaneous and Local Phase Changes", *Composite Structures*, Vol. 108, pp. 834-847, (2014).
- [4] Auricchio, F., and Sacco, E., "A Temperature-dependent Beam for Shape Memory Alloys: Constitutive Modeling, Finite Element Implementation and Numerical Simulations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 174, pp. 171-190, (1999).
- [5] Paine, J.S., and Rogers, C.A., "Shape Memory Alloys for Damage Resistant Composite Structures," *Active Materials and Smart Structures*, Vol. 2427, pp. 358-371, (1995).
- [6] Kim, E.H., Lee, I., Roh, J.H., Bae, J.S., Choi, I.H., and Koo, K.N., "Effects of Shape Memory Alloys on Low Velocity Impact Characteristics of Composite Plate", *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 2903-2909, (2011).
- [7] Liang, C., and Rogers, C.A., "A Multi-dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys", *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 26, pp. 429-443, (1992).
- [8] Brinson, L.C., "One-dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 229-242, (1993).
- [9] Zak, A., Cartmell, J.M.P., and Ostachowicz, W., "Dynamics of Multilayered Composite Plates with Shape Memory Alloy Wires", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 70, pp. 313-327, (2003).
- [10] Bekker, A., and Brinson, L.C., "Phase Diagram Based Description of the Hysteresis Behavior of Shape Memory Alloys", *Acta Materialia*, Vol. 46, pp. 3649-3665, (1998).

- [11] Lagoudas, D.C., Boyd, J.G., and Bo, Z., "Micromechanics of Active Composites with SMA Fibers", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 116, pp. 337–347, (1994).
- [12] Hetnarski, R.B., and Eslami, M.R., "*Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications*", Springer, (2009).
- [13] Brocca, M., Brinson, L.C., and Bazant, Z.P., "Three-dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys Based on Microplane Model", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 50, pp. 1051-1077, (2002).
- [14] Auricchio, F., "Shape Memory Alloys: Application, Micromechanics, Macromechanics and Numerical Simulations", A Dissertation Submitted in Partial Satisfaction of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Engineering- Civil Engineering in the Graduated Division of the University of California at Berkeley, (1995).
- [15] Lagoudas, D.C., "*Shape Memory Alloys, Modeling and Engineering Applications*", Springer, New York, (2008).
- [16] Tanaka, K., and Nagaki, S., "A Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transitions", *Ing. Arch.* Vol. 51, pp. 2987-2991, (1982).
- [17] Liang, C., "The Constitutive Modeling of Shape Memory Alloys", Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Virginia Tech, Blacksburg, Virginia, (1990).
- [18] Dye, T.E., "An Experimental Investigation of the Behavior of Nitinol", MS Thesis, Department of Mechanical Engineering, Virginia Tech, Blacksburg, Virginia, (1990).
- [19] Birman, V., "Review of Mechanics of Shape Memory Alloy Structures", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 50, pp. 629–645, (1997).
- [20] Paskal, Y.I., and Monasevich, L.A., "Hysteresis Features of the Martensitic Transformation of Titanium Nickelide", *Physics of Metals and Metallography*, Vol. 53, pp. 95-99, (1981).

فهرست نمادهای انگلیسی

- a_A, a_M : پارامترهای محدوده تغییرات دما
 A_f, A_s : دماهای آغاز و پایان تبدیل فاز آستنیت
 C_A, C_M : شیبهای منحنیهای تنش-دما
 E : مدول کشسانی
 E_A, E_s : مدولهای کشسانی فازهای آستنیت و مارتنزیت

F: گرادیان جابجایی

L: طول نمونه

 M_s, M_f : دماهای آغاز و پایان تبدیل فاز مارتنزیت n_A, n_M : بردارهای تغییر فاز در محدوده آستنیت و مارتنزیت q, q_{sur} : نرخ تولید حرارت، شار حرارتی

p: ضریب شکلی

S: چگالی انتروپی

t: زمان

T, T_0 : دما، دمای اولیه

u: جابجایی محوری

U: چگالی انرژی کرنشی

X: مختصات مواد

X: مختصات ماده در دستگاه مرجع

نمادهای یونانی $\Delta_{T\xi}$: پارامتر تبدیل فاز ϵ, ϵ_0 : کرنش، کرنش اولیه Φ : انرژی آزاد هلمهولتز

v: ضریب پواسون

 Θ : پارامتر انبساط حرارتی ρ, ρ_0 : چگالی جرمی، چگالی جرمی اولیه σ, σ_0 : تنش دوم پیولا کرشهف، تنش اولیه $\sigma_s^{cr}, \sigma_f^{cr}$: تنشهای بحرانی شروع و پایان تغییر فاز آستنیت به مارتنزیت غیر دوقلویی τ : بردار مماس بر مسیر Ω : تانسور تغییر فاز ξ_0, ξ : کسر حجمی فاز مارتنزیت، کسر حجمی مارتنزیت اولیه**زیرنویس و بالانویس**

0: اولیه

f: پایانی

m: مارتنزیت

s: ناشی از تنش، آغازین

T: ناشی از دما

Abstract

In the present paper, accuracies of various micromechanical models in reproducing the one-dimensional shape memory and super elasticity behaviors are investigated. In this regard, Brinson's model is extended based on the loading path dependency of the martensite volume fraction. Different loading paths including individual, combined, and cyclic variations of the temperature and stress are considered. It is generally assumed that the compressive material properties are different from the tensile ones. Furthermore, accuracy of results of the various loadings is evaluated based on the Young moduli predicted using the well-known Reuss, Voigt, and Mori-Tanaka (with spherical and elliptical shape factors) micromechanical homogenization techniques. Moreover, results of the prepared computer code are validated through comparing them with the experimental results available in the literatures. Results reveal that differences among predictions of the four micromechanical models are significant for the cyclic loadings.