

# تخمین پروفیل رسوب در لوله یک مبدل حرارتی با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی

کوروش گودرزی<sup>۱</sup>

دانشیار

امین موسائی<sup>۲</sup>

استادیار

علیرضا نامداری<sup>۳</sup>

کارشناسی ارشد

یکی از عوامل مؤثر در کاهش راندمان مبدل حرارتی در طول دوره کارکرد رسوب است. رسوب به صورت یک لایه بر روی یک طرف یا هر دو طرف سطح انتقال حرارت قرار می‌گیرد و در اثر مقاومت حرارتی که از خود نشان می‌دهد باعث کاهش انتقال حرارت عبوری از سطح می‌شود. در نتیجه راندمان مبدل حرارتی را کاهش می‌دهد. بر همین اساس اندازه‌گیری رسوب از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. با اندازه‌گیری دقیق رسوب و اطمینان از این که رسوب از حد مجاز خود فراتر رفته است یا نه می‌توان عملیات رسوب‌زدایی و پاک‌سازی را انجام داد. در این تحقیق از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی CGM جهت تخمین پروفیل لایه‌ی رسوب نامشخص بر روی دیواره درونی لوله، استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای ۲ نوع پروفیل رسوب خطی و زیگزاگ که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته، تخمین به بهترین صورت ممکن صورت گرفته است و نتایج بسیار خوبی بدست آمده است. تکنیکی که در این تحقیق ارائه شده می‌تواند زمانی که ضخامت رسوب از حد مجاز عبور کرده باشد، به عنوان یک سیستم هشداریه جهت تمیزکاری لوله مبدل حرارتی مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های راهنما: مبدل حرارتی، رسوب، روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی

## ۱- مقدمه

مبدل حرارتی دستگاهی است که برای انتقال حرارت مؤثر بین دو یا چند سیال ساخته شده است که در آن دو سیال توسط یک دیواره از هم جدا شده‌اند. بنابراین دو سیال هیچ وقت با یکدیگر مخلوط نمی‌گردند. تأثیر همزمان عواملی چون انتقال گرما و تحلیل افت فشار، برآورد ابعاد و کارایی و جنبه‌های اقتصادی، طراحی مبدل‌های حرارتی را تا اندازه‌ای پیچیده می‌کند. یکی از عوامل مؤثر در کاهش راندمان مبدل حرارتی در طول دوره کارکرد مبدل حرارتی رسوب است. رسوب به صورت یک لایه بر روی یک طرف یا هر دو طرف

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج kgoudarzi@yu.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج mosaie@yu.ac.ir

<sup>۳</sup> کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج ar.namdari@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۵/۲۰، تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۲/۱۱

سطح انتقال حرارت قرار می‌گیرد و در اثر مقاومت حرارتی که از خود نشان می‌دهد باعث کاهش انتقال حرارت عبوری از سطح می‌شود و در نتیجه راندمان مبدل حرارتی کاهش می‌یابد.

محققان مطالعات زیادی در مورد عوامل شکل‌گیری رسوب، تأثیر رسوب بر روی عملکرد مبدل حرارتی، روش‌های اندازه‌گیری رسوب و روش‌های مختلف جلوگیری یا کاهش تشکیل رسوب بر روی سطح انتقال حرارت انجام داده‌اند. در این میان اندازه‌گیری رسوب از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. چون با اندازه‌گیری دقیق رسوب و اطمینان از این که رسوب از حد مجاز خود فراتر رفته است یا نه می‌تواند منجر به عملیات رسوب‌زدایی و پاک‌سازی ضروری شود. در زمینه رسوب و تأثیر آن بر روی عملکرد انتقال حرارت در مبدل‌های حرارتی مطالعاتی بسیار زیادی انجام شده است.

گورین و همکاران [۱] در کشور فرانسه ساخت و نرخ رشد رسوب تشکیل شده از پروتئین ناشی از هدایت الکتریکی محلی در طول فرآیند رسوب‌گیری در مبدل‌های حرارتی صفحه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. آنها تأثیرات غلظت کلسیم (۷۰-۸۸ میلی‌گرم بر لیتر) را در عدد رینولدز (۵۰۰۰-۲۰۰۰) و دمای (۹۶-۶۰ درجه سانتیگراد) بر روی ساختار و نرخ رشد رسوب در مبدل حرارتی بررسی کردند. این کار به وسیله‌ی اندازه‌گیری درجات هدایت الکتریکی رسوب از طریق اجرای الکترودهای فولاد ضدزنگ در کانال‌ها همراه با تخمین ضخامت‌های رسوب انجام شد.

هسلگریواس [۲] در تحقیقی دریافت که اگر بتوان متوسط هدایت حرارتی ته نشین‌ها یا همان لایه‌ی رسوب را برای شرایط فرآیند داده شده تخمین زد، استفاده از عامل رسوب<sup>۱</sup> دلالت بر محاسبه ضخامت رسوب را دارد. ایشان پیشنهاد کردند که ضخامت‌های رسوبی که قابل قبول هستند، باید نسبت به قطر هیدرولیکی مقیاس بندی شوند تا کاهش متناسب در ناحیه جریان را معلوم نماید.

کومار موهانتری و همکاران [۳] از آنالیز استاتیکی جهت ایجاد مدل رشد رسوب یک مبدل حرارتی که تحت رسوب‌گیری قرار دارد، استفاده کردند. آن‌ها آنالیز استاتیکی را برای ۴ نوع مختلف از توزیع در نظر گرفتند. از این ۴ نوع، توزیع لگاریتم معمولی مناسب‌ترین تشخیص داده شد. آزمایش‌هایی با مبدل حرارتی که دارای یک ردیف پوسته و لوله است، انجام شد که در آن مبدل حرارتی از آب هم به عنوان سیال سرد و هم به عنوان سیال گرم استفاده شد. نتایج نشان دادند که ابزار ارائه شده در تشخیص رسوب بحرانی در یک مبدل حرارتی بسیار مؤثر است، که می‌تواند جهت پیش‌بینی برنامه نگهداری بهینه مورد استفاده قرار گیرد. نتایج این کار توانست در پیش‌بینی کارایی انتقال حرارت با توجه به رسوب تشکیل شده در مبدل حرارتی که در حال کار است، کاربرد داشته باشد. و این مساله توانست به سازندگان مبدل‌های حرارتی در طراحی برنامه تمیزکاری کمک کند. یک مشکل جدی در صنعت غذایی رسوب مبدل‌های حرارتی صفحه‌ای است. تشکیل رسوب هم بازده مبدل حرارتی و هم کیفیت غذا را کاهش می‌دهد و همچنین می‌تواند مشکلات بیولوژیکی را ایجاد کند. به منظور نظارت بر تشکیل رسوب درون مبدل‌های حرارتی صفحه‌ای، مرهب و همکاران [۴] در فرانسه یک تکنیک صوتی جدید با استفاده از چندین حسگر غیر فرورونده بهینه‌شده جهت انجام آزمایش‌های درجا<sup>۲</sup> به کار بردند.

<sup>۱</sup> R<sub>f</sub>

<sup>۲</sup> online

امواج صوتی فرکانس پایین از طریق صفحات منتشر می‌شوند و این امواج برای اندازه‌گیری توانایی‌شان جهت تشخیص رسوب درون مبدل‌های حرارتی صفحه‌ای، مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

