

مطالعه تجربی عملکرد روش‌های مختلف آنالیز مودال محیطی با تحریک همزمان تصادفی و هارمونیک

مهدی صالحی^۱
استادیار

محمد اورک^۲
دانشجوی کارشناسی ارشد

مهدی قربانی^۳
کارشناسی ارشد

محمد احمدی بلوطکی^۴
کارشناسی ارشد

در این تحقیق عمل‌کرد روش‌های مختلف آنالیز مودال محیطی در حضور نیروهای تحریک هارمونیک مطالعه شده است. یک تیر تحت آزمون مودال تجربی قرار گرفته و پارامترهای مودال آن استخراج شده است. سپس آزمون‌های آنالیز مودال محیطی بر روی تیر تحت تحریک‌های همزمان تصادفی و هارمونیک انجام گردیده است. استخراج پارامترهای مودال به روش‌های مختلف آنالیز مودال محیطی انجام شده و نتایج با پارامترهای حاصل از آنالیز مودال کلاسیک مقایسه شده است. در این تحلیل‌ها سعی شده اثر تحریک هارمونیک بر نتایج حذف گردد. نتایج این بررسی تجربی نشان می‌دهد که روش زیر فضای اتفاقی در مقایسه با روش‌های تجزیه حوزه فرکانس و تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته از دقت بالاتری برخوردار است. زمانی که میرایی سیستم در یکی از مودها کم باشد، روش‌های تجزیه حوزه فرکانس تخمین بهتری را ارائه می‌کند.

واژه‌های راهنما: آنالیز مودال محیطی، مولفه هارمونیک، پارامترهای مودال، حوزه فرکانس.

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، آنالیز مودال به یک روش اساسی برای تعیین، اصلاح و بهینه‌سازی مشخصات دینامیکی سازه‌های مهندسی تبدیل شده است. آنالیز مودال فرایند استخراج مشخصات دینامیکی یک سیستم به صورت فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها و استفاده از آن‌ها برای ایجاد یک مدل ریاضی برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی سیستم می‌باشد. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم نام داشته و اجزای این مدل به پارامترهای مودال موسومند. آنالیز مودال تجربی، تکنیکی تجربی برای به دست آوردن مدل مودال یک سیستم ارتعاشی خطی نامتغیر با زمان می‌باشد.

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد
mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف‌آباد، نجف‌آباد
mohamad_orak@smc.iaun.ac.ir

^۳ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی‌شهر، خمینی‌شهر horbani.mobinpc@gmail.com

^۴ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد mohammad_ahmadi@smc.iaun.ac.ir

مدل مودال از توابع پاسخ فرکانسی و یا پاسخ ارتعاشات آزاد اندازه‌گیری شده سیستم به‌دست می‌آید. به مجموعه پاسخ‌های فرکانسی اندازه‌گیری شده، مدل پاسخ سازه گفته می‌شود. استخراج پارامترهای مودال در واقع تبدیل مدل پاسخ به مدل مودال سازه است. در آنالیز مودال تجربی، نیروی تحریک و پاسخ سازه اندازه‌گیری می‌شوند. در بسیاری از سازه‌های واقعی امکان استفاده از آنالیز مودال تجربی برای به‌دست آوردن پارامترهای مودال وجود ندارد. به‌عنوان مثال، در سازه‌های بزرگ امکان تحریک موثر سازه و اندازه‌گیری نیروی اعمالی به سازه وجود ندارد. بسیاری از سازه‌ها تحت تاثیر نیروهای حاصل از عملکرد خود بطور موثر و مناسبی تحریک می‌شوند که اندازه‌گیری این نیروها غیر ممکن است.

به همین دلیل، روش‌هایی مورد توجه قرار گرفتند که به تحریک و اندازه‌گیری نیروی ورودی به سازه جهت به‌دست آوردن پارامترهای مودال نیازی نباشد. این روش‌ها، آنالیز مودال کارکردی^۱ یا آنالیز مودال محیطی نام دارند، زیرا تنها با ثبت پاسخ سازه ناشی از نیروهای اعمالی که حین شرایط کار در محیط طبیعی سازه به وجود می‌آیند، انجام می‌گیرد. امروزه روش‌های متنوعی در حوزه زمان و فرکانس به منظور شناسایی مودال با استفاده از آنالیز مودال کارکردی توسعه یافته‌اند. بسیاری از الگوریتم‌های شناسایی مودال چند ورودی - چند خروجی حوزه‌ی زمان، همانند روش نمایی مختلط کمترین مربعات^۲، حوزه‌ی زمان ابراهیم توسعه یافته^۳، روش نمایی مختلط چند مرجعی^۴ که در آنالیز مودال سنتی موفق بوده‌اند، برای آنالیز مودال کارکردی نیز سازگار هستند [۱]. یکی از قوی‌ترین روش‌های حوزه‌ی زمان در آنالیز مودال کارکردی، روش‌های مبتنی بر زیر فضای اتفاقی می‌باشند. روش زیر فضای اتفاقی توسط ون اورشی و همکارانش با استفاده از اندازه‌گیری پاسخ سازه به تحریک تصادفی ارائه گردید [۲، ۳]. پیترو و همکاران به توسعه این روش پرداخته و از آن برای آنالیز مودال سازه‌های تحت تاثیر بارهای محیطی استفاده نمودند [۴]. مولر و همکاران از روش زیر فضای اتفاقی برای انجام آنالیز مودال کارکردی یک صفحه تحت تحریک یک موتور الکتریکی استفاده نمودند و نتایج آن را با روش تجزیه حوزه فرکانس مقایسه نمودند [۵].

ریندر روشی ترکیبی از تصادفی و معین را برای هر دو نوع آنالیز مودال محیطی و تجربی ارائه نمود و عملکرد آن را با استفاده از داده‌های حاصل از آزمایش یک پل مورد بررسی قرار داد. این روش در عین سرعت و دقت، برخی از محدودیت‌های آنالیز مودال محیطی را نداشت. این محقق در همان سال روش‌هایی را برای حذف خطای بایاس با استفاده از دیگرام پایداری و تخمین خطای واریانس با استفاده از حساسیت مرتبه اول پارامترهای مودال به‌دست آمده از روش زیر فضای اتفاقی ارائه نمود و دقت و عملکرد این روش‌ها را به وسیله داده‌های شبیه‌سازی شده و آزمون بررسی نمود [۶، ۷].

کرا و همکارانش، روش نوینی را به‌عنوان شاخصی جهت شناسایی مودهای سیستم با استفاده از سهم مودال که از طریق فیلتر کالمن محاسبه می‌شود، ارائه نمودند [۸]. روش تجزیه حوزه فرکانس یکی از روش‌های کاربردی در حوزه فرکانس بوده که بر اساس رابطه‌ی بین ماتریس‌های چگالی طیف توانی ورودی و خروجی یک فرآیند تصادفی استوار است [۹].

