

## ضریب انتقال جرم یک سلول الکترووینینگ صنعتی در شرایط کاری متفاوت

سیدعلی اکبر پوراحمدی<sup>۱</sup>

دانشجوی دکترا

شهرام طالبی<sup>۲</sup>

دانشیار

الکترووینینگ، فرایند نشان دادن یون‌های مس محلول در الکترولیت داخل سلول به روی کاتد توسط ایجاد جریان الکتریکی است. در پژوهش حاضر، با استفاده از شبیه‌سازی سلول الکترووینینگ مجتمع مس میدوک به بررسی ضریب انتقال جرم روی تمام سطح کاتد پرداخته شده است. شبیه‌سازی این سلول‌ها با استفاده از دینامیک سیالات و نرم‌افزار انسیس سی‌اف/ایکس انجام شده است. تعداد ۱۱ معادله دیفرانسیل جزئی سیالاتی با شرایط مرزی خاص توسط این نرم‌افزار حل شده است. مقدار ضریب انتقال جرم کاتد در سلول واقعی مس با استفاده از اندازه‌گیری جرم مس ورق‌های کاتد تولیدی هر سلول و شرایط کاری سلول در شرایط واقعی به دست آمد. نتایج اختلاف ۱/۹٪ بین مقدار واقعی در مس میدوک و مقدار حاصل از مدل‌سازی را نشان می‌دهد.

واژه‌های راهنما: شبیه‌سازی هیدرو دینامیکی، دینامیک سیالات محاسباتی، سلول الکترووینینگ، ضریب انتقال جرم، اعتبارسنجی صنعتی و روابط آزمایشگاهی، تغییر هندسه و مشخصات کارکرد سلول

### ۱- مقدمه

مس میدوک یکی از مجتمع‌های مس کشور در استان کرمان در نزدیکی مجتمع مس سرچشمه و در مجاورت شهر بابک قرار دارد. فرآیند تولید مس عموماً به دو روش پیرومتالورژی برای کانی سولفیدی مس و هیدرومتالورژی<sup>۳</sup> برای کانی اکسیدی مس است. در فرآیند هیدرومتالورژی، مس با حل شدن در محلول رقیق الکترولیت اسیدی، از کانی استخراج می‌شود. مزایای این روش مانند آلودگی کم و مصرف انرژی پایین باعث شده استفاده از این روش به شدت در صنعت گسترش یابد. الکترووینینگ<sup>۴</sup> مس فرآیند بازیابی مس از الکترولیت به صورت جامد روی صفحه کاتد است که با عبور جریان الکتریکی از میان الکترولیت به منظور جذب یون‌های مس روی کاتد صورت می‌گیرد. الکترووینینگ مس در سلول الکترووینینگ شامل صفحات الکترودی که روبه‌روی هم قرار دارند، اتفاق می‌افتد (شکل ۱). در شکل (۱-الف)، شکل (۱-ب) و شکل (۱-پ) جزئیات سلول الکترووینینگ، مانند ورودی و خروجی نشان داده شده است.

<sup>۱</sup> دانشجوی دکترا مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد [aliakbar211@gmail.com](mailto:aliakbar211@gmail.com)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد [talebi\\_s@yazd.ac.ir](mailto:talebi_s@yazd.ac.ir)

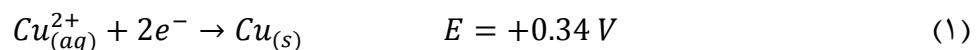
تاریخ دریافت: ۹۸/۰۹/۰۹، تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۲/۱۸

<sup>۳</sup> Hydrometallurgy

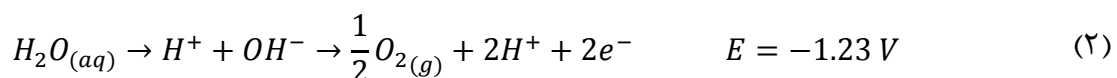
<sup>۴</sup> Electrowinning

همان طور که مشاهده می شود جریان الکتروولت از لوله ای با سوراخ های تحت زاویه ۴۵ درجه نسبت به افق در کف سلول وارد سلول شده و بعد از جریان یافتن داخل سلول، مس خود را تخلیه کرده و سپس به صورت کم غلظت از مس از کانالی در بالای سلول خارج می شود. ابعاد به شکل  $x \times y \times z$  نشان داده شده است که در آن  $x$  اندازه در جهت طول سلول،  $y$  اندازه در جهت عرض سلول و  $z$  اندازه در جهت عمق سلول می باشد. ابعاد داخلی سلول الکترووینینگ در معرض الکتروولت  $1335 \text{ mm} \times 1200 \text{ mm} \times 4080 \text{ mm}$ ، ابعاد الکتروود آند در معرض الکتروولت  $1050 \text{ mm} \times 940 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  و ابعاد الکتروود کاتد در معرض الکتروولت  $1090 \text{ mm} \times 1018 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$  است. فواصل بین الکتروودی  $47/5 \text{ mm}$  و تعداد الکتروود آند و کاتد به ترتیب ۴۰ و ۳۹ عدد می باشد. همانطوری که در شکل (۱-ت) مشخص است، جریان سیال هنگام عبور از بین دو الکتروود، یون های مس را روی کاتد تخلیه می کند. حباب های اکسیژن تولید شده روی آند از محلول الکتروولت عبور نموده و در سطح آزاد الکتروولت می ترکند. مشخص است که حباب های اکسیژن باعث ایجاد یک ناحیه چرخشی بزرگ می شوند و این چرخش به دلیل داشتن طبیعت اختلاط، اثر زیادی در انتقال جرم مس روی کاتد دارد [۱].

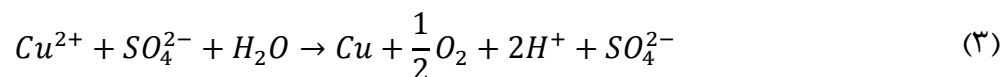
در فرآیند الکترووینینگ واکنش های (۱) و (۲) انجام می شود [۱]:  
واکنش کاتدی:



واکنش آندی:

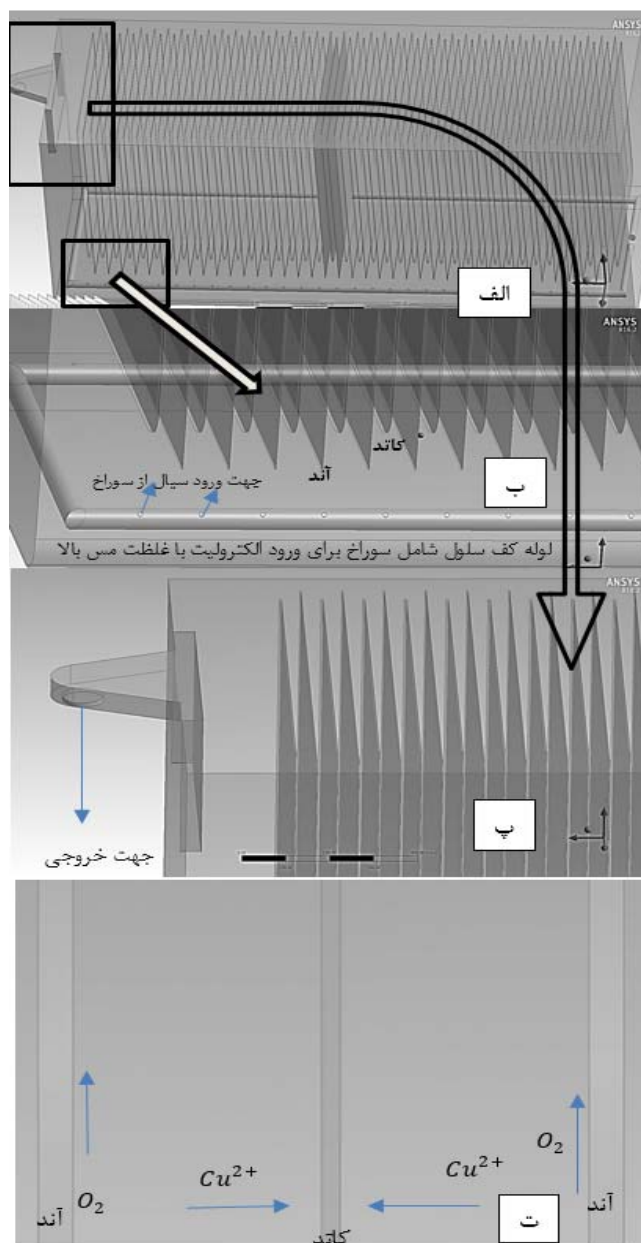


واکنش (۳)، واکنش کلی الکترووینینگ مجموع واکنش های آندی و کاتدی به اضافه یون سولفات است [۱].



با تولید هر مول مس، یک مول اسید سولفوریک به الکتروولت اضافه می شود و  $0/5$  مول اکسیژن نیز آزاد می گردد. ضریب انتقال جرم، عاملی است که کمیت و کیفیت مسی را که روی کاتد می نشیند به طور خلاصه بیان می کند. با داشتن ضریب انتقال جرم در یک سلول الکترووینینگ صنعتی می توان مقدار تولید مس را برحسب شرایط کاری به دست آورد. همین طور اگر این ضریب برای هر نقطه روی سطح کاتد موجود باشد، می توان از مشکلات نایکنواختی سطح کاتد، ایجاد ندول<sup>۱</sup> و مشکلات کیفی کاتد جلوگیری کرد. برای داشتن ضریب انتقال جرم در الکترووینینگ، به میدان سرعتی و غلظتی در داخل سلول های الکترووینینگ نیاز است. در ارتباط با انتقال جرم در سلول الکترووینینگ آزمایش های زیادی انجام شده است در ادامه به برخی از آنها پرداخته می شود. سیگریت و دوسنباخ [۲] انتقال جرم در یک سلول خاص عمودی الکترووینینگ که تزریق هوا در درون آن صورت می گرفت را بررسی کرده و نشان دادند که ضریب انتقال جرم به مقدار کسر حجمی هوا به الکتروولت ارتباط دارد.

<sup>۱</sup> ندول یا گره، دانه های بزرگ ایجاد شده روی سطح کاتد در نشست مس روی آن است که یکی از علل محدودیت شدت انتقال جرم مس در نزدیکی کاتد هستند [۱۸]. ندول ها اثر کیفی مخربی روی سطح کاتد دارند و راندمان تولید را به علت اتصال کوتاه کاهش می دهند.



شکل ۱- الف) فضای کلی سلول الکترووینینگ مس، ب) ناحیه لوله ورودی در کف سلول،  
پ) ناحیه خروجی، ت) فضای بین دو آند

در این مقاله، عدد انتقال جرم شروود<sup>۱</sup> توسط آزمایش به عدد ارشمیدسی تصحیح شده<sup>۲</sup> ارتباط داده شده است. در مطالعات انجام شده توسط تعدادی از پژوهشگران [۳-۶] به ترتیب استفاده از مخلوط کننده جریان سیالاتی، پالس کننده جریان سیالاتی، برگشت دادن جریان الکتریکی و فلوتاسیون به عنوان برخی از راهکارها جهت افزایش انتقال جرم بررسی شده است.

<sup>1</sup> Sherwood Number

<sup>2</sup> Corrected Archimedes Number

سوبایا و همکاران [۷] در مقاله‌ای به بررسی انتقال جرم در یک سلول الکترووینینگ خاص که در آن توسط پروموتور<sup>۱</sup> مغشوش‌کننده، جریان سیال مغشوش می‌شود، پرداخته‌اند. وجود پروموتور باعث افزایش ۱۰۰٪ ضریب انتقال جرم در این سلول شده و روابط بین ضریب انتقال جرم و مشخصات پروموتور به‌دست آمده است. اثر برخی از سرفاکتانت‌های کاتدی<sup>۲</sup> بر روی ضریب انتقال جرم توسط تاها [۸] مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله ایشان نشان داده شده است که استفاده از این سرفاکتانت‌ها، ضریب انتقال جرم را با افزایش ضریب نگهداری حباب در الکترولیت کاهش می‌دهد. گریدون و کیرک [۹] نشان دادند که صعود اکسیژن در فضای بین الکترودی باعث ایجاد چرخش در این ناحیه می‌شود که تأثیر بزرگی در انتقال جرم دارد. نجیم [۱۰] با استفاده از تکنیک آزمایشگاهی جریان الکتریکی محدود، ضریب انتقال جرم سلول الکترووینینگ خاصی را در دماها و غلظت‌های مختلف در بازه آزمایشگاهی خاصی به‌دست آورد. در این مقاله رابطه‌ای برای عدد شروود ارائه شده است که به جذر حاصل ضرب عدد گراشف<sup>۳</sup> در عدد اشمیت<sup>۴</sup> ارتباط پیدا می‌کند. بوکس و بدنهورتس [۱۱] در مقاله‌ای به بررسی روابط، معادلات و ضرایب انتقال جرم در سلول‌های مختلف صنعتی پرداخته‌اند. سیفوننتس و آریاگادا [۱۲] به بررسی عواملی چون دما، جریان الکتریکی، غلظت و سرعت چرخش بستر بر روی انتقال جرم نوعی الکترووینینگ با بستر متحرک پرداختند و نیز نشان دادند که افزایش دما و غلظت مس باعث افزایش انتقال جرم می‌شود. نجمی‌نوری و همکاران [۱۳] با در نظر گرفتن عامل‌هایی مانند غلظت مس و آهن، چگالی جریان الکتریکی، حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی، ضخامت و مورفولوژی ساختارهای تشکیل‌شده از مس روی کاتد به بررسی اثر میدان مغناطیسی با طرح آزمایشی تمام عاملی پرداخته‌اند.

