

## کنترل امیدانس یک ربات شش درجه آزادی جهت توانبخشی بالاتنه کودکان با کمک از هنر نقاشی

این پژوهش با استفاده از کنترل امیدانس یک ربات شش درجه آزادی برای کودکان معلول انگیزه ای ایجاد می کند تا در خلال تمرین های خسته کننده فیزیوتراپی به رسم اشکال هندسی در فضای کاری ربات بپردازند. این روش کنترلی به آنها کمک می کند تا در انجام حرکت های مورد نظر به میزان نیاز از ربات کمک بگیرند و همزمان، میزان کمک ربات با بهبود شرایط جسمی شان کاهش پیدا کند. پس از تحلیلی جامع بر سینماتیک این ربات که سه درجه ابتدایی آن دارای عملگر فعال و بقیه بصورت غیرفعال امکان حرکت دارند، به منظور ارزیابی عملکرد کنترلر، سناریوهای مختلفی آزمایش و نتایج بدست آمده با دیگر سیستم های رباتیکی مقایسه شده است. مسیرهای مطلوب با خطای میانگین یک سانتیمتر در فضا رسم شده اند.

شایان آدینه<sup>۱</sup>  
کارشناسی ارشد

مجید ساده دل<sup>۲</sup>  
استادیار

مجید محمدی مقدم<sup>۳</sup>  
استاد

واژه های راهنما: توانبخشی رباتیکی، ربات نقاش، ربات سری، کنترل امیدانس

### ۱- مقدمه

عموماً وجود معلولیت در عضوی از بدن، ممکن است افراد را دچار افسردگی یا انزوا کند. به خصوص در کودکان که پر جنب و جوش تر از بزرگسالان می باشند، این موضوع ممکن دو چندان گردد. توانبخشی افراد دارای عارضه حرکتی ناشی از معلولیت مادرزادی یا حادثه یکی از عوامل موثر برای بهبود آنها می باشد. مبحث توانبخشی پیشینه ای به وسعت تاریخ دارد؛ در چین باستان کونگ فوکاران حرکت هایی برای رهایی از دردهای اندامشان انجام می دادند. در یونان باستان ایرودیوس یک مجموعه تمرین های ژیمناستیک برای جلوگیری از دردها و درمان آنها تعریف کرد.

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد، آزمایشگاه مکترونیک گروه طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
[shayan\\_adineh@modares.ac.ir](mailto:shayan_adineh@modares.ac.ir)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استادیار، آزمایشگاه مکترونیک گروه طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
[majid.sadedel@modares.ac.ir](mailto:majid.sadedel@modares.ac.ir)

<sup>۳</sup> استاد، آزمایشگاه مکترونیک گروه طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
[m.moghadam@modares.ac.ir](mailto:m.moghadam@modares.ac.ir)

بعدها در قرن دوم میلادی جالینوس، فیزیکی‌دان رومی، درمان‌هایی برای ترمیم جراحات سربازان نظامی معرفی کرد، در قرون وسطی بر اصول رژیم غذایی و عادات ورزشی سالم تاکید می‌شد تا بعد از آن دوران هنر ژیمناستیک به عنوان یک روش پیشگیرانه ترویج شد. حرکت‌های این ورزش نیز تا صدهی هجدهم نیز برای بهبود بیماران بعد از عمل‌های جراحی تجویز می‌شد [۱]. به طور کلی تمرین‌های فیزیوتراپی و کاردرمانی می‌تواند ضمن ایجاد هماهنگی و تعادل بین اندام‌ها و کمک به کنترل و قدرت بخشیدن به اندام‌ها، باعث بهبود عملکرد افراد مبتلا به معلولیت برای ادامه فعالیت‌های روزانه گردد.

با گسترش علم رباتیک اولین کاربرد این علم در حوزه‌ی توان‌بخشی به اوایل سال ۱۹۶۰ برمی‌گردد که یک ربات چهار درجه آزادی برای معلولانی از ناحیه‌ی بازو طراحی شد. پس از آن یک ربات هفت درجه آزادی با نام "بازوی طلایی" طراحی شد که بر یک صندلی چرخ‌دار نصب می‌شد [۲]. این دیدگاه توان‌بخشی تا امروزه نیز ادامه پیدا کرده است و گول و همکارانش [۳] نیز یک ربات توان‌بخشی بالاتنه‌ی چهار درجه آزادی ساخته‌اند که با نصب بر روی صندلی‌های چرخ‌دار به بیمار کمک می‌کند. نوآوری آن‌ها در استفاده از مزیت Non-back-drivability جعبه‌دنده‌های حلزونی که می‌تواند در هر موقعیتی که کاربر بخواهد بماند و با اعمال نیروی‌های اغتشاشی خارجی تغییری نکند. همچنین یک دستکش مخصوص روی کارگیر آن نصب شده تا اعمالی مثل خوردن و آشامیدن را برای کاربر راحت کند. امروزه مشخص شده است که روش‌هایی از قبیل تغییر سبک زندگی یا استفاده از فنون روانشناختی که تاثیراتی بر سامانه عصبی فرد می‌گذارند. بهره‌گیری از زمینه‌ی هنر در علم توان‌بخشی<sup>۱</sup> که با نام هنردرمانی<sup>۲</sup> شهرت یافت، اولین بار در سال ۱۹۴۲ توسط آدرین هیل<sup>۳</sup>، هنرمند بریتانیایی، ارائه گردید. او کسی بود که تاثیرات مثبت نقاشی و طراحی بر روند درمان بیماری سل<sup>۴</sup> کشف کرد! [۴] در تعریف دقیق این علم، انجام فعالیت‌های خلاقانه با استفاده از مواد و روش‌های هنری-دیداری-شنیداری با هدف ایجاد احساس موفقیت و آرامش در افراد تحت درمان را هنردرمانی گویند. علم رباتیک نیز در زمینه‌ی اجرای هنر به کمک انسان آمده است. برای نمونه مقاله چن و دیگران [۵] یک فرایند کامل نقاشی چهره به صورت رباتیکی را ارائه داده است؛ بصورتی که با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری عمیق می‌توانند ویژگی‌های چهره را تشخیص دهد. سپس با به دست آوردن مجموعه‌ای از خطوط چهره، مسیری برای حرکت ربات طراحی می‌کند بر این اساس که ربات کمترین حرکت را داشته باشد. لیو و همکارانش [۶] تلاش کرده‌اند وظیفه‌ای را برای رباتشان تعریف کنند که همانند فردی عمل کند که قلمی را از زمین برمی‌دارد و یک منحنی را روی یک سطح غیرتخت می‌کشد.

با توجه به آنکه هدف این پژوهش سهولت در امر توان‌بخشی برای کودکان است، تصمیم بر آن است تا تمرین‌های فیزیوتراپی با یک سرگرمی همراه شود تا کودک در خلال انجام بازی و سرگرمی مورد نظر روند درمان خود را نیز طی کند. بدین ترتیب سعی می‌شود تا این تمرین‌ها بر اساس رسم اشکال ساده بر روی صفحه‌هایی در فضا که زوایای مختلفی با افق می‌سازند، شکل بگیرند. در بررسی‌های انجام شده، مناسب‌ترین الگوریتم کنترلی برای دستیابی به این هدف، کنترل امپدانس است. [۷]، [۸] هر چند الگوریتم‌های همچون

<sup>۱</sup> rehabilitation

<sup>۲</sup> art therapy

<sup>۳</sup> Adrian Keith Graham Hill (1895-1977)

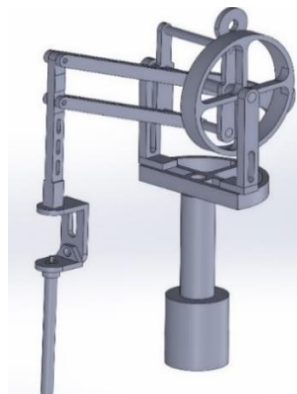
<sup>۴</sup> Tuberculosis

مود لغزشی که گستره کاربرد آن‌ها از سیستم‌های پزشکی [۹], [۱۰], [۱۱] تا سیستم‌های مرتبه کسری [۱۲], [۱۳], [۱۴] وسیع است، کنترلرهای قوی‌تری هستند اما در سامانه‌های توانبخشی عملکرد مطلوبی ندارند. کنترل امیدانس شرایطی را برای ربات فراهم می‌کند که یک تعامل دو طرفه میان بیمار و ربات به راحتی انجام گیرد. گوانگ و همکارانش [۱۵] الگوریتم امیدانس کنترل را بر روی یک ربات موازی دو درجه آزادی پیاده سازی کردند. مسیرهایی که در این مقاله به عنوان مسیرهای مطلوب برای ربات تعریف شده است، الگویی برای تولید مسیر و کنترل مطلوب در پژوهش پیش‌روست. در مقاله‌ی گوانگ و همکاران آزمون درست بودن سینماتیک مستقیم محاسبه شده تنها توسط مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمایش عملی انجام گرفته است که در جای خود می‌تواند از نقاط ضعف این مقاله باشد. در پروژه‌ی پیش‌رو با شبیه‌سازی گرافیکی ربات مورد بررسی این ضعف تکرار نشده است و آزمونی محکم‌تر برای اثبات درستی سینماتیک ارائه شده است. در ادامه ابتدا ریاضیات حاکم بر مسئله، شامل سینماتیک ربات، الگوریتم کنترلی و محاسبات طراحی مسیر مطلوب معرفی می‌گردد. سپس روند اجرای آزمایش‌ها اعم از آماده‌سازی ستاپ آزمایشگاهی و نحوه آزمایش بر دو ساختار متفاوت از ربات و نتایج آن تشریح می‌گردد.