¹ Operational Modal Analysis

² Least Squares Complex Exponential

³ Enhanced Ibrahim Time Domain

⁴ Multi-Reference Complex Exponential

ساده‌ترین روش حوزه فرکانس، روش گزینش قله^۱ می باشد که در سال (۱۹۷۱) توسط مک لارمو و همکارانش برای ارتعاشات محیطی پل‌های معلق ارائه شد [۱۰]. سپس این روش توسط فلبر منسجم گردید و موجب توسعه نرم افزارهای شناسایی مودال شد [۱۱]. مزیت اصلی این روش بر سایر روش‌ها، سرعت و سادگی در استفاده از آن می‌باشد. مبنای تمام روش‌های شناسایی در آنالیز مودال کارکردی، فرض اساسی تصادفی بودن نیروهای تحریک سازه است. این محدودیت می‌تواند کاربرد آنالیز مودال کارکردی را در مورد تجهیزات مکانیکی دوار محدود نماید. در این تجهیزات، علاوه بر تحریک تصادفی زمینه، هارمونیک‌های دورانی تجهیز نیز در نیروی تحریک ظاهر شده و فرض تصادفی بودن ورودی را مخدوش می‌نمایند. برای اولین بار برینکر و همکارانش شاخصی را برای شناسایی و جداکردن مودهای واقعی سازه از مودهای هارمونیک ارائه نمودند. این شاخص بر اساس تفاوت‌های بنیادین بین خواص آماری پاسخ هارمونیک و پاسخ تصادفی در یک باند باریک در حوالی مودهای سازه می‌باشد [۱۲]. پینتلون و همکارانش یک الگوریتم خاص را به منظور مقابله با اختلالات ناشی از تحریکات هارمونیک با فرکانس‌های متغیر ارائه نمودند [۱۳].

آگنتی و همکارانش روش جدیدی را مبتنی بر استفاده هم‌زمان آنتروپی و فرایند تنها- خروجی بر مبنای کاربرد خواص تبدیل هیلبرت، ارائه نمودند [۱۴]. ویجتینس و همکارانش روش انتقال‌پذیری چندمرجعی مبتنی بر آنالیز مودال کارکردی را ارائه نمودند [۱۵].

در این پژوهش، عملکرد الگوریتم‌های مختلف رایج در آنالیز مودال کارکردی در حضور مولفه‌های تحریک هارمونیک بر روی یک نمونه تجربی بررسی شده است. ابتدا تیر فولادی نمونه در شرایط آزمایشگاهی تحت آزمون آنالیز مودال تجربی قرار گرفته و پارامترهای مودال استخراج می‌شود. در مرحله بعد آنالیز مودال کارکردی بر روی تیر فولادی تحت تحریک‌های هم‌زمان تصادفی و هارمونیک انجام و پارامترهای مودال حاصل با نتایج به‌دست آمده از آنالیز مودال تجربی مقایسه شده است. در ادامه، نتایج به‌دست آمده توسط روش‌های مختلف آنالیز مودال کارکردی با یکدیگر مقایسه شده و مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند.

۲- الگوریتم‌های شناسایی مودال در شرایط محیطی

تاکنون روش‌های بسیار متنوعی برای استخراج پارامترهای مودال از آزمون مودال محیطی ارائه شده است. از میان این تکنیک‌ها، شناسایی به روش تجزیه فرکانسی، روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته و زیر فضای اتفاقی بسیار رایج بوده و در ادامه به اختصار معرفی می‌گردند.

۲-۱- روش تجزیه فرکانسی

روش تجزیه حوزه فرکانس، تعمیم روش گزینش قله است که برای مودهای جدا از هم تخمین‌های قابل قبولی از فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها به دست می‌دهد. تخمین میرایی با استفاده روش گزینش قله غیر دقیق است. این روش با اعمال تجزیه مقادیر تکین بر ماتریس چگالی طیف توانی، آن را به مجموعه‌ای از توابع چگالی خود طیف تجزیه می‌کند که هر یک متناظر با یک سیستم یک درجه آزادی است.

¹ Peak picking

فرضیات اساسی این روش، نویز سفید بودن سیگنال تحریک، میرایی کم و همچنین تعامد هندسی شکل مودهای نزدیک می‌باشند. انحراف هرچه بیشتر از این فرضیات باعث کاهش دقت نتایج می‌گردد [۱۶]. رابطه‌ی بین ورودی‌های مجهول $x(t)$ و پاسخ‌های اندازه‌گیری شده $y(t)$ را می‌توان بصورت زیر بیان نمود:

$$G_{yy}(j\omega) = \overline{H}(j\omega)G_{xx}(j\omega)H(j\omega)^T \quad (۱)$$

که $G_{xx}(j\omega)$ ماتریس چگالی توان طیفی ورودی، $G_{yy}(j\omega)$ ماتریس چگالی توان طیفی پاسخ‌ها، $H(j\omega)$ ماتریس تابع پاسخ فرکانسی است.

تابع پاسخ فرکانسی را می‌توان به فرم کسر جزئی قطب-مانده نوشت:

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{R_k}}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \quad (۲)$$

که n تعداد مودها و λ_k قطب و R_k مانده است که به صورت زیر می‌باشد:

$$R_k = \varphi_k \gamma_k^T \quad (۳)$$

φ_k ، γ_k به ترتیب بردار شکل مود و بردار مشارکت مودال می‌باشند. هنگامی که ورودی به صورت نویز سفید فرض شود، چگالی توان طیفی آن عدد ثابتی، مثلاً C ، خواهد بود. در این حالت معادله (۳) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{R_k}}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \right] \times C \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\overline{R_k}}{j\omega - \overline{\lambda_s}} \right]^H \quad (۴)$$

با ضرب دو کسر جزئی و استفاده از تئوری کسر جزئی هوی ساید^۱، بعد از عملیات ریاضی، چگالی توان طیفی خروجی به صورت قطب-مانده به فرم زیر خواهد بود:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\overline{A_k}}{j\omega - \overline{\lambda_s}} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_s} + \frac{\overline{B_k}}{-j\omega - \overline{\lambda_s}} \quad (۵)$$

که A_k ، k امین ماتریس مانده چگالی توان طیفی خروجی است.

