

بررسی تولید آنتروپی در جریان سکون متقارن محوری نانو سیال بر روی استوانه باد مای دیواره ثابت

در تحقیق حاضر، دمای بی بعد، انتقال حرارت جابجایی و تولید آنتروپی در جریان سکون شعاعی نانو سیال بر روی استوانه نامحدود، در حالت پایا بررسی شده است. جریان آزاد نیز پایا بوده و قدرت اولیه جریان \bar{k} می باشد. حل تشابهی معادلات ناویر استوکس و معادله انرژی ارائه شده است. این معادلات، با استفاده از تبدیلات مناسبی که در این تحقیق معرفی شده است ساده سازی شده اند. معادلات در شرایطی حل شده اند که دمای دیواره استوانه ثابت است. کلیه حل های فوق برای اعداد رینولدز $Re = \bar{k}a^2 / 2\nu_f$ بین ۰/۱ تا ۱۰۰۰ و مقادیر معینی از کسر حجمی نانو ذرات ارائه شده است که در آنها a شعاع استوانه و ν_f لزجت سینماتیکی سیال پایه است. نتایج نشان می دهند برای همه اعداد رینولدز، با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، مولفه های شعاعی و محوری میدان سرعت و تنش برشی کاهش می یابد در حالی که ضریب انتقال حرارت و عدد ناسلت افزایش می یابد همچنین بیشترین مقدار آنتروپی تولید شده محاسبه است.

حمید محمدیون^۱

استادیار

محمد محمدیون^۲

دانشیار

محمد حسین دیبایی بناب^۳

استادیار

سیدرضا حجازی^۴

دانشیار

محسن دارابی^۵

دانشجوی دکترا

واژه های راهنما : نانو سیال، جریان سکون، حل تشابهی، کسر حجمی، تولید آنتروپی.

۱- مقدمه

واژه نانو سیال، برای سیالاتی به کار می رود که حاوی نانو ذرات جامد معلق، با اندازه کوچک تر از ۱۰۰ nm و با کسر حجمی کمتر از ۵ درصد باشند و این نام اولین بار توسط چویی مطرح شده است [۱]. انتخاب نانو ذرات مناسب می تواند باعث بهبود انتقال حرارت سیال در مقایسه با مایعات خالص شود. از نانو سیالات می توان برای بهبود سیستم مدیریت حرارتی در کاربردهای مهندسی، از جمله انتقال حرارت، میکرو مکانیک، دستگاه های HVAC و تجهیزات سرمایشی استفاده کرد. در سالهای اخیر، مطالعات تجربی و عددی متعددی در زمینه انتقال حرارت جابجایی نانو سیالات در هندسه های مختلف انجام شده است که به عنوان مثال می توان به مطالعات میگا و همکاران [۲]، هریس و همکاران [۳]، وانگ و ایسز و همکاران [۴]، سانترا و همکاران [۵]، و نوین و همکاران [۶] اشاره کرد.

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مکانیک، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود، ایران hmohammadiun@yahoo.com

^۲ دانشیار، گروه مکانیک، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود، ایران mmohammadiun@yahoo.com

^۳ استادیار، گروه مکانیک، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود، ایران diba_mr60@yahoo.com

^۴ دانشیار، گروه ریاضی محض، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود r_hejazi@shahroodut.ac.ir

^۵ دانشجوی دکترا، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود، ایران mdarabi514@gmail.com

نیلد و کوزنتسو، انتقال حرارت جابجایی آزاد در لایه مرزی جریان آرام یک نانو سیال را به صورت تحلیلی بررسی کردند [۷]. آن‌ها نشان داده‌اند که مدل به کاررفته برای نانو سیال با تأثیرات حرکت براونی تلفیق می‌شود. در پژوهش دیگری، نیلدو کوزنتسو [۸]، ناپایداری حرارتی در یک لایه مرزی متخلخل اشباع شده با یک نانو سیال را بررسی کردند. اخیراً، خان و پاپ، جریان لایه مرزی یک نانو سیال که از روی یک سطح گسترش یافته عبور کرده است را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۹].

به طور کلی یافتن حل‌های دقیق معادلات ناویراستوکس دارای پیچیدگی‌های ریاضی بسیاری است. این امر ناشی از غیرخطی بودن این معادلات است، به طوری که اصل برهم‌نهی که در جریان پتانسیل کارساز است، دیگر قابل اعمال نیست. با این حال در مواردی خاص، می‌توان حل‌های دقیق برای معادلات ناویراستوکس یافت. ولی اغلب این حل‌ها مربوط به حالت‌هایی است که جملات جابجایی که جملاتی غیرخطی هستند، به طور طبیعی حذف شوند. اولین حل دقیق مسئله جریان سکون توسط هایمنز [۱۰] ارائه گردید. در این تحقیق، جریان سکون دوبعدی در مقابل صفحه تخت بررسی شد. هایمنز جریان روی صفحه تخت ساکن را، به صورت آرام، غیرقابل تراکم و پایدار فرض کرد. وی همچنین با اختیار متغیری مناسب و نیز تبدیل مؤلفه‌های سرعت به یک تابع تشابهی، به یک معادله دیفرانسیل معمولی دست یافت و با حل آن، میدان سرعت و در نتیجه میدان فشار را در نزدیکی صفحه تخت به دست آورد. پس از هایمنز، هومان [۱۱] یک حل دقیق برای حالت سه‌بعدی معادلات ناویراستوکس حاکم بر جریان سکون، در برخورد با یک صفحه تخت به دست آورد. او نیز با تعریف تغییر متغیری مناسب و تبدیل مؤلفه‌های سرعت به یک تابع تشابهی، یک معادله دیفرانسیل معمولی برای تابع تشابهی به دست آورد و حل آن را به صورت یک سری توانی ارائه داد. هوارث [۱۲] و دیوی [۱۳] جریان سکون سه‌بعدی در مقابل یک صفحه تخت را برای حالت‌های غیرمقارن بررسی کرده و نتایج خود را منتشر کردند. اولین حل دقیق برای جریان سکون متقارن محوری بر روی یک استوانه نامحدود، توسط وانگ [۱۴] ارائه شد. در این حل فرض شده است که استوانه ساکن بوده و هیچ‌گونه حرکت چرخشی یا محوری ندارد، استوانه بدون عبور جریان از سطح خود و فاقد دمش یا مکش سطحی است. ضمناً به دلیل تقارن جریان آزاد نسبت به محور استوانه و دائمی بودن جریان، کلیه مشتقات نسبت به ϕ (جهت زاویه‌ای) و t (زمان)، صفر بوده و معادلات ناویراستوکس در مختصات استوانه‌ای به شکل ساده‌تری تبدیل می‌شوند. گورلا [۱۵-۱۸] در مجموعه‌ای از مقالات، جریان سکون متقارن محوری اطراف استوانه را مورد بررسی قرار داد و نتایج خود را برای جریان آرام، در حالت‌های دائم و گذرا ارائه داد. در این مقالات اثر حرکت محوری یکنواخت و نیز حرکت محوری هارمونیک استوانه، مورد بررسی قرار گرفته است. کانینگ و همکارانش [۱۹]، اثر چرخش استوانه با سرعت دورانی ثابت را برای جریان سکون بر روی استوانه مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق همچنین اثر مکش و دمش یکنواخت جریان، روی سطح استوانه در نظر گرفته شده است. به دلیل چرخش استوانه، جریان کاملاً سه‌بعدی است و سرعت در جهت ϕ نیز وجود دارد. تاخار و همکاران [۲۰]، اثر غیردائمی بودن جریان سکون شعاعی متقارن محوری بر روی استوانه را همراه با اثر حرکت محوری استوانه با سرعت متغیر، مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مقاله، تابع تغییرات زمانی جریان سکون آزاد و همچنین تابع تغییرات زمانی سرعت محوری استوانه برای به دست آوردن حل کاملاً تشابهی، یکسان و به صورت عکس تابع خطی نسبت به زمان در نظر گرفته شده است.