## ۲- ریاضیات حاکم بر مسئله

### ۲-۱- تحلیل ربات

ربات مدنظر یک ربات سری شش درجه آزادی است که تمام مفاصل آن دوارنی می‌باشد. سه درجه‌ی اول آن فعال<sup>۱</sup> و سه درجه‌ی دوم که عملاً کارگیر ربات را تشکیل می‌دهند، غیر فعال<sup>۲</sup> می‌باشند. سهولت ساختاری این ربات و عدم استفاده از انواع گیربکس، الزام استفاده از روش‌های پیچیده [۱۶] برای افزایش دقت و حذف خطای مکانیکی را از بین می‌برد. ذکر این نکته خالی از لطف نیست که سه درجه آزادی کارگیر ربات نسبت به لینک آخر به صورت "رول، یاء، رول"<sup>۳</sup> طراحی شده است. شکل (۱) نمایی از ربات را نشان می‌دهد. طبق شکل (۲) که نحوه‌ی جایگذاری دستگاه‌های مختصات مفاصل در آن نشان داده شده است، پارامترهای دنویت-هارتنبِرگ در جدول (۱) معرفی شده‌اند.

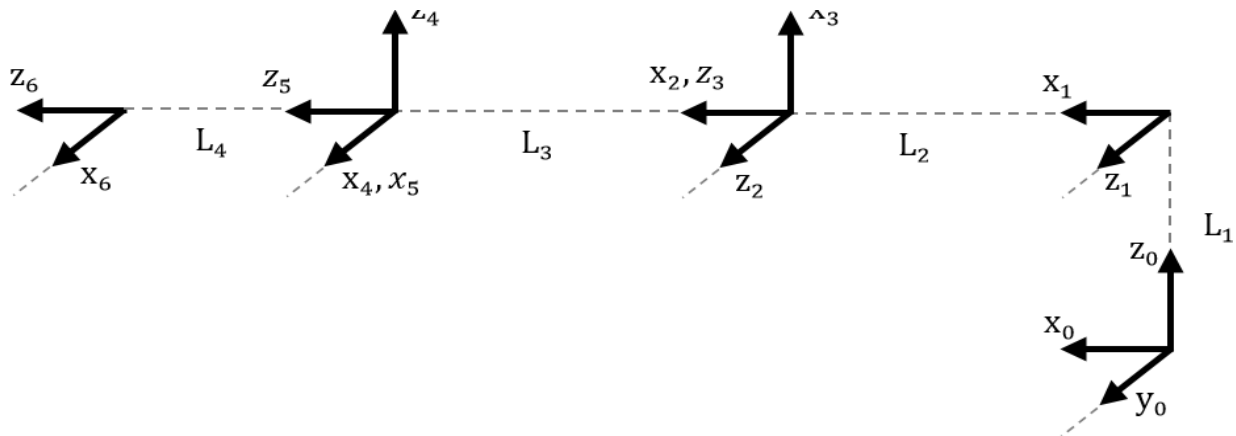


شکل ۱- مدل سالیدورکس ربات مورد بررسی

<sup>۱</sup> active

<sup>۲</sup> passive

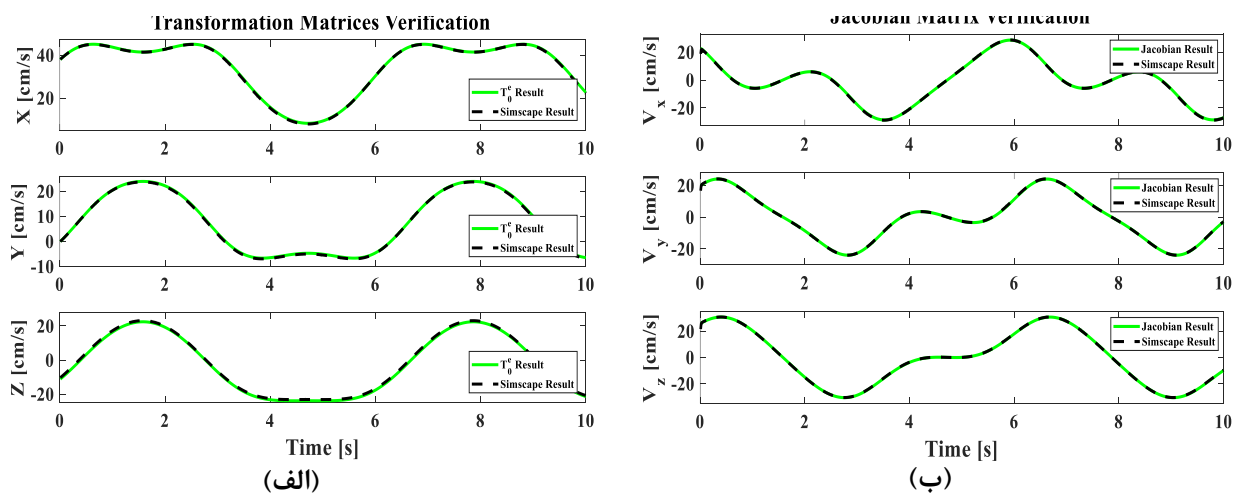
<sup>۳</sup> roll, yaw, roll



شکل ۲- دستگاه‌های تعریف شده بر مفاصل ربات مورد بررسی

جدول ۱- پارامترهای دنویت-هارتنبگ شش درجه آزادی ربات مورد بررسی

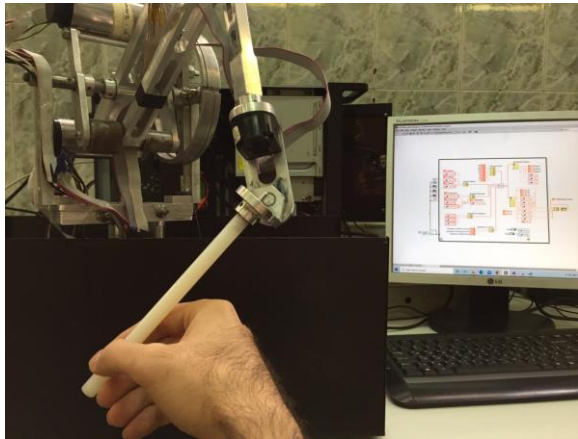
$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$-\pi/2$	$L_1$	$\theta_1$
2	$L_2$	0	0	$\theta_2$
3	0	$-\pi/2$	0	$\theta_3$
4	0	$-\pi/2$	$L_3$	$\theta_4$
5	0	$+\pi/2$	0	$\theta_5$
6	0	0	$L_4$	$\theta_6$



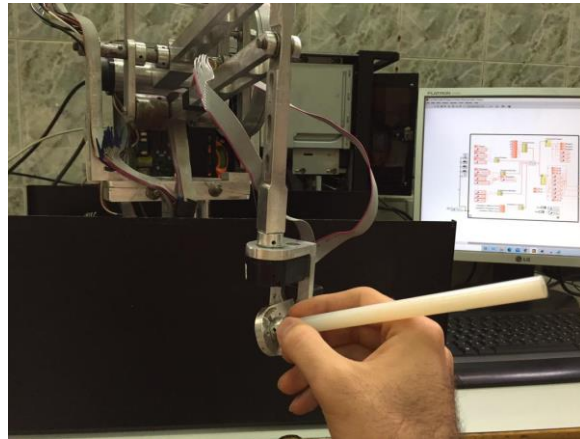
شکل ۳- الف) مقایسه محاسبه موقعیت کارگیر با ماتریس‌های انتقال و محیط سیم‌اسکیپ، ب) مقایسه محاسبه سرعت کارگیر با ماتریس ژاکوبین و محیط سیم‌اسکیپ

محاسبات ماتریس‌های انتقال و ماتریس ژاکوبین ربات طبق قرارداد کتاب اسپانگ [۱۷] در پیوست آمده است. برای اطمینان از درستی سینماتیک مستقیم استخراج شده از محیط سیم‌اسکیپ<sup>۱</sup> نرم‌افزار متلب بهره جسته شد.

<sup>۱</sup> Simscape



شکل ۴- ساختار تاثیرپذیر از شش درجه آزادی ربات



شکل ۵- ساختار تاثیرپذیر از چهار درجه آزادی ربات

در این محیط با وارد کردن مدل سرهم‌بندی شده<sup>۱</sup> ربات از نرم‌افزار سالیدورکس به همراه قیود مربوط به آن حرکت کارگیر ربات را تحلیل شد. روند کار بدین صورت است که برای هر کدام از مفاصل یک حرکت سینوسی متفاوت به صورت تصادفی تعریف شد. سپس روی کارگیر نسبت به دستگاه مختصات مرجع یک سنسور موقعیت و سرعت خطی نصب گردید تا تاثیر حرکت مفاصل روی کارگیر قابل اندازه‌گیری باشد. نتایج درستی ماتریس ژاکوبین در شکل (۳) آورده شده است. ربات مورد بررسی تنها سه درجه فعال دارد؛ یعنی طبق دانش کنترلی به دست آمده از مراجعی مثل [۱۸] بهتر است که کنترلر روی سه درجه آزادی از شش درجه این ربات قرار گیرد. تا اینجا بیمار یا کاربر ربات قلم نصب شده روی کارگیر را به صورت شکل (۴) به دست می‌گرفت و موقعیت نوک قلم به پنج درجه آزادی وابسته بود. اما اگر بیمار قلم را به صورت شکل (۵) به دست گیرد، علاوه بر اینکه سه درجه آزادی غیرفعال کارگیر باعث راحتی کاربر در کشیدن اشکال بر روی صفحات دلخواه می‌شود، نوک قلم به سه درجه آزادی فعال وابسته می‌گردد. اثبات این ادعا در بررسی سینماتیک ربات در این حالت است که در ادامه آمده است.

