

## ردیابی ترک عرضی در لوله های حاوی سیال تحت فشار داخلی

در این مقاله یک روش غیر مخرب جهت تعیین فرکانس و ردیابی ترک در لوله های ترک دار حاوی سیال تحت فشار با استفاده از روش ماتریس انتقال و بهره گیری از شکل مد اول ارائه شده است. لوله ترک دار مورد نظر دارای شرایط مرزی دو سر مفصل می باشد و ترک در آن به صورت یک فنر پیچشی مدل شده است. وجود ترک باعث می شود که انعطاف پذیری محلی تغییر یافته و در رفتار دینامیکی سازه تغییراتی به وجود آید و در نتیجه تغییر در فرکانس طبیعی را به دنبال خواهد داشت. در این مقاله از رفتار غیر خطی ترک صرف نظر شده و ترک به صورت باز مدل شده است. در ادامه، اثر تغییر موقعیت و عمق ترک روی فرکانس طبیعی برای چندین حالت مختلف مورد بررسی قرار می گیرد. به دلیل وجود خطایی که در مدل ذکر شده برای انعطاف پذیری ناشی از ترک وجود دارد، از ضریب تصحیح استفاده شده است تا نتایج حاصل از روش ماتریس انتقال، در حالتی که سیستم دارای ترک است، هماهنگی و تطابق بیشتری با داده های تجربی داشته باشد. پس از این مرحله، شکل مد اول لوله حاوی سیال تحت فشار به ازای دو موقعیت مختلف ترک و عمق متفاوت، در فشار  $0.981 \text{ Mpa}$  به دست آمده است. در ادامه، از تفاضل شکل مدهای لوله سالم و لوله ترک دار، موقعیت ترک به دست می آید. در پایان نتایج به دست آمده از روش ماتریس انتقال با نتایج سایر محققان (روش های تجربی) مقایسه می شود. نزدیکی نتایج (به خصوص تا مد دوم)، نشان دهنده دقت بالای روش ماتریس انتقال است.

محمد حسین زاده<sup>۱</sup>

دانشجوی دکترا

انوشیروان فرشیدیان فر<sup>۲</sup>

دانشیار

واژه های راهنما: ترک - فرکانس طبیعی - ماتریس انتقال - شکل مد

### ۱- مقدمه

لوله های تحت فشار سازه هایی هستند که به عنوان یک عنصر کلیدی در بسیاری از صنایع همانند نفت، گاز، پتروشیمی و نیروگاهها مورد استفاده قرار می گیرند. این سازه ها در بسیاری از موارد دچار شکست می شوند. اهمیت فعالیت های پیشگیرانه بر روی این لوله های تحت فشار از آن جا معلوم می شود که اولاً ایجاد ترک در این سازه ها منجر به نشت و هدر رفتن منابع ملی می گردد و ثانياً چه بسا می تواند صدمات جسمی و جانی به انسان ها و موجودات زنده اطراف آن وارد کند. به عنوان مثال نشت نفت در مناطق دریایی صدمات جبران ناپذیری را به جانداران دریایی وارد می سازد و یا نشت گاز در شرکت های گازی امکان انفجار و خطرات جانی را در بر خواهد داشت. وجود ترک در ساختار یک عضو موجب انعطاف پذیری موضعی

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، دانشجوی دکترا، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، باشگاه پژوهشگران جوان، مشهد، ایران

[hoseinzadeh89@yahoo.com](mailto:hoseinzadeh89@yahoo.com)

<sup>۲</sup> دانشیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

می گردد و بر اساس تئوری ارتعاشات، با کاهش سختی، فرکانس طبیعی نیز کاهش می یابد. البته تغییر سختی در سازه با تغییر موقعیت ترک و یا تغییر در عمق ترک، تغییر می کند. به عبارت دیگر تغییر در سختی کل سازه تابعی از موقعیت و عمق ترک است. محققین بسیاری در زمینه مسائل پیشگیرانه بررسی های زیادی را روی سازه های مختلف انجام داده اند. برخی از این بررسی ها در ادامه آورده شده است.

Dimarogonas [۱] در مقاله ای کارهای صورت گرفته توسط سایر محققین را خصوص ارتعاشات ساختارهای ترک دار مورد بررسی قرار داد.

Papadopoulos و Dimarogonas [۲]، کوپلینگ ارتعاشات پیچشی و محوری را در شفت دارای ترک عرضی سطحی بررسی کردند. آن ها ترک را به صورت باز در نظر گرفتند و انعطاف پذیری محلی ناشی از ترک را با یک ماتریس  $6 \times 6$ ، با فرض ۶ درجه آزادی برای المان ترک دار شفت نمایش دادند و با صرف نظر از اثر برش و در نظر گرفتن خمش در دو جهت اصلی و کشش، به ماتریس سختی  $3 \times 3$  شامل جملاتی که بیانگر کوپلینگ بود، دست یافتند و پدیده حرکت کوپل شده عرضی و محوری را مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. Sekhar [۳] در مقاله ای تاثیر هم زمان چند ترک را روی تیرها و شفت ها مورد بررسی قرار داد و نیز روش های صورت گرفته توسط سایر محققین را به منظور تعیین ترک ارائه نمود. Wang و Tsai [۴]، رفتار ارتعاشی شفت ترک دار را به ازای موقعیت های گوناگون و عمق های مختلف ترک، تحلیل کرده و روشی برای تعیین موقعیت و اندازه ترک عرضی باز روی شفت ساکن، بدون درگیر کردن آن با سیستم ارائه نمودند. Bachschmid و همکاران [۵] روشی را برای تعیین موقعیت و عمق ترک عرضی در سیستم یک روتور با استفاده از اندازه گیری های ارتعاشی ارائه نمودند. آن ها با استفاده از مدل ارائه شده و روش حداقل مربعات در دامنه فرکانسی، موقعیت ترک ایجاد شده را پیش بینی کردند. همچنین، عمق ترک از مقایسه ممان خمشی ایستای ناشی از وزن روتور و شرایط راستای یاتاقان با ممان خمشی معادل تعیین شده که متناوب بود، را محاسبه نمودند. Li و Paidoussis [۶] در مقاله ای به طور کامل دینامیک لوله های حامل سیال را مورد بررسی قرار دادند و مروری بر مقالات صورت گرفته در این زمینه ارائه کردند. Patil و Maiti [۷] روش ماتریس انتقال را برای تیر اویلر برنولی ترک دار ارائه کردند و از رابطه ای برای تعیین انعطاف پذیری ناشی از ترک که تابعی از عمق ترک بود، استفاده کردند. آنها در بررسی خویش از روش انرژی نیز به منظور انجام روش معکوس یعنی تخمین عمق و انعطاف پذیری ترک بهره بردند. Lee و همکاران [۸] ارتعاشات آزاد لوله حامل سیال را با در نظر گرفتن کوپل ارتعاشات محوری، خمشی و پیچشی مورد تحلیل قرار دادند. آنها در بررسی خویش از روش ماتریس انتقال استفاده نموده و تاثیر سرعت سیال روی فرکانس طبیعی را برای لوله های مختلف بررسی نمودند. Shahani و همکاران [۹] لوله ای را مورد بررسی قرار دادند که دارای ترکی نیمه بیضوی در سطح لوله بود. این لوله تحت بارگذاری خمشی سیکلی قرار داشت. در این تحلیل، آن ها با استفاده از مش بندی المان ترک، ضرایب شدت تنش برای شرایط مد اول را با استفاده مدل المان محدود سه بعدی به دست آوردند. آن ها در ادامه کار خویش با بهره گیری از چند روش، توانستند مسیر گسترش ترک را نیز به کمک نموداری به نمایش بگذارند. Guran و Atanackovic [۱۰] لوله حامل سیال متراکم را

مورد بررسی قرار دادند و تاثیر واگرایی<sup>۱</sup> و فلاتر<sup>۲</sup> را روی آن بررسی کردند. در نهایت ثابت شد که واگرایی و فلاتر پایداری سیستم را از بین می برد.