با مقایسه‌ی سیر تکاملی پارامترهای موج صوتی (مانند توان و تأخیر)، شاخصی از نرخ تشکیل رسوب برای هر ناحیه درون مبدل بدست می‌آید. نتایج این تحلیل نشان دادند که امواج صوتی فرکانس پایین به تشکیل رسوب در مبدل حرارتی صفحه‌ای حساس هستند. نظارت بر تشکیل رسوب و تمیزکاری نیاز زیادی به اندازه‌گیری و تحلیل سیستم دارد. والهایوبر و همکاران [۵] در مطالعه‌ای گسترده کل روش‌های مختلف نظارت بر تشکیل رسوب در مبدل‌های حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند و آنها را ارائه کردند. که از جمله آنها می‌توان به روش‌های تجربی یا آزمایشگاهی (افت فشار، دما و پارامترهای انتقال حرارت، پارامترهای الکتریکی، روش‌های صوتی)، روش‌های عددی و روش‌های محاسباتی اشاره کرد. آنها همچنین در این تحقیق روش‌های مختلف را مورد مقایسه قرار دادند. آقای لالوت و همکاران [۶] روشی را جهت بررسی تشکیل رسوب در یک مبدل حرارتی جریان متقاطع ارائه کردند. آنها رسوب موجود در یک مبدل حرارتی جریان متقاطع را با استفاده از تکنیک مبتنی بر شبکه‌های عصبی بررسی کردند. یک مدل عددی جهت ایجاد داده‌ها (اطلاعات) زمانی که مبدل حرارتی تمیز است مورد استفاده قرار گرفت. در گام نخست، مدلی جهت تولید یک سری زمانی طولانی به وسیله‌ی شبیه‌سازی یک مبدل حرارتی تمیز، استفاده شد. این کار اجازه تعیین مدل شبکه عصبی مبدل حرارتی را می‌دهد. سپس صد مجموعه داده به وسیله شبیه‌سازی یک مبدل حرارتی رسوب-گذاری شده تولید شد و بررسی شد که از آزمایش کاسوم می‌توان جهت بررسی رسوب بدون هیچگونه اختطاری استفاده کرد. کومار موهانتری و همکاران [۷] از فاکتور-سی<sup>۱</sup> جهت نظارت بر تشکیل رسوب در یک مبدل حرارتی پوسته و لوله استفاده کردند. آنها از فاکتور-سی به عنوان ابزاری جهت تحقیق عملکرد مبدل حرارتی با توجه به رسوبی که تشکیل می‌شود، استفاده کردند. در نتیجه اطلاعاتی راجع به حد نهایی رشد رسوب روی سطوح انتقال حرارت ارائه می‌دهد. پارامترهای رسوب به وسیله‌ی اندازه‌گیری نرخ سرعت و افت فشار پیش‌بینی می‌شود. برخلاف معمولی‌ترین روش‌ها، حد نهایی رسوب زمانی که مبدل حرارتی در حالت گذرا قرار دارد، می‌تواند با در نظر گرفته شدن نرخ جریان و افت فشار تشخیص داده شود. ابتدا فاکتور-سی از طریق دوره تمیزکاری محاسبه شد و سپس با مقدار حالت تمیز و طراحی مقایسه شد. نتایج بدست آمده نشان دادند که ابزار پیشنهادی در تشخیص رشد رسوب و تنزل مربوطه در راندمان حرارتی مبدل حرارتی بسیار مؤثر است. از این رو نتایج این کار توانست کاربردهایی در پیش‌بینی کاهش در راندمان به علت تشکیل رسوب که در مبدل حرارتی در حال کار رخ می‌دهد، پیدا کند و توانست به سازندگان مبدل‌های حرارتی جهت برنامه تمیزکاری کمک شایانی کند. در همین راستا جانسون و همکاران [۸] با استفاده از فیلترینگ کالمن تعمیم‌یافته به تشخیص رسوب در مبدل‌های حرارتی پرداختند. کار آنها در رابطه با این است که چگونه مدل‌های حالت فضایی غیرخطی می‌توانند در مبدل‌های حرارتی جهت تشخیص درجای رسوب استفاده شوند. پارامترهای مدل به وسیله‌ی استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافت و اندازه‌گیری دمای خروجی و ورودی و نرخ‌های جریان جرمی تخمین زده شدند. برخلاف مرسوم‌ترین روش‌ها، رسوب می‌تواند در زمانی که مبدل حرارتی در حالت کار است، تشخیص داده شود.

---

<sup>1</sup> C- factor

ابتدا اندازه‌گیری‌ها از یک مبدل حرارتی جریان مخالف جهت تمیز و پاک به منظور بهینه‌سازی فیلتر کالمن استفاده شد. سپس رسوب نیز در نظر گرفته شد. نتایج نشان دادند که روش پیشنهادی بسیار حساس است. بررسی مطالعات انجام شده در این زمینه نشان می‌دهد که روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری ضخامت رسوب وجود دارد که بیشتر آنها نیاز به این دارد که مبدل حرارتی از حالت کار خارج شود یا اکثر روش‌ها از گروه روش‌های تجربی و آزمایشگاهی هستند و نیاز به دستگاه‌های پیچیده و گران قیمت دارند که این قضیه مطلوب نیست. روشی مطلوب است که بتواند ضخامت رسوب را در حالت کار مبدل حرارتی اندازه‌گیری کند و همچنین دارای دقت مناسب باشد و نیاز به دستگاه‌های پیچیده آزمایشگاهی نداشته باشد. به عبارت دیگر روش ارزان قیمتی باشد. در این تحقیق بوسیله روش انتقال حرارت معکوس پروفیل رسوب موجود در مبدل حرارتی لوله‌ای تخمین زده می‌شود. روش مورد نظر دارای سه مزیت مهم است که عبارتند از: دقت بسیار مناسب، نیاز نداشتن به وسایل آزمایشگاهی به جز یک یا چند سنسور (ارزان قیمت) و قابلیت استفاده از روش در حالت کار مبدل حرارتی.

## ۲- تحلیل

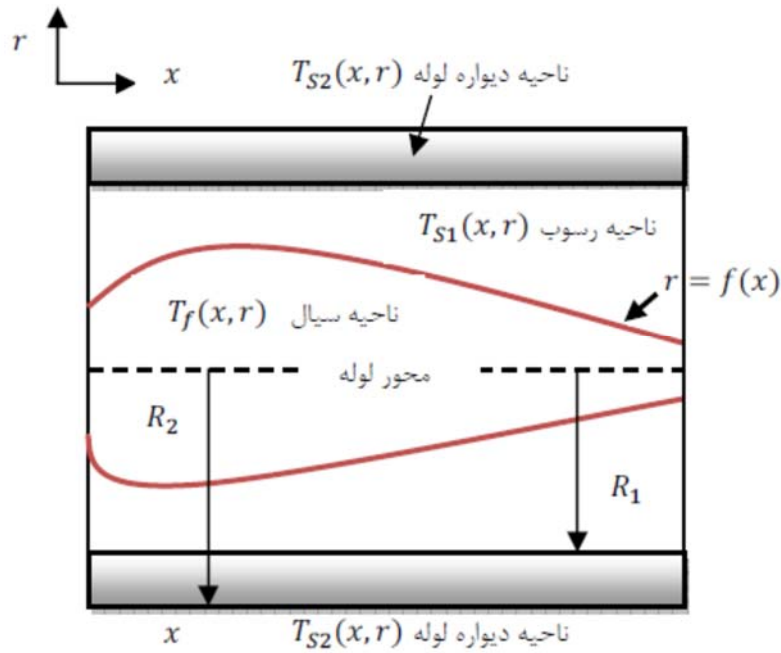
مسائل انتقال حرارت مستقیم مربوط به تعیین توزیع دما در داخل جسم است. در اینگونه مسائل شرایط مرزی، شرط اولیه و خواص فیزیکی محیط مشخص است. اما مسائل انتقال حرارت معکوس<sup>۱</sup> مربوط به تعیین شرط اولیه، شرط مرزی، نرخ تولید انرژی، هندسه مسأله و یا خواص فیزیکی محیط از روی تاریخچه دمای اندازه‌گیری شده در یک یا چند نقطه از جسم است. یکی از مهمترین کاربردهای مسائل انتقال حرارت معکوس کاربرد آن در تعیین هندسه مسأله است یعنی جایی که شرط مرزی در آنجا برقرار است ولی مکان برقراری شرط مرزی مشخص نیست.

همان طور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید در مسأله تخمین پروفیل رسوب هدف تعیین  $T=f(x)$  است. در این مسأله انتقال حرارت علاوه بر مجهول بودن توزیع دما در سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره لوله؛ پروفیل رسوب یعنی مکان سطح مشترک سیال و رسوب مجهول است. با در اختیار داشتن تاریخچه دمایی یک یا چند نقطه از دیواره لوله (با سنسورهایی که در این مکان‌ها قرار می‌دهیم) مسأله از نوع مسائل انتقال حرارت معکوس خواهد بود. برای تعیین پارامتر مجهول از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی جهت تخمین پروفیل رسوب استفاده می‌شود. در ادامه روند حل این مسأله به ترتیب آورده شده است.

### ۲-۱- مسأله مستقیم

جهت نشان دادن تعیین شکل رسوب نامنظم نامعلوم  $f(x)$ ، روی سطح داخلی لوله، مسأله انتقال حرارت حالت دائم زیر را در نظر می‌گیریم. شکل (۱) شماتیکی از سیستم لوله‌ای که قصد تعیین پروفیل رسوب آن را داریم نشان می‌دهد. طول لوله برابر  $L$  است و شعاع‌های داخلی و خارجی به ترتیب برابر  $R_1$  و  $R_2$  هستند.