مقاله ایشان نشان می‌دهد که در حضور میدان مغناطیسی ضریب انتقال جرم به‌دلیل وجود یون مزاحم آهن کاهش می‌یابد اما نشست مواد یکنواخت‌تر خواهد شد. سولیمان و همکارش [۱۴] با استفاده از روندی مبتنی بر آزمایش، عدد شروود را جهت به‌دست‌آوردن انتقال جرم در سلول الکترووینینگ با الکترودهای سیلندری چرخان استخراج کرده‌اند. کولمن و روی [۱۵] با استفاده از مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی، سلول آزمایشی خاصی با فاصله بین الکترودی نازک را تحت امواج التراسونیک<sup>۵</sup> قرار دادند و روابط انتقال جرم آن را به‌دست آوردند و نشان دادند که استفاده از امواج التراسونیک، انتقال جرم در این سلول را افزایش می‌دهد. با توجه به مطالعات انجام‌شده در زمینه بررسی ضریب انتقال جرم در سلول الکترووینینگ بیش‌تر مطالعات به‌صورت آزمایشگاهی به موضوع ضریب انتقال جرم پرداخته‌اند در صورتی‌که با انجام مدل‌سازی روی سلول می‌توان ضریب انتقال جرم را هم به‌صورت متوسط کل سلول و هم به‌صورت محلی روی هر نقطه از آن به‌دست آورد. در زمینه مدل‌سازی الکترووینینگ، کارهای انگشت‌شماری انجام شده است که در ادامه به‌صورت مختصر توضیح داده خواهند شد. در مطالعه فیلزویسر [۱۶ و ۱۷]، سلول الکترووینینگ آزمایشگاهی خاصی شامل یک آند و کاتد برای بررسی سرعت و لایه مرزی بین دو الکتروود برقرار شده است و توسط روش بادسنج لیزری

---

<sup>1</sup> Promoter

<sup>2</sup> Cathode Surfactant

<sup>3</sup> Grashof Number

<sup>4</sup> Schmidt Number

<sup>5</sup> Ultrasonic

دوپلری<sup>۱</sup> داده‌های آزمایشگاهی دقیقی برای میدان سرعتی بین الکترودها به دست آورده شده است که از این میدان سرعتی جهت محاسبات مربوط به لایه مرزی غلظتی و چگالی جریان الکتریکی حدی استفاده شده است. این سلول شامل یک آند و کاتد با ورودی و خروجی بوده است. لیهی و شوارز [۱۸] با شبیه‌سازی سیالاتی دوبعدی میدان سرعتی را برای سلول آزمایشی فیلزوپسر با خطای ۲۰٪ به دست آورده‌اند. مقاله آن‌ها جزء اولین مقالات شبیه‌سازی سلول الکترووینینگ بوده است. بعد از آن شوارز [۱۹] به شبیه‌سازی دوبعدی سلول الکترووینینگ فلز روی پرداخته است و میدان سرعتی و غلظتی را برای سلول ساده و خاص به صورت دوبعدی به دست آورده است. لیهی و شوارز [۲۰] با جزئیات بیش‌تری به شبیه‌سازی سلول الکترووینینگ پرداخته‌اند، در مقاله آن‌ها برای مدل کردن جریان سیال و انتقال جرم در فضای بین الکترودها یک جفت صفحه تکی (یک آند و کاتد) با هندسه و پارامترهای عملیاتی فرآیند الکترووینینگ مس، مدل دوبعدی، دوفازی گاز-مایع، اوپلری-اوپلری و آشفته به کار برده شده است. مدل آن‌ها یک ناحیه چرخشی را پیش‌بینی کرده است.

در مدل‌سازی، فاز پیوسته مایع الکترولیت و فاز ناپیوسته حباب‌های گازی اکسیژن با قطر در حدود ۱۵۰ میکرون فرض شده است. مدل آشفته‌گی که برای حل در مقاله ایشان به کار گرفته شده است، مدل آشفته‌گی  $k - \omega$  می‌باشد. نتایجی مانند محاسبه میدان سرعت، کانتورهای غلظت مس، کانتورهای کسر حجمی اکسیژن، کانتورهای مربوط به لزجت آشفته جریان سیال به دست آورده شده است. آن‌ها همچنین ناپایداری جریان سیال را در لایه مرزی الکترودها مدل‌سازی کرده‌اند. در مطالعه سلول‌های الکترووینینگ صنعتی به مدل‌سازی سه‌بعدی نیاز می‌باشد، تا بتوان اثرات لبه‌های الکترودها، مکان و هندسه ورودی و خروجی، جریان‌های اجباری ناشی از ورود و خروج سیال از داخل سلول، آشفته‌گی واقعی که در سه بعد وجود دارد را مدل‌سازی کرد و اثراتی که پارامترهای مختلف بر روی یکدیگر می‌گذارند مانند اثر غلظت و دبی الکترولیت ورودی سلول بر روی مقدار مس تولیدی به دست آورد. مدل‌سازی سه‌بعدی سلول الکترووینینگ صنعتی به صورت کامل و با جزئیات دقیق در صنعت بسیار بااهمیت می‌باشد؛ از این رو لازم است مورد مطالعه قرار گیرد. نجمی‌نوری [۲۱] به مدل‌سازی فضای سه‌بعدی ناشی از ۹ عدد الکترودها از سلول الکترووینینگ مس سرچشمه پرداخته است. در آن مطالعه، قسمتی از سلول مس سرچشمه با فرض تکراری بودن شرایط مرزی قسمت‌های دیگر و به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی شده و مدل آشفته‌گی به کار گرفته شده، مدل  $k - \omega$  است. در مقاله پورا احمدی و طالبی [۲۲] برای رفع مشکل دقت و زمان‌بر بودن حل، با توجه به روش مدل‌سازی کلی و محلی یک سلول الکترووینینگ صنعتی به صورت کامل و سه‌بعدی مدل‌سازی شده است. مدل‌سازی محلی، مدل‌سازی بسیار دقیق نواحی بین کاتد و آند با توجه به شبکه محاسباتی ریز در این ناحیه است. مدل‌سازی کلی نیز مدل‌سازی با دقت متوسط در نواحی بین آند و کاتد و دقیق برای بقیه سلول با توجه به فیزیک مسئله و شبکه محاسباتی متوسط آن برای این نواحی می‌باشد. برای ارزیابی دقت این روش، مدل با مدل‌سازی کلی مقایسه شده و برای اعتبارسنجی، نتایج مدل‌سازی با نتایج آزمایشی سلول واقعی که در واحد الکترووینینگ مس میدوک انجام شده است، مقایسه و تطابق داده شده است. از آن‌جا که مدل‌سازی به صورت کامل و با فرضیات کم‌تر انجام شده مدل‌سازی واقعی‌تر و شرایط مرزی فضاهای موضعی، دقیق‌تر بوده است. در هیچ‌کدام از پژوهش‌هایی که به شبیه‌سازی سلول صنعتی الکترووینینگ پرداخته‌اند، ضریب انتقال جرم سلول مورد بررسی قرار نگرفته است؛

<sup>1</sup> Laser Doppler Anemometer (LDA)

اما در پژوهش‌های آزمایشی روی ضریب انتقال جرم این مطالعه صورت گرفته است. از این رو در پژوهش حاضر سعی شده است تا برای اولین بار در دامنه صنعتی سلول الکترووینینگ با توجه به روش مدل‌سازی صنعتی انجام‌شده توسط پوراحمدی و طالبی [۲۲]، به بررسی انتقال جرم پرداخته شود. با توجه به اهمیت کاربردی ضریب انتقال جرم سلول برای کمیت و کیفیت تولید مس در سلول، این ضریب برای شرایط کاری مختلف به دست آمده است و با روابط آزمایشی ارائه شده در دیگر پژوهش‌ها مقایسه گردیده است. در گام بعدی ضریب انتقال جرم که به صورت گسترده در تمام نقاط روی یک صفحه کاتد به دست آمده مورد بررسی قرار گرفته است.

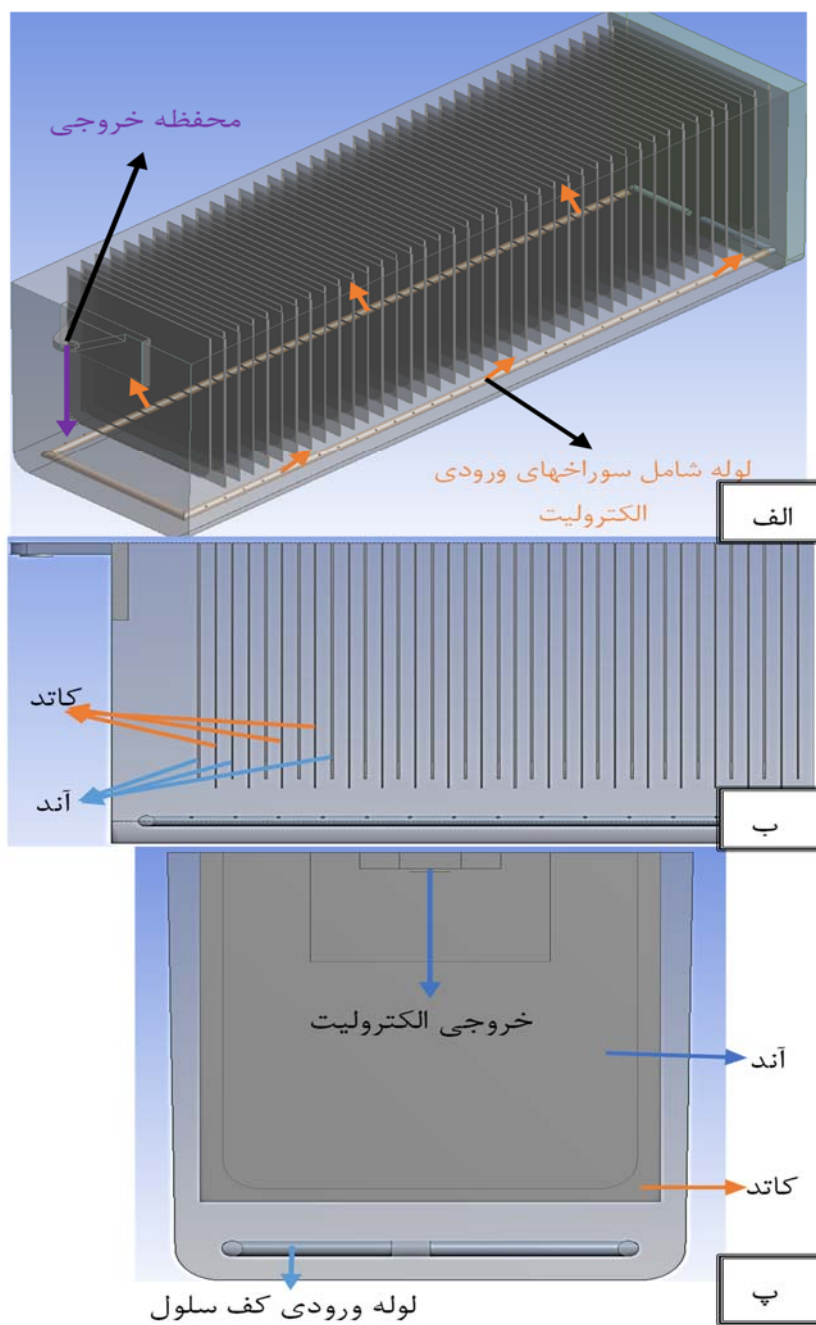
## ۲- مبانی و روش‌ها

در این بخش به بیان روش مدل‌سازی، معادلات حاکم، پارامترها و شرایط مرزی سلول پرداخته می‌شود.

### ۲-۱- مدل‌سازی

برای شروع شبیه‌سازی ابتدا مراحل قدم به قدم در نرم‌افزار طراحی انسیس سی‌اف‌ایکس [۲۳] پیاده شده است. در مقاله پوراحمدی و طالبی [۲۲] مراحل اولیه به دقت توضیح داده شده است. شکل (۲) نشان‌دهنده هندسه سلول الکترووینینگ مدل‌سازی شده است. از آنجا که سلول الکترووینینگ هم از لحاظ فیزیکی و هم هندسی متقارن می‌باشد، در شکل (۲) مدل هندسی نصف این سلول نمایش داده شده است. قدم بعد در شبیه‌سازی تولید شبکه محاسباتی روی میدان حل بوده است که با قواعدی که در مقاله پوراحمدی و طالبی [۲۲] بیان شده، انجام گرفته است. تعداد مش در طول حل برای همگرایی سریع‌تر، متغیر در نظر گرفته شد و در طول حل بر اساس گرادیان غلظت در ۴ مرحله تراکم مش افزایش یافته است. حل مسئله ابتدا با تعداد مش  $10^6$  شروع و در آخر حل به حداکثر تعداد مش  $10^6 \times 6/3$  با مش‌ریزی دوباره روی مدل رسیده است. رعایت این عوامل باعث می‌شود که با کم‌ترین تعداد مش، بیش‌ترین دقت در حل و همچنین همگرایی حل وجود داشته باشد. در شکل (۳) مش‌بندی در فاصله بین دو کاتد نشان داده شده است.