برخی از محققین نیز از روش های تجربی برای تحلیل فرکانسی و تشخیص موقعیت ترک استفاده کردند. Maiti و همکاران [۱۱] با بهره گیری از نتایج تجربی، لوله های تحت فشار با شرایط مرزی دو سر مفصل را که دارای ترک بودند مورد بررسی قرار دادند. ترک ها در این آزمایش به صورت برش هایی عمود بر محور طولی لوله با یک عمق کنترل شده شبیه سازی شده بود، به گونه ای که لبه های آن ها در هنگام خمش دینامیکی تیر با یکدیگر تماس نداشته باشند. در آزمایش های صورت گرفته توسط این محققان [۱۱]، دو لوله آلومینیمی و فولادی به کار گرفته شد و برش هایی به عنوان ترک بر روی آن ها لحاظ گردید. عمق های مختلف ترک در این آزمایش ها در محدوده 0.19 تا 0.64 ضخامت لوله در نظر گرفته شد و فشار سیال داخل لوله بین صفر تا 0.981 MPa فرض گردید. همچنین در نمونه های آزمایشی، انعطاف پذیری ناشی از ترک با استفاده از روش های بر مبنای فرکانس طبیعی و تغییر مکان به دست آمد. نتایج آزمایش ها نشان می داد که مدل فنر پیچشی، مدل مناسبی برای ترک است و با سختی حاصل شده از آزمایش، برای لوله ترک دار، تطابق خوبی دارد. آن ها، برای یافتن موقعیت ترک از فرکانس های طبیعی لوله های ترک دار آلومینیمی و فولادی استفاده کردند.

در این مقاله تحلیل فرکانسی و ردیابی ترک در لوله تحت فشار آلومینیمی به کمک روش ماتریس انتقال مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصله با نتایج تجربی [۱۱] برای دو حالت ترک دار و بدون ترک، مقایسه گردیده است. برای تشخیص ترک از شکل مد اول لوله تحت فشار استفاده شده است که دقیقاً موقعیت ترک را می دهد و درصد خطای آن صفر است. بنابراین، اگر بتوان به گونه ای شکل مد اول لوله ترک دار را به دست آورد، با فرض داشتن داده های مربوط به شکل مد لوله سالم، موقعیت ترک های احتمالی در سیستم قابل دست یابی خواهد بود.

## ۲- مدل ترک در لوله

شکل (۱) را در نظر بگیرید. در این شکل مقطعی از لوله که دارای ترک است به معرض نمایش گذاشته شده است که در آن شعاع خارجی لوله و  $R_o$  شعاع داخلی می باشد. برای چنین ترکی که عمق آن از ضخامت لوله کمتر است، می توان نوشت:

$$t = \frac{a}{n} \quad (1)$$

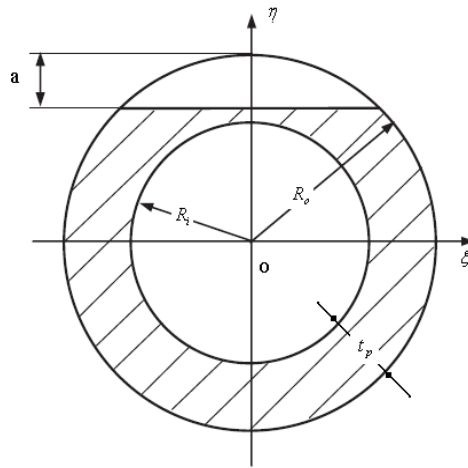
در این رابطه  $a$  عمق ترک و  $n$  تعداد تقسیمات ضخامت لوله به حلقه های نازک است (مطابق شکل (۲)).

$$R = (R_o - a) + t(i - \frac{1}{2}) \quad (2)$$

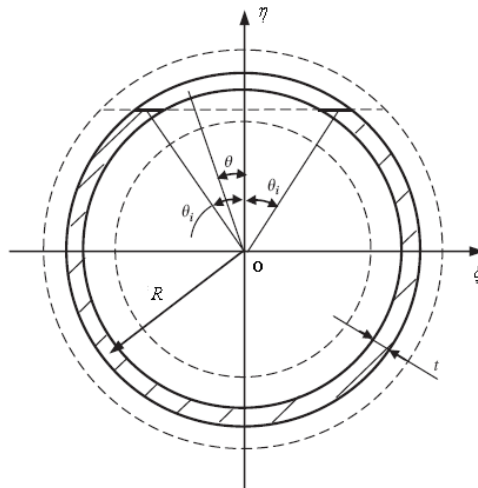
$$\theta_i = \arccos\left(\frac{R_o - a}{R}\right) \quad (3)$$

<sup>1</sup> Divergence

<sup>2</sup> Flutter



شکل ۱- هندسه مقطع ترک در یک لوله



شکل ۲-  $i$  امین حلقه نازک در مقطع لوله

در این رابطه  $\theta_i$  بیانگر نصف زاویه دهانه ترک برای  $i$  امین حلقه نازک در یک لوله ترک دار است. انرژی کرنشی  $i$  امین حلقه نازک در یک لوله ترک دار را می توان به صورت زیر نوشت:

$$U_i = 2 \int_0^{\theta_i} J_i R t d\theta \quad (4)$$

که  $J_i$  تابع دانسیته انرژی کرنشی در  $i$  امین حلقه نازک است.

$$J_i = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_i^2 \quad (5)$$

که  $K_i$  ضریب شدت تنش در  $i$  امین حلقه نازک است. مطابق مرجع [۱۲]، این ضریب را می توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$K_i = \sigma_i \sqrt{R} \left( \frac{\sqrt{2}}{\varepsilon_i} \right)^{\frac{1}{2}} G(\theta) \quad (6)$$

که :

$$\sigma_i = M \left( \frac{I_i}{I_p} \right) / (\pi R^2 t) \quad (7)$$

و

$$\varepsilon_i^2 = \left( \frac{t}{R} \right) / \sqrt{12(1-\nu^2)} \quad (8)$$

$$G(\theta) = \sin \theta \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\theta - \cot \theta (1 - \theta \cot \theta)}{2 \cot \theta + \sqrt{2} \cot((\pi - \theta)/\sqrt{2})} \right] \quad (9)$$

$$I_p = \frac{\pi}{4} (R_o^4 - R_i^4) \quad (10)$$

$$I_i = \frac{\pi}{4} \left( \left( R + \frac{t}{2} \right)^4 - \left( R - \frac{t}{2} \right)^4 \right) \quad (11)$$

بنابراین، انرژی کرنشی کل مقطع ترک را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^n U_i \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \int_0^{\theta_i} J_i R t d\theta \\ &= \frac{2(1-\nu^2)t}{E} \sum_{i=1}^n \left( R \int_0^{\theta_i} K_i^2 d\theta \right) \\ &= M^2 \frac{2\sqrt{2}(1-\nu^2)}{E \pi^2 t I_p^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_i^2}{R^2 \varepsilon_i} \int_0^{\theta_i} G^2(\theta) d\theta \right) \end{aligned} \quad (12)$$

انعطاف پذیری محلی ناشی از ترک نیز به صورت زیر به دست خواهد آمد :

$$\begin{aligned} c_\xi &= \frac{\partial^2 U}{\partial M^2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}(1-\nu^2)}{E \pi^2 t I_p^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{I_i^2}{R^2 \varepsilon_i} \int_0^{\theta_i} G^2(\theta) d\theta \right) \end{aligned} \quad (13)$$

### ۳- ماتریس های انتقال لوله ترک دار تحت فشار و معادله فرکانسی

شکل (۳)، لوله ترک داری را در نشان می دهد که تحت فشار داخلی  $P$  قرار گرفته است. در این شکل،  $a$  نشان دهنده عمق ترک و  $t_p$  بیانگر ضخامت لوله است. عمق ترک و موقعیت ترک در حالت بی بعد به ترتیب با  $\beta = L_c/L$  و  $a/t_p$  نشان داده می شود.