<sup>1</sup> Inverse Heat Conduction Problems (IHCPs)



شکل ۱- شماتیکی از مختصات استوانه‌ای سیستم لوله به همراه رسوب

دمای سیال در ورودی لوله برابر  $T_{in}(r)$  فرض می‌شود. بعد از مدتی از کارکرد مبدل حرارتی لوله‌ای، لایه‌ای از رسوب بر روی سطح داخلی رسوب ایجاد می‌شود، و فرض می‌شود که تابع  $f(x)$  نامعلوم باشد و هیچ اطلاعاتی در مورد آن در دسترس نباشد. بنابراین فرمول بندی ریاضی مسأله انتقال حرارت حالت دائم، طوری که پوشش دهنده سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره باشد، می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

ناحیه‌ی سیال:

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad T_f = T_{in}(r) \quad (2)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = 0 \quad \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \quad (4)$$

ناحیه‌ی رسوب:

$$\frac{\partial^2 T_{S1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{S1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{S1}}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial T_{S1}}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial T_{S1}}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

ناحیه‌ی دیواره لوله:

$$\frac{\partial^2 T_{S2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{S2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{S2}}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial T_{S2}}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial T_{S2}}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_2 \quad -k_{S2} \frac{\partial T_{S2}}{\partial r} = h(T_{S2} - T_{\infty}) \quad (11)$$

ناحیه‌ی سطح مشترک سیال و رسوب:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad T_f = T_{S1} \quad (12)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad k_f \frac{\partial T_f}{\partial n} = k_{S1} \frac{\partial T_{S1}}{\partial n} \quad (13)$$

ناحیه‌ی سطح مشترک رسوب و دیواره لوله:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad T_{S1} = T_{S2} \quad (14)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad k_{S1} \frac{\partial T_{S1}}{\partial r} = k_{S2} \frac{\partial T_{S2}}{\partial r} \quad (15)$$

که در اینجا  $k$  نشان دهنده ضریب انتقال حرارت هدایتی است. مسأله مستقیمی که در اینجا تعریف شده است به محاسبه‌ی توزیع دما در سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره لوله مربوط می‌شود. البته برای زمانیکه شکل لایه رسوب، خواص ترمودینامیکی و شرایط مرزی معلوم باشند.

## ۲-۲- مسأله انتقال حرارت معکوس

در مسأله انتقال حرارت معکوس، شکل لایه‌ی رسوب  $f(x)$  نامشخص فرض شده در حالی که بقیه پارامترها در معادلات (۱) تا (۱۵) مشخص و معلوم در نظر گرفته شده است. برای حل مسأله معکوس، دما در نقاط مشخص شده‌ای که سنسورها در آنجا قرار می‌گیرند، اندازه‌گیری و از این دماها به عنوان اطلاعات اضافه‌ای برای تخمین تابع مجهول استفاده می‌شود. با توجه به شکل (۱) فرض می‌شود که  $M$  سنسور در طول شعاع  $r = r_m$  جهت ثبت تاریخچه دمایی به منظور تعیین شکل تابع رسوب، قرار می‌گیرد. هدف مسأله معکوس پیش‌بینی پروفیل لایه رسوب  $f(x)$  با آگاهی از دماهای اندازه‌گیری شده بوسیله سنسورها است. جواب مسأله معکوس حاضر طوری بدست می‌آید که تابع زیر مینیمم شود:

$$J(f(x)) = \sum_{i=1}^M (T_{S2}(x_i, r_m) - Y(x_i, r_m))^2 \quad (16)$$

که  $Y$  دماهای اندازه‌گیری شده بوسیله سنسورها و  $T_{S2}$  دماهای تخمین زده شده در محل سنسورها است. این دما از حل معادله مستقیم با فرض  $f^k(x)$  به جای مقدار دقیق  $f(x)$  بدست می‌آید که  $f^k(x)$  نشان دهنده تخمین تابع  $f(x)$  در تکرار  $K$  است.

## ۲-۳- مسأله حساسیت

تابع حساسیت  $\Delta T(x,r)$  که از حل مسأله‌ی حساسیت بدست می‌آید، به عنوان مشتق جهت‌ی دما  $T(x,r)$  در جهت انحراف تابع مجهول تعریف می‌شود. تابع حساسیت جهت محاسبه‌ی اندازه گام جستجو لازم است. مسأله‌ی حساسیت از مسأله‌ی مستقیم تعریف شده توسط معادلات (۱) تا (۱۵) به روش زیر بدست می‌آید. فرض می‌شود هرگاه که در  $T_f(x,r)$  به اندازه  $\Delta T_f(x,r)$ ، در  $T_{s1}(x,r)$  به اندازه  $\Delta T_{s1}(x,r)$  و در  $T_{s2}(x,r)$  به اندازه  $\Delta T_{s2}(x,r)$  اغتشاش ایجاد شود، آنگاه  $f(x)$  به اندازه  $\Delta f(x)$  دستخوش تغییر می‌شود. بنابراین با جایگذاری  $f(x)+\Delta f(x)$  به جای پارامتر  $f(x)$ ،  $T_f(x,r)+\Delta T_f(x,r)$  به جای پارامتر  $T_f(x,r)$ ،  $T_{s1}(x,r)+\Delta T_{s1}(x,r)$  به جای  $T_{s1}(x,r)$  و  $T_{s2}(x,r)+\Delta T_{s2}(x,r)$  به جای  $T_{s2}(x,r)$  در مسأله مستقیم و کم کردن مسأله مستقیم از عبارت‌های حاصل و همچنین صرفنظر کردن از ترم‌های مرتبه ۲، مسأله حساسیت برای توابع حساسیت  $\Delta T_f(x,r)$ ،  $\Delta T_{s1}(x,r)$  و  $\Delta T_{s2}(x,r)$  برای این مورد به صورت زیر بدست می‌آید:

ناحیه‌ی سیال:

$$\frac{\partial^2 \Delta T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_f}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta T_f}{\partial x^2} = 0 \quad (17)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad \Delta T_f = 0 \quad (18)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad \frac{\partial \Delta T_f}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = 0 \quad \frac{\partial \Delta T_f}{\partial r} = 0 \quad (20)$$

ناحیه‌ی رسوب:

$$\frac{\partial^2 \Delta T_{s1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_{s1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta T_{s1}}{\partial x^2} = 0 \quad (21)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial \Delta T_{s1}}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial \Delta T_{s1}}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

ناحیه‌ی دیواره لوله:

$$\frac{\partial^2 \Delta T_{s2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_{s2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta T_{s2}}{\partial x^2} = 0 \quad (24)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial \Delta T_{s2}}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial \Delta T_{s2}}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_2 \quad -k_{s2} \frac{\partial \Delta T_{s2}}{\partial r} = h \Delta T_{s2} \quad (27)$$

ناحیه‌ی سطح مشترک سیال و رسوب:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad \Delta T_f = \Delta T_{s1} \quad (28)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad k_f \frac{\partial \Delta T_f}{\partial n} = k_{S1} \frac{\partial \Delta T_{S1}}{\partial n} \quad (29)$$

ناحیه‌ی سطح مشترک رسوب و دیواره لوله:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad \Delta T_{S1} = \Delta T_{S2} \quad (30)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad k_{S1} \frac{\partial \Delta T_{S1}}{\partial r} = k_{S2} \frac{\partial \Delta T_{S2}}{\partial r} \quad (31)$$

## ۲-۴- مسأله الحاقی

برای رسیدن به مسأله الحاقی که نقش مهمی را در روش گرادیان مزدوج ایفا می‌کند، روند خاصی طی می‌شود که در ادامه آمده است. دماهای تخمین زده شده برای هر ناحیه باید معادله مستقیم مربوط به همان ناحیه را ارضاء کند. جهت بدست آوردن مسأله الحاقی، معادله (۱) را در افزایش لگرانژی  $\lambda_f(x,r)$  معادله (۵) را در افزایش لگرانژی  $\lambda_{S1}(x,r)$  و معادله (۸) را در افزایش لگرانژی  $\lambda_{S2}(x,r)$  ضرب کرده و از عبارتهای حاصل شده بر روی دامنه مکان مربوط به هر ناحیه انتگرال گیری می‌شود. سپس نتایج به سمت راست معادله (۱۶) اضافه می‌شود طوری که عبارت زیر برای تابع  $J(f(x))$  مسأله حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} J(f(x)) = & \sum_{i=1}^M (T_{S2}(x_i, r_m) - Y(x_i, r_m))^2 \\ & + \int_0^{f(x)} \int_0^L r \lambda_f \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \right) dx dr \\ & + \int_{f(x)}^{R_1} \int_0^L r \lambda_{S1} \left( \frac{\partial^2 T_{S1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{S1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{S1}}{\partial x^2} \right) dx dr \\ & + \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L r \lambda_{S2} \left( \frac{\partial^2 T_{S2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{S2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{S2}}{\partial x^2} \right) dx dr \end{aligned} \quad (32)$$