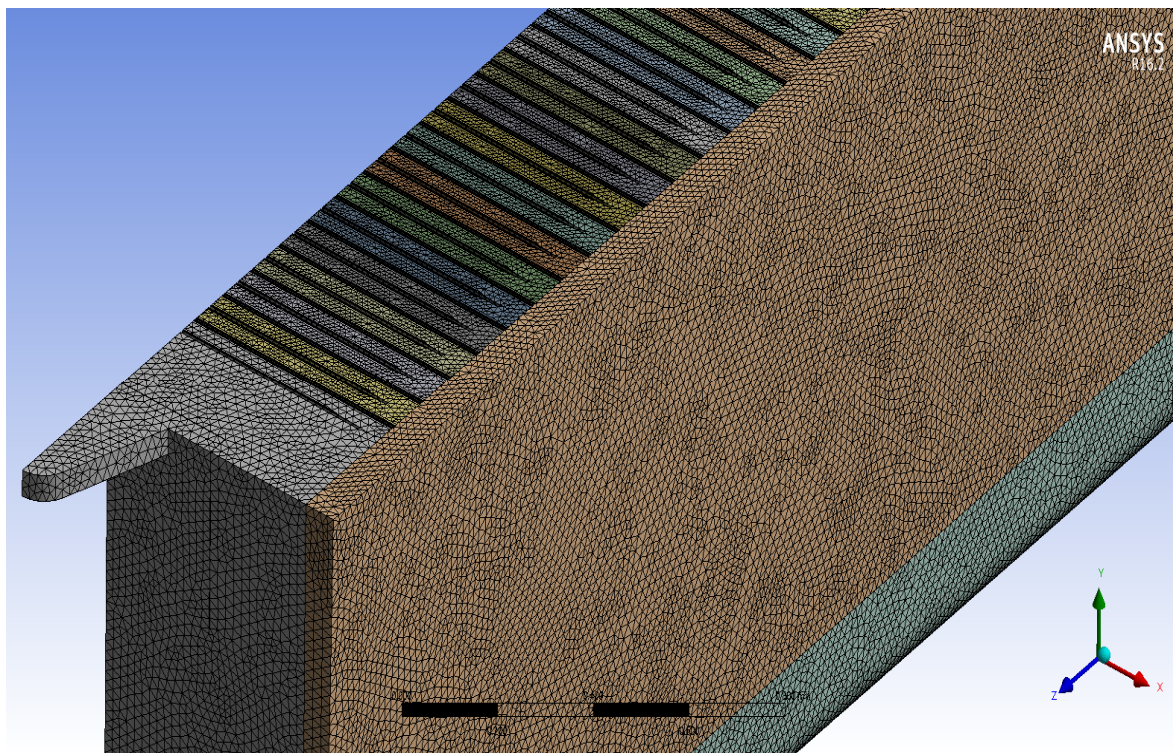
برای استقلال از شبکه محاسباتی تغییرات ریشه میانگین مربعات اختلافات برای میدان سرعت، غلظت و فشار در تغییر اندازه مش‌ها در این چهار مرحله در نظر گرفته شده است. این مقدار در تعداد مش  $10^6 \times 6/3$  نسبت به تعداد مش  $10^6 \times 3/5$  کم‌تر از  $10^{-5} \times 2$  شد. به دلیل این که در روی کاتد، ضخامت لایه مرزی غلظتی در بیشتر سرتاسر سطوح الکترودی بین  $550 \mu m$  تا  $750 \mu m$  است، لایه اول مش روی الکترودها در هر دو مدل دارای عرض  $300 \mu m$  می‌باشد. مقدار در این مقاله، ضخامت لایه مرزی غلظتی نزدیک الکترودها بر اساس نتایج مدل‌سازی به دست آمده و در مقاله کنیگ [۲۴] نیز به صورت آزمایشی به دست آمده است. لایه‌های مش با ضریب هندسی مناسب روی الکترودها گسترده شده است. این مقدار گستردگی هم از طرف آند و هم کاتد باعث می‌شود قسمت اعظم ناحیه با گرادیان غلظتی و سرعتی بزرگ را شامل شود و همین‌طور در لایه مرزی غلظتی برای ایجاد طرح مناسب، سه لایه مش وجود داشته باشد. از طرفی از آنجا که طبق محاسبات این مطالعه عدد رینولدز کم می‌باشد و روش حل توربولانسی  $k - \omega$  است طبق آن مقدار  $\gamma^+$  باید نزدیک عدد ۱ انتخاب شود. محاسبات سلول نشان می‌دهد این مش‌بندی در سطوح الکترودی دارای  $\gamma^+$  متوسط برابر با  $1/0.8$  می‌باشد. جدول (۱) حساسیت شبکه را در تغییر تعداد گره‌ها نشان می‌دهد.



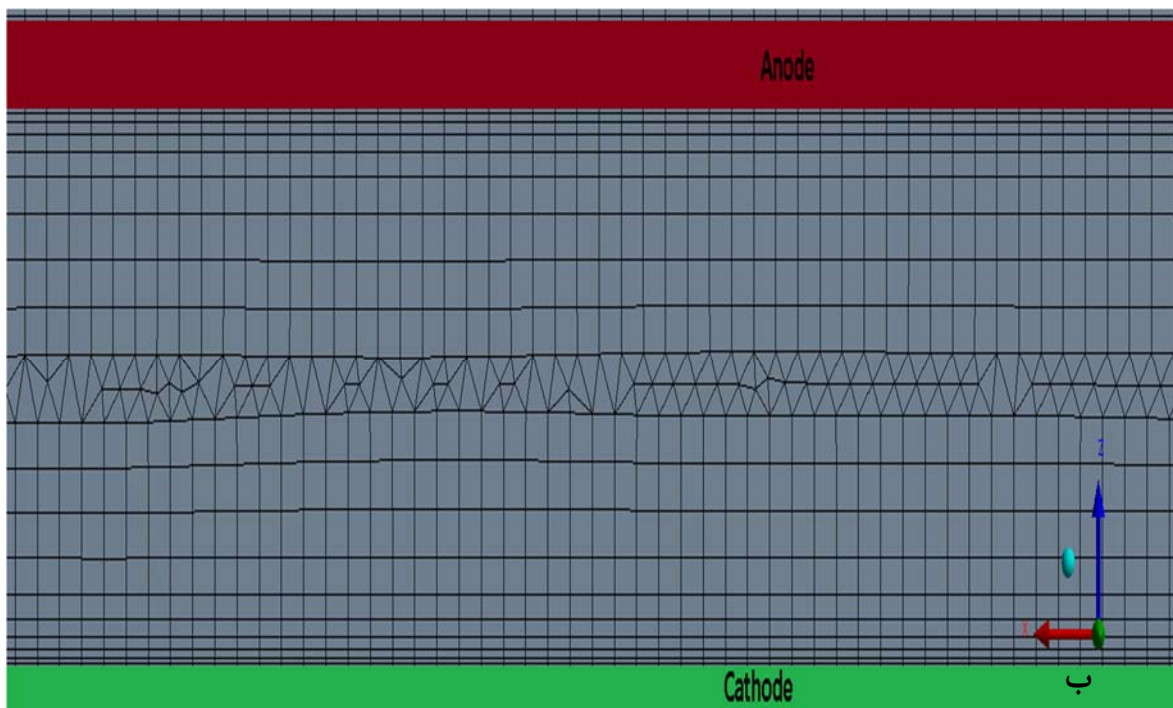
شکل ۲- الف) مدل هندسی کلی سلول الکترووینینگ میدوک (ب) نما در جهت طولی کف سلول و (پ) نمای عرضی سلول

جدول ۱- بررسی حساسیت شبکه به تعداد گره

غلظت مس در نقطه خاص نزدیک به خروجی	متوسط مجموع مربعات خطاهای پارامترها	تعداد گره	ضریب تغییر در تعداد گره
۰/۰۲۸۳	۰/۰۰۳	۱۰۰۰۰۰	
۰/۰۲۸۱۶	۰/۰۰۰۴	۱۹۰۰۰۰	۱/۹
۰/۰۲۸۰۴	۰/۰۰۰۰۴	۳۵۰۰۰۰	۱/۸۴
۰/۰۲۸	۰/۰۰۰۰۶	۶۳۰۰۰۰	۱/۸



الف



شکل ۳- مش بندی الف) کل سلول ب) مقطع عرضی بین دو صفحه الکترود (دقت شود مش ۳سه بعدی است)

در این جدول نتایج حل برای شبکه‌های مختلف از نظر تعداد گره نشان داده شده است.



متوسط مجموع مربعات خطاهای پارامترهای مختلف سرعتی و غلظتی در حل گر نرم افزار انسیس محاسبه شده است و در جدول (۱) نشان داده شده است. از آنجا که غلظت مس بیشتر به عنوان هدف در این مطالعه مهم بوده است. مقدار غلظت مس در یک نقطه خاص نزدیک خروجی که به علت دور بودن از فواصل بین الکترودی و ورودی سخت تر به مقدار نهایی خود میل می کرد به صورت ویژه بررسی شده است و در بررسی حساسیت شبکه از آن نیز استفاده شده است.

## ۲-۲- معادلات حاکم

مدل شبیه سازی این سلول، مدل اویلری- اویلری می باشد. این مدل، معادلات ممنتوم<sup>۱</sup> و پیوستگی را برای هر فاز حل می کند. توصیف جریان سیال چندفازی به عنوان محیط پیوسته و در هم نفوذ کننده، بیان کننده مفهوم کسرهای حجمی فازی می باشد که با  $\alpha_q$  نشان داده می شود. کسر حجمی بیان گر فضای اشغال شده توسط هر فاز است و قوانین بقای جرم و ممنتوم برای هر فاز به طور جداگانه ارضاء می شوند. رابطه (۴) با توجه به تعریف کسرهای حجمی برای جریان سیال دوفازی موجود است [۲۵]:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (4)$$

در صورتی که مسئله دائم باشد، معادلات پیوستگی به صورت کلی با رابطه (۵) بیان خواهند شد [۲۵]:

$$\frac{\partial(\rho_J \alpha_J u_{Ji})}{\partial x_i} = S_J \quad (5)$$

$J = 1, 2$  به ترتیب نماینده فاز الکترولیت و گاز اکسیژن است.  $\rho_J$  چگالی فاز،  $S_J$  به عنوان جمله چاه مس در کاتد و یا جمله چشمه اکسیژن در آند است که توسط رابطه فارادی در شرط مرزی تعریف می شود که در بخش شرط مرزی توضیح داده شده است.

رابطه ممنتوم هر فاز در شرایط پایا توسط رابطه (۶) بیان شده است [۲۵] که در آن،  $\sigma$  تانسور تنش در میدان سیال دوفازی است و توسط رابطه  $\frac{\partial \sigma_{Cki}^D}{\partial x_i} = \mu_J \frac{\partial^2 \alpha_J u_{Jk}}{\partial x_i^2}$  ساده می شود.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_J \alpha_J u_{Ji} u_{Jk}) = \alpha_J \rho_J g_k + F_{Jk} - \delta_J \left\{ \frac{\partial p}{\partial x_k} - \frac{\partial \sigma_{Cki}^D}{\partial x_i} \right\} \quad (6)$$

در رابطه (۶)،  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 0$  و  $F_{Jk}$  نیروی عکس العمل از طرف دیگر فازها روی فاز  $J$  و در جهت  $k$  می باشد که طبق قانون سوم نیوتن یعنی، رابطه (۷) بیان گردیده است [۲۵]:

$$\sum_J F_{Jk} = 0 \quad (7)$$

با استفاده از رابطه پیوستگی یک فاز در میان فازهای دیگر، رابطه ممنتوم، رابطه (۶)، برای یک تک فاز  $J$  به صورت رابطه (۸) ساده شده است [۲۱ و ۲۵]:

$$\rho_J \alpha_J \left\{ u_{Ji} \frac{\partial u_{Jk}}{\partial x_i} \right\} = \alpha_J \rho_J g_k + F_{Jk} - \gamma_J u_{Jk} - \delta_J \left\{ \frac{\partial p}{\partial x_k} - \frac{\partial \sigma_{Cki}^D}{\partial x_i} \right\} \quad (8)$$

که در رابطه فوق،  $\gamma_J$  شدت انتقال جرم به فاز  $J$  است.  $F_{Jk}$  از برآیند چهار نیروی موجود در رابطه (۹) به دست آمده است [۲۱ و ۲۵].