در حالتی که این لوله مستقیم، بدون ترک باشد و با یک سیال غیر قابل تراکم پر شده باشد، با صرف نظر از اثرات برشی و اینرسی دورانی و میرایی، معادله حاکم بر سیستم به صورت ذیل خواهد بود [۶]:

$$w^{iv} + \frac{A_i P L^2}{E I_p} w'' - \frac{\omega^2 (A_p \rho_p + A_i \rho_f)}{E I_p} w = 0 \quad (14)$$

در این رابطه  $w$  فرکانس طبیعی،  $w$  تغییر مکان عرضی،  $L$  طول لوله،  $E$  مدول یانگ،  $I_p$  ممان دوم سطح مقطع لوله،  $\rho_p$  دانسیته ماده لوله،  $\rho_f$  دانسیته سیال،  $A_i$  و  $A_p$  به ترتیب سطح مقطع سیلندر سیال و لوله،  $P$  فشار سیال و پرایم مشتق نسبت به  $x$  می باشد.

پاسخ معادله فوق، مربوط به لوله حامل سیال تحت فشار را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$w(x) = A \cosh \lambda_1 x + B \sinh \lambda_1 x + C \cos \lambda_2 x + D \sin \lambda_2 x \quad (15)$$

در این رابطه، ضرایب  $A, B, C$  و  $D$  ضرایبی ثابت هستند و

$$\lambda_1 = \left[ \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau - \frac{\sigma}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda_2 = \left[ \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau + \frac{\sigma}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

که

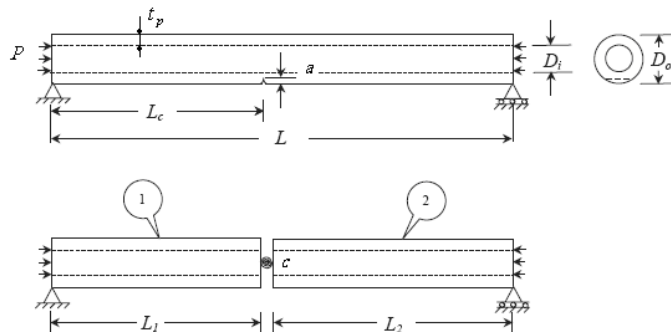
$$\sigma = \frac{A_i P L^2}{E I_p}, \quad \tau = \frac{\omega^2 (A_p \rho_p + A_i \rho_f)}{E I_p} \quad (17)$$

با استفاده از معادله (۱۵) و به کمک شرایط مرزی می توان ماتریس انتقال مربوط به یک لوله تحت فشار

بدون ترک را به صورت ذیل نوشت:

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1^2 \cos \lambda_2 L + \lambda_2^2 \cosh \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{\lambda_1^3 \sin \lambda_2 L + \lambda_2^3 \sinh \lambda_1 L}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \\ \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 \sinh \lambda_1 L - \lambda_1 \sin \lambda_2 L)}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{\lambda_1^2 \cos \lambda_2 L + \lambda_2^2 \cosh \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \\ \frac{E I_p \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\cosh \lambda_1 L - \cos \lambda_2 L)}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{E I_p \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 \sinh \lambda_1 L - \lambda_1 \sin \lambda_2 L)}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \\ \frac{E I_p \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\lambda_1 \sinh \lambda_1 L + \lambda_2 \sin \lambda_2 L)}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{E I_p \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\cosh \lambda_1 L - \cos \lambda_2 L)}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\cosh \lambda_1 L - \cos \lambda_2 L}{E I_p (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} & \frac{\lambda_2 \sinh \lambda_1 L - \lambda_1 \sin \lambda_2 L}{E I_p \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \\ \frac{\lambda_1 \sinh \lambda_1 L + \lambda_2 \sin \lambda_2 L}{E I_p (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} & \frac{\cosh \lambda_1 L - \cos \lambda_2 L}{E I_p (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \\ \frac{\lambda_1^2 \cosh \lambda_1 L + \lambda_2^2 \cos \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{\lambda_1 \sinh \lambda_1 L + \lambda_2 \sin \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \\ \frac{\lambda_1^3 \sinh \lambda_1 L - \lambda_2^3 \sin \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} & \frac{\lambda_1^2 \cosh \lambda_1 L + \lambda_2^2 \cos \lambda_2 L}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \end{bmatrix}$$

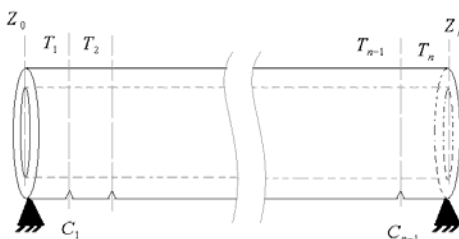


شکل ۳- نمودار شماتیک لوله ترک دار دو سر مفصل و فنر پیچشی

حال با توجه به این که در ناحیه ترک تمام شرایط مرزی به جز شیب با هم برابر هستند، در نتیجه ماتریس انتقال مربوط به ترک را می توان به صورت زیر نوشت [۱۱]:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c_{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در این رابطه  $c_{\xi}$  انعطاف پذیری ناشی از ترک است و می توان مقدار آن را از رابطه (۱۳) به دست آورد.



شکل ۴- لوله دارای ترک

حال با استفاده از ماتریس های انتقال لوله و ترک، می توان فرکانس های طبیعی لوله ترک دار تحت فشار را محاسبه نمود. در صورتی که لوله دارای چندین ترک باشد، باید ماتریس های انتقال متناظر با هر المان و هر ترک را به صورت حاصل ضرب ماتریس های انتقال نوشت تا این که ماتریس انتقال متناظر با کل لوله دارای ترک به دست آید (مطابق شکل (۴)). بنابراین، از ضرب خطی ماتریس های انتقال میانی خواهیم داشت:

$$Z_n = T_n C_{n-1} T_{n-1} \dots T_{j+1} C_j T_j \dots T_2 C_1 T_1 Z_0 \quad (20)$$

با ضرب کردن این ماتریس های مربعی در یکدیگر و یافتن ماتریس انتقال کل سیستم یعنی ماتریس  $T_t$  به رابطه زیر می رسیم:

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta \\ M \\ V \end{Bmatrix}_n = \begin{bmatrix} T_{t11} & T_{t12} & T_{t13} & T_{t14} \\ T_{t21} & T_{t22} & T_{t23} & T_{t24} \\ T_{t31} & T_{t32} & T_{t33} & T_{t34} \\ T_{t41} & T_{t42} & T_{t43} & T_{t44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \theta \\ M \\ V \end{Bmatrix}_0 \quad (21)$$

$$Z_n = T_t Z_0$$

پس از اعمال شرایط مرزی، با توجه به این که معمولا دو شرط از چهار شرط مرزی صفر است، لذا به عنوان مثال برای یک تکیه گاه ساده با شرایط خیز و ممان صفر، رابطه ماتریسی زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} T_{t12} & T_{t14} \\ T_{t32} & T_{t34} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ V \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

برای یافتن جواب های غیر بدیهی، باید دترمینان ضرایب ماتریس  $2 \times 2$  برابر صفر باشد. یعنی:

$$\begin{vmatrix} T_{t12} & T_{t14} \\ T_{t32} & T_{t34} \end{vmatrix} = 0 \quad (23)$$

حاصل دترمینان مزبور، یک معادله درجه  $n$  بر حسب پارامتر فرکانس طبیعی سیستم است. معادله حاصله، معادله فرکانسی لوله تحت فشار نامیده می شود که از حل آن، فرکانس های طبیعی لوله حاوی سیال تحت فشار به دست می آید.