تغییرات  $J(f(x))$  با جایگزین کردن  $T_f(x,r) + \Delta T_f(x,r)$  به جای  $T_f(x,r)$ ،  $T_{S1}(x,r) + \Delta T_{S1}(x,r)$  به جای  $T_{S1}(x,r)$  و  $T_{S2}(x,r) + \Delta T_{S2}(x,r)$  به جای  $T_{S2}(x,r)$  در معادله (۳۲) و کم کردن آن از معادله اصلی (۳۲) و با صرف نظر کردن از ترم‌های مرتبه دو بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta J(f(x)) = & \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L 2(T_{S2}(x, r) - Y(x, r)) \Delta T_{S2} \delta(x - x_i) \\ & \delta(r - r_m) dx dr \\ & + \int_0^{f(x)} \int_0^L r \lambda_f \left( \frac{\partial^2 \Delta T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_f}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Delta T_f}{\partial x^2} \right) dx dr \\ & + \int_{f(x)}^{R_1} \int_0^L r \lambda_{S1} \left( \frac{\partial^2 \Delta T_{S1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_{S1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta T_{S1}}{\partial x^2} \right) dx dr \\ & + \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L r \lambda_{S2} \left( \frac{\partial^2 \Delta T_{S2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta T_{S2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta T_{S2}}{\partial x^2} \right) dx dr \end{aligned} \quad (33)$$



که  $\delta$  نشان دهنده تابع دلتای دیراک است. با استفاده از انتگرال گیری جزء به جزء، از انتگرال های دوگانه واقع در عبارات دوم تا چهارم سمت راست معادله (۳۳) انتگرال گیری می شود. از شرایط مرزی موجود در مسأله حساسیت نیز استفاده می شود. سپس،  $\Delta J$  به سمت صفر میل داده می شود. با به سمت صفر میل دادن جملات شامل  $\Delta T$ ، مسأله الحاقی زیر برای محاسبه  $\lambda_f(x,r)$ ،  $\lambda_{S1}(x,r)$  و  $\lambda_{S2}(x,r)$  بدست می آید.

ناحیه سیال:

$$\frac{\partial^2 \lambda_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \lambda_f}{\partial r} + \frac{\partial^2 \lambda_f}{\partial x^2} = 0 \quad (34)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad \lambda_f = 0 \quad (35)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } 0 \leq r \leq f(x) \quad \frac{\partial \lambda_f}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = 0 \quad \frac{\partial \lambda_f}{\partial r} = 0 \quad (37)$$

ناحیه رسوب:

$$\frac{\partial^2 \lambda_{S1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \lambda_{S1}}{\partial x^2} = 0 \quad (38)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial x} = 0 \quad (39)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } f(x) \leq r \leq R_1 \quad \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial x} = 0 \quad (40)$$

ناحیه دیواره لوله:

$$\frac{\partial^2 \lambda_{S2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \lambda_{S2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \lambda_{S2}}{\partial x^2} + \frac{2(T_{S2}(x,r) - Y(x,r))}{r} \delta(x - x_i) \delta(r - r_m) = 0 \quad (41)$$

$$\text{at } x = 0 \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial \lambda_{S2}}{\partial x} = 0 \quad (42)$$

$$\text{at } x = L \text{ and } R_1 \leq r \leq R_2 \quad \frac{\partial \lambda_{S2}}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_2 \quad -k_{S2} \frac{\partial \lambda_{S2}}{\partial r} = h \lambda_{S2} \quad (44)$$

ناحیه سطح مشترک سیال و رسوب:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad k_{S1} \lambda_f = k_f \lambda_{S1} \quad (45)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = f(x) \quad k_{S1} \frac{\partial \lambda_f}{\partial n} = k_f \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial n} \quad (46)$$

ناحیه سطح مشترک رسوب و دیواره لوله:

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad k_{S2} \lambda_{S1} = k_{S1} \lambda_{S2} \quad (47)$$

$$\text{at } 0 \leq x \leq L \text{ and } r = R_1 \quad \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial r} = \frac{\partial \lambda_{S2}}{\partial r} \quad (48)$$

بنابراین مسأله الحاقی را می‌توان به روشی مشابه با مسأله مستقیم حل کرد. در فرآیند به کار رفته جهت بدست آوردن مسأله الحاقی در فوق، تنها ترم انتگرالی زیر باقی می‌ماند:

$$\Delta J(f(x)) = \int_0^L - \left( r \frac{\partial T_{S1}}{\partial n} \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial n} \right)_{f(x)} \Delta f(x) dx \quad (49)$$

در این صورت با در نظر گرفتن این فرضیه که تابع مجهول  $f(x)$  به فضای توابع انتگرال‌پذیر مربعی تعلق دارد،  $\Delta J(f(x))$  توسط رابطه‌ی زیر به  $\nabla J(f(x))$  ارتباط دارد:

$$\Delta J(f(x)) = \int_0^L \nabla J(f(x)) \Delta f(x) dx \quad (50)$$

بنابراین، مقایسه دو معادله‌ی بالا منجر به عبارت زیر برای  $\nabla J(f(x))$  می‌شود:

$$\nabla J(f(x)) = J'(x) = - \left( r \frac{\partial T_{S1}}{\partial n} \frac{\partial \lambda_{S1}}{\partial n} \right)_{f(x)} \quad (51)$$

## ۲-۵- فرآیند تکرار

فرآیند تکرار روش‌های گرادیان مزدوج برای کمینه کردن ترم  $J(f(x))$  به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$f^{K+1}(x) = f^K(x) - \beta^K p^K(x), \quad K = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (52)$$

که در آن  $\beta^K$  اندازه گام جستجو و  $p^K(x)$  سمت نزول است و  $\beta^K$  و  $p^K(x)$  شماره‌ی  $K$  تکرار است. سمت نزول ترکیبی از گرادیان  $J(f(x))$  یعنی  $\nabla J(f^K(x))$  و جهت نزول تکرار قبل است. یعنی [۹]:

$$p^K(x) = J'^K(x) + \gamma^K p^{K-1}(x) \quad (53)$$

روابط متفاوتی برای ضریب مزدوج  $(\gamma^K)$  ارائه شده است. فلتچر - ریوس رابطه‌ی زیر را برای ضریب مزدوج ارائه کرده‌اند [۹]:

$$\gamma^K = \frac{\sum_{i=1}^M (J'^K(x) \delta(x - x_i))^2}{\sum_{i=1}^M (J'^{K-1}(x) \delta(x - x_i))^2} \quad \text{با } \gamma^0 = 0 \quad (54)$$

اثبات شده است که با همگرایی روند تکراری فوق، تابع  $J(f(x))$  کمینه می‌شود. برای اجرای روند تکراری مطابق با فرمول (۵۲) نیاز به محاسبه اندازه گام جستجو  $(\beta^K)$  و گرادیان تابع  $J^K(x)$  (یعنی  $J'^K(x)$ ) است. تابع  $J(f^{K+1}(x))$  برای تکرار  $K+1$  با استفاده از فرمول (۱۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$J(f^{K+1}(x)) = \sum_{i=1}^M (T_{S2}(f^K) - \beta^K \Delta T_{S2}(p^K) - Y(x_i, r_m))^2 \quad (55)$$

که  $T_{S2}(f^K)$  جواب مسأله مستقیم (معادلات (۱) تا (۱۵)) در  $(x,r)=(x_i,r_m)$  با استفاده از تخمین  $f^K(x)$  برای مقدار دقیق  $f(x)$  است. تابع حساسیت  $\Delta T_{S2}(p^K)$  جواب معادلات (۱۷) تا (۳۱) در نقاط اندازه‌گیری  $(x,r)=(x_i,r_m)$ ، با در نظر گرفتن  $\Delta f(x)=p^K(x)$  می‌باشد. اندازه گام جستجو ( $\beta^K$ ) توسط کمینه‌سازی تابع داده شده توسط معادله (۵۵) با توجه به  $\beta^K$  تعیین می‌شود. بعد از انجام عملیات و مرتب‌سازی عبارت زیر بدست می‌آید [۹]:

$$\beta^K = \frac{\sum_{i=1}^M \Delta T_{S2}(p^K) (T_{S2}(f^K) - \beta^K \Delta T_{S2}(p^K) - Y(x_i, r_m))}{\sum_{i=1}^M (\Delta T_{S2}(p^K))^2} \quad (56)$$

بعد از محاسبه‌ی سمت نزول  $p^K(x)$ ، ضریب مزدوج  $\gamma^K$  و اندازه گام جستجو  $\beta^K$ ، فرآیند تکرار داده شده توسط معادله‌ی (۵۲) بکار برده می‌شود تا اینکه معیار همگرایی را ارضاء کند.