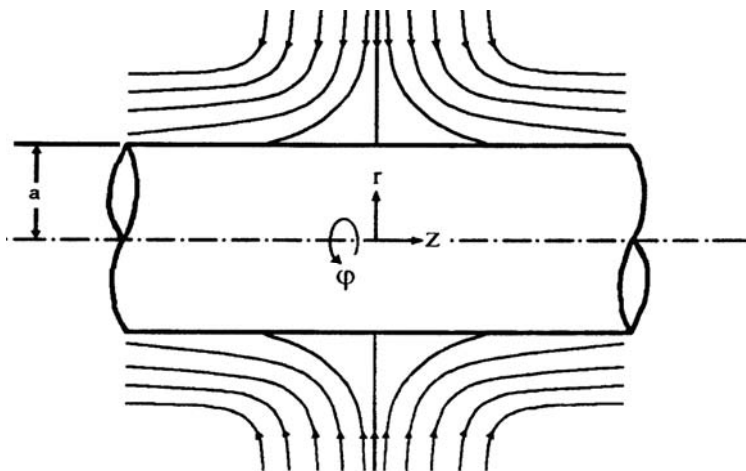
صالح و رحیمی [۲۱-۲۳] حل‌های دقیقی برای جریان سکون متقارن محوری بر روی استوانه نامحدود و نیز انتقال حرارت آن، برای حالت‌هایی که استوانه دارای حرکت محوری و چرخشی تابع زمان است به دست آورده‌اند. همچنین رحیمی و شکرگزار عباسی [۲۴-۲۷] حل‌های دقیقی برای جریان سکون سه‌بعدی و انتقال حرارت سیال لزج تراکم ناپذیر در حالت گذار، در برخورد با صفحه تخت ارائه دادند. محمدیون و همکاران نیز [۲۸-۳۱] در مجموعه‌ای از مقالات، حل‌های کاملاً تشابهی به‌منظور تحلیل جریان سکون متقارن محوری و انتقال آن بر روی محور استوانه‌ای با در نظر گرفتن اثرات تراکم‌پذیری جریان در حالت پایا ارائه داده‌اند. قانون دوم ترمودینامیک در تجزیه و تحلیل مسائل انتقال حرارت و میدان جریان در وسایل مختلف کاربرد فراوانی دارد. بر این اساس، دستگاه‌ها هنگامی بهترین شرایط کارکرد را دارند که آنتروپی تولیدشده کمترین مقدار را دارا باشد و تولید آنتروپی، به‌طور کامل با بازگشت‌ناپذیری سیستم مرتبط است. در سیستم‌های حرارتی، منابع اصلی تولید آنتروپی عبارت‌اند از: انتقال حرارت، انتقال جرم، تلفات لزجت، هدایت الکتریکی، واکنش شیمیایی و اثرات هم‌زمان انتقال جرم و حرارت [۳۲-۳۵]، از طرف دیگر هدر رفت اکسرژی در سیستم‌های ترمودینامیکی با تغییرات آنتروپی ایجادشده در آن سیستم‌ها رابطه مستقیم دارد بدین مفهوم که هرچه میزان آنتروپی ایجادشده در سیستم افزایش یابد اتلاف اکسرژی افزایش می‌یابد و با محاسبه آنتروپی اتلافی می‌توان بازدهی اکسرژی را محاسبه نمود. همچنین می‌توان گفت سیالات عامل تأثیر به‌سزایی در زمینه افزایش یا کاهش انتشار انرژی به سیستم‌ها را دارند و اثرگذاری آن‌ها به ضریب هدایت حرارتی، ظرفیت حرارتی و سایر خصوصیات فیزیکی بستگی دارد. محمود و همکارانش به بررسی تولید آنتروپی در انتقال حرارت جابه‌جایی مرکب در داخل کانالی که تحت تأثیر میدان مغناطیسی است، پرداختند [۳۶]. عزیز به بررسی تولید آنتروپی در جریان موازی بین دو صفحه که تحت تأثیر شرایط مرزی گوناگونی بودند پرداخت [۳۷]. اثرات میدان مغناطیسی و تلفات لزجت بر تولید آنتروپی در لایه نازک سیال توسط ساولی و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [۳۸ و ۳۹]. همچنین آن‌ها مطالعات خود را با بررسی تولید آنتروپی در جریان هیدرو مغناطیسی سیال ویسکوالاستیک کامل کردند [۴۰]. آن‌ها نشان دادند که با افزایش عدد هارتمن و افزایش عدد رینولدز و کاهش عدد پرانتل، آنتروپی تولیدی موضعی افزایش می‌یابد. همچنین رضایی جويا و همکاران، اثرات اعداد پرانتل و اکرت را بر تولید آنتروپی موضعی در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در ناحیه داخل لایه‌مرزی بررسی کردند [۴۱]. آن‌ها نشان دادند که افزایش عدد اکرت یا کاهش عدد پرانتل منجر به افزایش آنتروپی تولیدشده، می‌شود. یک فرمول کلی برای تولید آنتروپی در یک جریان تراکم ناپذیر نیوتنی توسط هیرشفلدر و همکارانش ارائه شده است [۴۲]. مسئله تولید آنتروپی در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری توأم با انتقال جرم در یک کانال دوبعدی توسط سان تحلیل شده است [۴۳]. وینچنزو و همکارانش یک حل عددی برای بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان مغشوش در کانال مربعی تحت تأثیر شار حرارتی ثابت دیواره در حضور نانو سیال آب-اکسید آلومینیم ارائه دادند و آنتروپی تولیدشده را محاسبه کردند [۴۴]. رشیدی و همکارانش نیز به محاسبه نرخ تولید آنتروپی در جریان سکون روی صفحه تخت در شرایط محیط متخلخل پرداختند و با استفاده از تبدیل ون کارمن معادلات حاکم را به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کردند و از تکنیک حل هموتوپی برای محاسبه توزیع سرعت و دما استفاده نمودند [۴۵].

به‌طور کلی در طول ۳۰ سال اخیر، مینیم سازی آنتروپی تولیدی، موضوع بسیاری از تحقیقات بوده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش بیجان و لدزما [۴۶]، لین و لی [۴۷]، ساسیکومار و بالاجی [۴۸]، اشاره کرد. در سال (۲۰۱۴) رشیدی و همکارانش تولید آنتروپی در جریان هیدرو مغناطیسی روی یک دیسک متخلخل با خواص فیزیکی متفاوت را مورد بررسی قرار دادند [۴۹]. اخیراً بررسی قانون دوم ترمودینامیک در جریان سیال و انتقال حرارت سیال عبوری از صفحه تخت توسط مالوندی و همکارانش انجام شده است [۵۰]. فریدون مهر و برادران رحیمی یک حل دقیق برای محاسبه تولید آنتروپی در جریان هیدرو مغناطیسی نانو سیال عبوری از سطح ورقه‌ای که منبسط یا منقبض می‌شود و دارای مکش و دمش سطحی است در حالت پایا ارائه داده‌اند [۵۱]. آن‌ها در این تحقیق معادلات دیفرانسیل حاکم را که معادلات با مشتقات جزئی بودند به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی جفت شده تبدیل کردند و آنتروپی تولید شده را به‌عنوان تابعی از گرادیان دما و گرادیان سرعت بیان کردند.

آنچه در تحقیق حاضر به آن پرداخته شده است محاسبه نرخ تولید آنتروپی در جریان سکون متقارن محوری نانو سیال بر روی محور استوانه‌ای است در شرایطی که ضریب هدایت حرارتی نانو سیال بر حسب دما متغیر است، و این مسئله تاکنون مورد تجزیه و تحلیل قرار نگرفته است. همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود جریان در مختصات استوانه‌ای (r, φ, z) با اجزاء سرعت متناظر (u, v, w) در نظر گرفته شده است. استوانه دارای طول نامحدود بوده و شعاع استوانه a است و مسئله در شرایطی بررسی می‌شود که دمای دیواره استوانه ثابت است.

۲- خواص نانو سیال

نانو ذرات اکسید آلومینیوم (γAl_2O_3) که در پژوهش حاضر به‌کاررفته‌اند ویژگی‌های زیر را دارا است:
چگالی $\rho_m = 3600 \frac{Kg}{m^3}$ ، قطر میانگین ذره: 44 nm سایر خواص نیز در جدول (۱) فهرست شده است.



شکل ۱- شماتیک جریان سکون شعاعی بر روی استوانه نامحدود

جدول ۱- خواص مربوط به سیال پایه و نانو سیال

پارامتر	مقدار
ضریب هدایت حرارتی سیال پایه k_f	۰/۶۳۱۶ [W/m-K]
ضریب هدایت حرارتی نانو ذرات k_p	۴۰ [W/m-K]
ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه $C_{p,f}$	۴/۱۸۱ [kJ/kg-K]
ظرفیت گرمایی ویژه نانو ذرات $C_{p,p}$	۰/۷۶۵ [kJ/kg-K]
چگالی سیال پایه ρ_f	۹۸۷/۶ [kg/m ³]
چگالی نانو ذرات ρ_p	۳۶۰۰ [kg/m ³]
لزجت دینامیکی سیال پایه μ_f	۰/۰۰۰۵۳۸ [kg/m-s]
قطر نانو ذرات d_p	۴۴Nm
قطر مولکولی سیال پایه d_f	۰/۳۸۴Nm

۱-۲- چگالی نانو سیال

در این تحقیق فرض شده است که چگالی نانو ذرات اکسید آلومینیوم در کل دامنه‌ی دمایی موردنظر ثابت باشد و از رابطه زیر برای محاسبه چگالی نانو سیال استفاده شده است:

$$\rho_n = (1 - \phi_v)\rho_f + \phi_v\rho_p \quad (۱)$$

در رابطه بالا اندیس‌های p, f, n به ترتیب معرف نانو سیال، سیال پایه و ذرات اکسید آلومینیوم است و ϕ_v معرف کسر حجمی ذرات معلق در سیال است.

۲-۲- لزجت دینامیکی نانو سیال

لزجت دینامیکی نانو سیال را می‌توان با روابط موجود، برای مخلوط‌های دوفازی برآورد کرد و پاسمن، فرمول اینشتین را برای ارزیابی سرعت مؤثر ارائه کردند. سیال، حاوی سوسپانسیون رقیقی از ذرات کروی سخت و کوچک است.

$$\mu_n = \mu_0 (1 - 2.5\phi_v) \quad (۲)$$

رابطه بالا برای غلظت حجمی پائین ذره، کمتر از ۰/۰۵ درصد، قابل استفاده است. روابط گوناگونی برای تعیین لزجت معادل مخلوط دوفازی در تألیفات ارائه شده است که هر رابطه، محدودیت‌ها و کاربردهای خاص خود را دارد. نتایج نشان می‌دهد که فرمول برینکمن، داده‌های تجربی موجود در تألیفات را به خوبی برآورد نمی‌کند. همچنین برینکمن، شکل تعمیم‌یافته رابطه اینشتین را به صورت زیر ارائه کرده است:

$$\mu_n = \mu_0 (1 - \phi_v)^{-2.5} \quad (۳)$$

یکی از جامع‌ترین روابط برای محاسبه لزجت سینماتیکی نانو سیالات رابطه‌ای است که توسط میسون کرچپونه به صورت زیر ارائه شده است [۵۲]:

$$\frac{\mu_n}{\mu} = \frac{1}{1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi_v^{1.03}} \quad (۴)$$

در رابطه بالا d_p معرف قطر نانو ذرات است و d_f ، قطر معادل یک مولکول سیال پایه است، که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d_f = 0.1 \left(\frac{6M}{N\pi\rho_{f0}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (۵)$$

که در این رابطه، M وزن مولکولی سیال پایه، N عدد آووگادرو و ρ_{f0} چگالی سیال پایه محاسبه شده در دمای $T_0 = 293k$ است. در تحقیق حاضر، فرمول کرچیونه برای بازنویسی معادلات ناویر - استوکس حاکم بر نانو سیال و نیز معادله انرژی استفاده شده است.