در حالت میرایی کم، مانده متناسب با بردار شکل مود می‌باشد:

$$A_k \propto R_k C \overline{R_k} = \varphi_k \gamma_k^T C \gamma_k \varphi_k^T = d_k \varphi_k \varphi_k^T \quad (۶)$$

که d_k یک اسکالر ثابت است. در یک فرکانس مشخص ω تنها تعداد محدودی مود (معمولاً یک یا دو مود)، به طور موثری در پاسخ مشارکت دارند. بنابراین در حالتی که سازه میرایی کمی دارد، چگالی طیف پاسخ را می‌توان به فرم زیر نوشت:

^۱ Heaviside

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k \in \text{Sub}(\omega)} \frac{d_k \varphi_k \varphi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\varphi}_k \bar{\varphi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (7)$$

که این تجزیه مودال ماتریس طیفی می باشد. تخمین چگالی طیف توان خروجی معلوم $\hat{G}_{yy}(j\omega)$ در فرکانسهای مجزای $\omega = \omega_i$ از طریق تجزیه مقادیر تکین می باشد:

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_I S_I U_I^H \quad (8)$$

که U_I یک ماتریس یکه متشکل از بردارهای تکین u_{ij} است، و S_I یک ماتریس قطری شامل مقادیر تکین اسکالر S_{ij} می باشد.

۲-۲- روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته

روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته، تعمیمی از روش تجزیه حوزه فرکانس می باشد که دقت تخمین فرکانس های طبیعی و شکل مودها را ارتقا داده و امکان تخمین میرایی را نیز ایجاد می نماید [۱۷]. در روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته، تابع چگالی طیف توانی یک درجه آزادی شناسایی شده در حوالی قله رزونانس، با استفاده از تبدیل فوریه گسسته معکوس، به حوزه زمان بازگردانده می شود. فرکانس طبیعی از طریق تعیین زمان های گذر از صفر و میرایی بوسیله کاهش لگاریتمی تابع خود همبستگی نرمال شده سیستم یک درجه آزادی مربوطه به دست می آید. تکنیک روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته بر پایه تجزیه طیف پاسخ اندازه گیری شده می باشد. لذا گام کلیدی در روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته اعمال تجزیه مقدار تکین بر روی طیف پاسخ اندازه گیری شده در فرکانس های مجزای $\omega = \omega_i$ می باشد. لذا تخمین چگالی طیف توان خروجی به فرم زیر خواهد بود:

$$\hat{G}_{yy}(j\omega) = U_I S_I U_I^H = \sum_k^{n_y} u_{ki} u_{ki}^H S_{ki} \quad n_y: \text{تعداد فرکانس های رزونانس} \quad (9)$$

با فرض عدم وجود ریشه ی تکراری، رتبه ی $G_{yy}(j\omega)$ در فرکانس طبیعی $\omega = \omega_i$ تقریباً برابر یک خواهد بود. به این ترتیب فرکانس های طبیعی محاسبه می شوند. نسبت میرایی نیز از طریق کاهش لگاریتمی تابع خود همبستگی بدست می آید [۱۸]. شکل مودها نیز به صورت جمع وزن دار بردارهای تکین حاصل از فرکانس ها مختلف انتخاب حاصل می شوند:

$$\varphi_i = \sum_{\omega = \Omega_i} U_i(\omega) S_i(\omega) \quad (10)$$

Ω_i معرف مجموعه فرکانس ها ی انتخابی در محدوده مود i ام می باشد.

۲-۳- روش حوزه زمان زیر فضای اتفافی

روش زیر فضای اتفافی به عنوان قدرتمندترین روش شناخته شده در حوزه زمان برای آنالیز مودال کارکردی محسوب می گردد که خود به دو روش زیر فضای اتفافی بر مبنای کوواریانس و زیر فضای اتفافی بر مبنای

داده^۱ تقسیم می‌گردد. در روش اول از کوواریانس داده‌ها استفاده می‌شود در حالی که در زیر فضای اتفاقی بر مبنای داده از داده‌های پاسخ زمانی سیستم استفاده می‌گردد [۱۹].

در این مقاله از روش زیر فضای اتفاقی بر مبنای داده استفاده می‌شود. ابتدا کلیه پاسخ‌های زمانی در ماتریس بلوکی هنکل جمع‌آوری شده سپس این ماتریس به دو زیرماتریس گذشته و آینده تقسیم می‌شود. جهت ایجاد ارتباط بین پاسخ‌ها، ماتریس آینده بر روی ماتریس گذشته تصویر شده و ماتریس تصویر تشکیل می‌گردد. با استفاده از تجزیه مقدار تکین ماتریس تصویر، ماتریس مشاهده‌پذیری و حالت‌های کالمن محاسبه شده و با استفاده از ماتریس مشاهده‌پذیری، ماتریس سیستم و در نهایت مجموعه‌ای از قطب‌های ماتریس سیستم به دست می‌آید. جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و ضرائب میرایی از نمودار پایداری استفاده می‌شود [۲۰].

ماتریس بلوک هنکل Y_h به وسیله شیفت دادن ماتریس داده‌ها ایجاد می‌شود:

$$Y_h = \begin{bmatrix} Y(1:N-2s) \\ Y(2:N-2s+1) \\ \vdots \\ Y(2s:N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{hp} \\ Y_{hf} \end{bmatrix} \quad (11)$$

نیمه بالایی این ماتریس که با Y_{hp} نمایش داده می‌شود، گذشته و نیمه پایینی Y_{hf} ، آینده نامیده می‌شود. در SSI تصویر آینده در گذشته، ماتریس زیر را تعریف می‌کند:

$$O = E(Y_{hf} | Y_{hp}) \quad (12)$$

برای محاسبه تصویر به صورت مستقیم می‌توان از روش ون اورشی و دی مور استفاده کرد [۲]:

$$O = Y_{hf} Y_{hp}^T (Y_{hp} Y_{hp}^T)^{-1} Y_{hp} \quad (13)$$

آخرین ماتریس در این حاصل ضرب، شرطها را تعریف می‌کند و چهار ماتریس اول معرف کوواریانس بین کانال‌ها در تاخیرهای زمانی مختلف می‌باشد. استفاده از رابطه فوق به لحاظ محاسباتی سنگین است. با استفاده از ماتریس بلوک هنکل، هر ستون ماتریس O به صورت زیر بیان می‌شود:

$$O_{col} = \Gamma_s X_0 \quad \Gamma_s = \begin{bmatrix} C \\ CA_d \\ CA_d^2 \\ \vdots \\ CA_d^{s-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

حالت‌های کالمن، شرایط اولیه برای همه ستون‌های ماتریس O می‌باشند، بنابراین:

$$O = \Gamma_s X_0 \quad (15)$$

¹ Stochastic Subspace Identification-Covariance driven (SSI-Cov)