<sup>1</sup> Momentum

$$F_{Jk} = F_{J,drag k} + F_{J,turb k} + F_{J,grav k} + F_{J,conc k} \quad (9)$$

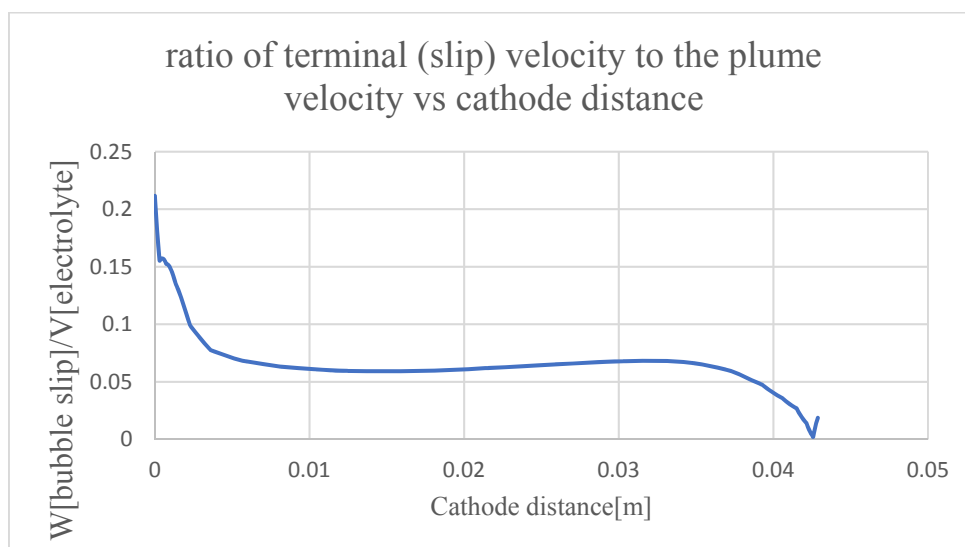
برای نیروی درگ<sup>۱</sup> حباب در حجم کنترلی که کسر حجمی  $\alpha_D$  از آن را حباب تشکیل داده باشد، رابطه ساده شده شیلر-نیومن در رابطه (۱۰) نشان داده شده است [۲۱].

$$F_{N,drag k} = -\frac{3 C_D}{4} \frac{\rho_c}{d} \alpha_D |W_k| W_k \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)،  $W$  بردار اختلاف سرعت بین فازهای دیگر غیر از فاز  $J$  می باشد و ضریب درگ نیز با استفاده از رابطه (۱۱) محاسبه گردیده است [۲۱]:

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad (11)$$

قطر حباب توسط آزمایش‌های دقیق در دامنه  $40 \mu m$  تا  $160 \mu m$  قرار دارد. این اندازه در سلول الکترووینینگ در مطالعه [۱] توسط پردازش تصویر اندازه‌گیری شده است. این مطالعه نشان داده که در حدود ۷۵٪ حباب‌ها در دامنه کوچک ۵۰ تا ۸۰ میکرون قرار دارند و بیشترین فراوانی و متوسط آماری آنها برابر ۶۷ میکرون است که در مقاله حاضر در نظر گرفته شده است. این تک اندازه در نظر گرفتن حباب باعث ساده‌سازی مسئله از نظر محاسباتی خواهد شد که در مسئله حاضر بسیار حائز اهمیت است. غیر از کوچک بودن دامنه اندازه حباب‌ها و داشتن بیشترین فراوانی در اندازه ۶۷ میکرونی، دلایل دیگری نیز در ادامه توضیح داده شده است. در مقاله‌های دیگر نیز مانند مراجع [۲۰ و ۲۱] نیز اندازه حباب به همین صورت ثابت در نظر گرفته شده است و بر طبق مقاله [۲۱] برای حباب‌های کوچک زیر ۲۰۰ میکرون از آنجا که سرعت لغزش حباب نسبت به سرعت ستون سیال کم است، نشان‌دهنده حساس نبودن جریان به اندازه حباب است [۲۱]. شکل (۴) نسبت سرعت لغزش حباب به سرعت ستون سیال در فاصله بین کاتد تا آند را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود این نسبت کوچک است.



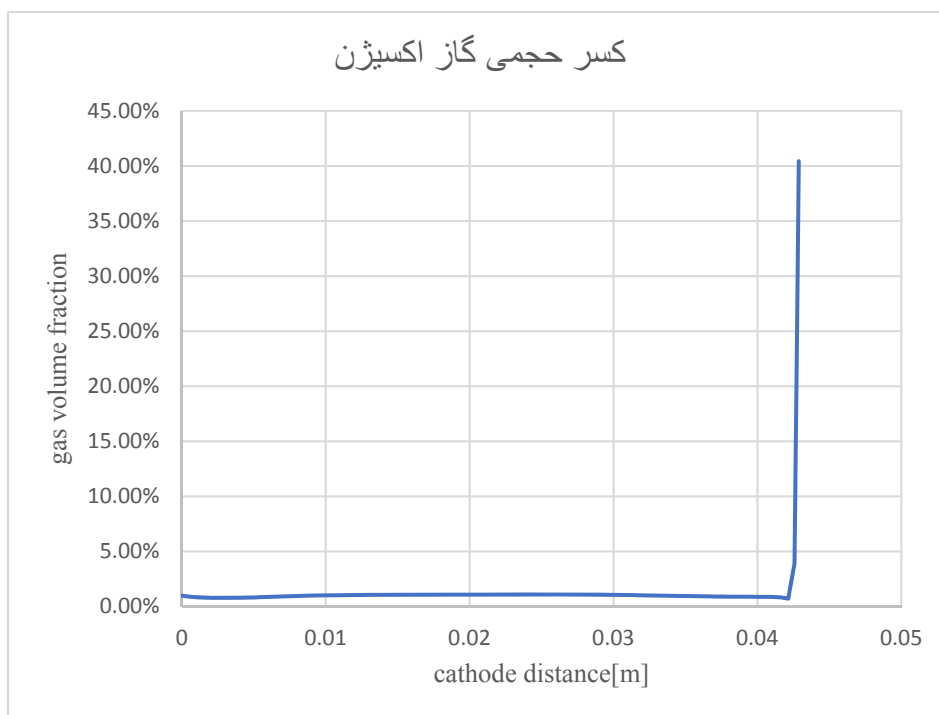
شکل ۴- نسبت سرعت لغزش حباب به سرعت ستون سیال در فاصله بین الکترودی

<sup>1</sup> Drag

گاز اکسیژن تولیدی روی آند به صورت یکنواخت و با شار جرمی که توسط رابطه فارادی به دست می آید و به صورت حباب‌های با قطر ۶۷ میکرون از تمام سطح آندها وارد سلول می‌شود. جریان فاز گاز همانند فاز الکتروولیت با مدل اویلری حل می‌شود. عدد رینولدز حباب به علت کوچک بودن حباب و سرعت پایین لغزش آن در الکتروولیت در حدود ۰/۲ است در نتیجه عدد درگ زیادی (جریان استوکس) ایجاد می‌کند که به سیال انتقال می‌یابد، که این خود باعث می‌شود نسبت به سیال و اصطلاحاً ستون سیال لغزش خیلی کمی داشته باشد. رابطه درگ که جهت حل مدل‌سازی این مسئله مهم است، به دلیل کم بودن عدد رینولدز حباب تنها به معکوس عدد رینولدز ارتباط پیدا می‌کند و به عدد وبر<sup>۱</sup> ارتباط پیدا نمی‌کند. از طرفی کسر حجمی گاز اکسیژن در سلول بسیار کم است. اینها باعث می‌شود نیازی به وارد کردن برهم‌کنش‌های بین حباب‌ها در مدل‌سازی نباشد. در مقالات دیگر نیز که شبیه‌سازی الکترووینینگ را بررسی کرده‌اند از وارد کردن برهم‌کنش بین حبابها چشم‌پوشی شده است [۲۰ و ۲۱]. شکل (۵) که کسر حجمی گاز اکسیژن را روی خطی بین کاتد تا آند نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل (۵) پیداست، متوسط کسر حجمی گاز اکسیژن در فضای بین الکترودی بسیار کم و در حدود ۰/۶ درصد می‌باشد.

اختلاف غلظت ایجاد شده در یک فاز پیوسته می‌تواند باعث ایجاد تفاوت چگالی و در نتیجه اختلاف وزن نقاط مختلف سیال شود؛ در نتیجه نیروی گرانشی که بر این اختلاف وزن اثر گذاشته نیروی شناوری غلظتی را بر فاز پیوسته وارد می‌کند که طبق رابطه (۱۲) بیان شده است [۱۸]:

$$\vec{F}_{J,conc} = \delta_{J,1} \alpha_J [-\rho_J \vec{g} \beta (C - C_{ref})] \quad (12)$$



شکل ۵- کسر حجمی گاز اکسیژن روی خطی بین کاتد تا آند

<sup>1</sup> Weber number

در رابطه (۱۲)،  $\beta$  ضریب انبساط غلظتی،  $C$  غلظت مس و  $C_{ref}$  غلظت مس ورودی می‌باشد. در معادله انتقال ممنتوم بخشی از نیرو ناشی از تفاوت غلظت است، در نتیجه رابطه دیگری که باید حل شود و با معادله ممنتوم کوپل است، معادله انتقال گونه‌ها است که طبق رابطه (۱۳) با غلظت ارتباط دارد [۲۱].

$$\vec{v} \cdot (\alpha_1 C_{Cu} \vec{U}_1) = \vec{v} \cdot \left( \alpha_1 \left( \rho_1 D_1 + \frac{\mu_{T,1}}{Sc_T} \right) \vec{v} \left( \frac{C_{Cu}}{\rho_{Cu}} \right) \right) + S_{Cu} \quad (13)$$

این معادله نشان می‌دهد که یون‌های مس چگونه در اثر وجود اختلاف غلظتی در میدان سیال جابه‌جا می‌شوند و در واقع جرم انتقال می‌یابد.  $D$ ،  $Sc_T$  و  $Sc_u$  به ترتیب ضریب نفوذ یون مس، عدد اشمیت آشفتگی و جمله چشمه شار جرمی هستند، برای مثال در آند چشمه اکسیژن و چاه مس در کاتد است.

برای جمله ناشی از نیروی شناوری تغییر چگالی رابطه (۱۴) برقرار است [۲۱]:

$$\vec{F}_{J,grav} = \alpha_J (\rho_J - \rho_{ref}) \vec{g} \quad (14)$$

در این رابطه،  $\rho_J$  چگالی فاز  $J$ ،  $\rho_{ref}$  چگالی مرجع یا ورودی الکترولیت و  $\vec{g}$  شتاب جاذبه زمین است. در نهایت جمله ناشی از نیروی توربالانسی توسط رابطه (۱۵) به دست خواهد آمد [۲۰]:

$$\vec{F}_{J,turb} = (-1)^J C_{td} \rho_J K \vec{v} \alpha_J \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $C_{td}$  ضریب نیروی پراکندگی آشفته است که مقدار آن یک در نظر گرفته می‌شود. در جریان سیال دوفازی می‌توان جریان سیال هر فاز، از نوع آرام یا آشفته باشد. در جریان سیال داخل سلول الکترووینینگ از آنجا که عدد رینولدز<sup>۱</sup> برای حالت گاز و مایع کوچک است [۲۱]، جریان سیال آرام به نظر می‌رسد اما به دلیل وجود جریان طبیعی بزرگ ناشی از اختلاف غلظت و درگ حرکت حباب دارای عدد رایلی<sup>۲</sup> بسیار بزرگی می‌باشد؛ از این رو جریان سیال فاز الکترولیت آشفته و فاز گاز به دلیل کوچک بودن حباب، آرام فرض شده است [۲۱].