برای تحلیل سینماتیک ربات با ساختاری طبق شکل (۵) نیاز است. ابتدا دستگاه‌های مختصات بر روی مفاصل ربات جایگذاری شوند. برای جلوگیری از تکرار بهتر است دوباره به شکل (۲) مراجعه شود اما با این تفاوت که تا نقطه‌ی نوک قلم، تنها چهار درجه آزادی ربات درگیر می‌شوند و دو درجه پایانی تنها برای راحتی بیمار در گرفتن و حرکت دادن کارگیر است. بدین ترتیب چهار ردیف اول جدول (۱) پارامترهای سینماتیک ساختار جدید ربات را تشکیل می‌دهد. با توجه به آنکه مقایسه‌ی عملکرد کنترلر بر یک ربات تحریک-ناقص<sup>۲</sup> و تحریک-کامل<sup>۳</sup> در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، موقعیت نهایی کارگیر در این حالت نیز در پیوست آورده شده است.

## ۲-۲- الگوریتم کنترلی

زمانی که نیرویی به یک جسم یا یک سامانه وارد می‌گردد، امپدانس مکانیکی مقدار مقاومت آن جسم یا سامانه در برابر حرکت کردن می‌باشد. با کنترل کردن امپدانس، می‌توان نحوه‌ی رفتار ربات در تقابل با محیط

<sup>۱</sup> assembled

<sup>۲</sup> under-actuated

<sup>۳</sup> fully-actuated

را با تعریف کردن میزان سفتی<sup>۱</sup> و میرایی<sup>۲</sup> محیط برای ربات تعیین کرد. هدف کنترل امپدانس، مهار کردن همزمان مسیر حرکت ربات و نیرویی است که به محیط وارد می‌کند. آشناترین مدلی که رابطه‌ی میان نیرو و حرکت یک جسم را بیان می‌کند، رابطه‌های تعریف شده برای فنر و یا میراکننده<sup>۳</sup> است که به زبان ریاضی در معادله (۱) آورده شده است.

$$F_p = K(P_{\text{desired}} - P_{\text{robot}}) + C(\dot{P}_{\text{desired}} - \dot{P}_{\text{robot}}) + M(\ddot{P}_{\text{desired}} - \ddot{P}_{\text{robot}}) \quad (1)$$

در معادله‌ی (۱)،  $P$  نماینده‌ی موقعیت،  $F_p$  نماینده نیروی فرضی در راستای همان موقعیت و به ترتیب ضرایب  $K$ ،  $C$  و  $M$  بیانگر ضریب فنری، میراگری و جرم مجازی است که برای ربات تعریف می‌گردد. طبق قرارداد موقعیت در جهت محور طول و عرض و ارتفاع به ترتیب با  $X$  و  $Y$  و  $Z$  نمایش داده می‌شود. برای آنکه این نیرو بر کارگیر وارد گردد تا فاصله آن با نقطه مطلوب کاهش یابد (خطا کم شود) باید لینک‌ها توسط موتورهایی که بر مفاصل نصب شده‌اند حرکت کنند.

با توجه به واکاوی سینماتیک ربات مورد بررسی که در پیوست آمده است، موقعیت ربات به پنج درجه آزادی ربات وابسته است. یعنی اگر بتوان پنج درجه‌ی اول ربات را حرکت داد، کارگیر به موقعیت مطلوب خواهد رسید. پس گشتاور مورد نیاز پنج مفصل برای تامین نیروی فرضی کارگیر طبق رابطه حاکم بر علم رباتیک عبارت است از:

$$\tau_{d_{5 \times 1}} = J_{5 \times 3}^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

نتیجه معادله (۲) همان گشتاوریست که باید توسط موتورها تامین شود. حال برای تکمیل الگوریتم کنترل امپدانس نیاز است تا یک کنترلر بر مقدار گشتاور موتورها حاکم شود تا گشتاور موتور را به مقدار گشتاورهای معادله (۲) برساند. دیاگرام بلوکی الگوریتم بیان شده در شکل (۶) آورده شده است [۱۹].

با توجه به آنکه موقعیت و سرعت کارگیر با استفاده از سینماتیک مستقیم و ماتریس ژاکوبین محاسبه خواهد شد، برای تکمیل پارامترهای معادله (۱) طبق معادله‌ی (۳) از سرعت کارگیر مشتق گرفته شد تا شتاب کارگیر به دست آید.

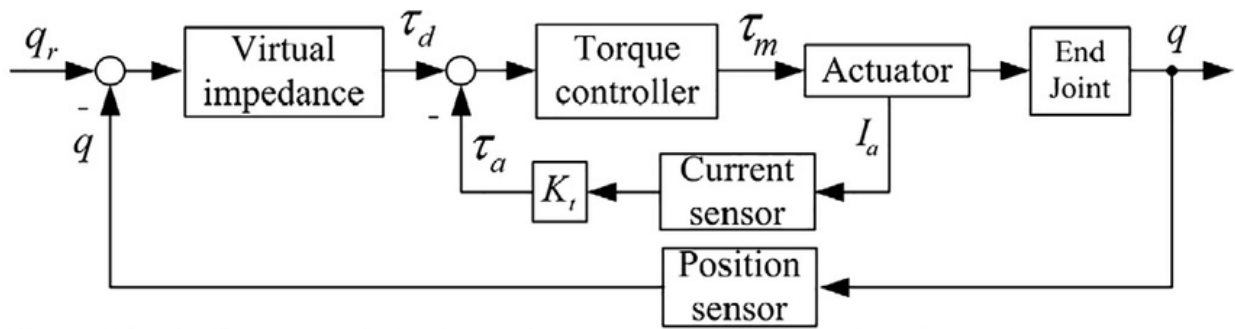
$$\ddot{P} = \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} (J_{3 \times 5} \dot{\Theta}_{5 \times 1}) = \dot{J}_{3 \times 5} \dot{\Theta}_{5 \times 1} + J_{3 \times 5} \ddot{\Theta}_{5 \times 1} \quad (3)$$

بدین ترتیب تمامی مقادیر مورد نیاز برای تشکیل حلقه کنترلی به دست آمد.

<sup>۱</sup> stiffness

<sup>۲</sup> damping

<sup>۳</sup> damper



شکل ۶- دیاگرام بلوکی الگوریتم کنترلر امپدانس [۱۹]

### ۲-۳- طراحی مسیر مطلوب

در این پژوهش در طراحی مسیر مطلوب این نکته مورد توجه قرار گرفته است که تمامی مسیرهای تعریف شده در طول زمان ثابت می‌باشند. به بیانی دیگر برای بیمار اینگونه تعریف شده است که ماندن روی مسیر ایرادی ندارد و نیازی نیست که اشکال مورد نظر با سرعت خاصی کشیده شوند. یعنی اگر بیمار کارگیر را روی یک نقطه از دایره نگه دارد، نیرویی به او وارد نمی‌شود که او را وادار کند تا ادامه‌ی دایره را تکمیل کند. دو تمرین کشیدن یک خط فرضی دلخواه در فضا و کشیدن یک دایره روی صفحه‌ی دلخواه، به عنوان مسیرهای مطلوب برای ربات تعریف می‌گردد تا در حین تمرین توانبخشی بیمار، او را در اجرای آن‌ها یاری دهد. بدین ترتیب نیاز از تا برای به دست آوردن خطای کنترلر، یک نقطه از مسیر مطلوب نسبت به موقعیت هر لحظه ربات برای آن معرفی گردد.

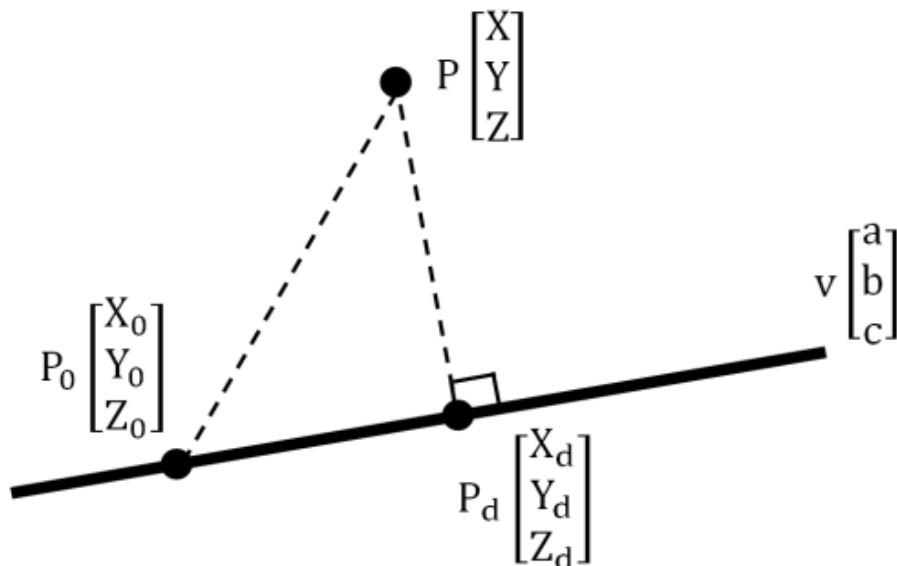
### ۲-۳-۱- محاسبه‌ی نقطه‌ای از خط دلخواه