که X_0 حالت‌های کالمن در تاخیر زمانی صفر می‌باشد. اگر ماتریس Γ_S مشخص باشد، می‌توان همه حالت‌های کالمن را به دست آورد. از آنجا که ماتریس Γ_S مجهول است بایستی حالت‌های کالمن تخمین زده شوند. بدین منظور، تجزیه تکین ماتریس O مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$O = USV^T \quad (16)$$

بنابراین تخمین ماتریس Γ_S و ماتریس حالت کالمن X_0 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\Gamma} = US^{1/2} \quad \hat{X}_0 = S^{1/2}V^T \quad (17)$$

از این رو فرایند تعریف شده جهت تخمین ماتریس‌های Γ_S و X_0 منحصر به فرد نمی‌باشد. ماتریس حالت کالمن X_0 ، ماتریس حالت کالمن با تاخیر زمانی صفر می‌باشد. اگر یک بلوک سطری از ماتریس O و یک بلوک سطر از پایین ماتریس Γ_S حذف شوند، به‌طور مشابه می‌توان ماتریس حالت کالمن X_1 را در تاخیر زمانی یک تخمین زدیم. به همین منوال با حذف بلوک‌های سطری از ماتریس O می‌توان کلیه حالت‌های کالمن را تعیین نمود.

ماتریس سیستم A_d از طریق تخمین ماتریس Γ_S بوسیله حذف یک بلوک از بالا و یک بلوک از پایین به دست می‌آید:

$$\hat{\Gamma}_{(2:s)} \hat{A}_d = \hat{\Gamma}_{(1:s-1)} \quad (18)$$

بنابراین ماتریس سیستم \hat{A}_d می‌تواند از طریق رگرسیون محاسبه شود. ماتریس مشاهده C نیز به وسیله گرفتن اولین بلوک ماتریس مشاهده پذیری بدست می‌آید.

$$\hat{C} = \hat{\Gamma}_{(1:1)} \quad (19)$$

اولین گام به منظور یافتن پارامترهای مودال، اعمال تجزیه مقادیر ویژه بر روی ماتریس \hat{A}_d می‌باشد. با محاسبه مقادیر و بردارها ویژه ماتریس سیستم، پارامترهای مودال سیستم محاسبه می‌شوند:

$$\hat{A}_d = \Psi \mu_i \Psi^{-1} \quad (20)$$

قطب‌های زمان پیوسته λ_i را می‌توان از طریق قطب‌های زمان گسسته μ_i یافت:

$$\mu_i = \exp(\lambda_i) \quad (21)$$

و منجر به فرمول‌های شناخته شده زیر می‌گردد:

$$\lambda_i = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta T} \quad \omega_i = |\lambda_i| \quad (22)$$

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad \zeta_i = \frac{\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|}$$

۳- آزمایش تجربی

به منظور ارزیابی تجربی عملکرد هر یک از روش‌های آنالیز مودال محیطی در شناسایی مودال سازه، یک تیر فولادی در شرایطی مشابه ارتعاش محیطی تحریک می‌شود. پیش از آن، آزمایش مودال تجربی کلاسیک به-منظور استخراج دقیق پارامترهای مودال انجام شده و نتایج به عنوان داده‌های مرجع در نظر گرفته می‌شوند.

۳-۱- آزمایش و آنالیز مودال تجربی

در این مرحله جهت استخراج پارامترهای دقیق تیر نمونه، آنالیز مودال تجربی انجام گردید. مشخصات نمونه در جدول (۱) ارائه شده است. آزمایش مودال، مطابق شکل (۱) در محدوده‌ی فرکانسی ۰ تا ۸۰۰ هرتز و با گام فرکانسی ۰/۵ هرتز انجام شده است. شتاب سنج‌های مورد استفاده، از نوع AP2037 با حساسیت 10 mV/g بوده اند. برای تحریک تیر از چکش مدل AU02 استفاده گردیده است.

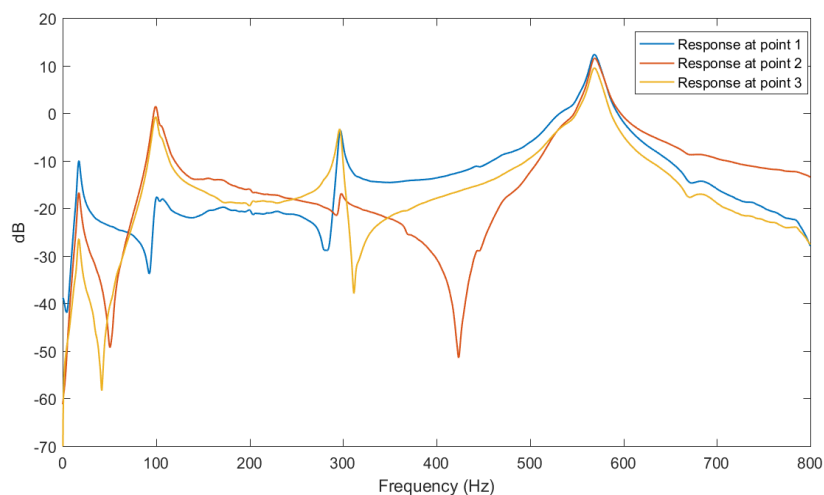
سیستم B&K PULSE 3560D به منظور داده برداری و پردازش اطلاعات مورد استفاده قرار گرفته است. در این آزمایش، تحریک در یک نقطه اعمال شده و سه شتاب سنج با فواصل مساوی از یکدیگر و لبه‌ها اطلاعات ارتعاشی را اندازه گیری می‌نمایند. در نهایت یک ستون از ماتریس تابع پاسخ فرکانسی حاصل شده است. شکل (۱) نمودار توابع پاسخ فرکانسی را نشان می‌دهد. نقطه شماره ۲ به دلیل تحریک مناسب کل سازه و همچنین احتراز از خطای ضربه‌های متوالی به عنوان نقطه تحریک انتخاب شده است. چهار فرکانس طبیعی و ضریب میرایی اول تیر مورد بررسی، حاصل از آنالیز مودال تجربی در جدول (۲) مشاهده می‌شوند.

۳-۲- آزمایش مودال محیطی تیر تحریک توام تصادفی و هارمونیک

در این مرحله جهت بررسی اثرات ناشی از حضور نیروهای تصادفی و هارمونیک بر کیفیت استخراج پارامترهای مودال، آزمایش مودال با شرایط شبیه سازی شده محیطی انجام شد. برای این منظور، مطابق شکل (۲)، از همان تیر و سنسورهای مرحله قبل به اضافه یک لرزشگر الکترو مغناطیسی جهت تحریک استفاده گردید. در آزمایش جدید صرفاً پاسخ‌های ارتعاشی ثبت گردید.