#### ۴- یافتن شکل مدها

پس از به دست آوردن فرکانس های طبیعی سیستم، برای دست یافتن به شکل مد، باید ابتدا فرکانس متناظر با شکل مد مورد نظر را در معادله (۲۲) قرار داد. پس از انجام ضرب ماتریسی به یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می رسیم. با استفاده از یکی از این معادلات می توان یک رابطه تناسبی بین خیز و نیروی برشی متناظر با موقعیت ابتدایی لوله تحت فشار ایجاد کرد. یعنی:

$$\frac{\theta_0}{V_0} = \frac{-T_{t_{14}}}{T_{t_{12}}} \quad (24)$$

از آن جا که در ترسیم شکل مد، شکل آن اهمیت دارد، نه دامنه، لذا می توان صورت تناسب به دست آمده را به عنوان شیب و مخرج تناسب را به عنوان نیروی برشی متناظر با موقعیت صفر لوله در نظر گرفت. از طرفی، با قرار دادن  $x=0$  در روابط مربوط به خیز، شیب، ممان و نیروی برشی به یک دستگاه چهار معادله و چهار مجهول می رسیم که مجهولات آن همان ضرایب ثابت پاسخ معادله شکل مد هستند. از حل این دستگاه داریم:

$$A = \frac{M(0) + EI_p \lambda_2^2 w(0)}{EI_p (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}, \quad B = \frac{V(0) + EI_p \lambda_2^2 \theta(0)}{EI_p \lambda_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \quad (25)$$

$$C = \frac{-M(0) + EI_p \lambda_1^2 w(0)}{EI_p (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}, \quad D = \frac{-V(0) + EI_p \lambda_1^2 \theta(0)}{EI_p \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}$$

با توجه به این که در موقعیت اولیه لوله، ممان و خیز صفر است و از طرف دیگر از رابطه (۲۴) شیب و نیروی برشی نیز به دست آمد، بنابراین ثابت های مربوط به معادله شکل مد برای اولین المان سالم لوله تحت فشار به دست می آید. با داشتن این ثابت ها و ماتریس انتقال سایر المان ها می توان ثابت های متناظر با بقیه المان ها را نیز به دست آورد. بنابراین با داشتن معادله مربوط به هر المان، شکل مد متناظر با آن المان به دست می آید.

#### ۵- اصلاح مدل عددی مربوط به ترک

همانطور که مشاهده شد، در بخش ۲ مدل عددی ترک به منظور محاسبه انعطاف پذیری اضافی ناشی از آن ارائه گردید. نتایج حاصل از این انعطاف پذیری ها به ازای چهار عمق مختلف ترک و با در نظر گرفتن  $n=10$  به دست آمده است. برای به دست آوردن این انعطاف پذیری ها از اطلاعات لوله آلومینیومی در آزمایش انجام شده توسط Maiti و همکاران [۱۱] استفاده شده است. Maiti و همکاران [۱۱] در مقاله خویش، انعطاف پذیری متناظر با ترک را به وسیله بارگذاری لوله ترک دار و اندازه گیری تغییر مکان های



اضافی ایجاد شده ناشی از ترک، به صورت تجربی به دست آوردند. این داده های تجربی به همراه داده های عددی به دست آمده برای انعطاف پذیری اضافی ناشی از ترک، در جدول (۱) آورده شده است. برخلاف این که انعطاف پذیری های تجربی، به لحاظ دیمانسیون با انعطاف پذیری های حاصل از روش عددی یکسان نیستند، اما در بررسی های دقیق تر که در بخش بعدی صورت گرفته است، ملاحظه می شود که این نتایج عددی دارای خطای زیادی نسبت به نتایج تجربی هستند. این خطا با اصلاح مدول الاستیسیته قابل کاهش است. انعطاف پذیری محلی اصلاح شده ناشی از ترک را می توان به صورت زیر نوشت:

$$c'_{\xi} = \frac{E}{E'} c_{\xi} = \mu c_{\xi} \quad (26)$$

در این رابطه،  $E'$  مقدار اصلاح شده مدول یانگ  $E$  می باشد.  $\mu$  را می توان از مقایسه نتایج حاصل از حل عددی و نتایج تجربی به دست آورد. Xiang, Maiti و همکاران آن ها [۱۲، ۱۳، ۱۴]،  $\mu$  را از مقایسه فرکانس های طبیعی ساختار بدون ترک با نتایج تجربی تعیین نمودند. برای اصلاح انعطاف پذیری به دست آمده در تمام موارد نمی توان از یک روش استفاده نمود و چه بسا که در مقالات دیگر ضریب اصلاح  $\mu$  به شیوه دیگری به دست آید. هدف از به کار بردن این ضریب اصلاح این است که خطای بین نتایج عددی و داده های تجربی به حداقل برسد.

در مقاله کنونی برای اصلاح انعطاف پذیری های حاصل از مدل عددی ترک، از رابطه زیر استفاده شده است :

$$\mu = \frac{c_{EXP,4}}{c_{\xi,4}} \quad (27)$$

که  $c_{EXP,4}$ ، انعطاف پذیری تجربی متناظر با عمق بی بعد  $a/t_p = 0.63460$  و  $c_{\xi,4}$ ، انعطاف پذیری حاصل از مدل عددی به ازای همین عمق بی بعد ترک می باشد. مقادیر  $c_{\xi}$ ،  $c_{EXP}$  و همچنین  $c'_{\xi}$  یعنی انعطاف پذیری اصلاح شده، در جدول (۱) آورده شده است.

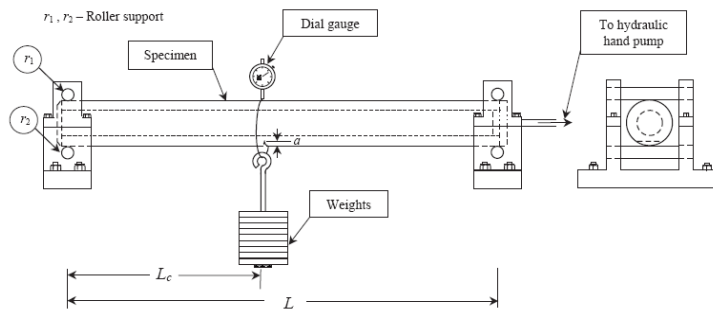
**جدول ۱- انعطاف پذیری محلی ناشی از ترک به ازای چهار عمق مختلف و خطای نسبی انعطاف پذیری**

The local flexibility due to the crack				
$a/t_p$	$c_{\xi}$ (rad/MNm)	$c_{EXP}$ (m/MN) [۱۱]	$c'_{\xi}$	$ (c'_{\xi} - c_{EXP})/c_{EXP}  \%$
0.19043	0.45906	0.06228	0.09476	52.15
0.25385	0.80380	0.10734	0.16592	54.57
0.38077	1.75831	0.26985	0.36295	34.5
0.63460	4.64250	0.95831	0.95831	0

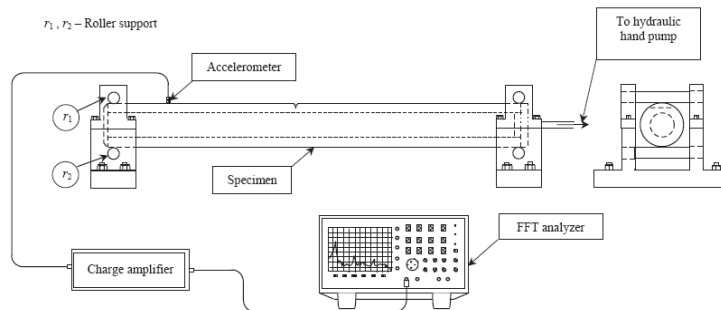
## ۶- مقایسه با نتایج تجربی

Maiti و همکاران [۱۱] طی آزمایش هایی لوله های تحت فشار را مورد تحلیل قرار دادند و تاثیر موقعیت و عمق ترک را در چند فشار مختلف بررسی نموده و سختی ناشی از ترک را به صورت تجربی به دست آوردند. در این آزمایش ها که بر روی دو نوع لوله آلومینیومی و فولادی صورت گرفت، سیال آب به عنوان ماده موجود در لوله در نظر گرفته شد. همچنین، در شرایطی که لوله حاوی سیال بود، دو طرف لوله با جوش دادن درپوش بسته شده بود، با این تفاوت که در یک طرف، درپوش با پمپ هیدرولیک به منظور تامین فشار