بر اساس انحراف بیمار از خط مورد نظر، نزدیک‌ترین نقطه از خط به موقعیت کارگیر برای ربات به عنوان نقطه مطلوب معرفی می‌گردد تا ربات کمترین انرژی را برای برگرداندن دست بیمار بر روی خط صرف کند. همان‌طور که در شکل (۷) آمده است، یک خط در فضا با یک نقطه  $P_0$  و یک بردار  $v$  تعریف شده است و  $P_d$  نقطه‌ی مطلوبی است که برای کنترلر تعریف می‌شود. معادله (۴) معادله خط عبوری از این دو نقطه در جهت بردار هادی مطلوب را بیان می‌کند.

$$\frac{X_d - X_0}{a} = \frac{Y_d - Y_0}{b} = \frac{Z_d - Z_0}{c} \quad (4)$$

در شکل (۷) مشهود است که نزدیک‌ترین نقطه خط مطلوب به موقعیت کارگیر همان خط واصل  $\overline{PP}_d$  می‌باشد که بر خط مطلوب نیز عمود است. پس ضرب داخلی بردار هادی خط مطلوب و  $\overline{PP}_d$  باید برابر صفر باشد. معادله (۵) این جمله را به زبان ریاضی بازگو می‌کند.

$$\vec{v} \cdot \overline{PP}_d = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_d \\ Y - Y_d \\ Z - Z_d \end{bmatrix} = a(X - X_d) + b(Y - Y_d) + c(Z - Z_d) = 0 \quad (5)$$

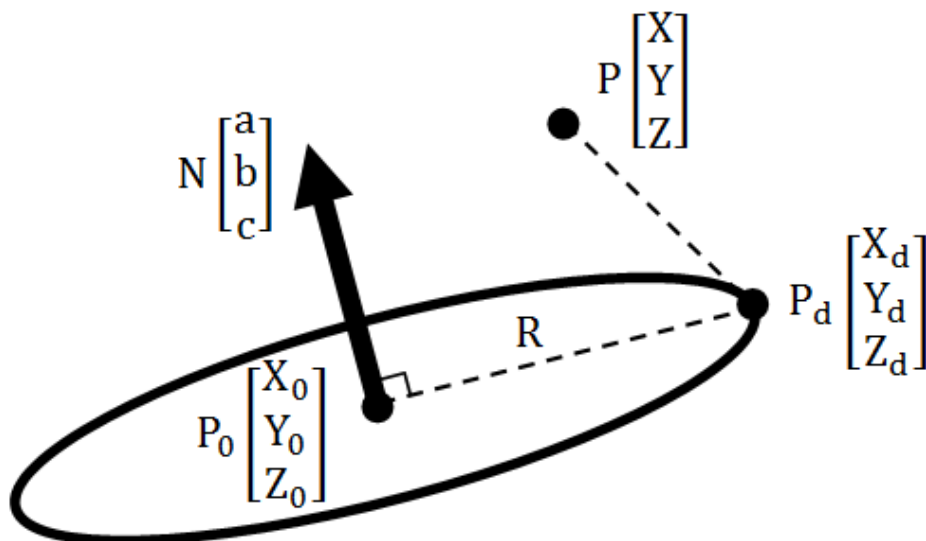


شکل ۷- محاسبه نقطه مطلوب کنترلر با داشتن یک نقطه و بردار هادی خط مطلوب نسبت به موقعیت هر لحظه کارگیر

با حل سه معادله که از معادله‌های (۴) و (۵) استخراج می‌شود، نقطه‌ی مطلوب  $P_d = \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix}$  به دست می‌آید.

### ۲-۳-۲- محاسبه‌ی نقطه‌ای از دایره‌ی دلخواه

تمرین پرتکراری که در طول درمان فیزیوتراپی معمولاً برای بیمار تجویز می‌گردد، کشیدن یک دایره است [۲۰]. برای ارضای این هدف نیاز است یک نقطه از دایره مطلوب به کنترلر معرفی گردد تا با توجه به اختلاف موقعیت کارگیر با آن نقطه، گشتاورهای موتورها را محاسبه کند. از شکل (۸) مشهود است که بهینه‌ترین نقطه‌ی مطلوب ( $P_d$ )، نزدیک‌ترین نقطه دایره به موقعیت کارگیر ( $P$ ) است. برای پیدا کردن این نقطه نیاز است تا یک مسئله بهینه‌سازی ریاضی حل گردد.



شکل ۸- محاسبه نقطه مطلوب کنترلر با داشتن مرکز، شعاع و بردار نرمال صفحه دایره مطلوب نسبت به موقعیت هر لحظه کارگیر



$$f \triangleq \sqrt{(X - X_d)^2 + (Y - Y_d)^2 + (Z - Z_d)^2} \quad (6)$$

از آنجا که بردار نرمال یک صفحه بر تمام خطوط روی آن صفحه عمود است، پس ضرب داخلی بردار نرمال و خط واصل مرکز دایره به نقطه مطلوب ( $\vec{P_0P_d}$ ) برابر صفر است. هر دو شرط مسئله در معادله‌های (۷) و (۸) به زبان ریاضی آمده است.

$$g_1 : \vec{N} \cdot \vec{P_0P_d} = a(X_d - X_0) + b(Y_d - Y_0) + c(Z_d - Z_0) = 0 \quad (7)$$

$$g_2 : (X_d - X_0)^2 + (Y_d - Y_0)^2 + (Z_d - Z_0)^2 = R^2 \quad (8)$$

با تشکیل تابع  $\mathcal{L}$  بهینه‌سازی و حل دستگاه همگن مشتقات جزئی آن، نقطه مطلوب  $P_d = \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix}$  به دست می‌آید.

$$\mathcal{L} = f + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2$$

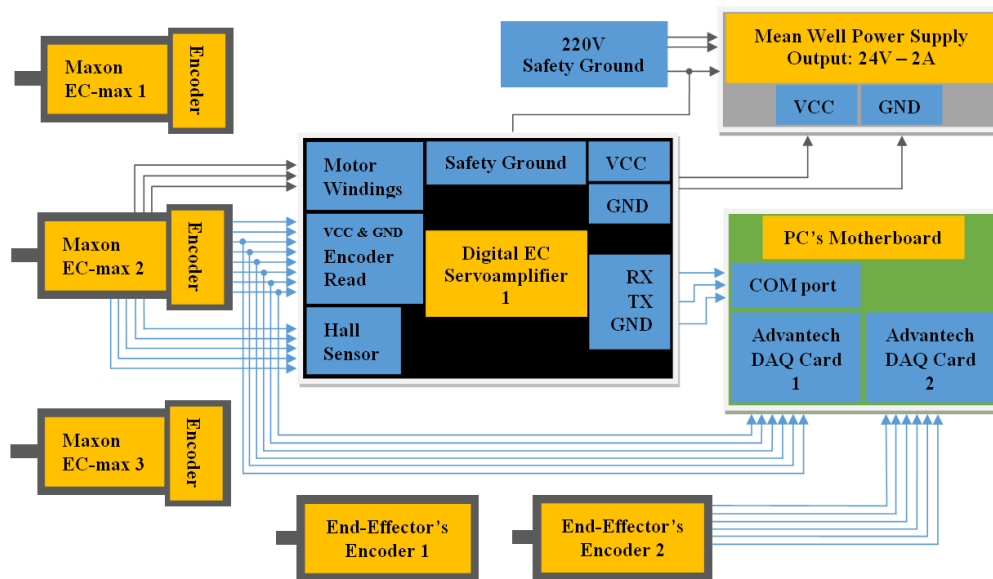
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_d} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_d} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Z_d} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0$$

### ۳- تجهیز ربات و پیاده‌سازی کنترلر

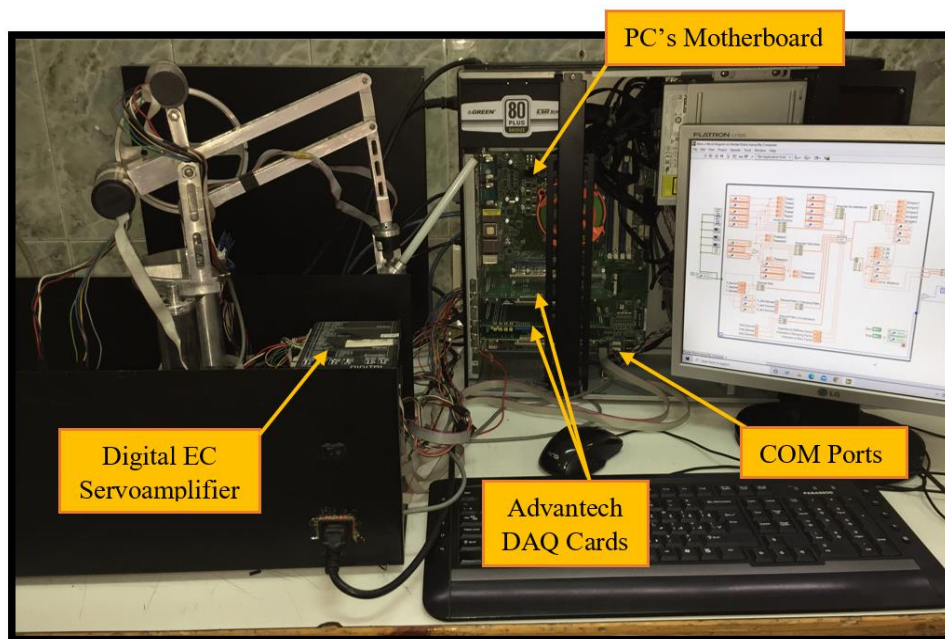
#### ۳-۱- آماده‌سازی محیط مانیتورینگ و کنترل