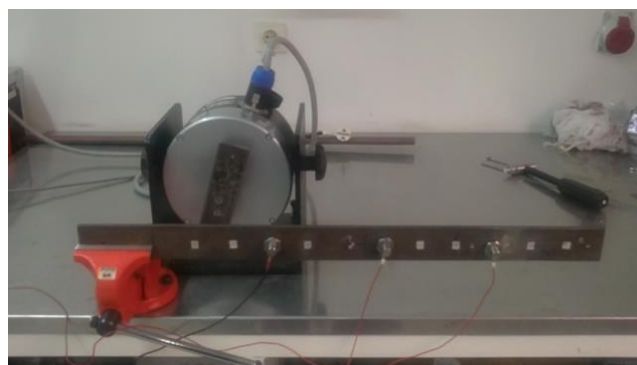
جدول ۱- خصوصیات تیر مورد آزمایش

مدول یانگ Gpa	چگالی kg/m ³	ضخامت mm	پهنا mm	طول mm
۲۰۰	۷۸۳۰	۸،۴	۵۰	۶۴۰



شکل ۱- توابع پاسخ فرکانسی

مод چهارم	مود سوم	مود دوم	مود اول	جدول ۲- پارامترهای مودال حاصل از آنالیز مودال تجربی
۵۶۹/۵	۲۹۶	۹۹	۱۷/۲۵	فرکانس طبیعی
%۱/۰۹	%۰/۹۴۶	%۰/۵۴۳	%۱/۰۲	درصد میرایی



شکل ۲- چیده مان آزمایش مودال محیطی

سیگنال پریودیک سینوسی با فرکانس ۴۲ هرتز توسط لرزشگر به سازه اعمال گردید. همزمان با وارد کردن ضربات متوالی تصادفی به نقاط مختلف تیر، سازه تحت تحریک تصادفی نیز قرار گرفت. فرکانس نمونه برداری در این آزمایش ۴۴۱۰۰ نمونه بر ثانیه بوده است. پس از ذخیره نمودن پاسخهای زمانی و تخمین توابع چگالی طیفی توسط آنالایزر ارتعاشی، به وضوح می توان تبعات حضور نیروهای تصادفی و هارمونیک را در طیف های ثبت شده مشاهده نمود.

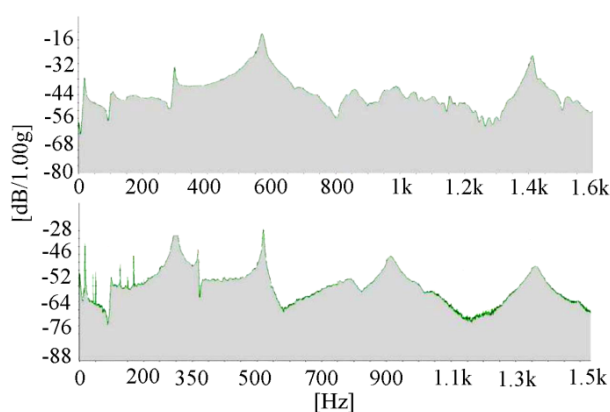
چنانکه در شکل (۳) به وضوح مشاهده می‌شود، وجود مولفه‌های هارمونیک موجب انحراف موده‌های سازه‌ای گردیده و این مودها به صورت موده‌های کاذب در طیف حضور دارند. به علاوه، میزان نویز به واسطه وجود نیروهای تصادفی افزایش یافته است.

در مرحله بعد به کمک الگوریتم‌های تجزیه حوزه فرکانس، تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته و نیز شناسایی زیر فضای اتفاقی، پارامترهای مودال را استخراج شدند. بدین منظور به موازات برنامه متلب، از نرم افزار تجاری آنالیز مودال پالس^۱ نیز جهت تحلیل کمک گرفته شده است.

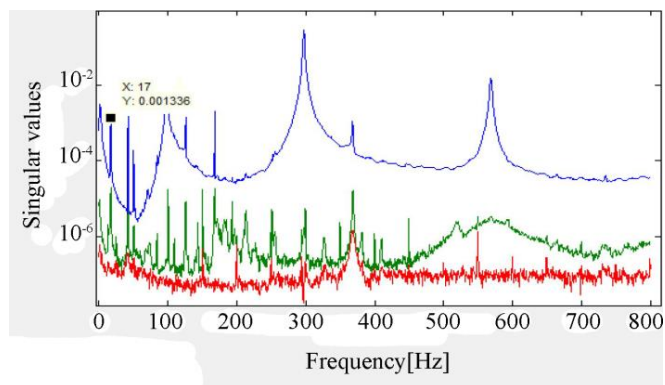
۳-۳- استخراج پارامترهای مودال به روش‌های تجزیه فرکانسی و تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته

با توجه به این که روش تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته، بهبود یافته روش تجزیه حوزه فرکانس می‌باشد، لذا برای این دو روش یک برنامه که بر مبنای ورودی اطلاعات مربوط به توابع چگالی طیفی عمل می‌کند، تدوین گردیده است به نحوی که از نتایج روش تجزیه حوزه فرکانس جهت حل روش تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته استفاده می‌شود. در مرحله بعد پس از تعیین پهنای باند فرکانسی و نیز دقت مورد نظر، تعداد سنسورها و توابع چگالی طیفی وارد می‌گردد. در این مرحله و پس از پردازش داده‌ها، نمودار مقادیر تکین برحسب فرکانس مطابق شکل (۴) به دست آمده است. مختصات نقاط در قله‌ها نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی در محدوده مورد نظر می‌باشد. اثرات ناشی از حضور مولفه‌های تصادفی و هارمونیک همچنان در نمودار مقادیر تکین به وضوح قابل مشاهده است.

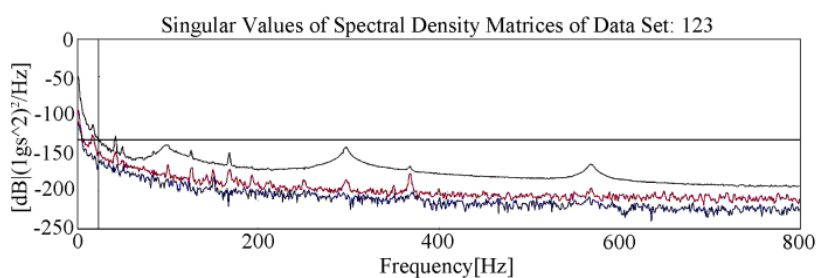
چهار فرکانس طبیعی اول حاصل شامل فرکانس‌های ۱۷، ۹۸، ۲۹۷، ۵۶۸/۵ هرتز می‌باشند. شکل (۵) نمودار مقادیر تکین حاصل از نرم افزار پالس و موده‌های کاذب ایجاد شده در این نمودار ناشی از حضور نیروهای هارمونیک و تصادفی را نشان می‌دهد.