مدل‌های متفاوتی برای تحلیل آشفتگی وجود دارد. یکی از بهترین مدل‌ها برای مسئله الکترووینینگ به علت وجود دیواره‌ها و جریان طبیعی غالب مدل دو معادله‌ای  $k - \omega$  است. معادلات آن برای یک فاز به صورت روابط (۱۶) است [۲۵]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j K)}{\partial x_j} &= \rho P - \beta' \rho \omega K + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{1}{\sigma_K} \rho \frac{K}{\omega} \right) \frac{\partial(K)}{\partial x_j} \right] \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} &= \frac{\alpha \omega}{K} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{1}{\sigma_\omega} \rho \frac{K}{\omega} \right) \frac{\partial(\omega)}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \frac{\partial(K)}{\partial x_j} \frac{\partial(\omega)}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\sigma_\omega = 2 \text{ و } \sigma_K = 2, \beta = 0.075, \alpha = \frac{5}{9}, \beta' = 0.09, \mu_t = \rho \frac{K}{\omega}$$

برای بررسی انتقال جرم در سلول الکترووینینگ، به بررسی اعداد بی بعد مطرح شده برای انتقال جرم نیاز است. انتقال گونه‌ها از محلول بالک به سطح الکترود به سه روش انجام می‌شود:

- جابه‌جایی طبیعی ناشی از اختلاف چگالی
- نفوذ ناشی از گرادیان غلظت مس
- مهاجرت یونی ناشی از میدان الکتریکی

<sup>1</sup> Reynolds number

<sup>2</sup> Rayleigh number

به علت وجود مقدار زیاد الکتروولیت خنثی در فرآیند الکترووینینگ نقش مهاجرت یونی قابل چشم پوشی خواهد بود و تنها مس از دو حالت مؤثر جابه جایی و نفوذ، به سطح الکتروود راه می یابد. شار شدت انتقال جرم ماده مس،  $N_{Cu}$ ، توسط رابطه (۱۷) بیان شده است [۱۱].

$$N_{Cu} = \frac{M_{Cu}}{A} \frac{dM}{dt} = \frac{IM_{Cu}}{nFA} = \frac{M_{Cu}i}{nF} \quad (17)$$

در لایه مرزی نفوذ، مسئله کاملاً پایدار با فرض اختلاط کامل، رابطه (۱۸) برای شار جرمی مس برقرار است [۱۱]:

$$N_{Cu} = -D \frac{dC_{Cu}}{dx} \quad (18)$$

با استفاده از روابط (۱۷) و (۱۸)، رابطه (۱۹) برای لایه نزدیک الکتروود به دست می آید [۱۱].

$$i = -n \times F \times \frac{D}{M_{Cu}} \frac{dC_{Cu}}{dx} \quad (19)$$

ضریب انتقال جرم به صورت رابطه (۲۰) تعریف می شود [۱۱].

$$kd = \frac{-D}{(C_{Cu(bulk)} - C_{Cu(surface)})} \frac{dC_{Cu}}{dx} \Big|_{x=0} \quad (20)$$

واحد ضریب انتقال جرم، متر بر ثانیه است. در سلول های الکترووینینگ این واحد بسیار بزرگ است و معمولاً ضریب انتقال جرم با واحد کوچک میکرومتر بر ثانیه بیان می شود. رابطه جریان سیال به صورت رابطه (۲۱) ساده شده است [۱۱].

$$i = \frac{n \times F \times kd}{M_{Cu}} \times (C_{Cu(bulk)} - C_{Cu(surface)}) \quad (21)$$

هنگامی که تمام یون های مسی که به سطح الکتروود می رسند جذب کاتد شوند و یا انتقال جرم یون های مس به سطح الکتروود کاهش یابد، نشان دهنده شدت محدودکننده برای تولید مس است. شدت جریان الکتریکی محدود شده، جریان الکتریکی است که با افزایش پتانسیل در شدت واکنش تغییری رخ نمی دهد. به این دلیل تعیین جریان الکتریکی محدود نفوذ برای طراحی و بهینه سازی راکتور مهم است. هنگامی که شدت جریان الکتریکی محدود برقرار باشد تمام غلظت مس سطح کاتد، مصرف می شود در نتیجه رابطه (۲۲) برقرار خواهد بود [۱۱].

$$i_{lim} = n \times F \times kd \times C_{Cu(bulk)} \quad (22)$$

از این رابطه دو نکته مشاهده می شود:

- افزایش غلظت بالک می تواند میزان شدت جریان الکتریکی محدود را افزایش دهد که آن با بهینه کردن قسمت استخراج محلول (SX) حاصل می شود.
- افزایش ضریب انتقال جرم سلول می تواند جریان الکتریکی محدود نفوذ آن را افزایش دهد که این خود تابعی از هیدرودینامیک سلول، مشخصات الکتروولیت ورودی، دمای کارکرد و ... می باشد.

## جدول ۲- پارامترهای صنعتی میدوک [۲۲]

پارامتر	واحد	مقدار	پارامتر	واحد	مقدار
چگالی جریان الکتریکی $i$	$\frac{A}{m^2}$	۱۹۶	ضریب نفوذ $D$	$\frac{m^2}{s}$	$۸/۶۲ \times ۱۰^{-۱۰}$
دبی ورودی سیال $Q$	$\frac{lit}{s}$	۳/۵	عدد انتقال $t_+$		۰/۰۸۴۹
چگالی الکترولیت $\rho_1$	$\frac{Kg}{m^3}$	۱۲۰۰	ضریب انبساط $\beta$	$\frac{m^3}{Kg}$	۰/۰۰۱۹
چگالی اکسیژن $\rho_2$	$\frac{Kg}{m^3}$	۱/۲	غلظت ورودی و مرجع $C_{ref}$	$\frac{Kg}{m^3}$	۳۶
لزجت الکترولیت $\mu_1$	$\frac{Kg}{m.s}$	$۱/۱۸ \times ۱۰^{-۳}$	غلظت اسید	$\frac{Kg}{m^3}$	۱۸۰
لزجت اکسیژن $\mu_2$	$\frac{Kg}{m.s}$	$۲/۱۸ \times ۱۰^{-۵}$			

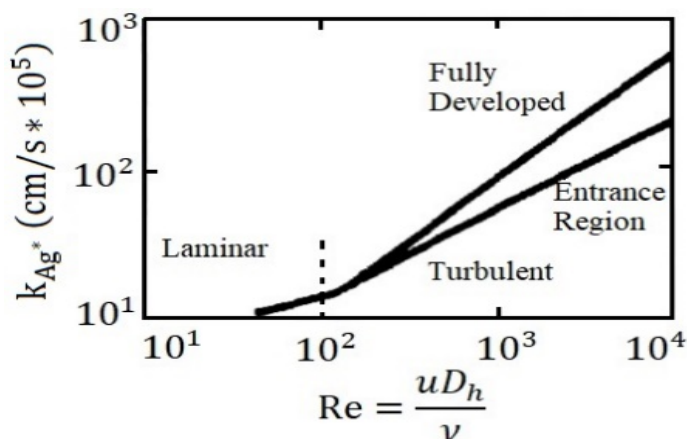
در جدول (۲) پارامترهای صنعتی واقعی مورد نیاز برای سلول الکتروکرومینگ میدوک آورده شده است. روش حل عددی مورد استفاده در نرم افزار تجاری انسیس سی اف ایکس بر اساس الگوریتم حل گر تمام کوپل می باشد [۲۳]. در مقاله [۲۲] به صورت کامل در مورد نوع الگوریتم های حل و نوع گسسته سازی و سیستم مورد استفاده جهت حل توضیح داده شده است. ضرایب انتقال جرم معمولاً با روابط آزمایشگاهی که بر پایه اعداد بی بعد هستند، به دست می آیند. در ادامه برخی اعداد بی بعد و پارامترهای مورد استفاده در این پژوهش در جدول (۳) آورده شده است. در مقاله های مختلف روابط تجربی بسیاری در مورد انتقال جرم به الکتروکاتد، در هندسه مکعب مستطیلی بین صفحات الکترودی داخل سلول الکتروکرومینگ، به فرم رابطه (۲۳) ارائه شده اند [۱۱]:

$$Sh = C \cdot Re^n \cdot Sc^m \left(\frac{de}{L}\right)^p \quad (23)$$

که مقادیر  $C, n, m, p$  مقادیر ثابتی هستند. در مقاله ارائه شده توسط گندرون و اتل [۲۶] نوع جریان سیال داخل سلول توسط نموداری که در شکل (۶) آمده است، مشخص شده است. به این صورت عدد رینولدز به عنوان مبین جریان سیال آرام یا آشفته می باشد و عدد رینولدز در کنار ضریب انتقال جرم کاتدی می تواند ناحیه ورودی بودن یا توسعه یافته بودن جریان سیال آشفته را مشخص کند.

## جدول ۳- پارامترهای مهم مورد استفاده جهت به دست آوردن ضریب انتقال جرم با مقادیر

پارامتر	رابطه	مقدار پارامتر
عدد رینولدز	$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu}$	۲۵۰۰
عدد اشمیت	$Sc = \frac{v}{D}$	۱۵۵۵
عدد گراشف	$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (C_s - C_\infty) L^3}{\nu^2}$	$۲/۵ \times ۱۰^۸$
عدد رایلی تصحیح شده	$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot m \cdot H^4}{\nu^2 \cdot D}$	$۵/۶ \times ۱۰^{۱۴}$
قطر هیدرولیکی بین الکترودی	$de = \frac{2 \cdot L \cdot W}{(L + W)}$	۰/۰۸۹ (m)
عدد شروود	$Sh = \frac{kd \cdot de}{D}$	



شکل ۶- نمودار تعیین نوع جریان سیال بین الکترودهای داخل سلول بر اساس عدد رینولدز و ضریب انتقال جرم [۲۶]

گندرون و اتل در مقاله‌شان از یون نقره برای ردیابی استفاده کرده‌اند [۲۶]؛ از این رو نمودار برای ضریب انتقال جرم یون نقره آورده شده است. ضریب انتقال جرم مس و نقره طبق رابطه (۲۴) با هم ارتباط دارند [۲۶]. در رابطه (۲۴)، پارامتر  $r$  به معنای شعاع یون مورد نظر می‌باشد.

$$\frac{k_{Cu^{2+}}}{k_{Ag^+}} = \left(\frac{D_{Cu^{2+}}}{D_{Ag^+}}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{r_{Ag^+}}{r_{Cu^{2+}}}\right)^{\frac{3}{4}} = 1.406 \quad (24)$$

در صورتی که جریان سیال آرام روی صفحه برقرار باشد برای عدد بی بعد شروود رابطه (۲۵) برقرار است [۲۶].

$$Sh_1 = 1.85 \times \left(Re \times Sc \times \frac{D_h}{L}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (25)$$

در صورتی که جریان سیال آشفته باشد، با توجه به جریان محصور در بین دو صفحه الکترود دو نوع جریان سیال توسعه یافته و یا غیر توسعه یافته وجود دارد. برای جریان سیال آشفته غیر توسعه یافته رابطه آزمایشی (۲۶) برای عدد شروود برقرار است [۱۱].

$$Sh_2 = 0.0356 \times Re^{0.8} \times Sc^{\frac{1}{3}} \quad (26)$$

و برای جریان سیال آشفته توسعه یافته رابطه (۲۷) برقرار است [۱۱].

$$Sh_3 = 0.0789 \times f^{\frac{1}{2}} \times Re \times Sc^{\frac{1}{4}} \quad (27)$$

مقدار  $f$  در رابطه (۲۷)، ضریب اصطکاک است که از رابطه (۲۸) به دست آمده است [۱۱].

$$f = \frac{0.079}{Re^{\frac{1}{4}}} \quad (28)$$

رابطه (۲۹) با توجه به روش چیلتون-کولبرن به دست آمده و برای انتقال جرم در جریان سیال آرام کاربرد دارد [۱۱].

$$j_D = j_H = 0.023Re^{-0.2} \quad (29)$$

که  $j_D$  و  $j_H$  به ترتیب عامل کولبرن برای انتقال جرم و حرارت می‌باشند. برای عامل کولبرن انتقال جرم، رابطه (۳۰) وجود دارد [۱۱].

$$J_D = \frac{Sh}{Re \times (Sc)^{\frac{1}{3}}} \quad (30)$$

در نتیجه عدد شروود به صورت رابطه (۳۱) است [۱۱]:

$$Sh_4 = 0.023Re^{0.8}Sc^{\frac{1}{3}} \quad (31)$$

در الکترووینینگ صنعتی میدوک با توجه به محدوده عدد رینولدز بالای ۲۳۰۰ و ضریب انتقال جرم مس کم‌تر از  $\frac{6 \mu m}{s}$  طبق شکل (۶) می‌توان نتیجه گرفت که جریان سیال داخل سلول‌ها و بین الکترودها در ناحیه آشفته غیر توسعه‌یافته قرار دارد. ضریب انتقال جرم متوسط الکترودها در سلول با رابطه (۳۲) به عدد شروود مرتبط می‌شوند:

$$kd_n = Sh_n \times \frac{D}{de} \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)،  $n$  نشان‌دهنده نوع رابطه استفاده‌شده برای عدد شروود است که در واقع نوع جریان را مشخص می‌کند. قطر معادل در رابطه (۳۲) برای سلول‌های الکترووینینگ با استفاده از رابطه (۳۳) به دست می‌آید [۱۱].

$$de = \frac{2LS}{(L+S)} \quad (33)$$

در رابطه (۳۳)،  $L$  و  $S$  به ترتیب طول و عرض کانال بین دو الکتروود می‌باشند. برای در نظر گرفتن تغییر دمای الکتروولیت داخل سلول به روابطی برای چگالی، لزجت و ضریب نفوذ مس در الکتروولیت نیاز می‌باشد که در ادامه تعریف شده‌اند. چگالی الکتروولیت طبق رابطه پرایس [۲۷]، رابطه (۳۴)، به دست می‌آید.

$$\rho = 1018.56 + 0.151C_{Cu} + 0.54C_{H_2SO_4} - 0.59T \quad (34)$$

لزجت گاز اکسیژن در تغییر دما با رابطه ساترلند، رابطه (۳۵)، محاسبه می‌شود [۲۸].

$$\mu_o = C \frac{T^{\frac{3}{2}}}{0.555T + 120} \quad (35)$$

برای لزجت الکتروولیت در تغییرات دما، رابطه (۳۶) وجود دارد [۲۹].

$$\mu = \frac{1}{1000} \left( -1989.46 + 0.010353C_{Cu^{2+}} + 0.0014685C_{H_2SO_4} + 1983.72e^{\frac{1}{T}} \right) \quad (36)$$

برای ضریب نفوذ مس درون الکتروولیت، بر حسب دما از رابطه (۳۷) استفاده می‌شود [۲۹].

$$D = D_0 e^{-\frac{E_D}{RT}} \quad (37)$$

که در این رابطه،  $E_D$  انرژی فعال‌سازی نفوذ،  $R$  ثابت جهانی گازها و  $D_0$  ضریب نما می‌باشد.