در یک سامانه رباتیکی یک هسته مرکزی برای پردازش الگوریتم کنترلی، کاوش داده‌های خروجی از حسگرها و صدور فرامین به عملگرها وجود دارد. در این مقاله با به کارگیری یک رایانه‌ی صنعتی به عنوان پردازنده‌ی سامانه، کارت‌های DAQ به عنوان انکودرخوان و نرم‌افزار لب‌ویو<sup>۱</sup> به عنوان محیط صدور فرامین و محاسبات الگوریتم انتخاب گردید. کارت DAQ متعلق به شرکت Advantech مدل PCI-1784U، انکودرهای کارگیر متلق به شرکت Avago مدل HEDL-5540#A12، انکودرهای موتورها و موتورهای ربات و درایور موتورها همگی متعلق به شرکت maxon و به ترتیب مدل EC-max 40 و MR , Type L , 256- و 1024 CPT و DES50/5, Digital 4-Q-EC Servoamplifier می‌باشند. درگاه ارتباطی میان درایورها و کامپیوتر از طریق درگاه سریال انجام شده است. مدار الکتریکی و الکترونیکی طراحی شده برای ربات در شکل (۹) و تصویر کامل ستاپ آزمایشگاهی در شکل (۱۰) آمده است.

<sup>۱</sup> LabVIEW



شکل ۹- مدار الکتریکی و الکترونیکی طراحی شده برای سامانه‌ی مورد بررسی



شکل ۱۰- نمای کاملی از ستاپ آزمایشگاهی تجهیز شده

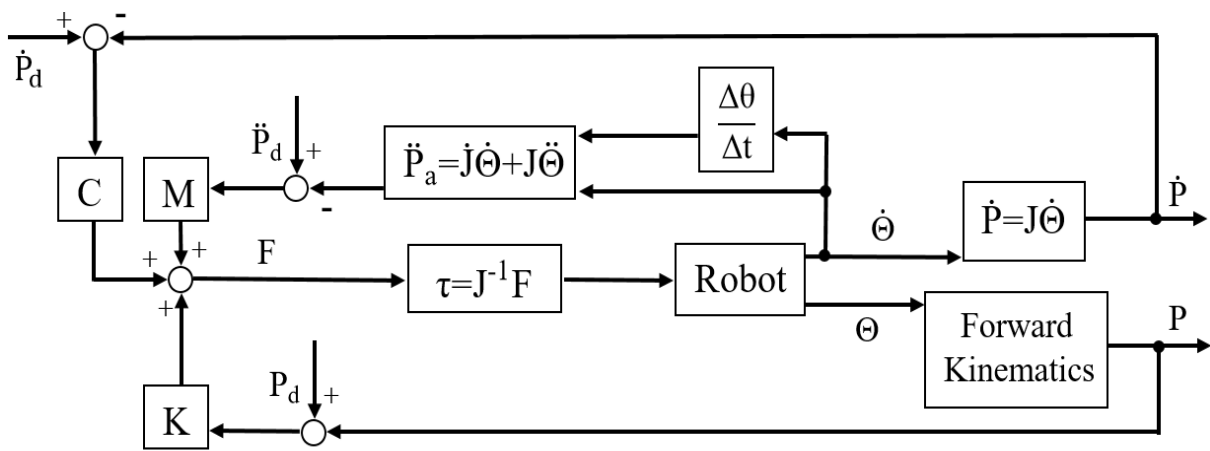
در شکل (۱۰) نمای محیط طراحی شده در نرم‌افزار لیبویو و اجزای اصلی تشکیل دهنده‌ی ستاپ آزمایشگاهی نمایان است.

### ۲-۳- آزمایش‌ها و نتایج

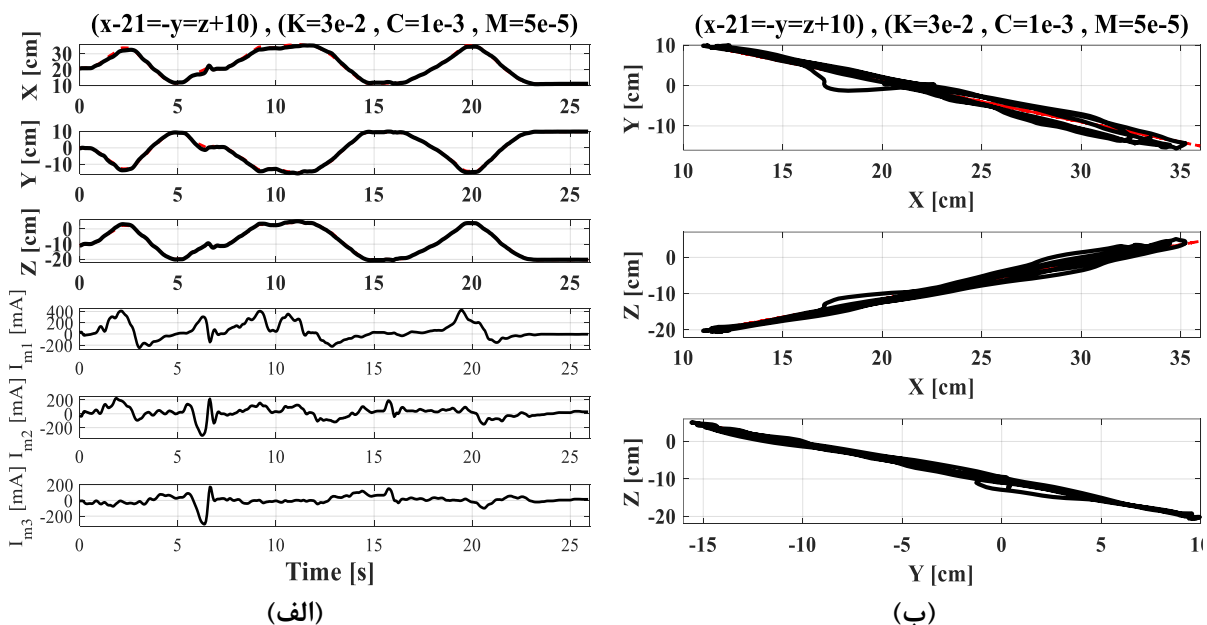
با توجه به آنکه سینماتیک ربات در بخش (۲-۱) با دو ساختار تحریک-ناقص و تحریک-کامل معرفی گردید، طبق دانش کنترلی به دست آمده از مراجعی مثل [۱۸] برای بررسی عملکرد کنترلر ابتدا کنترلر روی ساختار تحریک-کامل پیاده سازی می‌گردد و پس از مقایسه آن با عملکرد مقاله دیگران، بر ساختار تحریک-

ناقص نیز آزمایش می‌شود. قابل ذکر است نحوه پیاده‌سازی الگوریتم کنترلی مطابق با روند مشروح در بخش (۲-۲) است با این تفاوت که حلقه‌ی داخلی کنترل امیدانس که وظیفه کنترل گشتاور را بر عهده دارد، توسط درایور موتورها انجام می‌شود؛ یعنی درایورهای استفاده شده در این پژوهش - که در بخش (۳-۱) معرفی گردید- دارای یک کنترلر داخلی بر روی گشتاور موتورها دارد. شکل (۱۱) خلاصه نحوه پیاده‌سازی الگوریتم کنترلر به صورت دیاگرام بلوکی می‌باشد که شبیه‌سازی‌های آن به کمک حل عددی و روش‌های نیمه‌تحلیلی پژوهش‌های [۲۱]، [۲۲] انجام شده است.

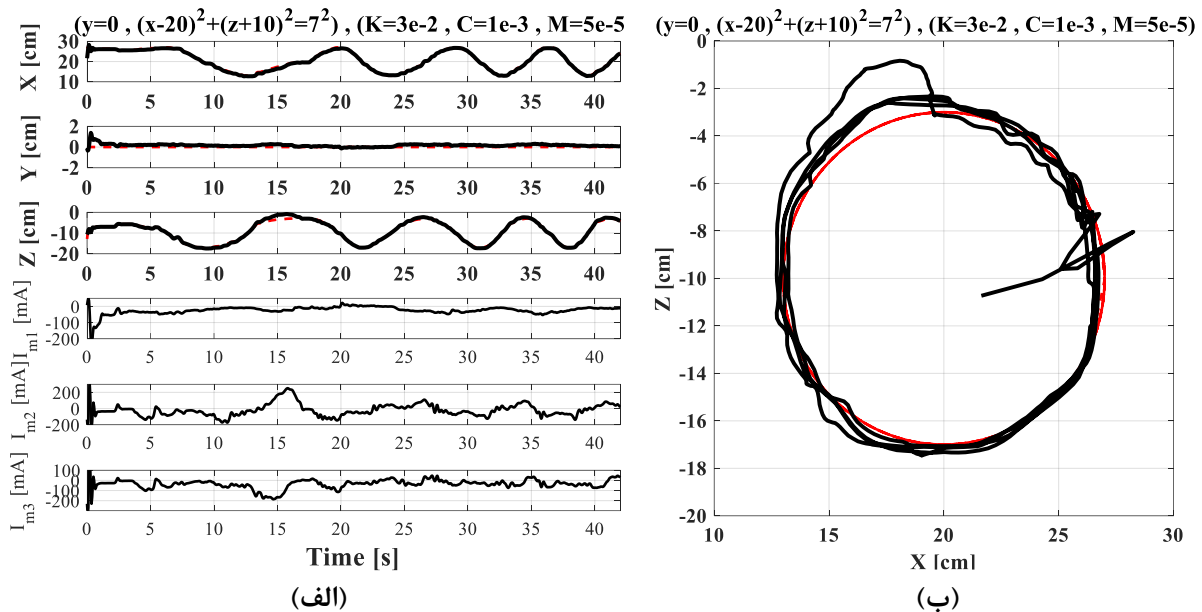
با توجه به آنکه سناریوهای تعریف شده برای ربات، خط و دایره‌ای ثابت با زمان هستند پس دو عبارت  $\dot{P}_d$  و  $\ddot{P}_d$  در دیاگرام شکل (۱۱) برابر صفر هستند. بدین ترتیب نتایج آزمایش کنترلر بر ساختار تحریک-کامل ربات در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) آمده است.