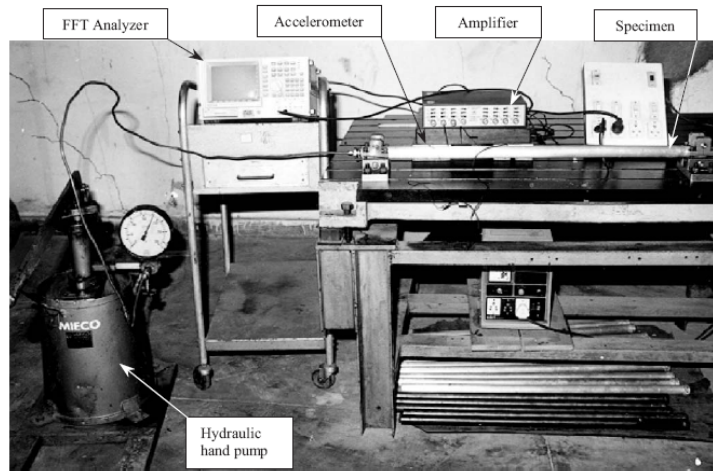
ارتباط داشت. شماتیک این آزمایش و ستاپ مربوط به آن در شکل های (۵) تا (۷) آورده شده است. ترک های موجود در این آزمایش ها با وایرکاتی به قطر  $0.15 \text{ mm}$  ایجاد شده بود.



شکل ۵- شماتیک آزمایش برای اندازه گیری تغییر مکان استاتیک [۱۱]



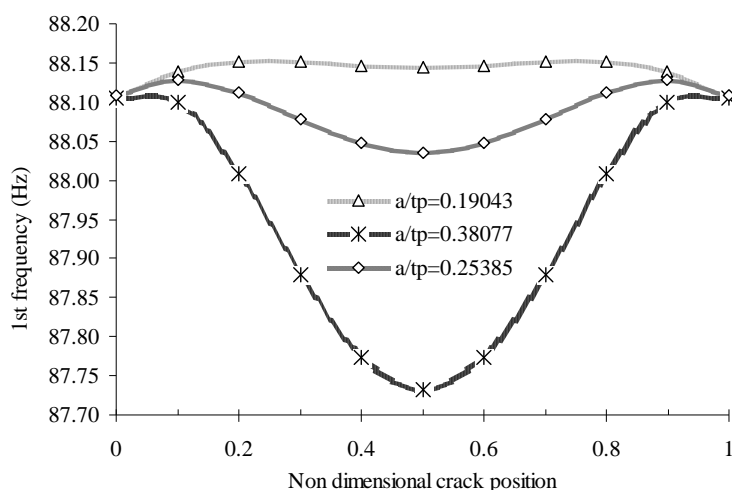
شکل ۶- شماتیک آزمایش برای اندازه گیری فرکانس [۱۱]



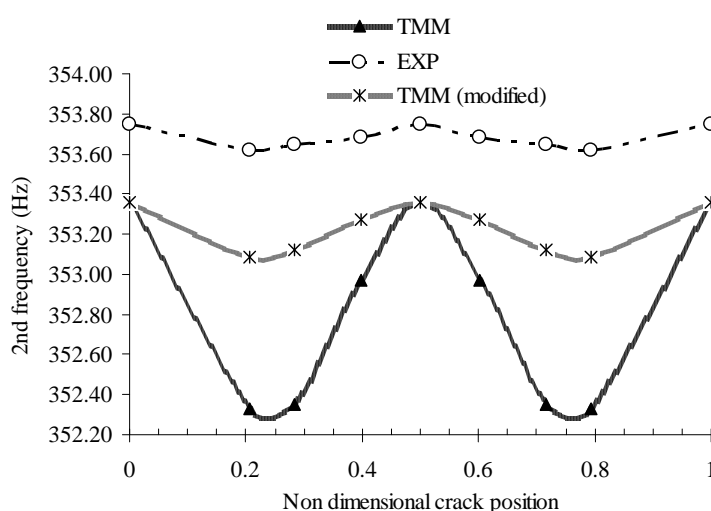
شکل ۷- تصویر آزمایش برای سنجش فرکانس [۱۱]

حال به منظور بررسی نتایج حاصل از روش ماتریس انتقال، لوله آلومینیمی مورد استفاده در این تست های تجربی [۱۱] را در نظر بگیرید. این لوله دارای طول  $L = 0.87 \text{ m}$ ، قطر داخلی  $D_i = 0.02 \text{ m}$ ، قطر خارجی  $D_o = 0.033 \text{ m}$ ، مدول الاستیسیته  $E_{empty \text{ pipe}} = 60.3478 \text{ Gpa}$  برای لوله خالی و مدول الاستیسیته  $E_{water-filled \text{ pipe}} = 61.6181 \text{ Gpa}$  برای لوله حاوی سیال آب در فشار صفر می باشد. مدول الاستیسیته این لوله در دو فشار دیگر نیز در جداول ذکر شده است. دانسیته آلومینیم نیز برابر  $\rho_{al} = 2645.19 \text{ kg/m}^3$  می

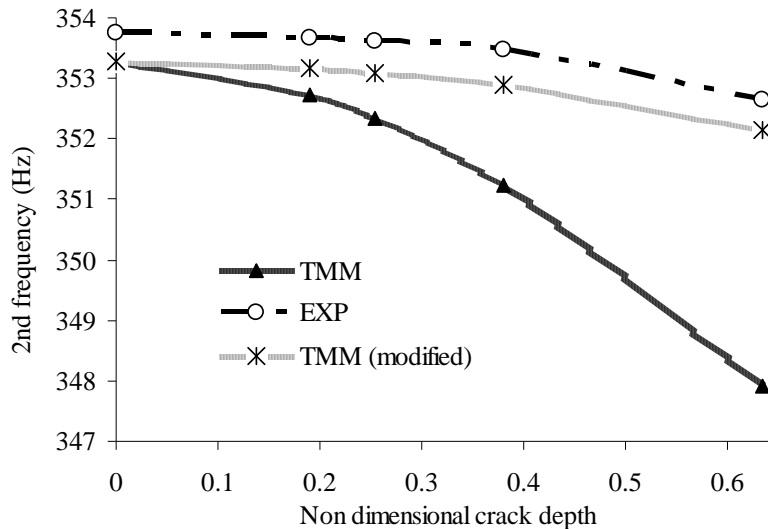
باشد. فرکانس های طبیعی حاصل از روش ماتریس انتقال در دو حالت ترک دار و بدون ترک و نیز به ازای فشارهای صفر،  $0.4905 \text{ MPa}$  و  $0.981 \text{ MPa}$ ، به دست آمده است. این نتایج و داده های تجربی [۱۱] به ترتیب در جداول (۲) و (۳) آورده شده اند. به منظور ایجاد درک بهتر از نتایج این مقایسه ها و همچنین بررسی تاثیر موقعیت و عمق ترک روی فرکانس های طبیعی، شکل های (۸) تا (۱۰) ترسیم شده است که مقایسه ای کلی از نتایج حاصل از روش ماتریس انتقال و داده های تجربی را به نمایش می گذارد. شکل (۸) تاثیر موقعیت ترک را روی فرکانس اول لوله در فشار  $P = 0.981 \text{ MPa}$  و به ازای سه عمق مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که هر چه ترک به سمت وسط لوله پیش می رود، انعطاف پذیری بیشتری در سیستم ایجاد می کند و به دنبال آن افت بیشتری در فرکانس طبیعی ایجاد می گردد. البته در کمترین عمق رفتاری متفاوت دیده می شود.