## ۲-۶- معیار توقف

روش گرادیان مزدوج در صورت بکارگیری اصل ناهمخوانی برای توقف فرآیند تکرار خوش رفتار است. معیار توقف بر اساس اصل ناهمخوانی یک تکرار منظمی را برای روش گرادیان مزدوج فراهم می‌کند. این معیار توقف بصورت زیر است [۹]:

$$J(f(x)) < \varepsilon \quad (57)$$

معیار خطا  $\varepsilon$  طوری انتخاب می‌شود که جواب‌های یکنواختی در هنگام بکارگیری داده‌های شامل خطاهای تصادفی بدست می‌آید. جواب‌ها زمانی دقت لازم را دارند که [۹]:

$$|Y(x_i, r_m) - T_{S2}(x_i, r_m)| \cong \sigma \quad (58)$$

$\sigma$  انحراف معیار خطاهای اندازه‌گیری است. بنابراین  $\sigma$  در معادله ۵۶ بدین صورت بدست می‌آید [۹].

$$\varepsilon = M\sigma^2 \quad (59)$$

چنین فرآیندی روش گرادیان مزدوج را نتیجه می‌دهد.

## ۲-۷- الگوریتم روش گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای تخمین تابع

الگوریتم این روش که منجر به تخمین تابع  $f(x)$  می‌گردد عبارت است از:

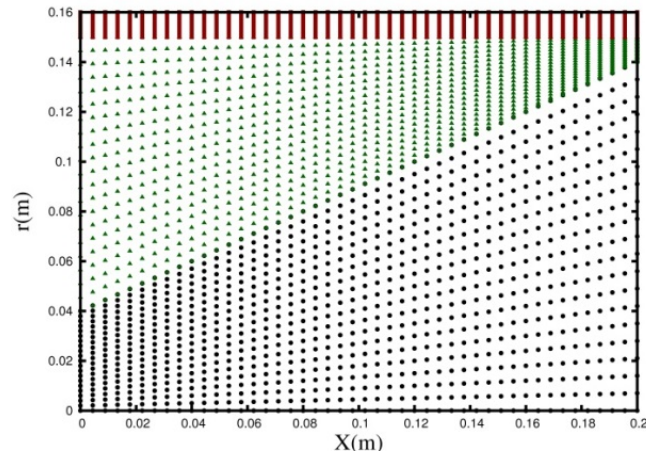
$k=0$  قرار می‌دهیم و سپس:

۱. در نظر گرفتن  $f^k(x)$  به عنوان حدس اولیه برای تابع  $f(x)$ .
۲. حل مسأله مستقیم داده شده توسط معادلات (۱) تا (۱۵) به منظور محاسبه  $T_{S1}(x, \Gamma)$ ،  $T_f(x, \Gamma)$  و  $T_{S2}(x, \Gamma)$  بر اساس  $f^k(x)$ .
۳. چک کردن معیار توقف. اگر شرط توقف ارضاء نشود باید به مرحله ۴ بروید، در غیر این صورت تخمین تابع  $f(x)$  به پایان رسیده و به مرحله ۱۰ بروید.
۴. با دانستن  $T_{S1}(x, \Gamma)$ ،  $T_f(x, \Gamma)$  و  $T_{S2}(x, \Gamma)$  و دمای اندازه‌گیری شده  $Y(x_i, \Gamma_m)$ ، مسأله الحاقی یعنی معادلات (۳۴) تا (۴۸) را حل کرده و  $\lambda_f(x, \Gamma)$ ،  $\lambda_{S1}(x, \Gamma)$  و  $\lambda_{S2}(x, \Gamma)$  را محاسبه کنید.
۵. با دانستن  $\lambda_f(x, \Gamma)$ ،  $\lambda_{S1}(x, \Gamma)$  و  $\lambda_{S2}(x, \Gamma)$ ،  $\nabla J(f^k(x))$  را محاسبه کنید.
۶. با داشتن  $\nabla J(f^k(x))$ ،  $\gamma^k$  را و سپس جهت نزول  $p^k(x)$  را محاسبه کنید.
۷.  $\Delta p^k(x) = f^k(x)$  را قرار داده و سپس مسأله حساسیت را به منظور محاسبه  $\Delta T_{S1}(x, \Gamma)$ ،  $\Delta T_f(x, \Gamma)$  و  $\Delta T_{S2}(x, \Gamma)$  حل کنید.
۸. با دانستن  $\Delta T_{S1}(x, \Gamma)$ ،  $\Delta T_f(x, \Gamma)$  و  $\Delta T_{S2}(x, \Gamma)$ ، اندازه گام جستجو  $\beta^k$  را محاسبه کنید.
۹. با دانستن  $p^k(x)$  و  $\beta^k$ ، تخمین جدید  $f^{(k+1)}(x)$  را از معادله (۵۲) محاسبه کنید و  $K+1$  را جایگزین  $K$  کنید و به مرحله ۲ بازگردید.
۱۰. پایان

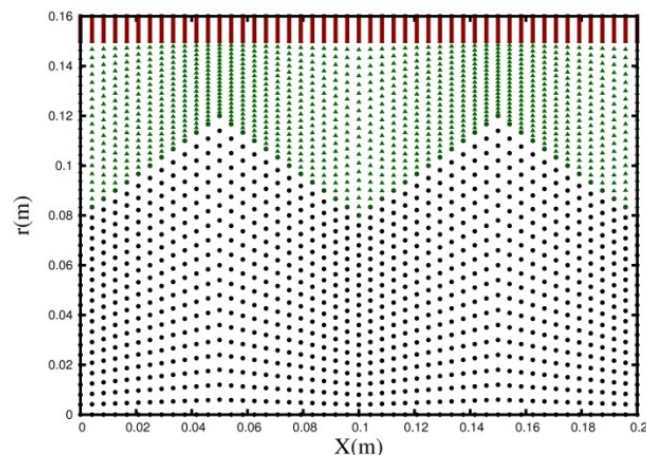
### ۳- نتایج و بحث

با توجه به اهمیت رسوب در مبدل‌های حرارتی و ضرورت اندازه‌گیری آن در این پژوهش سعی شده است که با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس پروفیل رسوب موجود در مبدل حرارتی (لوله مبدل حرارتی) تخمین زده شود. در روش انتقال حرارت معکوس پیشینه دمایی یک یا چند نقطه، با استفاده از سنسورهای که در آن مکان‌ها قرار می‌گیرد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. به دلیل فراهم نبودن شرایط آزمایشگاهی از داده‌های شبیه‌سازی شده در پژوهش حاضر استفاده شده است.

جهت حل معادلات حاکم بر مسأله، هم فضای فیزیکی مسأله و هم معادلات حاکم بر این فضا به فضای محاسباتی انتقال داده شده است. از روش عددی اختلاف محدود جهت گسسته‌سازی معادلات حاکم بر فضای محاسباتی استفاده شده است. مسأله انتقال حرارت معکوس در این پژوهش به صورت تک‌سنسوری انجام شده است به این معنی که تنها از یک سنسور که محل آن در دیواره بیرونی و مرکز طول لوله قرار دارد استفاده شده است. تخمین پروفیل رسوب با استفاده از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای ۲ نوع مختلف رسوب (رسوب خطی و رسوب زیگزاگ) انجام شده است.



شکل ۲- مش بندی برای رسوب خطی در فضای فیزیکی



شکل ۳- مش بندی برای رسوب زیگزاگ در فضای فیزیکی

جهت حل معادلات مستقیم، حساسیت و الحاقی بایستی از روش عددی اختلاف محدود استاندارد استفاده شده است. در این روش دامنه‌ای که معادلات در آن برقرار هستند به تعدادی گره تقسیم شده است. به عبارت دیگر شبکه بندی دامنه حل در سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره در هر دو حالت (رسوب خطی و رسوب زیگزاگ) در شکل های (۲) و (۳) نشان داده شده است. برای مشخص کردن گره‌ها در نواحی مختلف از رنگ‌های متفاوت استفاده شده است.

اندازه شبکه در دو حالت رسوب خطی و زیگزاگ و در سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره رسوب در جداول (۱) و (۲) نشان داده شده است.