۲-۳- ضریب هدایت حرارتی نانو سیال

رابطه زیر برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانو سیال پیشنهاد شده است [۵۲]:

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}_{bf}^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi_v^{0.66} \quad (۶)$$

در رابطه بالا k_p, k_f, T_{fr} به ترتیب معرف ضریب هدایت حرارتی نانو ذرات، ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و دمای انجماد سیال پایه است و Re_p و Pr_{bf} به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\text{Re}_p = \frac{2\rho_{bf}k_bT}{\pi\mu_{bf}^2d_p} \quad \& \quad \text{Pr}_{bf} = \frac{\mu_{bf}(c_p)_{bf}}{k_{bf}} \quad (۷)$$

در این روابط $(C_p)_{bf}, \rho_{bf}, \mu_{bf}$ و k_{bf} به ترتیب ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه، چگالی سیال پایه، لزجت دینامیکی سیال پایه و ضریب هدایت حرارتی سیال پایه است و k_b ثابت بولتزن نامیده می‌شود و مقدار آن $\frac{J}{K} 1.3866 \times 10^{-23}$ است.

۳- معادلات حاکم

همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است جریان در مختصات استوانه‌ای (r, ϕ, z) با اجزاء سرعت متناظر (u, v, w) در نظر گرفته شده است. جریان تراکم ناپذیر بوده و در حالت پایا بررسی می‌شود. با فرض تقارن محوری، معادلات حاکم در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۸)$$

معادله اندازه حرکت راستای r :

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu_n \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (۹)$$

معادله اندازه حرکت راستای z :

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu_n \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (10)$$

معادله انرژی:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = (\rho c_p)_n \left[u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (11)$$

شرایط مرزی معادلات بالا عبارتند از:

$$r = a: \quad u = 0, \quad w = 0 \quad (12)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad u = -\bar{k} \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \& \frac{\partial u}{\partial r} = -\bar{k}, \quad w = 2\bar{k} z \quad (13)$$

رابطه (۱۲) بیان شرط عدم لغزش سیال لزج است. روابط (۱۳) بر اساس حل غیر لزج به دست آمده‌اند به این شکل که اولی بیانگر این موضوع است که شیب تغییرات سرعت u در دوردست با شیب آن در حل غیر لزج یکسان بوده و عبارت دوم نیز بیانگر این موضوع است که اگر به حد کافی از دیواره استوانه دور شویم، آنگاه سرعت w سیال لزج همان سرعت w سیال غیر لزج می‌شود.

شرایط مرزی موردنیاز برای حل معادله انرژی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} r = a: \quad T &= T_w \\ r \rightarrow \infty: \quad T &= T_\infty \end{aligned} \quad (14)$$

در رابطه فوق T_w معرف دمای دیواره است که مقدار آن ثابت است. همچنین T_∞ بیانگر دمای جریان آزاد یا همان دمای سیال دور از دیواره است که مقداری ثابت دارد.

با استفاده از توابع تبدیل مناسب می‌توان تعداد متغیرهای موجود در معادلات حاکم را کاهش داد. با الگوبرداری از حل‌های غیر لزج ارائه شده در رابطه (۱۳) و با ضرب این روابط در توابع مناسب، روابط زیر برای کاستن معادلات ناوراستوکس به معادلات تشابهی بی‌بعد ارائه شده است:

$$\begin{aligned} u &= -\bar{k} \frac{a}{\sqrt{\eta+1}} f(\eta), \quad w = 2\bar{k} f'(\eta) z, \\ P &= \rho_n \bar{k}^2 a^2 p \end{aligned} \quad (15)$$

که در روابط بالا (η) معرف مشتق نسبت به متغیر تشابهی η است که به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\eta = \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \quad (16)$$

روابط (۱۵)، معادله پیوستگی را خودبه‌خود ارضا می‌کند و پس از جایگزینی این روابط در معادلات اندازه حرکت راستای z و r ، یک معادله دیفرانسیل معمولی برای تعیین f به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(\eta + 1) f''' + f'' + \text{Re}_n [1 - (f')^2 + f f''] = 0 \quad (17)$$

در رابطه بالا عدد رینولدز نانو سیال به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\text{Re}_n = \beta \frac{\bar{k} a^2}{2\nu_f} \quad (18)$$

$$\beta = [1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi_v^{1.03}] (1 - \phi_v + \phi_v \frac{\rho_p}{\rho_f}) \quad (19)$$

با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳)، شرایط مرزی موردنیاز برای حل معادله (۱۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad f = 0, \quad f' = 0 \\ \eta \rightarrow \infty: \quad f' = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

به منظور انتقال معادله انرژی، از متغیر بی‌بعد $\theta(\eta)$ به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\theta(\eta) = \frac{T(\eta) - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (21)$$

با استفاده از تغییر متغیر بالا، شرایط مرزی ارائه شده در رابطه (۱۴) به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad \theta = 1 \\ \eta \rightarrow \infty: \quad \theta = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

با فرض $\Gamma = 4.4 \left(\frac{2\rho_{bf} K_b}{\pi\mu_{bf}^2 d_p}\right)^{0.4} \frac{1}{T_{fr}^{10}} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03}$ ، معادله انرژی پس از ساده‌سازی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \left\{1 + \Gamma \phi_v^{0.66} \text{Pr}_{bf}^{0.66} [T_\infty + (T_w - T_\infty)\theta]^{10.4}\right\} [(\eta + 1)\theta'' + \theta'] + 10.4[T_\infty + \\ (T_w - T_\infty)\theta]^{9.4} (T_w - T_\infty) \Gamma \phi_v^{0.66} \text{Pr}_{bf}^{0.66} (\eta + 1)(\theta')^2 + \left\{1 - \phi_v + \phi_v \left[\frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}\right]\right\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{Re}_{bf} \text{Pr}_{bf} f\theta' = 0$$

همچنین ضریب انتقال حرارت جابجایی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h = \frac{-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a}}{T_w - T_\infty} = \frac{-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \Big|_{\eta=0}}{T_w - T_\infty} = \frac{-k_{nf} \Big|_{T=T_w} (T_w - T_\infty) \theta'(0) \frac{2}{a}}{T_w - T_\infty} \quad (24)$$

از رابطه بالا نتیجه زیر بدست می‌آید:

$$ha = -2k_{nf} \Big|_{T=T_w} \theta'(0) = -2k_{bf} [1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}_{bf}^{0.66} \left(\frac{T_w}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66}] \theta'(0) \quad (25)$$

پس از محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی، عدد ناسلت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Nu} = \frac{ha}{2k_{bf}} = -[1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}_{bf}^{0.66} \left(\frac{T_w}{T_{fr}}\right)^{10} \\ \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \phi^{0.66}] \theta'(0) \end{aligned} \quad (26)$$

معادلات دیفرانسیل (۱۷) و (۲۳) به همراه شرایط مرزی ارائه شده، با روش تفاضل محدود و با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (TDMA) به طور هم زمان حل می شود. نتایج حاصل از حل این معادلات و الگوریتم حل عددی در بخش های بعد ارائه شده است.

۴- محاسبه تنش برشی در سطح

برای محاسبه تنش برشی مؤثر بر سطح استوانه رابطه زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\sigma = \sigma_{\varphi} \hat{e}_{\varphi} + \sigma_z \hat{e}_z = \mu_n \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \hat{e}_{\varphi} + \frac{\partial w}{\partial r} \hat{e}_z \right]_{r=a} \quad (27)$$

جمله اول رابطه بالا، (تنش برشی دیواره استوانه در جهت φ) برابر با صفر بوده و تنها جمله دوم (تنش برشی دیواره استوانه در جهت z) باقی می ماند و رابطه به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\sigma = \mu \left[\frac{\partial w}{\partial r} \hat{e}_z \right]_{r=a} \quad (28)$$

به منظور محاسبه تنش برشی، ابتدا با مشتق گیری زنجیره ای جمله $\frac{\partial w}{\partial r}$ به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = (2\bar{k} f'' z) \frac{2r}{a^2} \quad (29)$$

با توجه به اینکه در $r=a$ $\eta=0$ است رابطه مربوط به محاسبه تنش برشی به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\sigma = \mu_n \left[2\bar{k} f''(0) z \right] \frac{2}{a} \Rightarrow \frac{\sigma a}{4\mu_n \bar{k} z} = f''(0) \quad (30)$$

۵- الگوریتم حل عددی

برای حل معادله (۱۷)، ابتدا با تغییر متغیر $f' = F$ مرتبه معادله کاهش می یابد تا به معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دومی نسبت به F تبدیل شود سپس با استفاده از تکنیک شبه خطی به همراه الگوریتم TDMA معادله حل می شود.