## ۲-۳- پارامترها و شرایط مرزی سلول

شرط مرزی دیواره از نظر محدودیت می‌تواند به دو نوع شرط عدم لغزش و شرط لغزش آزاد تقسیم شود، شرط عدم لغزش که  $U_{wall} = 0$  است و شرط لغزش آزاد که طبق رابطه (۳۸) تعریف می‌شود.

$$U_{n,wall} = 0 \text{ و } \tau_w = 0 \quad (38)$$



کلیه دیواره‌های سلول، آند و کاتد دارای شرط مرزی دیواره عدم لغزش برای فاز الکتروولیت و شرط لغزش آزاد برای فاز اکسیژن گازی می‌باشند. در بسیاری از مقالات با اعتبار آزمایشی شرط لغزش آزاد برای حباب گازی در جریان سیال دوفازی در نظر گرفته شده است [۳۰]. سطح آزاد بالای سلول دارای شرط مرزی گاززدا می‌باشد [۲۳]، در نتیجه حباب گاز اکسیژن با همان سرعتی که به سطح آزاد می‌رسد آن را ترک می‌کند. آند و کاتد دارای شرط مرزی دیواره عدم لغزش برای فاز الکتروولیت و دیواره لغزش آزاد برای فاز اکسیژن گازی می‌باشند و از آنجا که واکنش تولید اکسیژن نیز در آند رخ می‌دهد چشمة تولید اکسیژن نیز می‌باشد. مقدار جرمی که هنگام اکسیداسیون از سیال مجاور الکتروود به واسطه میدان الکتریکی جذب الکتروود می‌شود و یا از آن دفع می‌شود، طبق قانون فارادی به جریان الکتریکی سلول ارتباط دارد. حجم کلی اکسیژن تولیدشده در آند با جریان الکتریکی آن به‌طور خطی ارتباط دارد. با توجه به قانون فارادی برای دبی ظاهری گاز تولیدی کلی توسط رابطه (۳۹) به‌دست خواهد آمد [۱ و ۲۱].

$$N_{O_2} = \frac{IM_{O_2}}{z_{O_2}F} \quad (39)$$

که در آن،  $I$  جریان الکتریکی کلی روی سطوح آند و کاتد،  $F$  ثابت فارادی،  $M_{O_2}$  جرم مولی اکسیژن و  $z_{O_2}$  تعداد الکترون‌های آزادشده توسط یون اکسیژن می‌باشد. برای شرط مرزی کاتد نیز رابطه (۴۰) وجود دارد [۱ و ۲۱].

$$N_{Cu} = \eta \frac{IM_{Cu}}{z_{Cu}F} \quad (40)$$

در این رابطه،  $M_{Cu}$  جرم مولی مس و  $z_{Cu}$  تعداد الکترونی است که یون مس می‌گیرد.  $\eta$  بازده جریان الکتریکی کاتدی می‌باشد که معمولاً مقدار آن حدود ۰.۸۸٪ تا ۰.۹۲٪ است [۱] و به شرایط کاری سلول‌ها ارتباط دارد. ذکر این نکته دارای اهمیت است که الکتروولیت به‌صورت مخلوط تک‌فاز متغیر پیوسته شامل دو ترکیب یون مس و اسید سولفوریک رقیق‌شده در نظر گرفته شده است تا بتوان تغییر کسر جرمی مس را در آن نشان داد. برای شرط مرزی ورودی، دبی ثابت یکنواخت با شرایط واقعی صنعتی در نظر گرفته شده است که تنها شامل الکتروولیت با غلظت مس واقعی است. لوله ورودی در گوشه پایین سلول قرار دارد و دارای سوراخ‌های موربی است که الکتروولیت از آن خارج می‌شود. شرایط فازی ماده خروجی تنها الکتروولیت و با غلظت مس واقعی صنعتی در نظر گرفته شده است. صفحه عمودی طولی وسط سلول به‌عنوان مرز صفحه تقارن در نظر گرفته شده است. علت انتخاب این مرز وجود تقارن فیزیکی و همچنین تقارن هندسی در آن است، شرط مرزی تقارن طبق روابط (۴۱) نشان داده شده است [۱ و ۲۱]:

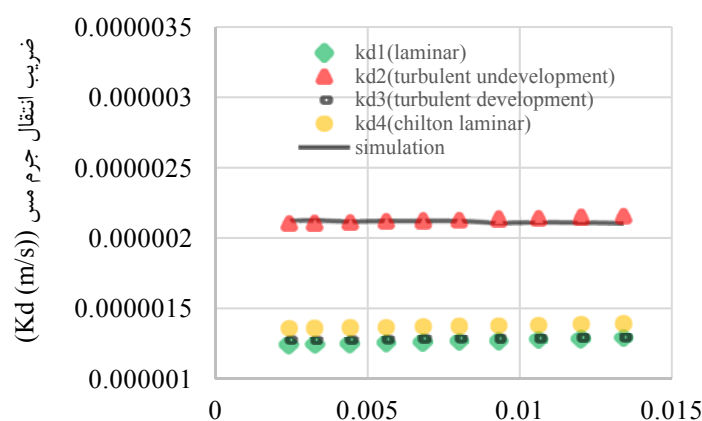
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ و } U_n = 0 \quad (41)$$

که در رابطه فوق،  $\phi$  همه پارامترهای اسکالر مانند فشار، غلظت و کسر حجمی را شامل می‌شود.

### ۳- نتایج

در این بخش به بررسی نتایج مدل‌سازی سلول پرداخته شده است. غلظت مس در ورودی  $C_{in} = 36 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  است و با از دست دادن مس خود روی صفحات کاتد از خروجی سلول می‌شود. در شکل (۷)، مقادیر مختلف  $kd_n$  نشان داده شده است.  $kd_n$  نشان‌دهنده ضریب انتقال جرم مس در جریان‌های سیالاتی مختلف ارائه شده در

رابطه (۳۲) به کاتد در هنگام افزایش ضخامت کاتد یا معادل آن با کم کردن فاصله بین کاتدی می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تغییر ضخامت کاتد اثر بسیار کمی روی ضریب انتقال جرم دارد. دلایل فیزیکی برای این تغییر کم در ادامه آمده است. دامنه ضخامت کاتد، از حالت اولیه برابر  $3/2$  میلی‌متر تا ضخامت کاتد برابر  $14$  میلی‌متر است. در حالت نهایی که محصول مس روی صفحات کاتد، به وزن نهایی حدود  $50$  کیلوگرم رسید، صفحات کاتد از محصول اصطلاحاً لخت خواهند شد. دامنه تغییر ضخامت کاتد، باعث تغییر حداکثر  $15\%$  در فاصله بین الکترودی سلول‌ها می‌باشد. در واقع این نمودار نشان می‌دهد که در طی افزایش ضخامت کاتد تا حد نهایی تولید محصول، در ضریب انتقال جرم سلول تغییر قابل توجهی ایجاد نخواهد شد. طبق رابطه (۲۰)، ضریب انتقال جرم به پروفیل غلظت در نزدیک کاتد ارتباط دارد. در مقاله [۱۸] نشان داده شده که این پروفیل در کاهش فاصله کاتد با دامنه‌های کوچک در حد  $15\%$  تا  $20\%$  تغییری نمی‌کند. دلیل ثابت ماندن ضریب انتقال جرم در دامنه تغییر ضخامت کاتد مذکور عدم تغییر پروفیل غلظت می‌باشد. که در مدل‌سازی انجام شده در این مقاله نیز بر اساس ضریب انتقال جرم به دست آمده است. افزایش ضخامت کاتد از طرفی باعث می‌شود، سطح بین الکترودی کم شده و نفوذ یون مس به فضای بین الکترودی کمتر شود و از طرف دیگر باعث کاهش حجم فضای بین الکترودی می‌شود. از آنجا که مقدار حباب ثابت در حجم کمتری از جریان الکترولیت در بین الکترودها پخش می‌شود، باعث افزایش سرعت‌های بین الکترودی می‌شود؛ در نتیجه در برآیند این دو اثر همدیگر را خنثی کرده و پروفیل غلظت و در نتیجه ضریب انتقال جرم تقریباً ثابت می‌ماند [۱۸]. دومین نکته قابل مشاهده، همخوانی نتایج با نتایج رابطه آزمایشی ضریب انتقال جرم ناحیه آشفته غیر توسعه یافته می‌باشد. مقدار انحراف نتایج شبیه‌سازی از نتایج رابطه آزمایشی در این کاربرد تنها  $0.5\%$  است که نشان‌دهنده دقت رابطه آزمایشگاهی در حالت محاسبه انتقال جرم میانگین کل سلول است.



ضخامت کاتد برابر با کاهش فاصله بین الکترودها (متر)

**شکل ۷-** ضریب انتقال جرم میانگین مدل‌سازی شده سلول مس نسبت به تغییر ضخامت کاتد (معادل آن کم شدن فاصله بین الکترودی)

جهت اعتبارسنجی مقدار ضریب انتقال جرم مدل سازی، ضریب انتقال جرم سلول های الکترووینینگ صنعتی را می توان به صورت میانگین از تولید سالیانه نیز تخمین زد. دلیل استفاده از میانگین سالیانه، کم کردن اثر ناپایداری های فراوان و تغییرات شرایطی از جمله جریان الکتریکی، غلظت، دما، دبی ورودی و خروجی و ورود یون های مزاحم در طی تولید مس می باشد. مقدار تولید روزانه متوسط بر طبق آمار سالیانه مس میدوک ۱۸/۷ تن بوده است. با استفاده از معادلات (۱۸) و (۲۰)، ضریب انتقال جرم میانگین یک ساله طبق رابطه (۴۲) به دست می آید.

$$\bar{k}d = \frac{N_{Cu,20}}{(C_{Cu(bulk)} - C_{Cu(surface)})_{,20}} = \frac{18.7 \frac{ton}{day} \times 3.86 \times 10^{-6} \frac{kg \cdot day}{ton \cdot s \cdot m^2}}{(38.2 - 4) \frac{Kg}{m^3}} \quad (42)$$

$$= 2.1 \times 10^{-6} \frac{m}{s}$$

در این رابطه،  $\bar{x}_{,20}$  میانگین پیراسته ۲۰ درصدی پارامتر  $x$  می باشد. علت استفاده از این میانگین، حذف داده های غیرعادی مانند مشکلات تولید، توقفات و قطعی برق است. ضریب انتقال جرم متوسط سالانه بر این اساس در مقاله [۱۱] برای چند کارخانه استخراج مس در جهان به دست آمده است. در جدول (۴) داده های این مقاله با ضریب انتقال جرم به دست آمده برای مجتمع مس میدوک مقایسه شده است. این مقایسه نشان دهنده نزدیکی بین ضرایب انتقال جرم متوسط در مقیاس صنعتی بین کارخانه های مختلف و کارخانه میدوک می باشد. با توجه به اینکه مقدار ضریب انتقال جرم توسط مدل  $\frac{m}{s}$  ۲/۰۶ است، مقدار انحراف با مقدار صنعتی تنها ۱/۹٪ خواهد بود.

بعد از اعتبارسنجی، به بررسی حالت های مختلف پرداخته خواهد شد. یکی از راهکارهای جلوگیری از مه آلودگی اسیدی تزریق حباب هوا به داخل سلول می باشد. تزریق هوا به داخل سلول به دلیل ایجاد فضای بین الکترودی آشفته تر و چرخشی تر می تواند ضریب انتقال جرم را نیز افزایش دهد و در نتیجه چگالی جریان الکتریکی محدود افزایش یافته و بنابراین ایجاد ندول روی سطح کاتد را کم کرده و می تواند باعث افزایش کیفیت سطح آن شود. از آن جا که شرایط سیالاتی حباب اکسیژن با هوا در سیال تقریباً یکی است؛ از این رو در ادامه به بررسی افزایش ضریب انتقال جرم مس با اضافه کردن حباب اکسیژن از راه ورودی به جای هوا پرداخته می شود.

**جدول ۴- ضریب انتقال جرم متوسط سالانه برای چند کارخانه استخراج مس به روش هیدرومتالورژی و مقایسه آن با میدوک**

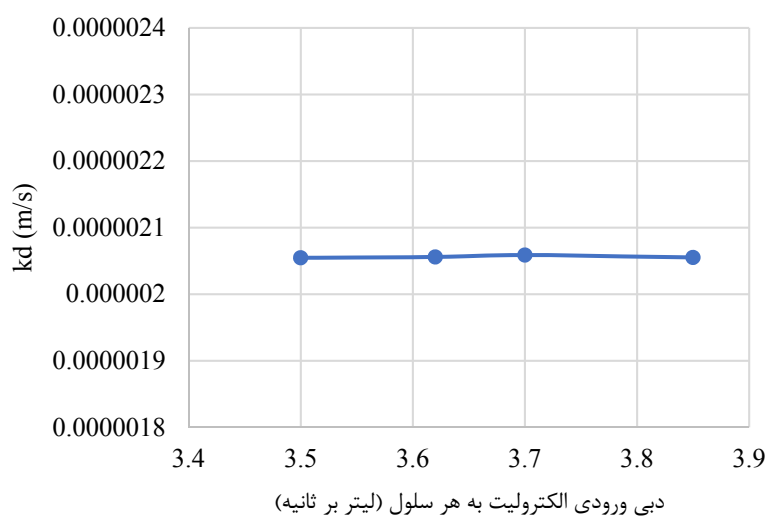
ردیف	نام مجتمع مس	ضریب انتقال جرم $[\frac{\mu m}{s}]$
۱	Nullabar m	۲/۱۸
۲	CM cerro Colorado	۲/۱۸
۳	Nicico sarcheshmeh	۲/۱۲
۴	Miduk	۲/۱۰

دلیل این فرض، ساده‌سازی جهت افزایش سرعت حل ناشی از سه‌فازی‌نشدن مدل‌سازی است. در تزریق هوا از ورودی بر اساس مطالعه [۳۱] می‌توان منیفولدی ایجاد کرد که به‌صورت بهینه با کسر جرمی هوا نسبت به الکترولیت قابل کنترل و اندازه‌ی حباب خاص بتوان تغذیه سلول انجام گیرد. در مقاله حاضر به شبیه‌سازی اکسیژن تزریق‌شده از ورودی به داخل سلول پرداخته می‌شود. در اضافه‌کردن حباب اکسیژن از ورودی برای ساده‌سازی فرض‌های زیر در نظر گرفته شده است.