شکل ۸- تاثیر موقعیت ترک روی مد اول در روش ماتریس انتقال (در فشار  $P = 0.981 \text{ MPa}$  و به ازای سه عمق بی بعد مختلف)



شکل ۹- تاثیر موقعیت ترک روی مد دوم در روش ماتریس انتقال و در آزمایش [۱۱] (فشار  $P = 0.981 \text{ MPa}$  و  $a/t_p = 0.25385$ )



شکل ۱۰- تاثیر عمق ترک روی مد دوم در دو حالت تجربی و ماتریس انتقال  
(فشار  $P = 0.981 \text{ MPa}$  و  $\beta = L_c/L = 0.207$ )

شکل (۹) نیز تاثیر موقعیت ترک را روی فرکانس طبیعی دوم برای نتایج حاصل از ماتریس انتقال و داده های تجربی، در فشار  $P = 0.981 \text{ MPa}$  نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می شود، هر چه عمق ترک بیشتر شود، افت فرکانس نیز بیشتر خواهد بود. در این نمودار، فرکانس طبیعی دوم در دو حالت ترسیم گردیده است. یکی قبل از اصلاح و دیگری پس از اصلاح انعطاف پذیری مربوط به ترک. مشاهده می شود که قبل از اعمال ضریب تصحیح، تغییرات فرکانسی نسبت به داده های تجربی دارای شیب متفاوتی هستند. اما پس از اعمال ضریب تصحیح، تغییرات فرکانس های طبیعی به میزان زیادی رفتار مشابهی نسبت به داده های تجربی از خود نشان می دهند.

شکل (۱۰)، تاثیر عمق ترک را قبل و بعد از اعمال ضریب تصحیح روی فرکانس طبیعی دوم نشان می دهد. بررسی هایی که تا کنون روی تحلیل های ارتعاشی سیستم ها صورت گرفته، بیانگر این نکته است که تاثیر موقعیت ترک خیلی بیشتر از تاثیر عمق آن روی تغییرات فرکانسی می باشد.

پس از به دست آوردن فرکانس های طبیعی، می توان شکل مدهای متناظر با هر فرکانس را به دست آورد. از آن جایی که در مقاله کنونی هدف از یافتن شکل مد تشخیص موقعیت ترک است، بنابراین از شکل مد اول حاوی سیال تحت فشار داخلی استفاده شده است. دلیل این امر این است که اگر ترک در نقاط گرهی مربوط به یک شکل مد و یا نزدیک به آن واقع شود، تغییر چندانی روی فرکانس ایجاد نخواهد کرد و لذا تشخیص ترک دشوار می گردد. اما، با توجه به این که در شکل مد متناظر با فرکانس طبیعی اول نقطه گرهی وجود ندارد، از آن برای تشخیص موقعیت ترک استفاده شده است.

جهت یافتن موقعیت ترک با استفاده از شکل مد در لوله تحت فشار می بایست شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک به ازای مد اول فرکانسی به دست آید. به منظور دستیابی به این هدف لوله آلومینیومی نشان داده شده در شکل (۳) را تحت شرایطی در نظر بگیرید که دارای فشار داخلی  $P = 0.981 \text{ MPa}$  و ترکی در موقعیت  $\beta = L_c/L = 0.207$  باشد. به عبارت دیگر  $L_c = 0.18 \text{ m}$ . در این مثال عمق بی بعد ترک برابر

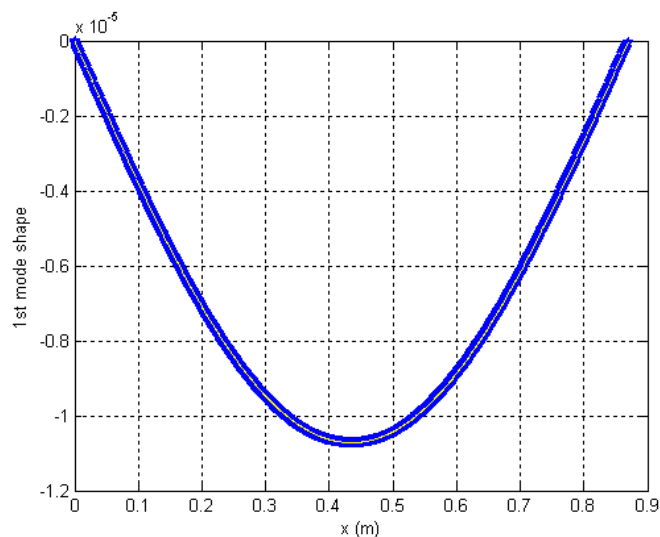
در آزمایش Maiti و همکارانش [۱۱] است. فرکانس طبیعی اول این لوله تحت شرایط ذکر شده در حالت بدون ترک برابر  $88.2 \text{ Hz}$  و در حالت ترک دار برابر  $88.15 \text{ Hz}$  می باشد. شکل مدهای متناظر با این فرکانس ها در شکل (۱۱) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که از آن جایی که فرکانس های طبیعی خیلی به هم نزدیک هستند و کمترین عمق برای ترک نسبت به سایر عمق های بی بعد در نظر گرفته شده، لذا شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک تقریباً بر هم منطبق هستند و در شکل (۱۱) نمی توان آن ها را از هم تشخیص داد. از تفاضل این دو شکل مد شکل (۱۲) به دست می آید. در این نمودار، نقطه ای که دارای شدیدترین تغییرات است بیانگر موقعیت ترک می باشد که برابر  $0.18 \text{ m}$  است.

**جدول ۲-** فرکانس های طبیعی لوله تو خالی و تو پر حاوی سیال آب با استفاده از روش ماتریس انتقال و روش تجربی بر حسب هرترز

Actual data		TMM Natural frequencies (Hz)			Experimental Natural frequencies (Hz) [۱۱]		
$\beta$	$a/t_p$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
Empty pipe							
No crack		382.50	860.63	1530.00	382.50	835.00	1390.00
0.207	0.19043	381.91	859.39	1529.33	382.42	834.85	1389.90
	0.25385	381.47	858.48	1528.83	382.37	834.75	1389.85
	0.38077	380.25	855.99	1527.49	382.20	834.20	1389.45
	0.63460	376.67	848.87	1523.69	381.30	832.70	1389.10
0.284	0.19043	381.89	860.34	1529.56	382.42	834.95	1389.95
	0.25385	381.44	860.12	1529.23	382.38	834.92	1389.90
	0.38077	380.20	859.54	1528.34	382.20	834.85	1389.70
	0.63460	376.58	857.86	1525.73	381.40	834.40	1389.30
0.397	0.25385	382.10	859.82	1525.91	382.40	834.92	1389.50
	0.38077	381.62	858.89	1521.18	382.38	834.75	1388.65
	0.63460	380.23	856.15	1507.68	381.95	834.00	1385.70
Water-filled pipe							
Gauge pressure p=0							
No crack		350.00	787.50	1400.00	350.00	775.00	1317.50
0.207	0.19043	349.45	786.35	1399.37	349.93	774.85	1317.45
	0.25385	349.04	785.50	1398.91	349.88	774.77	1317.40
	0.38077	347.90	783.18	1397.65	349.72	774.20	1317.00
	0.63460	344.55	776.54	1394.12	348.85	772.75	1316.65
0.284	0.19043	349.44	787.23	1399.60	349.93	774.95	1317.45
	0.25385	349.01	787.03	1399.29	349.88	774.90	1317.40
	0.38077	347.85	786.49	1398.45	349.70	774.85	1317.20
	0.63460	344.47	784.92	1396.02	348.85	774.50	1316.85
0.397	0.25385	349.62	786.75	1396.18	349.95	774.90	1317.00
	0.38077	349.18	785.88	1397.77	349.85	774.75	1316.20
	0.63460	347.88	783.32	1379.17	349.50	774.00	1313.20