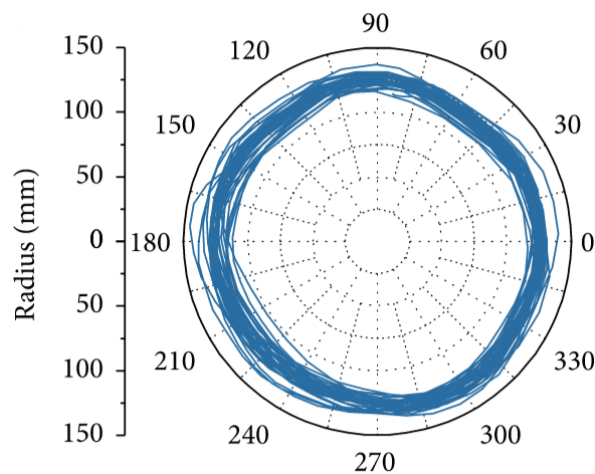
شکل ۱۱- دیاگرام بلوکی کنترلر طراحی شده در مرحله پیاده‌سازی



شکل ۱۲- الف) پاسخ ساختار تحریک-کامل ربات به رسم خط مطلوب و سیگنال‌های کنترلی متناظر آن، ب) نمای کارترین تلاش برای رسم خط مطلوب در فضا با ساختار تحریک-کامل ربات



شکل ۱۳- الف) پاسخ ساختار تحریک-کامل ربات به رسم دایره مطلوب و سیگنال‌های کنترلی متناظر آن، ب) تلاش برای رسم دایره مطلوب با کمک ساختار تحریک-کامل ربات

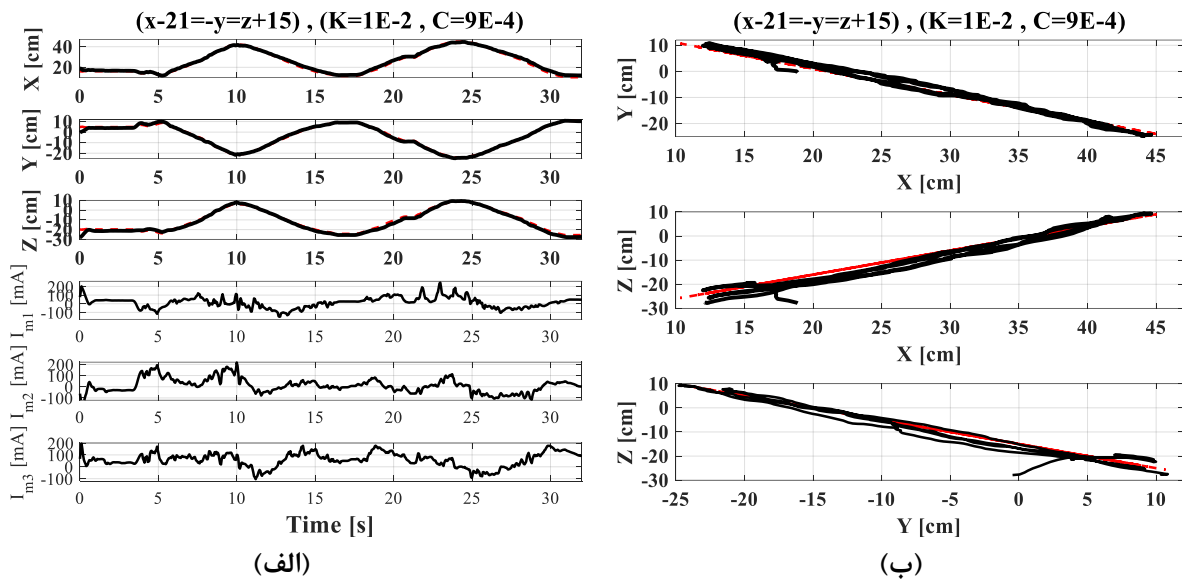


شکل ۱۴- نتیجه‌ی [۱۵] در کشیدن دایره با الگوریتم کنترل امپدانس

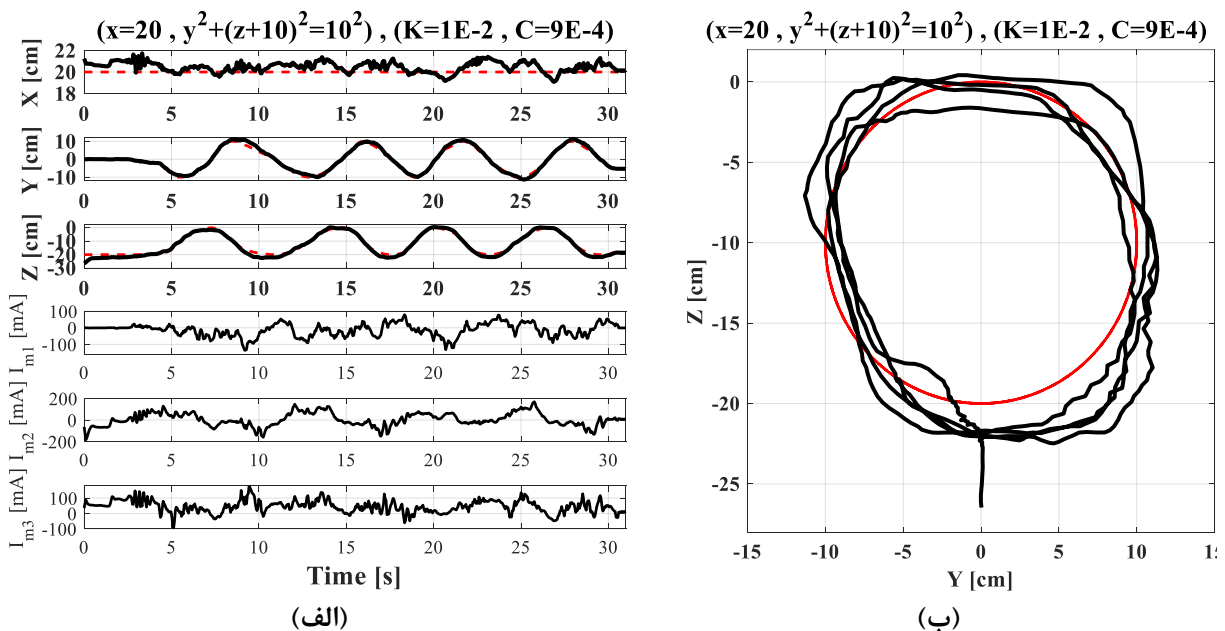
قابل ذکر است که خط و دایره انتخابی به صورت تصادفی انتخاب شده و معادلات هر کدام در فضای کاری ربات و همچنین ضرایب کنترلی اتخاذ شده در عنوان شکل‌ها آورده شده‌اند. با مقایسه شکل (۱۴) از نتایج [۱۵] و شکل (۱۳-ب)، دریافت می‌شود که نتیجه کار این پژوهش با استفاده از کنترلر امپدانس، کاملاً مناسب است. این نکته قابل دفاع است که در شکل (۱۳) نقاطی که از مسیر مطلوب خارج زده است به دلیل نیرویی است که از طرف کاربر به ربات وارد شده و برای مشخص کردن عملکرد کنترلر جهت برگرداندن دست بیمار روی مسیر درست می‌باشد؛ همانطور که از سیگنال‌های کنترلی آورده شده در شکل (۱۳-الف) نیز مشهود است. خطای جذر میانگین مجذور<sup>۱</sup> فاصله‌ی کارگیر از مسیر مطلوب آزمایش‌های شکل (۱۲) و (۱۳) به ترتیب ۰/۵۹ و ۰/۴۱ سانتیمتر می‌باشد.

<sup>۱</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

همین روند آزمایش برای ساختار تحریک-ناقص نیز تکرار شده است. در این حالت سه درجه غیرفعال ربات توسط بیمار هدایت می‌گردد. نتایج آزمایش در این حالت با مسیر مطلوب جدید و تصادفی در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) آورده شده است. همانطور که از نتایج پیداست عملکرد الگوریتم کنترلی برای ساختار تحریک-ناقص نیز قابل قبول است. یعنی هر جا که بیمار از مسیر خارج شده است نیروی جبران‌ساز به او وارد شده تا دست او را به مسیر صحیح هدایت کند. خطای جذر میانگین مجذور فاصله کارگیر از مسیر مطلوب آزمایش‌های شکل (۱۵) و (۱۶) به ترتیب  $1/40$  و  $1/60$  سانتیمتر می‌باشد.