در حالت رسوب خطی، مقدار رسوب شبیه‌سازی شده در کل طول لوله مقداری ثابت در نظر گرفته شده است و دارای فرمول زیر است.

$$f(x) = 0.04 + x/2 \quad 0.00 \leq x(m) \leq 0.20 \quad (۶۰)$$

در حالت زیگزاگ مقدار رسوب شبیه‌سازی شده در طول لوله به صورت زیگزاگ و با فرمول زیر تغییر می‌کند.

$$f(x) = \begin{cases} 0.08 + \frac{4}{5}(x - 0.00) & 0.00 \leq x(m) \leq 0.05 \\ 0.12 - \frac{4}{5}(x - 0.05) & 0.05 \leq x(m) \leq 0.10 \\ 0.08 + \frac{4}{5}(x - 0.10) & 0.10 \leq x(m) \leq 0.15 \\ 0.12 - \frac{4}{5}(x - 0.15) & 0.15 \leq x(m) \leq 0.20 \end{cases} \quad (۶۱)$$

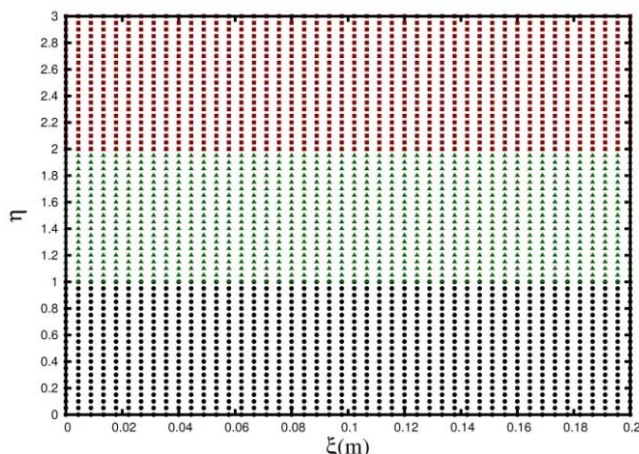
همان طور که دیده می‌شود بعد از مش بندی، حجم کنترل‌ها مستطیلی نیستند. بنابراین از فرمول‌های استاندارد روش اختلاف محدود نمی‌توان استفاده کرد. برای رفع این مشکل لازم است که حجم کنترل‌های غیر مستطیلی در فضای فیزیکی را به حجم کنترل‌های مستطیلی در فضای محاسباتی نگاشت کرد (شکل-های (۴) و (۵)). نگاشت مورد استفاده در این مقاله شبکه‌سازی به روش جبری است. علت استفاده از این روش سادگی آن می‌باشد. در اکثر گره‌ها از فرمول اختلاف محدود مرکزی استفاده می‌شود و در گره‌های مرزی بر اساس مکان گره از فرمول اختلاف محدود پیشرو و پسرو استفاده می‌شود. در هنگام استفاده از نگاشت، با انتقال فضای فیزیکی به فضای محاسباتی، معادلات حاکم و شرایط مرزی نیز از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی منتقل می‌شوند. معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی حل می‌شوند و نتایج بدست آمده به فضای فیزیکی منتقل می‌گردد.

**جدول ۱-** اندازه شبکه در حالت پروفیل رسوب خطی

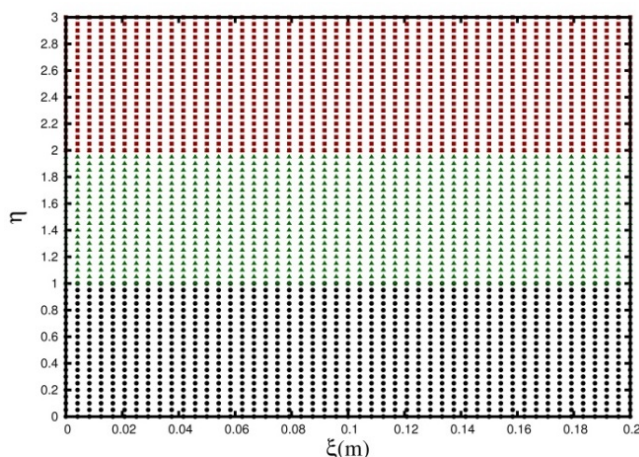
تعداد گره	ناحیه
(۴۶×۲۱)	سیال
(۴۶×۲۱)	رسوب
(۴۶×۲۱)	دیواره لوله
(۴۶×۶۳)=۲۸۹۸	تعداد کل

**جدول ۲-** اندازه شبکه در حالت پروفیل رسوب زیگزاگ

تعداد گره	ناحیه
(۴۹×۲۱)	سیال
(۴۹×۲۱)	رسوب
(۴۹×۲۱)	دیواره لوله
(۴۹×۶۳)=۳۰۸۷	تعداد کل



شکل ۴- مش بندی برای رسوب خطی در فضای محاسباتی



شکل ۵- مش بندی برای رسوب زیگزاگ در فضای محاسباتی

جهت بررسی دقیق الگوریتم گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی ذکر شده برای تخمین  $f(x)$ ، به دلیل اینکه داده‌های آزمایشگاهی در دسترس نمی‌باشند، از داده‌های شبیه‌سازی استفاده می‌شود. جهت بررسی اثر خطای اندازه‌گیری روی تخمین تابع مجهول توسط این روش انتقال حرارت معکوس، دماهای بدست آمده به صورت زیر شبیه‌سازی می‌شوند [۹].

$$T_{\text{measured}} = T_{\text{exact}} + \sigma \quad (62)$$

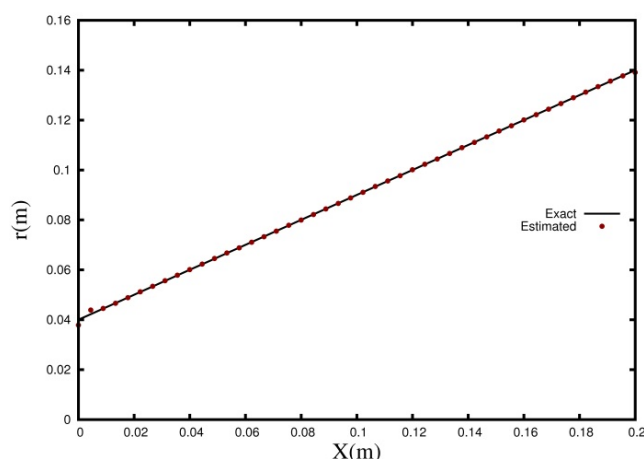
$\sigma$  انحراف استاندارد و  $T_{\text{measured}}$  و  $T_{\text{exact}}$  به ترتیب دمای اندازه‌گیری شده و دمای شبیه‌سازی شده است که در این پژوهش برای  $\sigma$  مقادیر ۰/۰، ۰/۰۰۵ و ۰/۰۰۵ در نظر گرفته شده است. معادلات مستقیم، الحاقی و حساسیت در سه ناحیه سیال، رسوب و دیواره لوله به صورت همزمان در قالب الگوریتم گرادیان مزدوج حل می‌گردند. کد محاسباتی بر اساس الگوریتم گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی جهت تخمین پروفیل رسوب در دو حالت خطی و زیگزاگ تدوین و استفاده شده است. نتایج بدست آمده از این تحلیل به شرح زیر می‌باشند.

رسوب خطی:

شکل (۶) پروفیل رسوب خطی تخمین زده شده را نشان می دهد.  $\sigma$  در این حالت دارای مقدار ۰/۰ است.  $\sigma$  برابر صفر به معنای این است که به مقادیر دمای سنسورها خطایی اضافه نمی گردد. دمای در نظر گرفته شده برای سنسور نیز همان دمای بدست آمده از حل عددی و در گره مورد نظر (گره ای که موقعیت مکانی آن برابر با محل قرارگیری سنسور است) است.

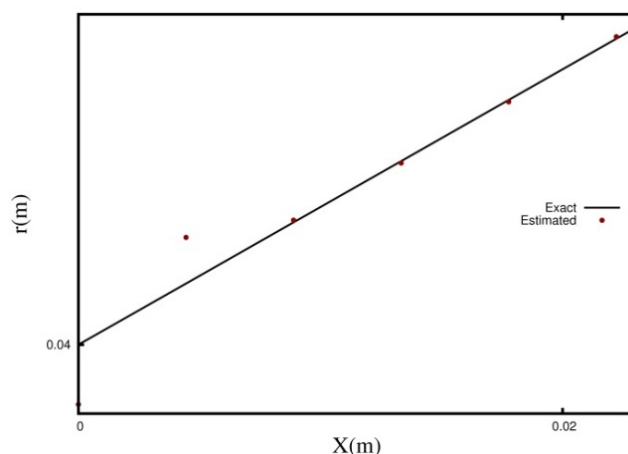
نتایج ارائه شده در شکل (۶) نشان می دهد که روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی جهت تخمین پروفیل رسوب بسیار دقیق می باشد و تطابق فوق العاده خوبی بین مقادیر دقیق و تخمین زده شده وجود دارد. تنها دقت در نقاط ابتدا و انتهای لوله نسبت به بقیه نقاط کمتر است.