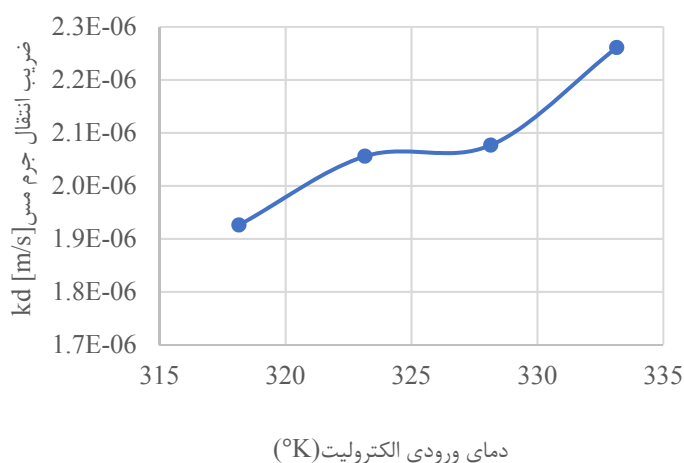
- اندازه حباب‌ها در حد حباب‌های ایجادشده در فرآیند الکترووینینگ و برابر می‌باشد.
  - اکسیژن مستقیماً از ورودی با شرایط فیزیکی اکسیژن و سرعت سیال وارد سلول می‌شود.
- با فرضیات صورت‌گرفته تنها تغییر در مدل‌سازی تغییر شرط مرزی ورودی از سیال یک‌فازی به دوفازی خواهد بود. این تغییر باعث تغییر در مقدار  $S_H$  در معادله (۵) برای شرط مرزی ورودی خواهد شد. همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده شده است با تزریق حدود ۱۶ لیتر بر ثانیه اکسیژن معادل با کسر جرمی ۰/۰۰۴ از طریق ورودی به داخل سلول‌های الکترووینینگ، ضریب انتقال جرم سریعاً تا مقدار ۰/۷٪ افزایش یافته اما بعد از آن تقریباً با افزایش بیش‌تر تزریق حباب، ثابت خواهد ماند.
- اثر افزایش دبی الکترولیت ورودی به سلول در شکل (۹) بررسی شده است. افزایش دبی ورودی باعث بالا رفتن سرعت جریان سیال داخل سلول در اطراف الکترودها شده اما در فضای بین الکترودها اثر بسیار کمی دارد. دلیل آن، اثر زیاد جریان طبیعی ناشی از اختلاف غلظت نزدیک کاتد و جریان سیال چرخشی ناشی از نیروی درگ حرکت حباب‌ها می‌باشد. در نتیجه انتظار نمی‌رود که ضریب انتقال جرم افزایش یابد. همان‌طور که در شکل (۹) نیز مشاهده می‌شود ضریب انتقال جرم اثر مثبت بسیار کم و قابل چشم‌پوشی در افزایش دبی الکترولیت ۱۰٪ اعمال‌شده در سلول‌های الکترووینینگ خواهد داشت.
- در شکل (۱۰) اثر دمای الکترولیت ورودی به سلول بر روی ضریب انتقال جرم متوسط سلول شبیه‌سازی‌شده، بررسی شده است. مقادیر چگالی گاز، چگالی الکترولیت، ضریب انتقال جرم نفوذی مس در الکترولیت، لزجت الکترولیت و گاز در افزایش دمای الکترولیت ورودی، تابعی از دما خواهند بود که توسط روابط مربوطه در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۸- تغییر ضریب انتقال جرم میانگین در مقابل کسر جرمی هوا در ورودی

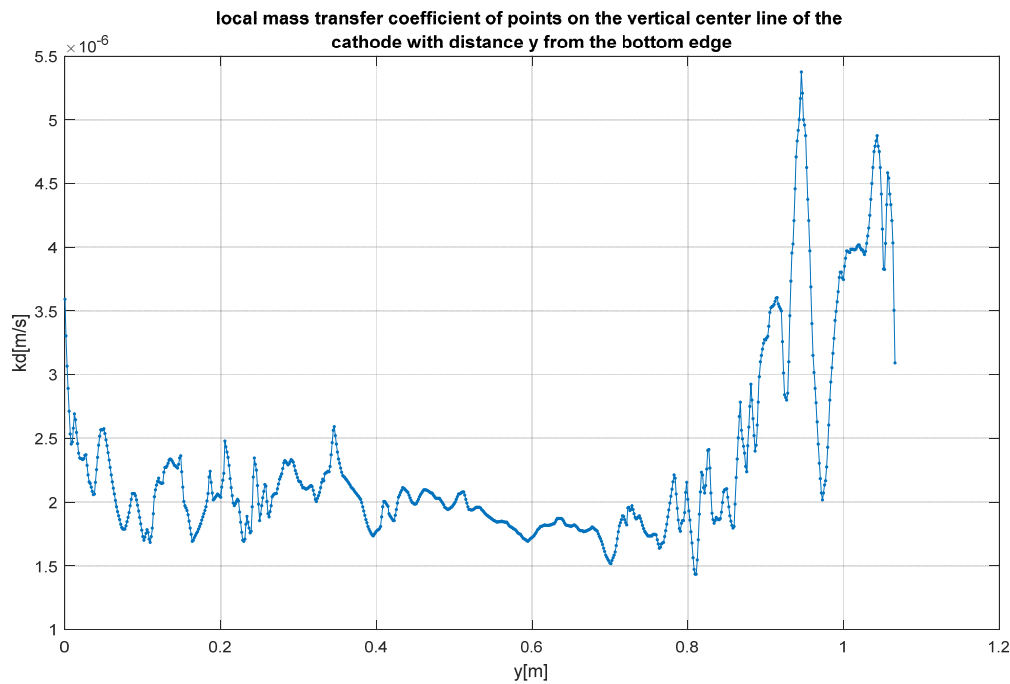


شکل ۹- اثر افزایش دبی ورودی الکتروولیت بر روی ضریب انتقال جرم متوسط سلول

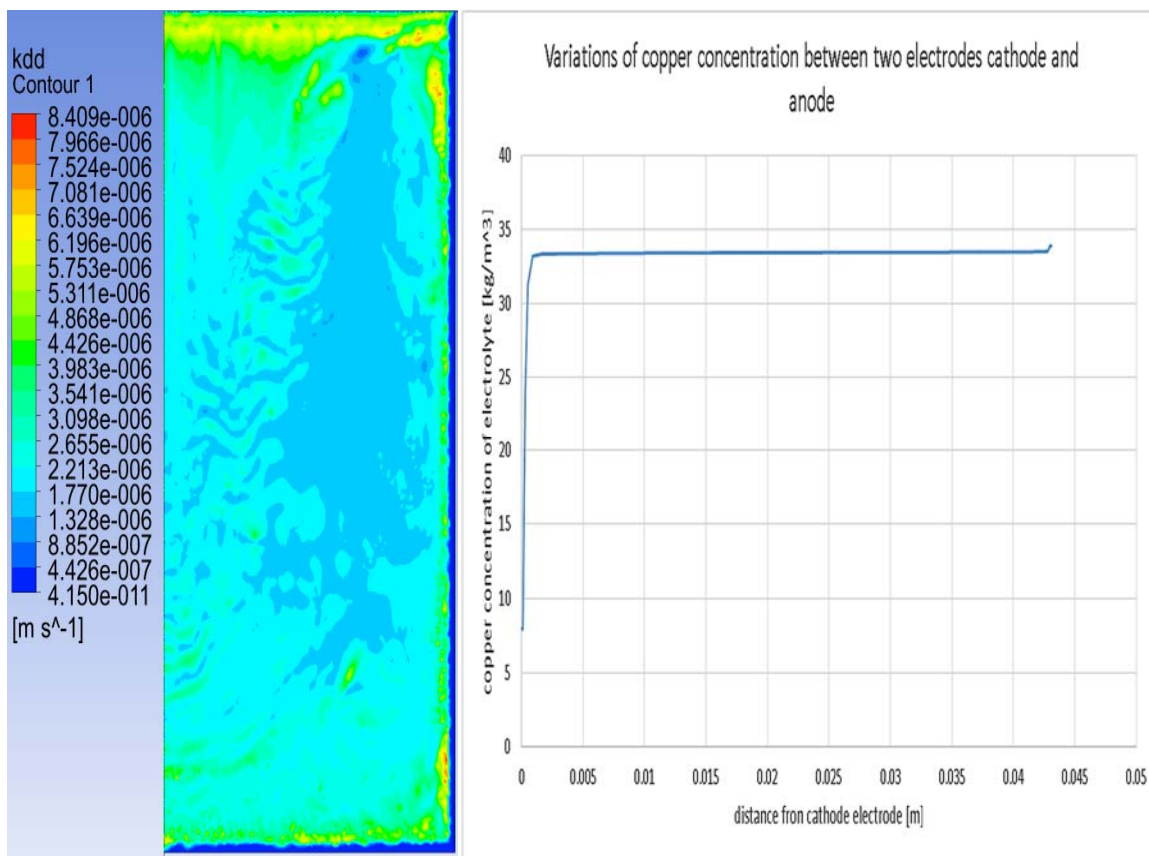


شکل ۱۰- نتایج شبیه‌سازی اثر دمای الکتروولیت ورودی سلول بر روی ضریب انتقال جرم میانگین سلول

شکل (۱۱) نشان‌دهنده تغییرات ضریب انتقال جرم روی خط وسط کاتد می‌باشد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، از پایین کاتد به سمت بالا، در ۱۰٪ پایین کاتد ضریب انتقال جرم روند کاهشی دارد، سپس تقریباً ثابت شده و تقریباً در ۳۰٪ بالای کاتد روند افزایشی پیدا می‌کند. در حدود ۱۰ سانتی‌متری بالای کاتد ناحیه کوچکی وجود دارد که در آن ضریب انتقال جرم شدیداً افت پیدا کرده است و بعد از آن افزایش یافته است که ناشی از جریان سیال چرخشی برگشتی از سطح آزاد سلول و کاهش سرعت موقت جریان سیال سطح کاتد می‌باشد. تغییر موضعی شدید در ضریب انتقال جرم برای سطح کاتد، مشکلی کیفی تحت عنوان برآمدگی ایجاد می‌کند که در مطالعه ورنر [۲۷] با بررسی نموداری مشابه با شکل (۱۱) بیان شده است.