با تغییر متغیر $f' = F$ ، معادله (۱۷) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$S_1 = (\eta + 1)F'' + F' + \text{Re}[1 - (F)^2 + fF'] = 0 \quad (31)$$

در روش شبه خطی، برای متغیرهای f, F'', F', F به صورت زیر عمل می کنیم:

$$A_0 F'' + A_1 F' + A_2 F + A_3 f = A_4 \quad (32)$$

در رابطه بالا A_0, A_1, A_2, A_3 و A_4 به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$A_0 = \frac{\partial S_1}{\partial F''} = \eta + 1 \quad (33)$$

$$A_1 = \frac{\partial S_1}{\partial F'} = 1 + \text{Re} f \quad (34)$$

$$A_2 = \frac{\partial S_1}{\partial F} = -2 \operatorname{Re} F \quad (35)$$

$$A_3 = \frac{\partial S_1}{\partial f} = \operatorname{Re} F' \quad (36)$$

پس از جایگذاری ضرایب A_0 ، A_1 ، A_2 و A_3 در رابطه (۳۲)، ضریب A_4 به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$A_4 = (\eta + 1)F'' + (1 + \operatorname{Re} f)F' + [-2 \operatorname{Re} F]F + \operatorname{Re} F' f \quad (37)$$

با توجه به اینکه $(\eta + 1)F'' + F' + \operatorname{Re}[1 - (F)^2 + fF'] = 0$ است، پس از ساده‌سازی‌های بیشتر ضریب A_4 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A_4 = \operatorname{Re} [1 - F^2 + f F'] \quad (38)$$

همچنین باید توجه شود که رابطه زیر بین F و f برقرار است:

$$f = \int_0^\eta F d\eta \quad (39)$$

برای گسسته سازی معادله (۳۲)، از روش تفاضل محدود استفاده شده است. در گسسته سازی نسبت به متغیر مستقل η ، هر تابع دلخواه Y ، با طرح تفاضل محدود مرکزی بسط داده می‌شود. بنابراین به جای مشتقات اول و دوم تابع دلخواه Y می‌توان عبارتهای زیر را جایگزین نمود:

$$Y' = \frac{Y_{i+1} - Y_{i-1}}{2(\Delta\eta)} + O(\Delta\eta)^2 \quad (40)$$

$$Y'' = \frac{Y_{i+1} - 2Y_i + Y_{i-1}}{(\Delta\eta)^2} + O(\Delta\eta)^2$$

با استفاده از رابطه (۴۰)، معادله (۳۲) به صورت زیر گسسته سازی می‌شود:

$$A_0 \left[\frac{F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}}{(\Delta\eta)^2} \right] + A_1 \left[\frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2\Delta\eta} \right] + A_2 F_i = A_4 - A_3 f_i \quad (41)$$

با تبدیل رابطه (۴۱) به شکل سه قطری، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$L_{1i} F_{i-1} + M_{1i} F_i + N_{1i} F_{i+1} = K_{1i} \quad (42)$$

با توجه به رابطه بالا، ضرایب ماتریس سه قطری عبارت است از:

$$L_{1i} = \frac{A_0}{(\Delta\eta)^2} - \frac{A_1}{2\Delta\eta}$$

$$M_{1i} = \frac{-2A_0}{(\Delta\eta)^2} + A_2 \quad (43)$$

$$N_{1i} = \frac{A_0}{(\Delta\eta)^2} + \frac{A_1}{2\Delta\eta}$$

$$K_{1i} = A_4 - A_3 f_i$$

بنابراین به‌طور خلاصه می‌توان بیان کرد که معادله (۱۷) برای مقادیر مختلف ϕ_r و با انتخاب عدد Re به روش تفاضل محدود مرکزی حل شده است. دستگاه معادلات جبری به‌دست آمده در هر تکرار منجر به یک ماتریس سه قطری می‌گردد که با الگوریتم ماتریس سه قطری (TDMA) قابل حل است. برای به دست آوردن جواب در هر تکرار، جواب تکرار قبلی به‌عنوان حدس اول تکرار جدید در نظر گرفته شده است. شرط همگرایی تکرارها و رسیدن به جواب این است که تغییرات ایجادشده در هر نقطه از f در دو تکرار متوالی از مقدار بسیار کوچک ε کمتر باشد. روش حل معادله انرژی نیز مشابه روش حل معادله f است.

۶- محاسبه نرخ تولید آنتروپی

تولید آنتروپی با دو رویکرد متفاوت قابل بررسی است. در رویکرد اول می‌توان تولید آنتروپی محلی را در هر نقطه از سیستم به دست آورد و سپس در صورت نیاز، به‌آسانی با انتگرال‌گیری از تابع توزیع آنتروپی محلی بر روی حجم مورد بررسی می‌توان به تولید آنتروپی کل دست یافت.

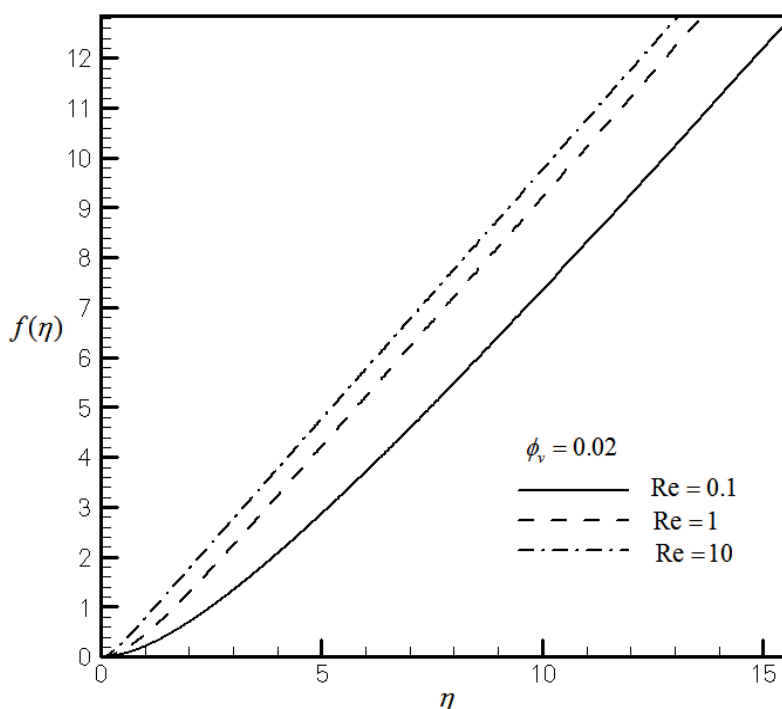
نرخ تولید آنتروپی محلی، در دستگاه مختصات استوانه‌ای با رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵۳]:

$$\dot{S}_{gen}^m = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \left. \frac{\mu}{T} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^2 \right] \right\} \right. \quad (44)$$

در رابطه بالا v_r ، v_θ و v_z مؤلفه‌های شعاعی، زاویه‌ای و محوری میدان سرعت می‌باشند. با توجه به رابطه (۴۴)، تولید آنتروپی به دو عامل بستگی دارد، عامل اول مربوط به اثر هدایت حرارتی است که در آن، اختلاف دمای محدود، منجر به تولید آنتروپی می‌شود و عامل دوم مربوط به بازگشت‌ناپذیری اصطکاکی حاصل از لزجت سیال است که به‌گرایان سرعت وابسته است. از آنجاکه بهتر است نتایج به‌صورت بی‌بعد ارائه شوند، نرخ تولید آنتروپی (\dot{S}^m) بر مقدار $\dot{S}_0^m = \frac{k_f \Delta T}{a^2 T_\infty}$ تقسیم‌شده و نتیجه با رابطه بی‌بعد $N_G = \frac{\dot{S}^m}{\dot{S}_0^m}$ نشان داده شده است.

۷- نتایج

در این قسمت نتایج حاصل از حل معادلات دیفرانسیل (۱۷) و (۲۳) به همراه عدد ناسلت در محدوده اعداد رینولدز مختلف و به ازای کسر حجمی‌های انتخابی ارائه شده است و پس از تعیین میدان سرعت و دمای بی‌بعد، نرخ تولید آنتروپی محاسبه شده است. از نتایج این تحقیق می‌توان در بهینه‌سازی فرایند روان کاری یاتاقان‌ها، سرمایه‌های حفاری و نیز ابزارهای سوراخ‌کاری استفاده کرد.

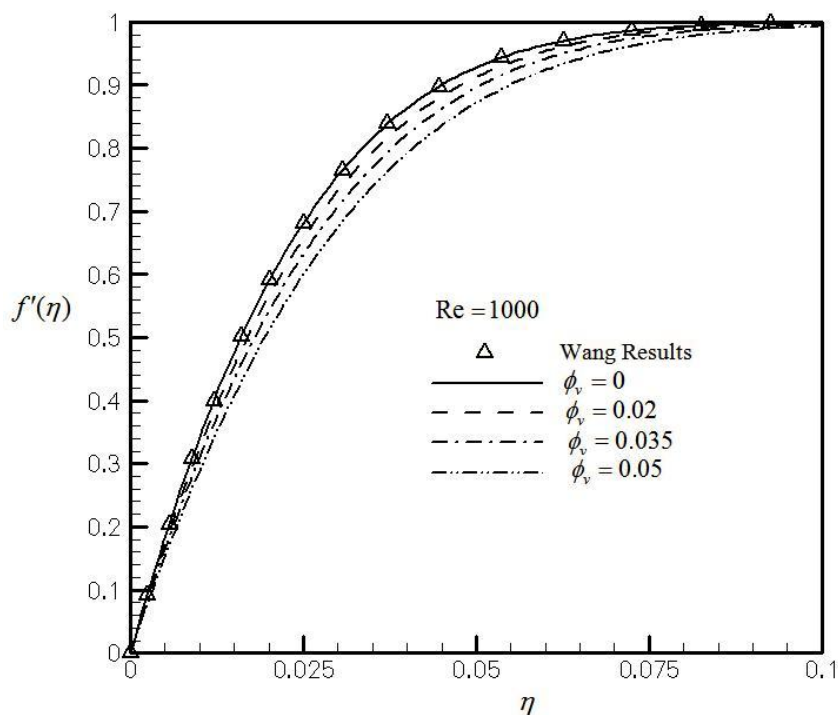


شکل ۲- منحنی تغییرات $f(\eta)$ بر حسب η در $\phi_v = 0.02$ به ازای اعداد رینولدز مختلف

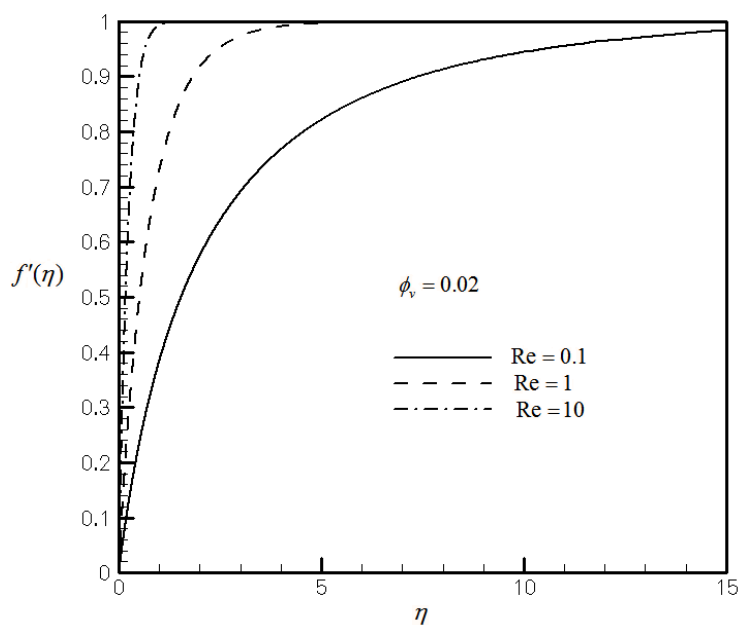
در شکل (۲) نمونه‌ای از منحنی‌های $f(\eta)$ بر حسب η برای کسر حجمی $\phi_v = 0.02$ و اعداد رینولدز انتخابی ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش عدد رینولدز عمق نفوذ مؤلفه شعاعی میدان سرعت سیال افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش عدد رینولدز اینرسی حرکتی شعاعی سیال بیشتر می‌شود به عبارت دیگر بانفوذ هر چه بیشتر ممنوم شعاعی سیال، مؤلفه شعاعی میدان جریان نیز افزایش می‌یابد.