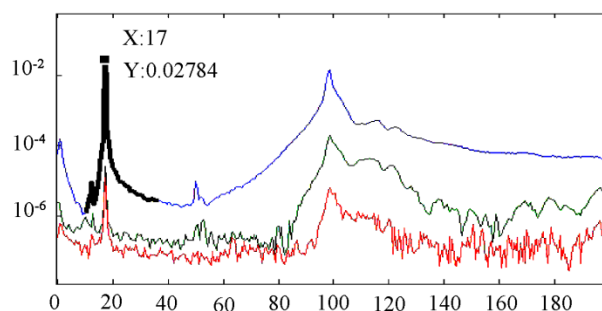
شکل ۳- مقایسه طیف چگالی آنالیز مودال تجربی (تصویر بالا) با طیف چگالی آنالیز مودال محیطی ناشی از حضور نیروهای تصادفی و هارمونیک (تصویر پایین)



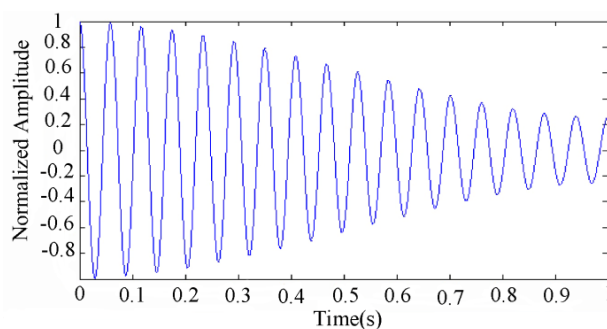
شکل ۴- نمودار نمودار مقادیر تکین اول تا سوم (از بالا به پایین) بر حسب فرکانس به دست آمده از کد متلب



شکل ۵- نمودار مقادیر تکین اول تا سوم (از بالا به پایین) حاصل از نرم افزار پالس و مود کاذب ایجاد شده در فرکانس ۴۲ هرتز ناشی از مولفه‌ی هارمونیک



شکل ۶- تخمین سیستم یک درجه آزادی متناظر با مود اول



شکل ۷- سیگنال زمانی حاصل از اعمال معکوس تبدیل فوریه روی تابع چگالی طیفی معادل با مود اول

در روش تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته توابع چگالی طیفی متناظر با سیستم یک درجه آزادی به حوزه زمان برده شده و فرکانس طبیعی و ضریب میرایی محاسبه می‌شود. بدین منظور پس از تخمین سیستم یک درجه آزادی متناظر با مود مورد نظر، به عنوان مثال مود اول مطابق شکل (۶)، با اعمال تبدیل معکوس فوریه سریع، توابع چگالی طیفی به حوزه زمان برده می‌شود. شکل (۷) پاسخ ضربه به دست آمده برای مود اول را نشان می‌دهد. به این ترتیب، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی محاسبه می‌شوند. در جدول (۳) مقادیر چهار فرکانس طبیعی اول استخراج شده به روش تجزیه حوزه فرکانس و روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای تخمین میرایی از روش کاهش لگاریتمی استفاده شده است. با رسم دامنه‌ی قله‌های تابع پاسخ ضربه محاسبه شده بر حسب زمان در مقیاس لگاریتمی و تقسیم شیب خط حاصل بر فرکانس زاویه‌ای مود مربوطه، میرایی به دست می‌آید. شکل (۸)، این فرآیند را برای مود اول نمایش می‌دهد.

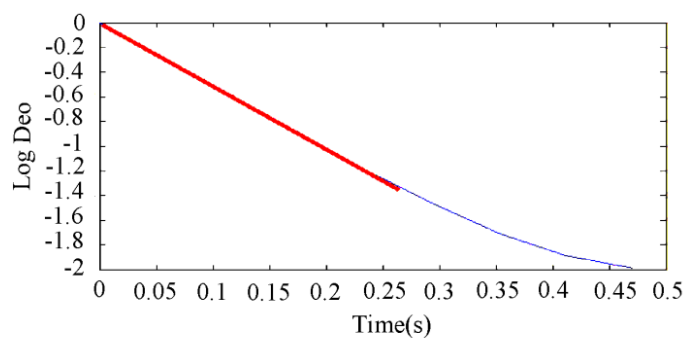
۳-۴- استخراج پارامترهای مودال به روش زیر فضای اتفافی

پاسخ‌های زمانی اندازه گیری شده به عنوان ورودی الگوریتم استفاده می‌شوند. خروجی کد متلب شامل نمودار پایداری است که برای مقایسه بهتر بر روی نمودار فرکانسی منطبق گردیده است. هم‌زمان از تحلیل نرم افزار آنالیز مودال پالس نیز استفاده شده است.

جدول ۳- فرکانس‌های طبیعی حاصل از آنالیز مودال محیطی به روش‌های تجزیه حوزه فرکانسی و

تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته و درصد خطا

تجزیه حوزه فرکانس توسعه یافته	تجزیه حوزه فرکانس	
۱۷/۱۶ (%۰/۱۵۳)	۱۷/۰۰ (%۰/۱۴)	مود اول
۹۸/۵۸ (%۰/۴۲)	۹۸/۰۰ (%۰/۱)	مود دوم
۲۹۶/۴۵ (%۰/۱۵)	۲۹۷/۰۰ (%۰/۳۴)	مود سوم
۵۶۸/۶۴ (%۰/۱۵)	۵۶۸/۵۰ (%۰/۱۸)	مود چهارم



شکل ۸- خط راست برازش شده به نمودار کاهش لگاریتمی برای تخمین میرایی مود اول

نمودار پایداری قطب‌ها یا به عبارتی موده‌های سیستم را در مرتبه‌های مختلف نشان می‌دهد و از طریق آن می‌توان پی به وجود موده‌های پایدار، ناپایدار و نویزی برد. بدین منظور در هر مرتبه، موده‌های سیستم محاسبه شده و بر اساس معیار پایداری فرکانس و ضریب میرایی، نوع مود تعیین می‌گردد [۲۱].