شکل (۷) همان نمودار شکل (۶) را نشان می دهد با این فرق که محور عمودی و افقی جهت نشان دادن نوسان نقاط تخمینی رسوب نسبت به خط دقیق رسوب، محدودتر شده است.



شکل ۶- نتایج مربوط به پروفیل رسوب خطی بدست آمده با روش گرادیان مزدوج

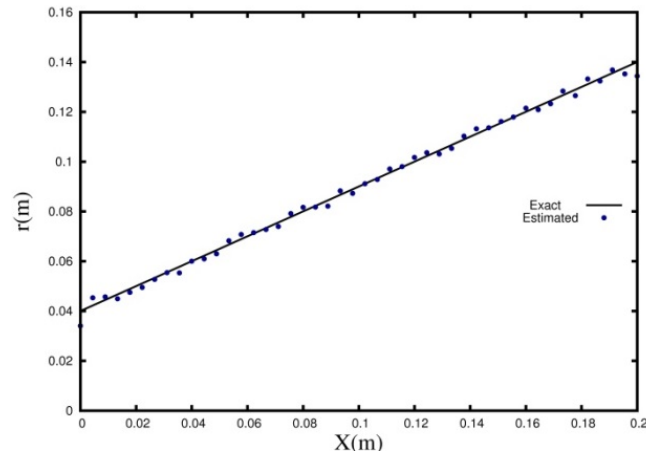
بدون اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.0$



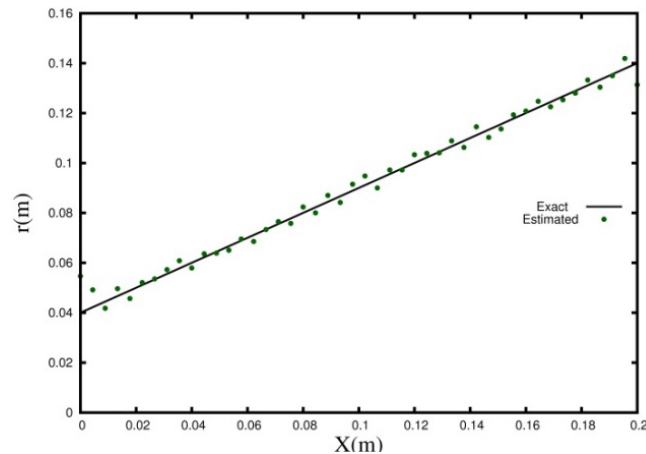
شکل ۷- نتایج مربوط به پروفیل رسوب خطی بدست آمده با روش گرادیان مزدوج

بدون اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.0$





شکل ۸- نتایج مربوط به پروفیل رسوب خطی بدست آمده با روش گرادبان مزدوج با اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.005$



شکل ۹- نتایج مربوط به پروفیل رسوب خطی بدست آمده با روش گرادبان مزدوج همراه با اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.05$

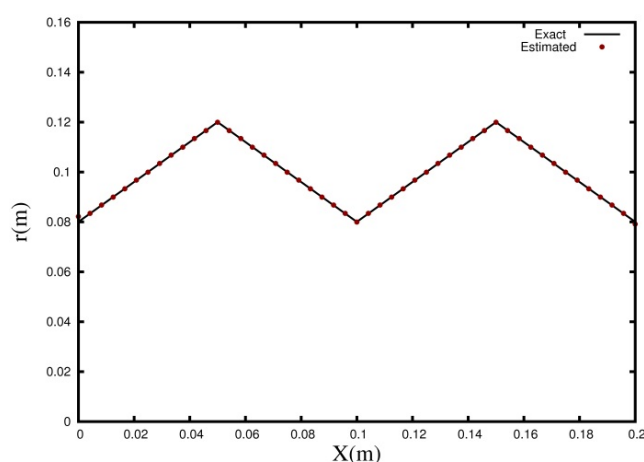
این نمودار نیز تأیید می‌کند که در اکثر نقاط تطابق بسیار خوبی بین مقادیر دقیق و تخمین زده شده وجود دارد. در ادامه نمودارهای مربوط به تخمین پروفیل رسوب خطی برای مقادیر  $0.005$  و  $0.05$  در نظر گرفته شده برای  $\sigma$  آورده شده است. با اضافه کردن  $\sigma$ ، نوسان در نتایج حول مقدار دقیق به وجود می‌آید که با افزایش  $\sigma$  این نوسانات بیشتر هم می‌شود. در شکل‌های (۸) و (۹) این موارد نشان داده شده‌اند.

رسوب زیگزاگ:

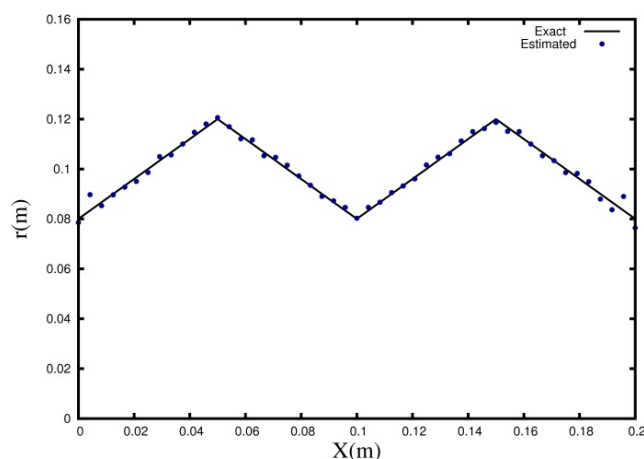
شکل (۱۰) نتیجه مربوط به تخمین پروفیل رسوب زیگزاگ که  $\sigma$  در آن دارای مقدار  $0.1$  است را نشان می‌دهد. همانطور که در حالت رسوب خطی نیز بیان شد  $\sigma$  برابر صفر به معنای این است که به مقادیر دمای اندازه‌گیری شده توسط سنسورها خطایی اضافه نمی‌گردد، به عبارتی فرض می‌شود که سنسورها خطای اندازه‌گیری ندارند. ولی وجود خطا در دستگاه‌های اندازه‌گیری امری طبیعی است که برای در نظر گرفتن این خطاها،  $\sigma$  برابر  $0.005$  و  $0.05$  نیز در نظر گرفته شده است تا تخمین‌ها به واقعیت نزدیکتر باشد.

نتایج ارائه شده در شکل (۱۰) نشان می دهد که روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی جهت تخمین پروفیل رسوب در حالت زیگزاگ نیز نسبتاً دقیق عمل می کند و تطابق خوبی بین مقادیر دقیق و تخمین زده شده وجود دارد. تنها دقت در نقاط ابتدا و انتهای لوله نسبت به بقیه نقاط کمتر است که البته این اختلاف بین مقادیر تخمین زده شده و دقیق در ابتدا و انتها نسبی است. در همین نقاط اگر از دیدگاه مطلق به تخمین نگاه کنیم، تخمین به خوبی و با دقت مناسبی انجام گرفته است.

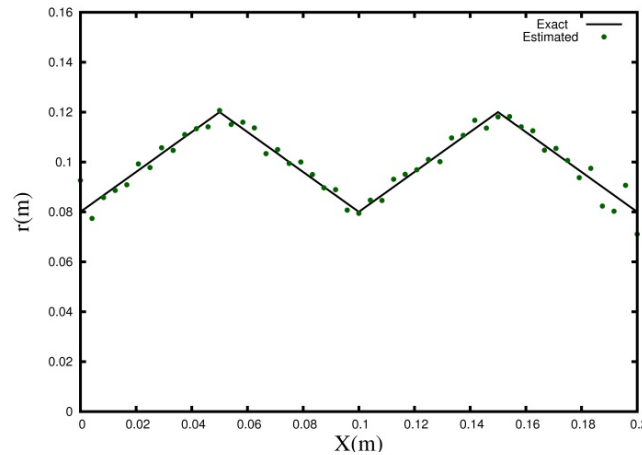
در ادامه نمودارهای مربوط به تخمین پروفیل رسوب زیگزاگ برای مقادیر  $0.005$  و  $0.05$  در نظر گرفته شده برای  $\sigma$  در شکل های (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده است. با اضافه کردن  $\sigma$ ، نوسان در نتایج حول مقدار دقیق به وجود می آید که با افزایش  $\sigma$  این نوسانات بیشتر هم می شود.