اثر تغییر کسر حجمی نانو ذرات بر تابع $f'(\eta)$ در $Re = 1000$ در شکل (۳) نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج حل حاضر در $\phi_v = 0$ (برای سیال پایه) بر نتایج حل Wang مرجع [۱۴] منطبق است. با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، عمق نفوذ مؤلفه محوری میدان سرعت سیال کاهش می‌یابد به عبارت دیگر تزریق نانو ذرات در سیال پایه، باعث کاهش اینرسی حرکتی سیال می‌شود و با کاهش اندازه حرکت محوری سیال، سرعت محوری آن کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهند، بیشترین مؤلفه محوری، مربوط به سیال پایه است.

در شکل (۴) نمونه‌ای از منحنی‌های $f'(\eta)$ بر حسب η برای $\phi_v = 0.02$ و اعداد رینولدز انتخابی نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش عدد رینولدز، ضخامت لایه مرزی سرعت کاهش می‌یابد که منجر به افزایش شیب نیم‌رخ‌های توزیع سرعت در $\eta = 0$ می‌شود و بنابراین گرادیان سرعت در سطح استوانه افزایش می‌یابد. می‌توان نشان داد برای سایر مقادیر کسر حجمی نانو ذرات نیز نتایج مشابهی استخراج می‌شود.

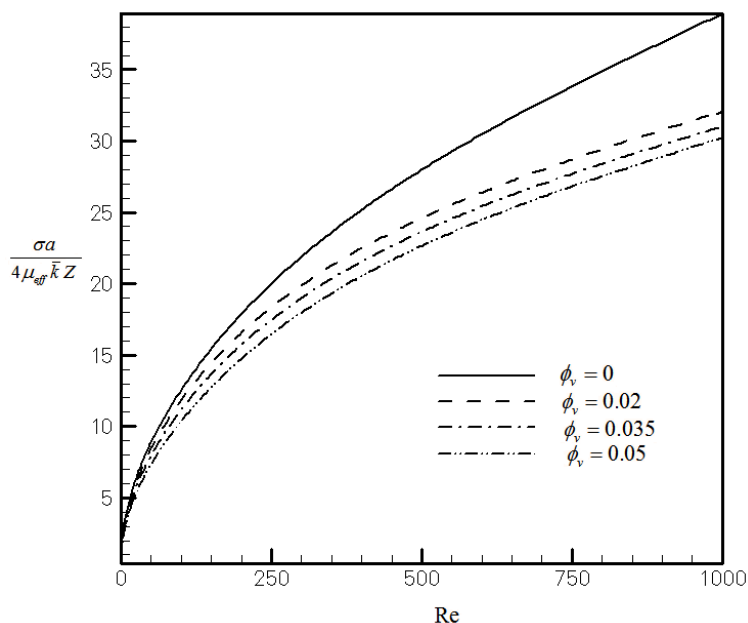


شکل ۳- منحنی تغییرات $f'(\eta)$ بر حسب η در $Re=1000$



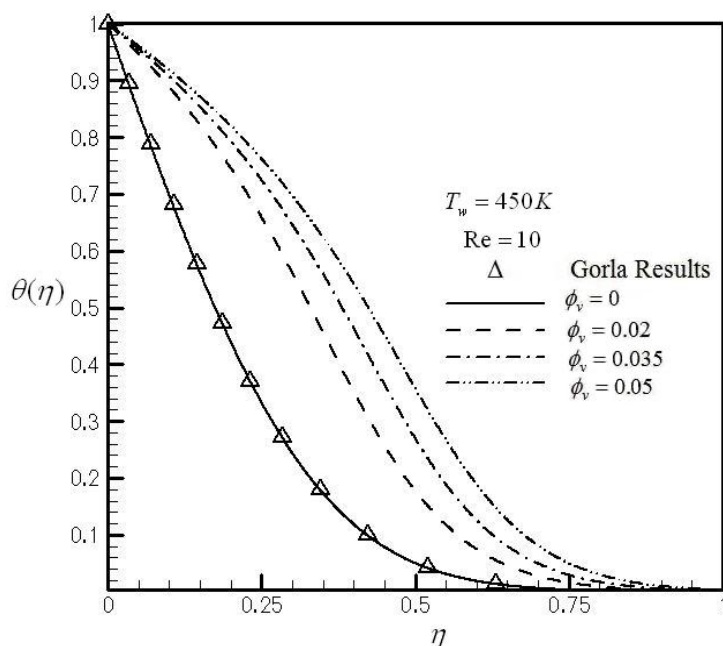
شکل ۴- منحنی تغییرات $f'(\eta)$ بر حسب η در $\phi_v = 0.02$ ، به ازای اعداد رینولدز مختلف

در شکل (۵) تنش برشی دیواره، بر حسب عدد رینولدز در کسر حجمی‌های مختلف نانو ذرات ترسیم شده است. با توجه به منحنی‌های ارائه شده، می‌توان نتیجه گرفت که افزایش کسر حجمی نانو ذرات، تنش برشی در سطح را کاهش می‌دهد، زیرا افزایش کسر حجمی نانو ذرات باعث کاهش شیب نیم‌رخ‌های توزیع سرعت می‌شود و به عبارت دیگر گرادیان سرعت در سطح کاهش می‌یابد و این موضوع باعث کاهش تنش برشی در سطح استوانه می‌شود.



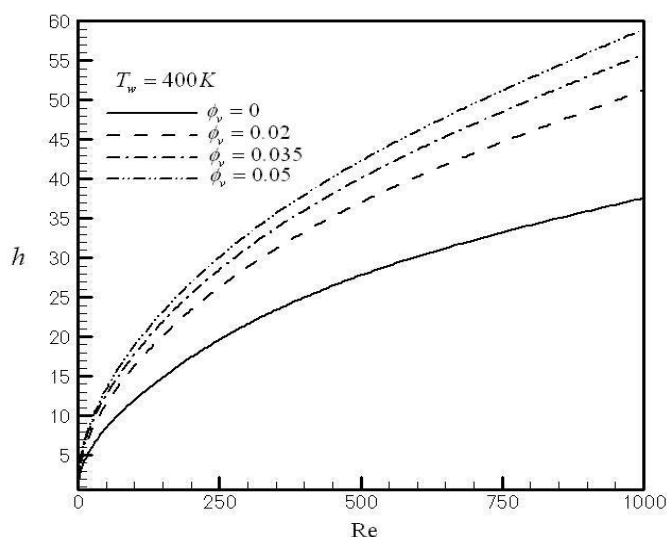
شکل ۵- منحنی تغییرات تنش برشی در سطح استوانه برحسب عدد رینولدز، به ازای کسر حجمی‌های مختلف

در شکل (۶) تأثیر کسر حجمی ϕ_v بر منحنی‌های دمای بی‌بعد نشان داده شده است. این نتایج در دمای دیواره $T_w = 450K$ ترسیم شده‌اند. همان‌طور که انتظار می‌رود برخلاف منحنی‌های دمای بی‌بعد شار ثابت، در این حالت تمام منحنی‌ها از نقطه $\theta = 1$ شروع می‌شوند و با افزایش کسر حجمی نانو ذرات شیب منحنی‌ها کاهش می‌یابد و این به معنی افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی است. هرچند افزایش نانو ذرات به سیال، منجر به کاهش گرادیان دمای بی‌بعد در سطح استوانه می‌شود اما شدت افزایش ضریب هدایت حرارتی آن قدر قابل توجه است که افزایش نرخ انتقال حرارت را به همراه دارد.