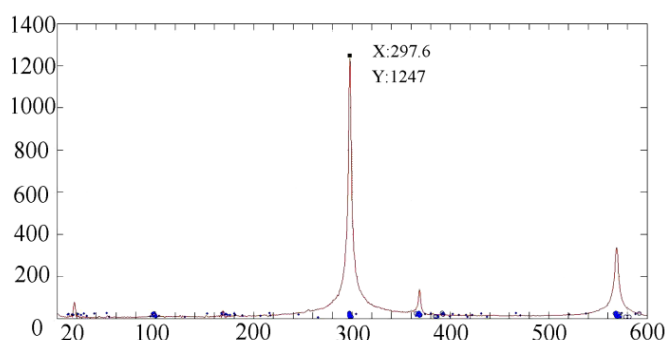
معیار پایداری فرکانس ۱٪ و نسبت میرایی ۵٪ در نظر گرفته شده است. جهت تشخیص موده‌های نویزی از نسبت میرایی استفاده شده است، به این نحو که مودها با نسبت میرایی بالای ۵٪ به عنوان مود نویزی معرفی می‌گردد. در ادامه موده‌های هر مرتبه با موده‌های مرتبه قبل از خود مقایسه شده و در صورتی که اختلاف آنها کمتر از ۱٪ باشد به عنوان مود پایدار نشان داده می‌شوند.

پس از تشکیل نمودار پایداری، مدل‌های مختلفی از سیستم براساس مقادیر تعیین شده در برنامه به دست می‌آید که در این برنامه حداقل مرتبه مدل ۳ و حداکثر مرتبه مدل ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

حال مدلی که کم‌ترین اختلاف را در مقایسه با داده‌های اندازه‌گیری شده دارد، به عنوان مدل بهینه معرفی می‌شود. پس از بررسی، مرتبه ۶۱ با کم‌ترین خطا به عنوان مرتبه مدل بهینه تعیین و فرکانس‌های حاصل از روش زیر فضای اتفافی، مطابق شکل ۹، به ترتیب ۱۷/۴، ۹۸/۰۴، ۲۹۷/۱ و ۵۶۸/۵ هرتز محاسبه گردید. فرکانس‌های طبیعی و شکل موده‌های تیر یک‌سرگیردار به سه روش تجزیه حوزه فرکانس، تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته و روش زیر فضای اتفافی در کد متلب و نیز توسط نرم افزار تجاری پالس محاسبه گردید. این مقادیر در جدول (۴) مشاهده می‌شوند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، دقت روش SSI در محاسبه فرکانس‌های طبیعی از هر دو روش دیگر بالاتر بوده است.

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش، عمل کرد روش‌های مختلف تشخیص و حذف مولفه‌های هارمونیک در الگوریتم‌های رایج آنالیز مودال محیطی در شرایط عملی مورد توجه قرار گرفته است. یک تیر فولادی در شرایط واقعی تحت آزمون آنالیز مودال تجربی قرار گرفته و پارامترهای مودال آن استخراج شده است. این اطلاعات، مبنای ارزیابی پارامترهای مودال استخراج شده در مراحل بعد از طریق انجام آنالیز مودال کارکردی روی تیر، می‌گردد. در مرحله بعد، آنالیز مودال محیطی بر روی همان تیر فولادی تحت تحریک‌های هم‌زمان تصادفی و هارمونیک انجام شده و پارامترهای مودال حاصل با نتایج به‌دست آمده از آنالیز مودال تجربی مقایسه گردید.



شکل ۹- نمودار پایداری منطبق بر نمودار تبدیل فوریه سریع

جدول ۴- نتایج حاصل از روش‌های مختلف آنالیز مودال محیطی در مقایسه با نتایج آنالیز مودال تجربی

مود چهارم		مود سوم		مود دوم		مود اول		
درصد میرایی مودال	فرکانس طبیعی (هرتز)	درصد میرایی مودال	فرکانس طبیعی (هرتز)	درصد میرایی مودال	فرکانس طبیعی (هرتز)	درصد میرایی مودال	فرکانس طبیعی (هرتز)	
۱/۱	۵۶۹	۰/۹۵	۲۹۶	۵/۴۳	۹۹	۱۰/۲	۱۷/۲۵	EMA
-	۵۶۸/۵	-	۲۹۷	-	۹۸	-	۱۷	FDD (MATLAB)
۰/۳۳	۵۶۸/۲	۰/۳۷	۲۹۷/۷	۳/۱	۹۸/۴	۲/۷	۱۷/۱۵	EFDD (MATLAB)
۰/۳۵	۵۶۸/۵	۰/۷۵	۲۹۷/۱	۲/۴۷	۹۹/۲	۲/۲۵	۱۷/۴۱	SSI (MATLAB)
-	۵۶۹	-	۲۹۶	-	۹۸	-	۱۷	FDD (PULSE)
۰/۵۲	۵۶۸/۳	۰/۶۶	۲۹۷/۱	۳/۴	۹۸/۰۶	۳/۹	۱۷/۰۸	EFDD (PULSE)
۰/۲۹	۵۶۹/۲	۰/۳۸	۲۹۷/۱	۵	۹۶/۵۹	۳/۶	۱۷/۱۲	SSI (PULSE)

جدول ۵- مقایسه‌ی درصد خطای پارامترهای مودال حاصل از آنالیز مودال تجربی و آنالیز مودال محیطی

مود چهارم		مود سوم		مود دوم		مود اول		
میرایی	فرکانس	میرایی	فرکانس	میرایی	فرکانس	میرایی	فرکانس	
-	%۰/۰۹	-	%۰/۳۴	-	%۱	-	%۱/۴۵	FDD
%۷۰	%۰/۱۴	%۶۱	%۰/۵۷	%۴۲/۹	%۰/۱۶	%۷۴	%۵۸	EFDD
%۶۸/۲	%۰/۰۹	%۲۱	%۰/۳۷	%۵۴/۵	%۰/۲	%۷۸	%۰/۴۳	SSI

در ادامه نتایج به‌دست آمده توسط روش‌های مختلف آنالیز مودال محیطی با یکدیگر مقایسه شده و مورد ارزیابی قرار گرفتند. در استخراج پارامترهای مودال تیر به وسیله اجرای آنالیز مودال محیطی در حضور نیروهای تصادفی و هارمونیک، وجود مولفه‌های هارمونیک موجب انحراف مودهای سازه‌ای گردیده و این مودها به‌صورت مودهای کاذب در طیف حضور دارند.

به‌علاوه، میزان نویز به دلیل وجود نیروهای تصادفی افزایش می‌یابد. دقت روش زیر فضای اتفاقی در مقایسه با روش‌های تجزیه حوزه فرکانس و تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته بالاتر می‌باشد. لیکن زمانی که میرایی سیستم در یکی از مودها کم باشد، همانند، مود سوم و چهارم، روش‌های تجزیه حوزه فرکانس تخمین بهتری را ارائه می‌کند. همچنین تاثیر عدم تمایز مناسب مودهای سازه‌ای و غیرسازه‌ای نزدیک به هم به‌خصوص در مود اول، در تخمین غیردقیق میرایی کاملاً مشهود می‌باشد.