شکل ۱۵- الف) پاسخ ربات به رسم خط مطلوب و سیگنال‌های کنترلی متناظر آن، ب) نمای کارترین تلاش برای رسم خط مطلوب در فضا با ربات شش‌درجه آزادی



شکل ۱۶- الف) پاسخ ربات به رسم دایره مطلوب و سیگنال‌های کنترلی متناظر آن، ب) نمای کارترین تلاش برای رسم دایره مطلوب با ربات شش‌درجه آزادی

#### ۴- نتیجه‌گیری و بحث

در این پژوهش با کمک از مفهوم هنردرمانی، تمرین‌های فیزیوتراپی به‌گونه‌ای طراحی گردید تا کودکان در طول اجرای تمرین‌ها سرگرم شده و انگیزه‌ی کافی برای اجرای تمرین را داشته باشند. در این مسیر پس از شبیه‌سازی گرافیکی ربات مورد بررسی که آزمونی محکم برای اثبات درستی سینماتیک استخراج شده است، الگوریتم کنترل امپدانس مورد بررسی قرار گرفت و با تجهیز کردن یک ستاپ آزمایشگاهی، شامل یک ربات شش‌درجه آزادی، بر روی این ربات مورد آزمایش قرار گرفت. در طول آزمایش برای تعیین عملکرد کنترلر دو ساختار تحریک-کامل و تحریک-ناقص از ربات انتخاب شده و آزمایش‌های لازم با سناریوهای مختلف اجرا گردید. با محاسبه‌ی خطای جذر میانگین مجذور فاصله‌ی کارگیر از مسیر مطلوب، مشخص شد با روش ارائه شده کودکان در طول تمرین‌های توانبخشی خود می‌توانند با دقت حدود یک‌ونیم سانتیمتر اشکال هندسی را در فضای کاری ربات رسم کنند.

#### مراجع

- [1] L. Atanelov, S. Steven, and M. Young, "History of Physical Medicine and Rehabilitation and Its Ethical Dimensions," *AMA J. Ethics*, Vol. 17, No. 6, pp. 568–574, Jun. 2015, doi: 10.1001/journalofethics.2015.17.6.mhst1-1506.
- [2] M. Hillman, "2 Rehabilitation Robotics from Past to Present – A Historical Perspective," in *Advances in Rehabilitation Robotics*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 25–44. doi: 10.1007/10946978\_2.
- [3] M. A. Gull *et al.*, "A 4-DOF Upper Limb Exoskeleton for Physical Assistance: Design, Modeling, Control and Performance Evaluation," *Appl. Sci.*, Vol. 11, No. 13, p. 5865, Jun. 2021, doi: 10.3390/app11135865.
- [4] D. W. Winnicott, "Review: Art Versus Illness," in *The Collected Works of D. W. Winnicott*, Oxford University Press, 2016, pp. 265–268. doi: 10.1093/med:psych/9780190271350.003.0049.
- [5] G. Chen, W. Sheng, Y. Li, Y. Ou, and Y. Gu, "Humanoid Robot Portrait Drawing Based on Deep Learning Techniques and Efficient Path Planning," *Arab. J. Sci. Eng.*, Oct. 2021, doi: 10.1007/s13369-021-06245-8.
- [6] R. Liu, W. Wan, K. Koyama, and K. Harada, "Robust Robotic 3-D Drawing using Closed-Loop Planning and Online Picked Pens," *IEEE Trans. Robot.*, pp. 1–20, 2021, doi: 10.1109/TRO.2021.3113996.
- [7] E. Akdoğan, M. E. Aktan, A. T. Koru, M. Selçuk Arslan, M. Atlıhan, and B. Kuran, "Hybrid Impedance Control of a Robot Manipulator for Wrist and Forearm Rehabilitation: Performance Analysis and Clinical Results," *Mechatronics*, Vol. 49, pp. 77–91, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.mechatronics.2017.12.001.
- [8] J. Omrani and M. M. Moghaddam, "Nonlinear Time Delay Estimation Based Model

- Reference Adaptive Impedance Control for an Upper-limb Human-robot Interaction,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part H J. Eng. Med.*, p. 095441192110549, Nov. 2021, doi: 10.1177/09544119211054919.
- [9] M. M. Moghadam, H. Shahi, and A. Yousefi-Koma, “An Improvement on Impedance Control Performance of an Exoskeleton Suit in the Presence of Uncertainty,” in *2015 3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)*, IEEE, Oct. 2015, pp. 412–417. doi: 10.1109/ICRoM.2015.7367820.
- [10] G. Xu, A. Song, and H. Li, “Adaptive Impedance Control for Upper-limb Rehabilitation Robot Using Evolutionary Dynamic Recurrent Fuzzy Neural Network,” *J. Intell. Robot. Syst.*, 2011, doi: doi.org/10.1007/s10846-010-9462-3.
- [11] X. Li, Y. Liu, and H. Yu, “Iterative Learning Impedance Control for Rehabilitation Robots Driven by Series Elastic Actuators,” *Automatica*, 2018, doi: doi.org/10.1016/j.automatica.2017.12.031.
- [12] M. R. Homaeinezhad and A. Shahhosseini, “High-performance Modeling and Discrete-time Sliding Mode Control of Uncertain Non-commensurate Linear Time Invariant MIMO Fractional Order Dynamic Systems,” *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, Vol. 84, p. 105200, May 2020, doi: 10.1016/j.cnsns.2020.105200.
- [13] M. R. Homaeinezhad and A. Shahhosseini, “Fractional Order Actuation Systems: Theoretical Foundation and Application in Feedback Control of Mechanical Systems,” *Appl. Math. Model.*, Vol. 87, pp. 625–639, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.apm.2020.06.030.
- [14] M. R. Homaeinezhad and A. Shahhosseini, “Parameter-disturbance-robust Model Predictive Control of Input-saturated MIMO Fractional Systems,” *Int. J. Dyn. Control*, Vol. 9, No. 3, pp. 1117–1131, Sep. 2021, doi: 10.1007/s40435-020-00714-y.
- [15] H. Guang, L. Ji, Y. Shi, and B. J. E. Misgeld, “Dynamic Modeling and Interactive Performance of PARM: A Parallel Upper-limb Rehabilitation Robot Using Impedance Control for Patients after Stroke,” *J. Healthc. Eng.*, Vol. 2018, pp. 1–11, 2018, doi: 10.1155/2018/8647591.
- [16] M. R. Homaeinezhad and S. Adineh, “Algorithm for the Torque Sensorless Worm Gearbox Servo Application Based on Kinetic Motion/Friction Realization,” *Simulation*, Vol. 97, No. 8, pp. 545–562, Aug. 2021, doi: 10.1177/00375497211017981.
- [17] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, 1st editio., Vol. 26, No. 6. Wiley, 2006. doi: 10.1109/MCS.2006.252815.
- [18] I. Fantoni, R. Lozano, and S. Sinha, *Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems*, Vol. 55, No. 4. in Communications and Control Engineering, Vol. 55. London: Springer London, 2002. doi: 10.1115/1.1483350.
- [19] H. Li, W. Liu, K. Wang, K. Kawashima, and E. Magid, “A Cable-pulley Transmission Mechanism for Surgical Robot with Backdrivable Capability,” *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, Vol. 49, pp. 328–334, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.rcim.2017.08.011.

[20] T. Krabben, B. I. Molier, A. Houwink, J. S. Rietman, J. H. Buurke, and G. B. Prange, "Circle Drawing as Evaluative Movement Task in Stroke Rehabilitation: An Explorative Study," *J. Neuroeng. Rehabil.*, Vol. 8, No. 1, p. 15, 2011, doi: 10.1186/1743-0003-8-15.

[21] A. Shahhosseini, M.-H. Tien, and K. D'Souza, "Analysis and Evaluation of Piecewise Linear Systems with Coulomb Friction using a Hybrid Symbolic-numeric Computational Method," in *Volume 9: 17th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control (MSNDC)*, American Society of Mechanical Engineers, Aug. 2021. doi: 10.1115/DETC2021-69430.

[22] A. Shahhosseini, M.-H. Tien, and K. D'Souza, "Efficient Hybrid Symbolic-numeric Computational Method for Piecewise Linear Systems with Coulomb Friction," *SSRN Electron. J.*, 2021, doi: 10.2139/ssrn.3940122.

### فهرست نمادهای انگلیسی

C	ضریب میراگری کنترلر
$F_P$	نیروی فرضی در راستای موقعیت P
J	ماتریس ژاکوبین
K	ضریب فنری کنترلر
$\mathcal{L}$	تابع بهینه‌سازی
M	ضریب جرم کنترلر
N	بردار نرمال صفحه‌ی مطلوب
P	موقعیت کارگیر
$P_d$	موقعیت مطلوب
$P_0$	نقطه‌ی دلخواه روی مسیر مطلوب
R	شعاع دایره‌ی مطلوب
v	بردار هادی خط مطلوب
X	طول دکارتی موقعیت کارگیر
Y	عرض دکارتی موقعیت کارگیر
Z	ارتفاع دکارتی موقعیت کارگیر

### نمادهای یونانی

$\Theta$	زاویه‌ی مفصل ربات
$\lambda$	ضریب تاثیر شروط تابع بهینه‌سازی
$\tau$	گشتاور مفاصل ربات



## پیوست

ماتریس‌های انتقال به ترتیب طبق پارامترهای جدول (۱) به دست آمده است.

$$\begin{aligned}
 {}^0_1T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1_2T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & L_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & L_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^2_3T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & -\sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & 0 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3_4T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^4_5T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^5_6T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