شکل ۱۱- ضریب انتقال جرم موضعی خط وسط کاتد از پایین سطح کاتد



شکل ۱۲- سمت راست) غلظت مس الکترولیت روی خط عمودی بین دو الکترود. سمت چپ) کانتور ضریب انتقال جرم روی سطح کاتد با غلظت مس الکترولیت ورودی ۳۵ کیلوگرم بر مترمکعب

شکل (۱۲) سمت چپ، کانتور ضرب انتقال جرم را روی سطح کاتد نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود در ناحیه وسط کاتد، دامنه تغییرات ضرب انتقال جرم کم است. در اطراف کاتد ناحیه باریکی وجود دارد که ضرب انتقال جرم آن نزدیک به صفر است. در نزدیک سطح آزاد نیز ناحیه‌ای با تغییرات زیاد در ضرب انتقال جرم به علت جریان چرخشی برگشتی از سطح آزاد وجود دارد. شکل (۱۲) سمت راست نمودار غلظت مس روی خط عمودی بین آند و کاتد در وسط کاتد را نشان می‌دهد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از شبیه‌سازی انجام‌شده روی سلول الکترووینینگ میدوک، به بررسی انتقال جرم در سلول الکترووینینگ پرداخته شده است. به دست آوردن ضرایب انتقال جرم نیاز مهمی جهت بهینه‌سازی سلول‌های الکترووینینگ در جهت کمیت و کیفیت تولید مس می‌باشد. جهت اعتبارسنجی ضرب انتقال جرم به دست آمده یک سلول با روابط آزمایشگاهی که در مقالات مختلف انعکاس یافته، مقایسه شده است. نتایج حاکی از خطای ماکزیمم ۰/۵٪ بود. همچنین جهت اعتبارسنجی، این مقدار با ضرب انتقال جرم واقعی سلول میدوک مقایسه شده است. با به دست آوردن اطلاعات تولید و وزن کاتد و متوسط شرایط کاری و به کارگیری آنها در مدل، این ضرب در سلول واقعی به دست آمد که نتایج نشان از انحراف کم‌تر از ۲٪ بین ضرب انتقال جرم واقعی صنعتی در مقایسه با ضرب انتقال جرم حاصل از شبیه‌سازی داشت. در قدم بعد جهت بهره‌بردن از مدل به دست آمده به مطالعه اثر کاهش فاصله بین الکترودها در سلول، اثر استفاده از تزریق اکسیژن از طریق ورودی الکترولیت به داخل سلول روی ضرب انتقال جرم سلول، اثر افزایش دبی ورودی سلول الکترووینینگ و اثر تغییر دمای الکترولیت ورودی به سلول الکترووینینگ پرداخته شده است. نتایج حاکی از آن است که تزریق اکسیژن به مقدار ۱۶ لیتر بر ثانیه داخل سلول از ورودی الکترولیت ضرب انتقال جرم را ۷٪ افزایش می‌دهد. افزایش دبی ورودی الکترولیت روی ضرب انتقال جرم مس به کاتد بی‌تأثیر است و افزایش دمای الکترولیت ورودی، ضرب انتقال جرم آن را افزایش می‌دهد به این ترتیب که با افزایش ۱۵ درجه سانتی‌گراد در دامنه کاری حدود ۱۰٪ ضرب انتقال جرم افزایش یافته است. در پایان، ضرب انتقال جرم محلی روی سطح کاتد و خط وسط کاتد از پایین به بالا، به دست آمده است. نتایج نشان از تغییرات ضرب انتقال جرم در حدود ۱۰ سانتی‌متری بالای کاتد می‌دهد که روی کیفیت سطح کاتد، مؤثر است.

#### سپاسگزاری

از مدیریت مجتمع مس میدوک و به خصوص مهندس ابراهیمی بابت در اختیار گذاشتن منابع اطلاعاتی این پژوهش تشکر فراوان می‌شود.

#### مراجع

- [1] Al Shakarji, R., "Mechanisms of Acid Mist Formation in Electrowinning", Ph. D. Thesis, James Cook University, Australia, Townsville, (2012).
- [2] Sigrist, L., and Dossenbach, O., "Mass Transport in Electrolytic Cells with Gas Sparging", International Journal Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 1393-1399, (1979).

- [3] Raju, G. J. V. J., Venkateswarlu, P., Rao, S. S., and Sarma, C. B., "Effect of Longitudinal Distance of Electrode on the Ionic Mass Transfer on the Confining Wall of a Stirred Vessel", *Indian J. Technol.*, Vol. 5, pp. 400-401, (1979).
- [4] Raju C. R., Raju, G. J., and Rao, C. V., "Effect of Pulsation on Mass Transfer Coefficients Ionic Mass Transfer", *Indian Journal of Technology*, Vol. 5, pp. 30-34, (1967).
- [5] Fisher, K. G., and Hughes, R. G., "Application of Periodic Current Reversal (P.C.R.) to Electrolytic Copper Refining at Mufulira", *Trans. Inst. Min. Metall*, Vol. 80, pp. 250-261, (1971).
- [6] Rao V. P., "Mass Transfer Cylinders Rotating about Parallel Axes", Ph. D. Thesis, Andhra University, Visakhapatnam, India, (1974).
- [7] Subbaiah T., Venkateswarlu, P., Das, R. P., and Raju, G. J. V. J., "Mass Transfer Conditions at a Cathode Support Plate in an Electrochemical Cell", *Chemical Engineering Processing: Process Intensification*, Vol. 34, No. 6, pp. 495-501, (1995).
- [8] Taha, A. A., "Effect of Surfactants on the Rate of Solid Liquid Mass Transfer with Gas Generation at the Interface", *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 275, No. 1, pp. 235-242, (2004).
- [9] Graydon, J., and Kirk, D., "Suspension Codeposition in Electrowinning Cells: The Role of Hydrodynamics", *Can. J. Chem. Eng.*, Vol. 69, pp. 564-570, (2001).
- [10] Najim, S. T., "Estimation of Mass Transfer Coefficient for Copper Electrowinning Process", *Journal of Engineering*, Vol. 22, pp. 158-168, (2016).
- [11] Beukes, N. T., and Badenhorst, J., "Copper Electrowinning: Theoretical and Practical Design", Presented at the Hydrometallurgy Conference 2009, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, South Africa, (2009).
- [12] Cifuentes, L., and Arriagada, P., "Copper Electrowinning in a Moving-bed Cell Based on Reactive Electrodialysis", *Revista de Metalurgia*, Vol. 44, pp. 151-161, (2008).
- [13] Najminoori, M., Mohebbi, A., Afrooz, K., and Arabi, B. G., "The Effect of Magnetic Field and Operating Parameters on Cathodic Copper Winning in Electrowinning Process", *Chemical Engineering Science*, Vol. 199, pp. 1-19, (2019).
- [14] Soliman, H., and El-Moneim A. A., "Electrowinning of Copper using Rotating Cylinder Electrode Utilizing Lead Anode", *Scientific Research*, Vol. 3, pp. 340-358, (2011).
- [15] Coleman, S., and Roy, S., "Effect of Ultrasound on Mass Transfer during Electrodeposition for Electrodes Separated by a Narrow Gap", *Chemical Engineering Science*, Vol. 113, pp. 35-44, (2014).
- [16] Filzwieser, A., "Modelling of the Processes Close to Cathodes in Copper Electrolysis (Modellierung der Kathodennahen Vorgänge in der Kupferelektrolyse)", Ph. D. Thesis, Montanuniversität Leoben, University of Leoben, Austria, (2000).



- [17] Filzwieser, A., Hein, K., and Mori, G., "Current Density Limitation and Diffusion Boundary Layer Calculation using CFD Method", JOM, Vol. 54, pp. 28-31, (2002).
- [18] Leahy, M. J., and Schwarz, M. P., "Experimental Validation of a Computational Fluid Dynamics Model of Copper Electrowinning", Metallurgical and Materials Transactions B, Vol. 41, pp. 1247-1260, (2010).
- [19] Schwarz M. P., "Improving Zinc Processing using Computational Fluid Dynamics Modelling Successes and Opportunities", Minerals Engineering, Vol. 30, pp. 12-18, (2012).
- [20] Leahy, M. J., and Schwarz, M. P., "Flow and Mass Transfer Modelling for Copper Electrowinning: Development of Instabilities along Electrodes", Hydrometallurgy, Vol. 147-148, pp. 41-53, (2014).
- [21] Najminoori, M., Mohebbi, A., Arabi, B. G., and Daneshpajouh, S., "CFD Simulation of an Industrial Copper Electrowinning Cell", Hydrometallurgy, Vol. 153, pp. 88-97, (2015).
- [22] Pourahmadi, S. A. A., and Talebi, S., "Hydrodynamic Simulation of Two Phase Flow in an Industrial Electrowinning Cell", Modares Mechanical Engineering, Vol. 20, No. 1, pp. 1-12, (2020).
- [23]"ANSYS CFX-Solver Theory Guide, Release 15", ed, (2016).
- [24] König, J., Mühlhoff, S., Eckert K., Büttner, L., Odenbach, S., and Czarske, J., "Velocity Measurements Inside the Concentration Boundary Layer During Copper-magneto-Electrolysis using a Novel Laser Doppler Profile Sensor", Electrochimica Acta, Vol. 56, No. 17, pp. 6150-6156, (2011).
- [25] Geankoplis, C. J., "Transport Processes and Separation Process Principles: (Includes Unit Operations)", Prentice Hall Professional Technical Reference, Pearson Education Limited, London, United Kingdom, (2003).
- [26] Gendron, A., and Ettel, V., "Hydrodynamic Studies in Natural and Forced Convection Electrowinning Cells", The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 53, No. 1, pp. 36-40, (1975).
- [27] Werner, J.M., "Modeling and Validation for Optimization of Electrowinning Performance", Ph.D. Thesis, The University of Utah, Salt Lake City, Utah, United States, (2017).
- [28] Sutherland, W., "The Viscosity of Gases and Molecular Force", Philosophical Magazine, Vol. 36, pp. 507-531, (1893).
- [29] Moats, M. S., Hiskey, J. B., and Collins, D. W., "The Effect of Copper, Acid, and Temperature on the Diffusion Coefficient of Cupric Ions in Simulated Electrorefining Electrolytes", Hydrometallurgy, Vol. 56, No. 3, pp. 255-268, (2000).
- [30] Pourtousi, M., Sahu, J., Ganesana, P., Shamshirband, S., and Redzwan, G., "A Combination of Computational Fluid Dynamics (CFD) and Adaptive Neuro-fuzzy

System (ANFIS) for Prediction of the Bubble Column Hydrodynamics", Powder Technology, Vol. 274, pp. 466-481, (2015).

[31] Rigby, G.D., Grazier, E.P., Stuart, A.D., and Smithson, E.P., "Gas Bubble Induced Mixing in Electrowinning Baths", Vol. 56, No. 21-22, pp. 6329-6336, (2001).

### فهرست نمادهای انگلیسی

غلظت مس	$C$
ضریب درگ	$C_D$
غلظت مس ورودی	$C_{ref}$
ضریب نیروی پراکندگی آشفته	$C_{td}$
ضریب نفوذ یون مس	$D$
ضریب نما	$D_0$
قطر هیدرولیکی بین الکترودی	$de$
انرژی فعال سازی نفوذ	$E_D$
ثابت فارادی	$F$
نیروی عکس العمل از طرف دیگر فازها روی فاز $N$ و در جهت	$F_{Nk}$
ضریب اصطکاک	$f$
نیروی شناوری غلظتی	$\vec{F}_{N,conc}$
نیروی درگ حباب	$F_{N,drag}$
نیروی شناوری تغییر چگالی	$\vec{F}_{N,grav}$
نیروی توربولانسی	$\vec{F}_{N,turb}$
عدد گرافش	$Gr$
شتاب جاذبه زمین	$\vec{g}$
جریان الکتریکی کلی روی سطوح آند و کاتد	$I$
شدت جریان الکتریکی محدود	$i_{lim}$
عامل کولبرن برای انتقال جرم	$j_D$
عامل کولبرن برای انتقال حرارت	$j_H$
ضریب انتقال جرم	$kd$
طول کانال بین دو الکتروود	$L$
جرم مولی مس	$M_{Cu}$
جرم مولی اکسیژن	$M_{O_2}$
شار شدت انتقال جرم ماده مس	$N_{Cu}$

شار جرمی	$N$
نوع رابطه استفاده شده برای عدد شروود	$n$
دبی ورودی سیال	$Q$
ثابت جهانی گازها	$R$
عدد رایلی تصحیح شده	$Ra$
عدد رینولدز	$Re$
عدد اشمیت	$Sc$
عدد اشمیت آشفستگی	$Sc_T$
جمله چشمه شار جرمی	$Sc_u$
عدد شروود	$Sh$
به عنوان جمله چاه مس در کاتد و یا جمله چشمه اکسیژن در آند	$S_N$
عدد انتقال	$t_+$
بردار اختلاف سرعت بین فازها اینجا یعنی سرعت لغزش حباب	$W$
عرض کانال بین دو الکتروود	$S$
تعداد الکترونی است که یون مس می گیرد	$Z_{Cu}$
تعداد الکترون های آزاد شده توسط یون اکسیژن	$Z_{O_2}$

### نمادهای یونانی

کسر حجمی حباب	$\alpha_D$
کسر حجمی فازی	$\alpha_q$
ضریب انبساط غلظتی	$\beta$
شدت انتقال جرم به فاز $N$	$\gamma_N$
بازده جریان الکتریکی کاتدی	$\eta$
لزجت الکتروولیت	$\mu$
لزجت گاز اکسیژن	$\mu_o$
لزجت الکتروولیت	$\mu_1$
لزجت اکسیژن	$\mu_2$
چگالی فاز $N$	$\rho_N$
چگالی مرجع یا ورودی الکتروولیت	$\rho_{ref}$
چگالی الکتروولیت	$\rho_1$
چگالی اکسیژن	$\rho_2$
تانسور تنش در میدان سیال دوفازی	$\sigma$

**Abstract**

Electrowinning is the process of copper depositing from the intracellular electrolyte solution to the cathode. In the present study, using electrodynamic cell simulation of the Miduk Copper Complex, mass transfer coefficient on the entire cathode surface are investigated. The hydrodynamic simulation of these cells in the Miduk Copper Complex is studied using computational fluid dynamics. Ansys-CFX is used for this modeling. The Navier-Stokes equations and the continuum are considered as two-phase liquid and gas, turbulent, incompressible, and steady state, and the equation for the concentration of copper in the electrolyte will be solved by considering its specific boundary condition. The perturbation of the flow will be modeled using  $k-\omega$  relations. The cathode mass transfer coefficient of the industrial copper cell was evaluated by measuring the copper mass of the cathode sheets produced in each cell and the operating conditions of the cell under real conditions. The results show 1.9% difference between the actual amount in copper and the modeling value.