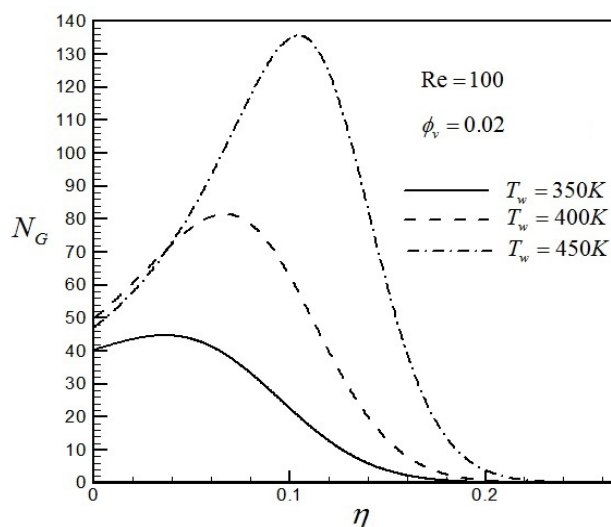


شکل ۶- تأثیر کسر حجمی ϕ_v بر منحنی‌های دمای بی‌بعد در دمای $T_w = 450K$ و $Re = 0.1$

در شکل (۷) ضریب انتقال حرارت جابجایی (h) برحسب عدد رینولدز در دمای دیواره $T_w=400\text{ k}$ به ازای کسر حجمی‌های متفاوت ترسیم شده است. با افزایش کسر حجمی نانو ذرات که منجر به افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال می‌شود، ضریب انتقال حرارت جابجایی افزایش می‌یابد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود کمترین ضریب انتقال حرارت جابجایی مربوط به سیال پایه ($\phi_v = 0$) است. در بررسی منحنی‌های تغییر آنتروپی، باید اثرات برگشت‌ناپذیری اصطکاکی و برگشت‌ناپذیری حرارتی به‌طور هم‌زمان مورد بررسی قرار گیرد. در واقع نقاط اکسترممی که در این منحنی‌ها مشاهده می‌شود خود بیانگر این حقیقت است که در فواصل مختلف نسبت به سطح، جهت افزایش و کاهش این دو عامل، متفاوت است. در شکل (۸) اثر دمای دیواره بر نرخ تولید آنتروپی در کسر حجمی $\phi_v = 0.02$ مشاهده می‌شود. با افزایش دمای دیواره همان‌طور که قابل پیش‌بینی است نرخ تولید آنتروپی افزایش یافته است، زیرا گرادیان دما بیشتر شده و منجر به افزایش بازگشت‌ناپذیری حرارتی شده است.



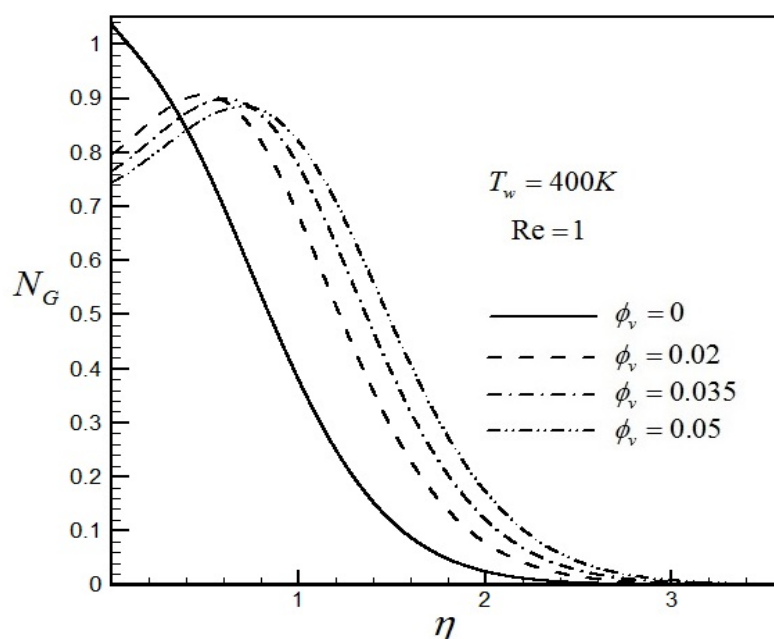
شکل ۷- تأثیر کسر حجمی نانو ذرات بر ضریب انتقال حرارت جابجایی (h) در دمای دیواره $T_w=400\text{ k}$



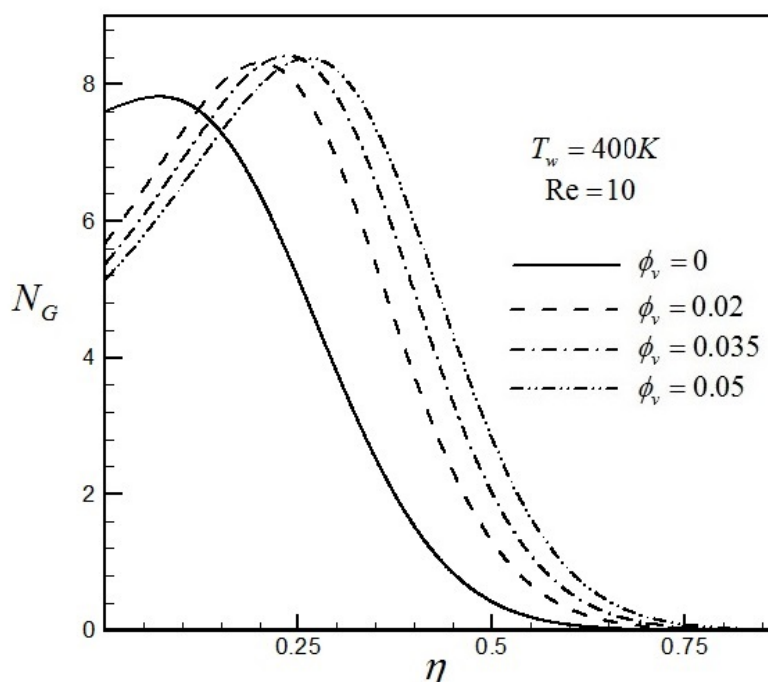
شکل ۸- منحنی نرخ تولید آنتروپی برحسب η در $Re = 100$ و $\phi_v = 0.02$ ، به ازای مقادیر متفاوت دمای سطح

در شکل‌های (۹) تا (۱۲) اثر کسر حجمی بر نرخ تولید آنتروپی، در حالتی که دمای دیواره استوانه ثابت است بررسی شده است. نکته قابل توجه این است که در فواصل بسیار نزدیک به سطح، آنتروپی سیال پایه ($\phi_v = 0$) بیشتر از آنتروپی نانو سیال است که دلیل آن بیشتر بودن اندازه حرکت سیال پایه در مقایسه با نانو سیال است که منجر به افزایش مؤلفه شعاعی میدان سرعت و نیز گرادیان‌های سرعت شده است، به عبارت دیگر نرخ افزایش برگشت‌ناپذیری اصطکاکی در مقایسه با برگشت‌ناپذیری حرارتی بیشتر بوده که منجر به افزایش آنتروپی کل شده است. برای کسر حجمی‌های ($\phi_v = 0.02, 0.035, 0.05$) نیز منحنی‌ها رفتار مشابهی را نشان می‌دهند و در این شرایط نیز در ابتدا به دلیل افزایش برگشت‌ناپذیری اصطکاکی با افزایش کسر حجمی، نرخ تولید آنتروپی افزایش یافته است. اما با دور شدن از سطح و کاهش گرادیان‌های سرعت میزان تأثیر برگشت‌ناپذیری اصطکاکی در مقایسه با برگشت‌ناپذیری حرارتی به طور محسوسی کمتر می‌شود و همان‌طور که قابل پیش‌بینی است با افزایش کسر حجمی نانو سیال که به منزله افزایش نفوذ حرارتی و افزایش انتقال حرارت است، نرخ تولید آنتروپی نانو سیال در مقایسه با سیال پایه بیشتر می‌شود و با افزایش کسر حجمی این روند افزایشی ادامه می‌یابد. تولید آنتروپی تا جایی ادامه دارد که نفوذ انرژی محسوسی از سطح به سیال وجود داشته باشد و گرادیان سرعت نیز صفر نباشد اما همان‌طور که نتایج نشان می‌دهند در فواصل بسیار دور نسبت به سطح این دو عامل قابل صرف‌نظر بوده و نرخ تولید آنتروپی تقریباً برابر با صفر است.

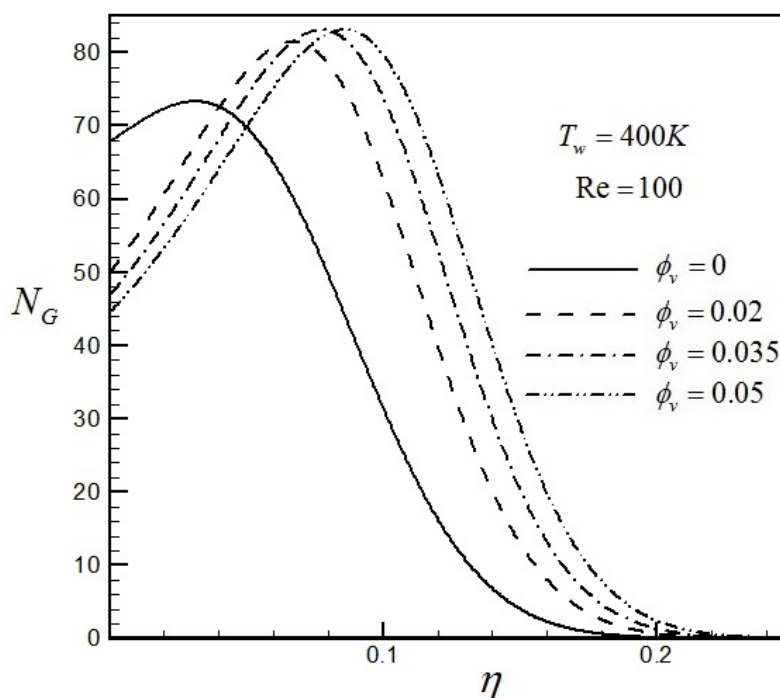
از آنجاکه لزجت دینامیکی سیال پایه در مقایسه با نانو سیال کمتر است، در اعداد رینولدز پایین ($Re=1$) که اندازه حرکت سیال بسیار کم است نرخ تولید آنتروپی اصطکاکی در مقایسه با نرخ تولید آنتروپی حرارتی بسیار کمتر بوده و تغییرات منحنی تولید آنتروپی برای سیال پایه در شکل (۹) تابعی از برگشت‌ناپذیری حرارتی است بنابراین با دور شدن از سطح استوانه و کاهش نفوذ حرارتی (کاهش گرادیان دما) نرخ تولید آنتروپی نیز کاهش می‌یابد.