شکل ۱۰- نتایج مربوط به پروفیل رسوب زیگزاگ بدست آمده با روش گرادیان مزدوج بدون اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.0$



شکل ۱۱- نتایج مربوط به پروفیل رسوب زیگزاگ بدست آمده با روش گرادیان مزدوج همراه با اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.0$



شکل ۱۲- نتایج مربوط به پروفیل رسوب زیگزاگ بدست آمده با روش گرادیان مزدوج همراه با اضافه کردن خطا به مقادیر دقیق دما  $\sigma=0.05$

نتایج تخمین رسوب در هر دو حالت خطی و زیگزاگ نشان می دهد که تخمین و پیش بینی پروفیل رسوب داخل لوله بر اساس روش انتقال حرارت معکوس به بهترین شکل ممکن صورت گرفته است و اختلاف مشاهده شده بین مقادیر تخمینی و مقادیر دقیق قابل قبول می باشد. با در نظر گرفتن پروفیل رسوب به صورت خطی و زیگزاگ و با تغییر مقدار  $\sigma$ ، تعداد تکرار تا رسیدن به جواب با استفاده از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی، خطای جذر میانگین مربعات RMS و واریانس به صورت خلاصه در جداول (۳) و (۴) نشان داده شده است. خطای جذر میانگین مربعات و واریانس به صورت زیر محاسبه می شوند [۹]:

$$D = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (f_{i,r_m, \text{without noise}} - f_{i,r_m, \text{exact}})^2} \quad (63)$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (f_{i,r_m, \text{with noise}} - f_{i,r_m, \text{exact}})^2} \quad (64)$$

$$V = \text{RMS}^2 - D^2 \quad (65)$$

جدول ۳- نتایج مربوط به تخمین پروفیل رسوب خطی

خطای اندازه‌گیری	تعداد تکرارها	خطای جذر میانگین مربعات	واریانس
۰/۰	۳۹۲۴	۰/۰۸۴	۰,۰
۰/۰۰۵	۳۹۹۴	۰/۲۰۲	۰/۰۳۳۷۴۸
۰/۰۵	۴۸۷۲	۰/۵۱۴	۰/۲۵۷۱۴

جدول ۴- نتایج مربوط به تخمین پروفیل رسوب زیگزاگ

خطای اندازه‌گیری	تعداد تکرارها	خطای جذر میانگین مربعات	واریانس
۰/۰	۵۷۱۴	۰/۱۳۹	۰/۰
۰/۰۰۵	۵۹۱۸	۰/۹۳۴	۰/۸۵۳۰۳۵
۰/۰۵	۶۱۷۸	۱/۸۳۷	۳/۳۵۵۲۴۸

چنانچه در جداول (۳) و (۴) قابل مشاهده است در هر دو حالت رسوب خطی و زیگزاگ با افزایش  $\sigma$ ، خطای جذر میانگین مربعات و همچنین تعداد تکرارها تا رسیدن به جواب افزایش می‌یابد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

برای تخمین پروفیل رسوب درون لوله یک مبدل حرارتی بر خلاف روش‌های موجود آزمایشگاهی، از روش انتقال حرارت معکوس استفاده شده است. نتایج بدست آمده به شرح زیر می‌باشد:

۱- روش انتقال حرارت معکوس گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی پروفیل رسوب موجود بر روی دیواره داخلی لوله را به خوبی و با دقت نسبتاً خوب تخمین می‌زند.

۲- تخمین در گره‌های موجود در ابتدا و انتهای لوله نسبت به بقیه نقاط با خطای بیشتری همراه است.

۳- از آنجا که روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی به وسایل آزمایشگاهی خاصی نیاز ندارد جز یک یا چند عدد سنسور جهت اندازه‌گیری دما، بنابراین روشی ارزان قیمت و مناسب برای تخمین پروفیل رسوب داخل لوله است.

۴- از ویژگی‌های اصلی روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی جهت تخمین پروفیل رسوب در لوله‌های مبدل حرارتی این است که مبدل حرارتی می‌تواند در حال کار باشد تا روش قابل کاربرد باشد که این مزیت مهم روش است.

۵- دقت بسیار بالای این روش برای تخمین پروفیل رسوب داخل لوله با توجه به نتایج حاصل شده، مزیت مهم دیگر روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی است.

## تقدیر و تشکر

این پژوهش تحت حمایت شرکت گاز استان کهگیلویه و بویراحمد انجام شده است. نویسندگان این مقاله از زحمات رئیس امور پژوهش، توسعه و فناوری شرکت گاز استان کهگیلویه و بویراحمد جناب آقای مهندس بهادر و مشاور صنعتی پایان نامه (جناب آقای مهندس نیکخواه) کمال سپاسگزاری را بعمل می‌آورد.

## مراجع

- [1] Guerin, R., Ronse, G., Bouvier, L., Debreyne, P., and Delaplace, G., "Structure and Rate of Growth of Whey Protein Deposit from in Situ Electrical Conductivity During Fouling in a Plate Heat Exchanger", *Chemical Engineering Science*, Vol. 62, pp. 1948–1957, (2007).
- [2] Hesselgreaves, J. E., "An Approach to Fouling Allowances in the Design of Compact Heat Exchangers", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 22, pp. 755–762, (2002).
- [3] Mohanty, D. K., and Singru, P. M., "Numerical Method for Heat Transfer and Fouling Analysis of a Shell and Tube Heat Exchanger using Statistical Analysis", *Korean J. Chem. Eng.*, Vol. 29, pp. 1144-1150, (2012).
- [4] Merheb, B., Nassar, G., Nongaillard, B., Delaplace, G., and Leuliet, J. C., "Design and Performance of a Low-frequency Non-intrusive Acoustic Technique for Monitoring Fouling in Plate Heat Exchangers", *Journal of Food Engineering*, Vol. 82, pp. 518–527, (2007).
- [5] Wallhaußer, E., Hussein, M. A., and Becker, T., "Detection Methods of Fouling in Heat Exchangers in the Food Industry", *Food Control*, Vol. 27, pp. 1–10, (2012).
- [6] Lalot, S., and Palsson, H., "Detection of Fouling in a Cross-flow Heat Exchanger using a Neural Network Based Technique", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 675-679, (2010).
- [7] Mohanty, D. K., and Singru, P. M., "Use of C-factor for Monitoring of Fouling in a Shell and Tube Heat Exchanger", *Energy*, Vol. 36, pp. 2899-2904, (2011).
- [8] Jonsson, G. R., Lalot, S., Palsson, O. P., and Desmet, B., "Use of Extended Kalman Filtering in Detecting Fouling in Heat Exchangers", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 2643–2655, (2007).
- [9] Ozisik, M. N., and Orlande, H. R. B., "Inverse Heat Transfer: Fundamental and Applications", 2th ed., Rivard, (2000).
- [10] Hoffmann, K. A., and Chiange, S. T., "*Computational Fluid Dynamics for Engineers*", 5th ed., Wichita, Kansas, (2000).

## فهرست نمادهای انگلیسی

$f(x)$ : تابع رسوب تخمینی

$K_f$ : رسانندگی گرمایی ناحیه سیال ( $\text{Jm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$K_{S1}$ : رسانندگی گرمایی ناحیه رسوب ( $\text{Jm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$K_{S2}$ : رسانندگی گرمایی ناحیه دیواره لوله ( $\text{Jm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$p$ : سمت نزول

$T$ : دماهای تخمین زده شده (K)

$T_0$ : دمای در ابتدای لوله (K)

$T_\infty$ : دمای محیط اطراف لوله (K)

$Y$ : دماهای اندازه‌گیری شده یا شبیه‌سازی شده (K)

$\beta$ : اندازه گام جستجو

$\gamma$ : ضریب مزدوج

$\lambda$ : افزایش لایه لایه لایه

$\rho$ : چگالی

## Abstract

One of the factors reducing the efficiency of the heat exchanger during its operation is fouling. Fouling takes place as a layer on one side or both sides of surface heat transfer and the resistances of the heat transfer that it shows cause the decrease in heat transfer through the surface. The measuring scale of fouling is most important. Because accurate measurement of fouling and to ensure that the limit is higher, fouling removal and cleaning operations is essential. A conjugate gradient method (CGM) based on the inverse algorithm is used to estimate the unknown fouling-layer profile on the inner wall of a pipe system using simulated temperature measurements taken within the pipe wall. It is assumed that no prior information is available about the functional form of the unknown profile.

Therefore, the procedure is classified as the function estimation in inverse calculation. The temperature data obtained from the direct problem are used to simulate the temperature measurements. The accuracy of the inverse analysis is examined using the simulated exact and inexact temperature measurements. The results show that the excellent estimation of the fouling-layer profile can be obtained for the test case considered in this study. The technique presented in this study can be used in a warning system to call for pipe maintenance when the thickness of fouling exceeds a predefined criterion.