بنابراین معادله‌ی (۱-پیوست) ماتریس انتقال ربات تا انتهای نوک قلم ( ${}^0_eT$ ) را نمایش می‌دهد. به دلیل آنکه در ادامه به تمام درایه‌های این ماتریس نیازی نیست، تنها به ذکر ستون آخر ماتریس به عنوان موقعیت کارگیر بسنده شده است.

$${}^0_eT = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T = {}^0_6T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & X_{ee} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & Y_{ee} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & Z_{ee} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1\text{-پیوست})$$

$$\begin{aligned}
 X_{EE} &= L_4 (\sin \theta_5 (\sin \theta_1 \sin \theta_4 + \cos \theta_4 \cos \theta_1 \cos (\theta_2 + \theta_3)) - \cos \theta_5 \cos \theta_1 \sin (\theta_2 + \theta_3)) - L_3 \cos \theta_1 \sin (\theta_2 \\
 &\quad + \theta_3) + L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\
 Y_{EE} &= -L_4 (\sin \theta_5 (\cos \theta_1 \sin \theta_4 - \cos \theta_4 \sin \theta_1 \cos (\theta_2 + \theta_3)) + \cos \theta_5 \sin \theta_1 \sin (\theta_2 + \theta_3)) - L_3 \sin \theta_1 \sin (\theta_2 \\
 &\quad + \theta_3) + L_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 \\
 Z_{EE} &= L_1 - L_2 \sin \theta_2 - L_3 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\
 &\quad - L_4 (\cos \theta_5 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) + \cos \theta_4 \sin \theta_5 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_3 \sin \theta_2))
 \end{aligned}$$

از آنجا که ماتریس ژاکوبین اطلاعات بسیاری درباره ربات عرضه می‌کند، پس این ماتریس طبق معادله‌ی (۲-پیوست) به صورت برداری حاصل می‌شود. توجه شود که هر زیروند  $i$  در این معادله، ستون‌های ماتریس  $J_{\omega_{3 \times 6}}$  و  $J_{v_{3 \times 6}}$  را به عنوان بخش انتقالی و دورانی ماتریس ژاکوبین تشکیل می‌دهد.

$$J_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} J_{v_{3 \times 6}} \\ J_{\omega_{3 \times 6}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( {}^0_iR \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \times ({}^0_eP - {}^0_iP) \\ {}^0_iR \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}; \quad i = 1 \dots n \quad (2\text{-پیوست})$$

نیاز به توضیح دارد که برای به دست آوردن ماتریس ژاکوبین یک ربات  $n$  درجه آزادی طبق معادله‌ی (۲- پیوست)، فرض می‌شود که یک ماتریس انتقال از مبدا مختصات تا مفصل  $i$ م با توجه به معادله‌ی (۳- پیوست) به دست می‌آید. همچنین منظور از  ${}^0P_e$ ، موقعیت کارگیر نسبت به مبدأ مختصات است که از معادله‌ی (۱- پیوست)

$$\left( {}^0P_e = \begin{bmatrix} X_{ee} \\ Y_{ee} \\ Z_{ee} \end{bmatrix} \right) \text{ به دست می‌آید.} \quad (۱- پیوست)$$

$${}^0T_i = {}^0T_1 T_2 T \dots i-1 T_i = \begin{bmatrix} {}^0R_i & {}^0P_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (۳- پیوست)$$

در نتیجه ماتریس ژاکوبین ربات مورد بررسی در معادله‌ی (۴- پیوست) آمده است.

$$J_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & 0 \\ 0 & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & 0 \\ 0 & -\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ 0 & \cos(\theta_1) & \cos(\theta_1) & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ 1 & 0 & 0 & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix} \quad (۴- پیوست)$$

$$\begin{aligned} J_{11} &= -L_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 + L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin \theta_1 \\ &\quad + L_4 (\sin \theta_5 (\cos \theta_1 \sin \theta_4 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_1) + \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_5 \sin \theta_1) \\ J_{12} &= -L_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \\ &\quad - L_4 (\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_5 + \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_4 \sin \theta_5) \\ J_{13} &= -L_4 (\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_5 + \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_4 \sin \theta_5) - L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \\ J_{14} &= L_4 \sin \theta_5 (\cos \theta_4 \sin \theta_1 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \sin \theta_4) \\ J_{15} &= L_4 (\cos \theta_5 (\sin \theta_1 \sin \theta_4 + \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_4) + \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \sin \theta_5) \\ J_{21} &= L_4 (\sin \theta_5 (\sin \theta_1 \sin \theta_4 + \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_4) - \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_5 \sin \theta_1) \\ &\quad - L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ J_{22} &= L_4 (\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_5 - \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_1 \sin \theta_5) - L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin \theta_1 \\ &\quad - L_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ J_{23} &= L_4 (\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \cos \theta_5 - \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_1 \sin \theta_5) - L_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin \theta_1 \\ J_{24} &= -L_4 \sin \theta_5 (\cos \theta_1 \cos \theta_4 + \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin \theta_1 \sin \theta_4) \\ J_{25} &= -L_4 (\cos \theta_5 (\cos \theta_1 \sin \theta_4 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_1) + \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_1 \sin \theta_5) \\ J_{32} &= L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) - L_2 \cos \theta_2 + L_4 (\sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_5) \\ J_{33} &= L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_4 (\sin(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos \theta_4 \sin \theta_5) \\ J_{34} &= +L_4 \sin \theta_4 \sin \theta_5 \sin(\theta_2 + \theta_3) \\ J_{35} &= +L_4 (\sin \theta_5 \cos(\theta_2 + \theta_3) - \cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin(\theta_2 + \theta_3)) \\ J_{44} &= -\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ J_{45} &= \sin \theta_1 \cos \theta_4 + \sin \theta_4 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3) \\ J_{46} &= \sin \theta_5 (\sin \theta_4 \sin(\theta_1) - \cos \theta_4 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cos \theta_3 \cos \theta_2)) \\ &\quad - \cos \theta_5 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ J_{54} &= -\cos \theta_2 \sin \theta_3 \sin \theta_1 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ J_{55} &= \sin \theta_4 (\sin \theta_2 \sin \theta_1 \sin \theta_3 - \cos \theta_3 \sin \theta_1 \cos \theta_2) - \cos \theta_1 \cos \theta_4 \\ J_{56} &= -\sin \theta_5 (\cos \theta_1 \sin \theta_4 + \cos \theta_4 (\sin \theta_2 \sin \theta_1 \sin \theta_3 + \cos \theta_3 \sin \theta_1 \cos \theta_2)) \\ &\quad - \cos \theta_5 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_1) \\ J_{64} &= \sin \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_3 \cos \theta_2 \\ J_{65} &= \sin \theta_4 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ J_{66} &= -\cos \theta_5 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) - \cos \theta_4 \sin \theta_5 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_3 \sin \theta_2) \end{aligned}$$

همچنین پارامترهای دنویت-هارتبرگ ساختار تحریک-کامل در جدول (۱-پیوست) و مختصات نهایی کارگیر در این ساختار نیز در معادله‌ی (۵-پیوست) آمده است. ماتریس‌های انتقال و ژاکوبین این ساختار جهت جلوگیری از زیاده‌گویی حذف شده‌اند. روند به دست آوردن آن‌ها همانند ساختار تحریک-ناقص است که در ابتدای پیوست آورده شده است.

**جدول ۱-** پیوست پارامترهای دنویت-هارتبرگ ساختار تحریک-کامل ربات

<b>i</b>	<b>a<sub>i</sub></b>	<b>α<sub>i</sub></b>	<b>d<sub>i</sub></b>	<b>θ<sub>i</sub></b>
<b>1</b>	0	$-\pi/2$	$L_1$	$\theta_1$
<b>2</b>	$L_2$	0	0	$\theta_2$
<b>3</b>	0	$-\pi/2$	0	$\theta_3$
<b>4</b>	0	$-\pi/2$	$L_3$	$\theta_4$

$$\mathbf{X}_{ee_{3 \times 3}} = L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - L_3 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3) \quad (\text{۵-پیوست})$$

$$\mathbf{Y}_{ee_{3 \times 3}} = L_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 - L_3 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_1)$$

$$\mathbf{Z}_{ee_{3 \times 3}} = L_1 - L_2 \sin \theta_2 - L_3 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \sin \theta_2)$$

## **Impedance Control of a 6-DoF Robot for Upper-limb Rehabilitation of Children through Combination of Drawing and Physiotherapy Exercises**

**Shayan Adineh**

M.Sc., Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modarres University, Tehran, Iran  
shayan\_adineh@modares.ac.ir

\*Corresponding author: **Majid Sadehdel**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modarres University, Tehran, Iran  
majid.sadedel@modares.ac.ir

**Majid Mohammadi Moghaddam**

Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modarres University, Tehran, Iran  
m.moghadam@modares.ac.ir

### **Abstract**

This paper aims to facilitate the process of drawing geometrical shapes for specific therapeutic exercises that have been developed for disabled children by designing a robust controller for a six-degree-of-freedom (DOF) rehabilitation robot. Primarily, an extensive analysis of the robot kinematics has been conducted in which the first three actuators are actively controlled, and the rest can function passively. Subsequently, and for effective patient-robot interaction, impedance control is utilized. This helps the patients to get a predetermined desired level of assistance from the rehabilitation robot for the intended motions. Simultaneously, the level of assistance will also decrease with the course of recovery of the patient. To assess the performance of the controller, different scenarios have been examined and the results are compared with alternative robotic systems of the literature. By calculating the Root Mean Square Errors (RMSE) of the examinations, it is determined that desired geometrical shapes can be drawn with an accuracy of about one centimeter.

*Keywords:* Robotic rehabilitation, Painter robot, Series robot, Impedance control