شکل ۹- منحنی نرخ تولید آنتروپی بر حسب η در $Re = 1$ و $T_w = 400 K$ ، به ازای مقادیر متفاوت کسر حجمی



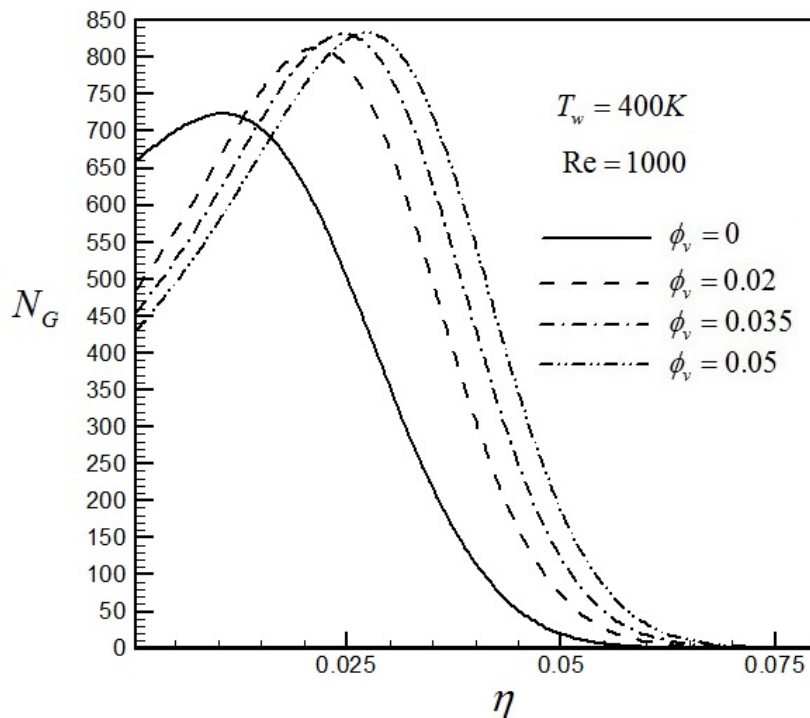
شکل ۱۰- منحنی نرخ تولید آنتروپی برحسب η در $Re = 10$ و $T_w = 400K$ ، به ازای مقادیر متفاوت کسر حجمی



شکل ۱۱- منحنی نرخ تولید آنتروپی برحسب η در $Re = 100$ و $T_w = 400K$ ، به ازای مقادیر متفاوت

کسر حجمی

همان‌طور که در شکل‌های (۸) تا (۱۲) مشاهده می‌شود، در فاصله شعاعی معینی نسبت به سطح استوانه، مقدار آنتروپی ماکزیمم است که این مقدار تحت تأثیر دمای سیال، لزجت دینامیکی، ضریب هدایت حرارتی، گرادیان سرعت و نیز گرادیان دما قرار دارد. مقدار آنتروپی ماکزیمم و نیز موقعیت آن در دمای دیواره $400K$ در جداول (۲) تا این (۴) ارائه شده است.



شکل ۱۲ - منحنی نرخ تولید آنتروپی بر حسب η در $Re = 1000$ و $T_w = 400K$ ، به ازای مقادیر متفاوت کسر حجمی

جدول ۲- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در $T_w=400K$ و $\phi_v=0.02$

Re	η_{max}	NG max
۱	۰/۴۸۸	۰/۹۰۶
۱۰	۰/۲	۸/۳۱۴
۵۰	۰/۰۹۳۷	۴۰/۸۶۴
۱۰۰	۰/۰۶۶۴	۸۱/۴۵۷
۲۵۰	۰/۰۴۲۴	۲۰۳/۲۰۸
۵۰۰	۰/۰۳۰۲	۴۰۶/۳۳۱
۱۰۰۰	۰/۰۲۱۳	۸۱۳/۳۷۲

جدول ۳- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در $T_w=400K$ و $\phi_v=0.035$

Re	η_{max}	NG max
۱	۰/۶۰۷	۰/۸۹۵
۱۰	۰/۲۳۵	۸/۴۲۰
۵۰	۰/۱۰۸	۴۱/۶۲۸
۱۰۰	۰/۰۷۷	۸۳/۰۹۹
۲۵۰	۰/۰۴۹	۲۰۷/۵۶۳
۵۰۰	۰/۰۳۴۷	۴۱۵/۲۶۶
۱۰۰۰	۰/۰۲۴۵	۸۳۱/۵۲۰

جدول ۴- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در $T_w=400K$ و $\phi_v=0.05$

Re	η_{max}	NG_{max}
۱	۰/۶۷	۰/۸۸۴
۱۰	۰/۲۶۳	۸/۳۸۵
۵۰	۰/۱۲	۴۱/۶۰۵
۱۰۰	۰/۰۸۵۸	۸۳/۱۲۶
۲۵۰	۰/۰۵۴۳	۲۰۷/۷۸۶
۵۰۰	۰/۰۳۸۷	۴۱۵/۸۵۰
۱۰۰۰	۰/۰۲۷۴	۸۳۲/۸۴۷

۸- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر، حل تشابهی جریان سکون متقارن محوری نانو سیال بر روی استوانه ساکن، انتقال حرارت آن و نیز نرخ تولید آنتروپی ارائه شده است. دستگاه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای با استفاده از تغییر متغیر و توابع تبدیل مناسبی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و دستگاه معادلات دیفرانسیل حاصل، پس از گسسته سازی تفاضل محدود، با استفاده از الگوریتم توماس (*TDMA*) حل شده‌اند. نتایج در محدوده اعداد رینولدز ۰/۱ تا ۱۰۰۰ و به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانو ذرات، ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش کسر حجمی نانو ذرات، باعث کاهش مؤلفه شعاعی میدان سرعت و مؤلفه محوری تنش برشی مؤثر بر دیواره استوانه می‌شود درحالی‌که ضریب انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت افزایش می‌یابد. در تمام موارد نرخ تولید آنتروپی ابتدا روندی افزایشی دارد و پس از رسیدن به مقدار ماکزیمم و با دور شدن از سطح، با کاهش محسوس نفوذ انرژی و نیز کاهش گرادیان‌های سرعت، به صفر میل می‌کند.

مراجع

- [1] Choi, S.U.S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluid with Nanoparticles", Dev. Appl Non-Newtonian Flows, Vol. 66, pp. 99–105, (1995).
- [2] Maiga, S.E.B., Nguyen, C.T., Galanis, N., and Roy, G., "Heat Transfer Behaviors of Nanofluid in a Uniformly Heated Tube", Superlattices Microstruct, Vol. 35, pp. 453–462, (2004).
- [3] Heris, S.Z., Etemad, S.Gh., and Esfahani, M.N., "Experimental Investigation of Oxide Nanofluid Laminar Forced Flow Convective Heat Transfer", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 529–535, (2006).
- [4] Duangthongsuk, W., and Wongwises, S., "Heat Transfer Enhancement and Pressure Drop Characteristics of TiO₂-water Nanofluid in a Double-tube Counter Flow Heat Exchangers", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 2059–2067, (2009).

- [5] Santra, A.K., Sen, S., and Chkroborty, M., "Study of Heat Transfer Due to Laminar Flow of Copper–water Nanofluid Through Two Isothermally Heated Parallel Plates", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 391–400, (2009).
- [6] Nguyen, C.T., Galanis, N., Polidori, G., Fohanno, S., Pota, C.V., and Beche, A.L., "An Experimental Study of Confined and Submerged Impinging Jet Heat Transfer using Al₂O₃-water Nanofluid", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 401–411, (2009).
- [7] Kuznetsov, A. V., and Nield, D. A., "Natural Convection Boundary-layer Flow of a Nanofluid Past a Vertical Plate", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 243–247, (2010).
- [8] Kuznetsov, A. V., and Nield, D. A., "Thermal Instability in a Porous Medium Layer Saturated by a Nanofluid: Brinkman Model", *Transport in Porous Media*, Vol. 81, pp. 409–422, (2010).
- [9] Khan, W. A., and Pop, I., "Boundary-layer Flow of a Nanofluid Past a Stretching Sheet", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 2477–2483, (2010).
- [10] Hiemenz, K., "Die Grenzschicht an Einem in den Gleichformigen Flussigkeitsstrom Eingetauchten Geraden", *Kreiszyylinder. Dinglers Polytech. J.* Vol. 326, pp. 321-410, (1911).
- [11] Homann, F. Z., "Der Einfluss Grosser Zahigkeit bei der Strmung um den Zylinder und um die Kugel", *Zeitsch. Angew. Math. Mech*, Vol. 16, pp. 153-164, (1936).
- [12] Howarth, L., "The Boundary Layer in Three Dimensional Flow", Part II, the Flow near a Stagnation Point", *Phil. Mag. Series 7*, Vol. 42, pp. 1433-1440, (1951).
- [13] Davey, A., "Boundary Layer Flow at a Saddle Point of Attachment", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 593-610, (1951).
- [14] Wang, C., "Axisymmetric Stagnation Flow on a Cylinder", *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 32, pp. 207-213, (1974).
- [15] Gorla, R.S.R., "Unsteady Laminar Axisymmetric Stagnation Flow over a Circular Cylinder", *Dev. Mech*, Vol. 9, pp. 286-288, (1977).
- [16] Gorla, R.S.R., "Nonsimilar Axisymmetric Stagnation Flow on a Moving Cylinder", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 16, pp. 397-400, (1978).
- [17] Gorla, R.S.R., "Transient Response Behaviour of an Axisymmetric Stagnation Flow on a Circular Cylinder due to Time Dependent Free Stream Velocity", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 16, pp. 493- 502, (1978).
- [18] Gorla, R.S.R., "Unsteady Viscous Flow in the Vicinity of an Axisymmetric Stagnation-point on a Cylinder", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 17, pp. 87-93, (1979).