مراجع

- [1] Zhang, L., Brincker, R., and Andersen, P., "Modal Indicators for Operational Modal Identification", IMAC 19: A Conference on Structural Dynamics, February 5-8, Orlando, USA, pp. 746-752, (2001).
- [2] Van Overschee, P., and De Moor, B.L., "*Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*", Kluwer Academic Publishers, Boston, (1996).
- [3] Van Overschee, P., and De Moor, B.L., "Subspace Algorithms for the Stochastic Identification Problem", *Automatica*, Vol. 29, pp. 649-660, (1993).
- [4] Peeters, B., De Roeck, G., Pollet, T., and Schueremans, L., "Stochastic Subspace Techniques Applied to Parameter Identification of Civil Engineering Structures", Conference of New Advances in Modal Synthesis of Large Structures, October 5-6, Lyon, France, pp. 151-162, (1995).
- [5] Møller, N., Bribcker, R., Herlufsen, H., and Andersen, P., "Modal Testing of Mechanical Structures Subject to Operational Excitation Forces", IMAC 19: A Conference on Structural Dynamics : February 5-8, Orlando, USA, pp. 262-269, (2001).
- [6] Reynders, E., and De Roeck, G., "Reference-based Combined Deterministic–stochastic Subspace Identification for Experimental and Operational Modal Analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 617-637, (2008).
- [7] Reynders, E., Pintelon, R., and De Roeck, G., "Uncertainty Bounds on Modal Parameters Obtained from Stochastic Subspace Identification", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 948-969, (2008).
- [8] Cara, F.J., Juan, J., Alarcón, E., Reynders, E., and De Roeck, G., "Modal Contribution and State Space Order Selection in Operational Modal Analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 38, pp. 276-298, (2013).
- [9] Bendat, J.S., and Piersol, A. G., "*Random Data: Analysis and Measurement Procedures*", 4th Edition, John Wiley & Sons, Hoboken, (2010).
- [10] McLamore, V. R., Hart, G. C., and Stubbs, I. R., "Ambient Vibration of Two Suspension Bridges", *Journal of the Structural Division*, Vol. 99, pp. 2567-2582, (1990).
- [11] Cunha, A., Caetano, E., Magalhaes, F., and Moutinho, C., "From Input-output to Output-only Modal Identification of Civil Engineering Structures", Final Report F11, SAMCO, Copenhagen, Denmark, (2006).
- [12] Brincker, R., Andersen, P., and Möller, N., "An Indicator for Separation of Structural and Harmonic Modes in Output-only Modal Testing", European COST F3 Conference on System Identification & Structural Health Monitoring, June 6-9, 2000, Madrid, Spain, pp. 265-272, (2000).

- [13] Pintelon, R., Peeters, B., and Guillaume, P., "Continuous-time Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Disturbances", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 90-105, (2010).
- [14] Agneni, A., Coppotelli, G., and Grappasonni, C., "A Method for the Harmonic Removal in Operational Modal Analysis of Rotating Blades", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 27, pp. 604-618, (2012).
- [15] Weijtjens, W., De Sitter, G., Devriendt, C., and Guillaume, P., "Operational Modal Parameter Estimation of MIMO Systems using Transmissibility Functions", *Automatica*, Vol. 50, pp. 559-564, (2014).
- [16] Brincker, R., and Zhang, L., "Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition", *IMAC 18: International Modal Analysis Conference*, February 7-10, Texas, USA, pp. 625-630, (2000).
- [17] Brincker, R., and Andersen, P., "Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition", *IMAC 19: A Conference on Structural Dynamics*, February 5-8, Orlando, USA, pp. 698-703, (2001).
- [18] Jacobsen, N.J., "Modal Analysis: Curve-fitted Enhanced Frequency Domain Decomposition A Robust Technique to Harmonic Excitation in Operational Modal Analysis", *15th International Congress on Sound and Vibration*, July 6-10, Daejeon, Korea, pp. 624-629, (2008).
- [19] Peeters, B., and De Roeck, G., "Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 123, pp. 659-667, (2001).
- [20] Brincker, R., "Understanding Stochastic Subspace Identification", *IMAC 24: International Modal Analysis Conference*, pp. 279-311, St. Louis, USA, (2006).
- [21] Brincker, R., and Rodrigues, J., "Application of the Random Decrement Technique in Operational Modal Analysis", *IOMAC 1: International Operational Modal Analysis Conference*, pp. 191-200, St. Louis, USA, (2005).

فهرست نمادهای انگلیسی

A_d : ماتریس سیستم

A_k : امین ماتریس مانده چگالی توان طیفی خروجی

C : ماتریس مشاهده

$G_{xx}(j\omega)$: ماتریس چگالی توان طیفی ورودی

$G_{yy}(j\omega)$: ماتریس چگالی توان طیفی پاسخ

$H(j\omega)$: ماتریس تابع پاسخ فرکانسی

O : ماتریس تصویر

R_k : مانده تابع پاسخ فرکانسی

S_I : ماتریس قطری مقادیر تکین

Y_h : ماتریس بلوک هنکل

X_0 : ماتریس حالت کالمن

نمادهای یونانی

Γ_s : ماتریس مشاهده پذیری

ζ_i : ضرایب میرایی مود i ام

φ_i : شکل مود i ام

Φ : ماتریس شکل مودهای سیستم

λ_k : قطب k ام سیستم پیوسته

μ_i : قطب i ام سیستم گسسته

ΔT : گام زمانی

Abstract

In the present research, performance of harmonic components identification and elimination techniques in practical operational modal data is investigated. Firstly, classical modal testing has been carried out on a cantilever steel beam and modal data are extracted. Four bending modes were available in the frequency band of interest. Afterwards, the same structure underwent operational modal tests with simultaneous random and harmonic excitation forces. In OMA, measurement data obtained from the operational responses are used to estimate the parameters of models that describe the system behavior.

Extracted modal parameters from these data compared with baseline parameters. Extraction of modal parameters from operational data was fulfilled through different common OMA techniques. Each set of obtained results was evaluated in comparison with reference results. Accuracy and capability of each method in eliminating spurious modes caused by harmonic input components have been studied. For data analysis, in addition to developed MATLAB codes, commercial software of PULSE has been utilized in parallel as a tool for verification. The results of this survey demonstrate that the accuracy of the Stochastic Subspace Identification method is higher compared to Frequency Domain Decomposition and Enhanced Frequency Domain Decomposition methods. However, when the system has low modal damping, Frequency Domain Decomposition methods provide better estimates.