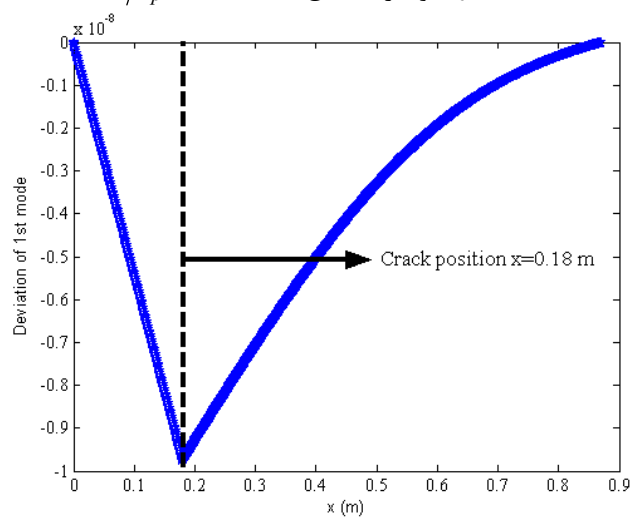
**جدول ۳-** فرکانس های طبیعی لوله تحت فشار داخلی سیال آب با استفاده از روش ماتریس انتقال و روش تجربی بر حسب هرتز

Actual data		TMM Natural frequencies (Hz)			Experimental Natural frequencies (Hz) [۱۱]		
$\beta$	$a/t_p$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
Water-filled pipe							
Gauge pressure p=0.4905 Mpa							
No crack		352.27	792.69	1409.28	352.50	777.50	1319.50
0.207	0.19043	351.72	791.56	1408.65	352.44	777.34	1319.44
	0.25385	351.32	790.72	1408.20	352.38	777.26	1319.41
	0.38077	350.20	788.43	1406.97	352.22	776.70	1319.00
	0.63460	346.90	781.87	1403.47	351.34	775.24	1318.68
0.284	0.19043	351.73	792.44	1408.89	352.43	777.46	1319.42
	0.25385	351.32	792.24	1408.59	352.40	777.41	1319.38
	0.38077	350.17	791.70	1407.77	352.22	777.36	1319.15
	0.63460	346.84	790.15	1405.35	351.37	777.00	1318.88
0.397	0.25385	351.93	791.98	1405.55	352.46	777.42	1319.00
	0.38077	351.49	791.12	1401.18	352.36	777.26	1318.22
	0.63460	350.21	788.60	1388.74	352.10	776.55	1315.20
	Water-filled pipe						
Gauge pressure p=0.981 Mpa							
No crack		353.29	795.07	1413.55	353.75	779.25	1321.00
0.207	0.19043	352.74	793.94	1412.94	353.68	779.12	1320.95
	0.25385	352.33	793.09	1412.48	353.62	779.05	1320.92
	0.38077	351.22	790.79	1411.24	353.48	778.43	1320.50
	0.63460	347.90	782.21	1407.73	352.65	777.10	1320.15
0.284	0.19043	352.77	794.83	1413.18	353.68	779.22	1320.93
	0.25385	352.35	794.63	1412.87	353.65	779.18	1320.90
	0.38077	351.20	794.10	1412.05	353.45	779.10	1320.75
	0.63460	347.87	792.55	1409.63	352.65	778.80	1320.40
0.397	0.25385	352.97	794.39	1409.83	353.68	779.18	1320.50
	0.38077	352.54	793.52	1405.46	353.65	779.00	1319.75
	0.63460	351.26	790.99	1392.97	353.30	778.30	1316.75

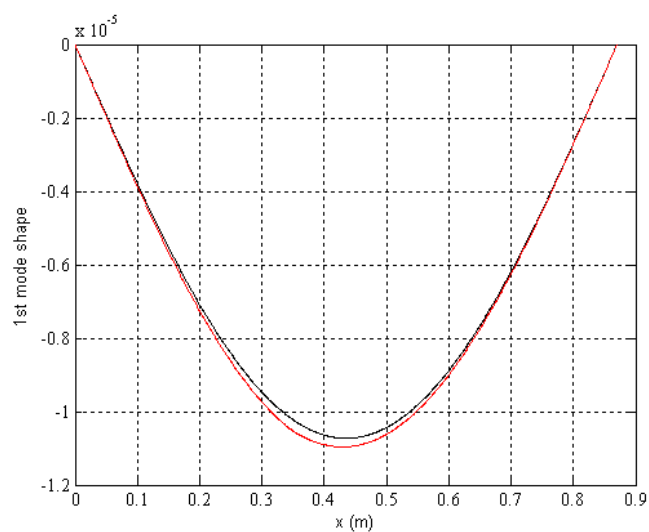


شکل ۱۱- شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک آلومینیومی دارای فشار داخلی  $P = 0.981 \text{ MPa}$ ، ترک در

$L_c = 0.18 \text{ m}$  و دارای عمق  $a/t_p = 0.19043$ .

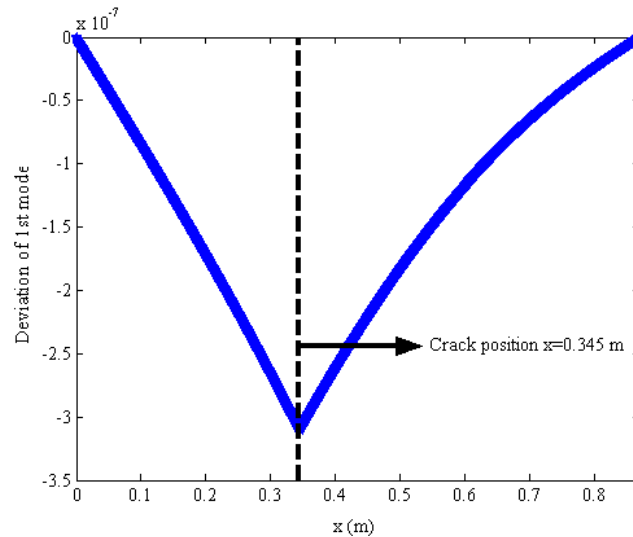


شکل ۱۲- تفاضل شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک منتهی از شکل (۱۱)



شکل ۱۳- شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک آلومینیومی دارای فشار داخلی  $P = 0.981 \text{ MPa}$ ، ترک در

$L_c = 0.345 \text{ m}$  و دارای عمق  $a/t_p = 0.6346$ .



شکل ۱۴- تفاضل شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک منتهی از شکل (۱۳)

حال، برای این که شکل مدهای لوله در حالت ترک دار و بدون ترک بهتر تشخیص داده شود، همان لوله آلومینیمی را در نظر می گیریم، با این تفاوت که در این مرحله ترک در موقعیت  $\beta = L_c/L = 0.397$  بوده (به عبارت دیگر  $L_c = 0.345 m$ ) و عمق ترک برابر  $a/t_p = 0.6346$  فرض شده است (شکل (۱۳)). پس از انجام تحلیل فرکانسی این لوله، فرکانس طبیعی اول آن در حالت ترک دار برابر  $86.97 Hz$  به دست آمد. شکل مدهای مربوط به این لوله نیز در شکل (۱۳) نشان داده شده است و تفاضل این دو شکل مد در شکل (۱۴) موقعیت ترک را به نمایش می گذارد.

## ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش با بهره گیری از روش ماتریس انتقال و مدلسازی ترک با فنر پیچشی، ردیابی ترک در طول لوله حاوی سیال تحت فشار انجام شد. در این روش به دلیل استفاده از روش ماتریس انتقال، ابعاد درمیان مربوط به معادله مشخصه نسبت به روش های المان محدود، به مقدار زیادی کاهش می یابد.