- [19] Cunning, G.M., Davis, A.M.J., and Weidman, P.D., "Radial Stagnation Flow on a Rotating Cylinder with Uniform Transpiration", *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 33, pp. 113-128, (1998).
- [20] Takhar, H.S., Chamkha, A.J., and Nath, G., "Unsteady Axisymmetric Stagnation-point Flow of a Viscous Fluid on a Cylinder", *Int. Journal of Engineering Science*, Vol. 37, pp. 1943-1957, (1999).
- [21] Saleh, R., and Rahimi, A. B., "Axisymmetric Stagnation-point Flow and Heat Transfer of a Viscous Fluid on a Moving Cylinder with Time-dependent Axial Velocity and Uniform Transpiration", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 126, pp. 997-1005, (2004).
- [22] Rahimi, A. B., and Saleh, R., "Axisymmetric Stagnation-point Flow and Heat Transfer of a Viscous Fluid on a Rotating Cylinder with Time-dependent Angular Velocity and Uniform Transpiration", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 129, pp. 107-115, (2007).
- [23] Rahimi, A. B., and Saleh, R., "Similarity Solution of Unaxisymmetric Heat Transfer in Stagnation-point Flow on a Cylinder with Simultaneous Axial and Rotational Movements", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 130, pp. 054502-1-054502-5, (2008).
- [24] Abbasi, A. S., and Rahimi, A. B., "Non-axisymmetric Three-dimensional Stagnation-point Flow and Heat Transfer on a Flat Plate", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 131, pp. 074501.1-074501.5, (2009).
- [25] Abbasi, A. S., and Rahimi, A. B., "Three-dimensional Stagnation-point Flow and Heat Transfer on a Flat Plate with Transpiration", *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 23, pp. 513-521, (2009).
- [26] Abbasi, A. S., Rahimi, A. B., and Niazmand, H., "Exact Solution of Three-dimensional Unsteady Stagnation Flow on a Heated Plate", *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 25, pp. 55-58, (2011).
- [27] Abbasi, A. S., and Rahimi, A. B., "Investigation of Two-dimensional Stagnation-point Flow and Heat Transfer Impinging on a Flat Plate", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 134, pp. 064501.1-064501.5, (2012).
- [28] Mohammadiun, H., and Rahimi, A. B., "Stagnation-point Flow and Heat Transfer of a Viscous, Compressible Fluid on a Cylinder", *AIAA Journal of Thermo Physics and Heat Transfer*, Vol. 26, pp. 494-502, (2012).
- [29] Mohammadiun, H., Rahimi, A. B., and Kianifar, A., "Axisymmetric Stagnation-point Flow and Heat Transfer of a Viscous, Compressible Fluid on a Cylinder with Constant Heat Flux", *Scientia Iranica*, Vol. 20, pp. 185-194, (2013).
- [30] Rahimi, A. B., Mohammadiun, H., and Mohammadiun, M., "Axisymmetric Stagnation Flow and Heat Transfer of a Compressible Fluid Impinging on a Cylinder Moving Axially", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 138, pp. 022201.1-022201.9, (2016).

- [31] Rahimi, A. B., Mohammadiun, H., and Mohammadiun, M., "Self-similar Solution of Radial Stagnation Point Flow and Heat Transfer of a Viscous, Compressible Fluid Impinging on a Rotating Cylinder", Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, pp. 1-13, (2018).
- [32] Bejan, A., "Second-law Analysis in Heat Transfer and Thermal Design", Advances in Heat Transfer, Vol. 15, pp. 1–58, (1982).
- [33] Bejan, A., "*Entropy Generation Minimization*", 1st Edition, CRC Press, Boca Raton, Florida, (1996).
- [34] Bejan, A., "A Study of Entropy Generation in Fundamental Convective Heat Transfer", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 101, pp. 718–725, (1979).
- [35] Bejan, A., "The Thermodynamic Design of Heat and Mass Transfer Processes and Devices", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 8, pp. 259-276, (1987).
- [36] Mahmud, S., Tasnim, S. H., and Mamun, H. A. A., "Thermodynamic Analysis of Mixed Convection in a Channel with Transverse Hydromagnetic Effect", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 42, pp. 731–740, (2003).
- [37] Aziz, A., "Entropy Generation in Pressure Gradient Assisted Couette Flow with Different Thermal Boundary Conditions", Entropy, Vol. 8, pp. 50-62, (2006).
- [38] Aïboud-Saouli, S., Saouli, S., Settou, N., and Meza, N., "Thermodynamic Analysis of Gravity-driven Liquid Film along an Inclined Heated Plate with Hydromagnetic and Viscous Dissipation Effects", Entropy, Vol. 8, pp. 188–199, (2006).
- [39] Aiboud-Saouli, S., Settou, N., Saouli, S., and Meza, N., "Second-law Analysis of Laminar Fluid Flow in a Heated Channel with Hydro-magnetic and Viscous Dissipation Effects", Applied Energy, Vol. 84, pp. 279–289, (2007).
- [40] Aïboud-Saouli, S., and Saouli, S., "Entropy Analysis for Viscoelastic Magneto Hydrodynamic Flow over a Stretching Surface, International Journal of Nonlinear Mechanics", Vol. 45, pp. 482–489, (2010).
- [41] Rezaiguia, I., Mahfoud, K., Kamel, T., Belghar, N., and Saouli, S., "Numerical Simulation of the Entropy Generation in a Fluid in Forced Convection on a Plane Surface while using the Method of Runge-Kutta", European Journal of Scientific Research, Vol. 42, pp. 637-643, (2010).
- [42] Hirschfelder, J. O., Curtiss, C. F., and Bird, R.B., "*Molecular Theory of Gases and Liquids*", John Wiley, New York, (1954).
- [43] San, J. Y., Worek, W.M., and Lavan, Z., "Entropy Generation in Combined Heat and Mass Transfer", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, pp. 1359-1369, (1987).

- [44] Bianco, V., Nardini, S., and Manca, O., "Enhancement of Heat Transfer and Entropy Generation Analysis of Nanofluids Turbulent Convection Flow in Square Section Tubes", *Nanoscale Research Letters*, 6:252, pp. 1-12, (2011).
- [45] Rashidi, M. M., Mohammadi, F., Abbasbandy, S., and Alhuthali, M. S., "Entropy Generation Analysis for Stagnation Point Flow in a Porous Medium over a Permeable Stretching Surface", *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 8, pp. 753-765, (2015).
- [46] Bejan, A., and Ledezma, G. A., "Thermodynamic Optimization of Cooling Techniques for Electronic Packages", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 1213–1221, (1996).
- [47] Lin, W. W., and Lee, D. J., "Second Law Analysis of a Pin Fin Array under Cross Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 1937–1945, (1997).
- [48] Sasikumar, M., and Balaji, C., "Optimization of Convective Fin Systems: a Holistic Approach", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 57–68, (2002).
- [49] Rashidi, M. M., Mahmud, S., Freidoonimehr, N., and Rostami, B., "Analysis of Entropy Generation in an MHD Flow over a Rotating Porous Disk with Variable Physical Properties", *International Journal of Exergy*, Vol. 16, pp. 481-503, (2014).
- [50] Malvandi, A., Ganji, D. D., Hedayati, F., Kaffash, M. H., and Jamshidi, M., "Series Solution of Entropy Generation toward an Isothermal Flat Plate", *Thermal Science*, Vol. 16, pp. 1289–1295, (2012).
- [51] Freidoonimehr, F., and Rahimi, A.B., "Exact-solution of Entropy Generation for MHD Nanofluid Flow Induced by a Stretching/shrinking Sheet with Transpiration: Dual Solution", *Advanced Powder Technology*, Vol. 28, pp. 671-685, (2016).
- [52] Corcione M., "Empirical Correlating Equations for Predicting the Effective Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Nanofluids", *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, pp. 789-793, (2011).
- [53] Bejan, A., "*Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*", 1st Edition, Wiley, New York, (1982).

فهرست نمادهای انگلیسی

شعاع استوانه (m)	a
ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه ($\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	$C_{p,f}$
ظرفیت گرمایی ویژه نانو ذرات ($\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	$C_{p,p}$
قطر معادل مولکول های سیال پایه (m)	d_f
قطر معادل مولکول های نانوذرات (m)	d_p

تابع بی بعد معرف میدان سرعت	f
ضریب هدایت حرارتی نانو سیال ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	k_{eff}
مولفه محوری میدان سرعت (ms^{-1})	\bar{k}
فشار سیال (Nm^{-2})	p
فشار بی بعد	P
مختصات استوانه‌ای (m)	r, z
عدد رینولدز سیال پایه	Re
عدد رینولدز نانو سیال	Re_n
دما (K)	T
مولفه شعاعی میدان سرعت (ms^{-1})	u
مولفه محوری میدان سرعت (ms^{-1})	w

نمادهای یونانی

متغیر تشابهی	η
دمای بی بعد	θ
لزجت دینامیکی سیال پایه ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	μ
لزجت دینامیکی نانو سیال ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	μ_n
لزجت سینماتیکی سیال پایه (m^2s^{-1})	ν_f
لزجت سینماتیکی نانو سیال (m^2s^{-1})	ν_n
چگالی سیال پایه (kgm^{-3})	ρ_f
چگالی نانو ذرات (kgm^{-3})	ρ_p
تنش برشی (Nm^{-2})	σ
کسر حجمی	ϕ_n

Abstract

In this research dimensionless temperature, convection heat transfer and entropy generation for the steady state flow in the stagnation point of nanofluid impinging on an infinite cylinder have been investigated. The impinging free stream is steady with a constant strain rate \bar{k} . Similarity solution of the Navier-Stokes and energy equations is derived in this problem. A reduction of these equations is obtained by use of appropriate transformations introduced in this research. The general self similar solution is obtained when the wall temperature is constant. All the solutions above are presented for Reynolds numbers $Re = \bar{k}a^2 / 2\nu_f$ ranging from 0.1 to 1000 and selected values of particle fractions where a is radius of the cylinder and ν_f is kinematic viscosity of the base fluid. Results show that for all Reynolds numbers, as the particle fraction increases, the depth of diffusion of the fluid velocity field in radial and axial directions and shear-stresses decreases whereas convective heat transfer coefficient and Nusselt number increases also maximum value of entropy generation has been calculated.