در مثال عددی، لوله ای ترک دار با شرایط مرزی دو سرمفصل بررسی گردید و با توجه به مدلی که برای ترک در نظر گرفته شد، انعطاف پذیری مربوط به ترک به ازای چند حالت مختلف به دست آمد. سپس، با توجه به انعطاف پذیری به دست آمده، فرکانس های طبیعی لوله حاوی سیال تحت فشار در دو حالت ترک دار و بدون ترک محاسبه شد. همانطور که در شکل های (۹) و (۱۰) مشاهده شد، فرکانس های به دست آمده با استفاده از مدل عددی ذکر شده در مقاله کنونی، به ازای برخی از موقعیت ها و عمق های ترک، دارای خطای بیشتری نسبت به داده های تجربی است. بنابراین به منظور کاهش بیشتر این خطا، از ضریب تصحیح استفاده شد.

پس از یافتن فرکانس های طبیعی، دو حالت خاص برای ترک و عمق آن در نظر گرفته شد و برای لوله مورد نظر، شکل مدهای لوله ترک دار و بدون ترک به دست آمد. تفاضل شکل مدهای به دست آمده، موقعیت دقیق ترک را نشان می داد. تحلیل فرکانسی انجام شده با استفاده از روش ماتریس انتقال با داده



های تجربی [۱۱] مقایسه گردید و مشاهده شد که فرکانس های طبیعی به دست آمده با دقت بالایی با نتایج تجربی تا مد دوم تطابق دارد و در مدهای بالاتر از این دقت کاسته می شود (جداول (۲) و (۳)).

## مراجع

- [1] Dimarogonas, A. D., "Vibration of Cracked Structures: A State of the Art Review", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55, No. 5, pp. 831-857, (1996).
- [2] Papadopoulos, C.A., and Dimarogonas, A. D., "Coupled Longitudinal and Bending Vibrations of a Rotating Shaft with an Open Crack", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 117, No. 1, pp. 81-93, (1987).
- [3] Sekhar, A.S., "Multiple Cracks Effects and Identification", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 845-878, (2008).
- [4] Tsai, T.C., and Wang, Y. Z., "Vibration Analysis and Diagnosis of a Cracked Shaft", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 192, No. 3, pp. 607-620, (1996).
- [5] Bachschmid, N., Pennacchi, P., Tanzi, E., and Vania, A., "Identification of Transverse Crack Position and Depth in Rotor Systems", *Meccanica*, Vol. 35, pp. 563-582, (2000).
- [6] Paidoussis, M. P., and Li, G. X., "Pipes Conveying Fluid: a Model Dynamical Problem", *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 7, pp. 137-204, (1993).
- [7] Patil, D. P., and Maiti, S. K., "Detection of Multiple Cracks using Frequency Measurements", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, pp. 1553-1572, (2003).
- [8] Lee, D. M., Choi, M. J., and Oh, T. Y., "Transfer Matrix Modeling for the 3-Dimensional Vibration Analysis of Piping System Containing Fluid Flow", *KSME Journal*, Vol. 10, No. 2, pp. 180-189, (1996).
- [9] Shahani, A.R., Shodja, M. M., and Shahhosseini, A., "Experimental Investigation and Finite Element Analysis of Fatigue Crack Growth in Pipes Containing a Circumferential Semi-elliptical Crack Subjected to Bending", *Experimental Mechanics*, Vol. 50, No. 5, pp. 563-573, (2010).
- [10] Guran, A., and Atanackovic, T. M., "Fluid Conveying Pipe with Shear and Compressibility", *European Journal of Mechanics, A/Solids*, Vol. 17, No. 1, pp. 121-137, (1998).
- [11] Maiti, S. K., Murigendrappa, S. M., and Srirangarajan, H. R., "Experimental and Theoretical Study on Crack Detection in Pipes Filled with Fluid", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 270, pp. 1013-1032, (2004).

- [12] Nandwana, B.P., and Maiti, S.K., "Modeling of Vibration of Beam in Presence of Inclined Edge or Internal Crack for its Possible Detection Based on Frequency Measurements", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 58, No. 3, pp. 193–205, (1997).
- [13] Xiang, J. X., Chen, Q., and Mo, Z. He, "Identification of Crack in a Rotor System Based on Wavelet Finite Element Method", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43, pp. 1068–1081, (2007).
- [14] Naniwadekar, M.R., Naik, S.S., and Maiti, S.K., "On Prediction of Crack in Different Orientations in Pipe using Frequency Based Approach", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, pp. 693–708, (2008).
- [15] Tada, H., Paris, P.C., and Irwin, G.R., "*The Stress Analysis of Cracks Handbook*", ASME Press, New York, (2000).

### فهرست نمادهای انگلیسی

$a$ : عمق ترک ( $m$ )

$A_i$  و  $A_p$ : به ترتیب سطح مقطع سیلندر سیال و لوله

$C_\xi$ : انعطاف پذیری فنر پیچشی معادل ترک ( $\text{rad}/\text{N}\cdot\text{m}$ )

$C$ : ماتریس انتقال ترک

$E$ : مدول الاستیسیته ( $\text{N}/\text{m}^2$ )

$i$ : شماره حلقه فرضی

$I_p$ : ممان اینرسی سطح مقطع لوله ( $m^4$ )

$I_i$ : ممان اینرسی سطح مقطع حلقه فرضی ( $m^4$ )

$K_i$ : ضریب شدت تنش

$L$ : طول لوله

$L_c$ : موقعیت ترک در امتداد لوله ( $m$ )

$n$ : تعداد حلقه های نازک فرضی

$w$ : تغییر مکان عرضی

$P$ : فشار سیال

$R_o$ : شعاع خارجی لوله

$R_i$ : شعاع داخلی لوله

$R$ : شعاع حلقه فرضی

$t_p$ : ضخامت لوله

$t$ : ضخامت حلقه فرضی

$T$ : ماتریس انتقال المان سالم لوله

$U_i$ : انرژی کرنشی

$V$ : نیروی برشی

$Z_0$ : بردار حالت در موقعیت ابتدای لوله

$Z_n$ : بردار حالت در موقعیت انتهای لوله

### نمادهای یونانی

$\varphi$ : شیب لوله ناشی از خمش

$J_i$ : تابع دانسیته انرژی کرنشی

$\omega$ : فرکانس طبیعی (rad/sec)

$\nu$ : ضریب پواسان

$\rho_p$ : دانسیته ماده لوله ( $\text{kg/m}^3$ )

$\rho_f$ : دانسیته سیال ( $\text{kg/m}^3$ )

$\theta_i$ : نصف زاویه دهانه ترک نسبت به حلقه فرضی

### اعداد بدون بعد

$\beta$ : موقعیت بی بعد ترک در امتداد لوله

$a/t_p$ : عمق بی بعد ترک

## Abstract

In the present investigation, a nondestructive technique is delivered for identifying the frequencies and crack detection in the pressurized filled pipes by the transfer matrix method (TMM) and applying the first mode shape. The cracked pipe is considered with simply supported boundary conditions and the crack is modeled as a rotational spring. The presence of a crack produces an extra local flexibility and it changes the dynamic behavior of the system, so it makes a reduction in the natural frequencies. In this article, the crack is regarded as an open crack. So, the nonlinearity due to the breathing crack is not considered. The influences of the position and depth of the crack on the natural frequencies is investigated for various positions and depths. There is error between the numerical crack model presented in this study and real-life situation, which is caused by boundary conditions and material parameters. So, the error is reduced by employing a correction coefficient. Also, the mode shapes corresponding to the first frequency are obtained for both cracked and uncracked pipe under 0.981 MPa pressure. These mode shapes are used for crack detection. In order to validate the natural frequencies gained by the TMM, an experimental test, undertaken by the other researchers, is attached. The comparison of the TMM and experimental results, show a good agreement.