

## طراحی کنترل فیدبک برای کایت مولد حول

### مسیر نامی

اهمیت روزافزون نیاز به انرژی الکتریسیته و همچنین نیاز به داشتن محیطی سالم و بدون آلودگی محققان را بر آن داشته تا همواره به جای استفاده از منابع فسیلی به سمت منابع تجدیدپذیر از قبیل انرژی‌های بادی، خورشیدی، زمین گرمایی و ... رو آورند. اما هنوز تکنولوژی به کارگیری این دستگاه‌ها آنقدر پیشرفت نکرده است، که بتوان از هزینه‌های مربوط به راه‌اندازی و به‌کارگیری آن‌ها، در مقابل انرژی تولیدی صرف‌نظر کرد. در راستای یافتن و تکمیل روش‌های جدید استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر، این مقاله به بررسی یک ژنراتور جدید به نام کایت مولد پرداخته است. این ایده اولین بار در شهر تورینو ایتالیا مطرح شد و هم‌اکنون در نقاط مختلف جهان در حال مطالعه و ارتقاء می‌باشد. یکی از مسائل مهم جهت تولید حداکثر انرژی در یک کایت مولد مشخص، نیاز به کنترل مسیر صحیح است، این مقاله به طراحی یک کنترل فیدبک با بردن مقادیر ویژه در مکان مناسب و صفر کردن خطای حالت ماندگار می‌پردازد.

صدرا پورطاهری<sup>۱</sup>

دانشجوی کارشناسی ارشد

علی رحمانی هنزکی<sup>۲</sup>

استادیار

واژه‌های راهنما: انرژی بادی، مدل‌سازی ریاضی، دینامیک، کنترل‌پذیری، مشاهده‌پذیری، پایدارپذیری.

### ۱- مقدمه

یکی از راه‌حل‌های غلبه بر مشکلات ناشی از بکارگیری منابع فسیلی (از جمله هزینه‌های زیاد، آلودگی محیط زیست و محدودیت منابع) جایگزین کردن منابع تجدیدپذیر ارزان و قابل دسترسی می‌باشد. اگرچه تکنولوژی استفاده از منابع تجدیدپذیر هنوز به حدی نرسیده که بتوان از منابع فسیلی بطور کامل صرف‌نظر کرد، اما این روند روز به روز در حال رشد می‌باشد و امید است تا در سال‌های آینده استفاده از منابع فسیلی به طور کامل منسوخ شود. شاهد بر این مدعا تصمیم دولت سوئد به توقف استفاده از سوخت‌های فسیلی تا سال (۲۰۵۰) است [۱]. در این راستا، کایت مولد نیز به عنوان یکی از روش‌های تولید انرژی بادی در ارتفاع

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

Pourtaheri.sadra@yahoo.com

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران a.rahmani@srttu.edu

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۷/۲۸، تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۲/۱۱

زیاد مطرح شده است [۲]. در این مولدهای بادی روند تولید انرژی در دو فاز کشش و بازیابی اتفاق می‌افتد. انرژی در این دستگاه در فاز اول که کشش است تولید می‌شود. در این مرحله حرکت طناب‌های متصل به کایت توسط باد، قرقره‌ای که طناب‌ها دور آن پیچیده شده است را به حرکت در آورده و این قرقره باعث به حرکت در آوردن مولد متصل به آن می‌شود. زمانی که طناب‌ها به حداکثر کشش خود برسند، مرحله اول به اتمام رسیده و مرحله دوم که در واقع فاز بهره‌گیری مجدد یا بازیابی است شروع می‌شود. در این مرحله تقریباً در حدود ۱۲ تا ۲۰ درصد انرژی تولیدی در مرحله رفت صرف برگرداندن کایت به حالت اولیه می‌گردد. عمل بازیابی توسط وینچ انجام می‌شود. شکل (۱) یک نمای کلی از کایت مولد را نشان می‌دهد [۳].

در اولین قدم در پروژه کایت‌مولد یک نمونه اولیه در مقیاس کوچک برای نشان دادن قابلیت کنترل پرواز کایت، تنها با کشیدن دو طناب و نگه داشتن آن به وسیله این طناب‌ها برای استخراج مقدار قابل توجهی از انرژی، مورد توجه قرار گرفت و توانایی شبیه‌سازی برای یک مدل آن بررسی شد. در پیکربندی یویو نشان داده شده در شکل (۱) واحد کنترل کایت به نمایش گذاشته شده است. در این قسمت از این دو عملگر الکتریکی در فرآیند کشیدن طناب‌ها برای کنترل پرواز و بهره‌گیری از آن برای دوره بازیابی استفاده شده است. این عملگرهای الکتریکی به زمین ثابت شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی که برای نمونه اولیه نشان داد که با استفاده از یک کایت با مساحت سطح مقطع  $10 \text{ m}^2$  و طول طناب  $800 \text{ m}$  بیش از  $40 \text{ kW}$  انرژی تولید شده است. در سال (۲۰۰۱) یک مدل کوچک از پروژه کایت طراحی، شبیه‌سازی و آزمایش شد. در این وسیله که یک نمونه آن در شکل (۲) مشاهده می‌شود، دو طناب به کایت متصل می‌باشد و این طناب‌ها به واسطه یک غلتک متصل به ژنراتور، باعث حرکت آن می‌شود. با حرکت کایت به وسیله باد، کشش و حرکت خطی طناب‌ها به حرکت دورانی غلتک و در نهایت تولید انرژی الکتریسیته منجر می‌شود. سرعت باد و توان قابل اکتساب بر حسب ارتفاع از سطح دریا در جدول زیر آمده است [۴].



شکل ۱ - یک نمای کلی از کایت مولد [۳]

جدول ۱- توان قابل اکتساب از باد بر دو ارتفاع متفاوت

ارتفاع (m)	توان قابل اکتساب ( $w/m^2$ )	سرعت باد (m)
۸۰۰	۷/۲	۲۰۵
۸۰	۴/۶	۵۸

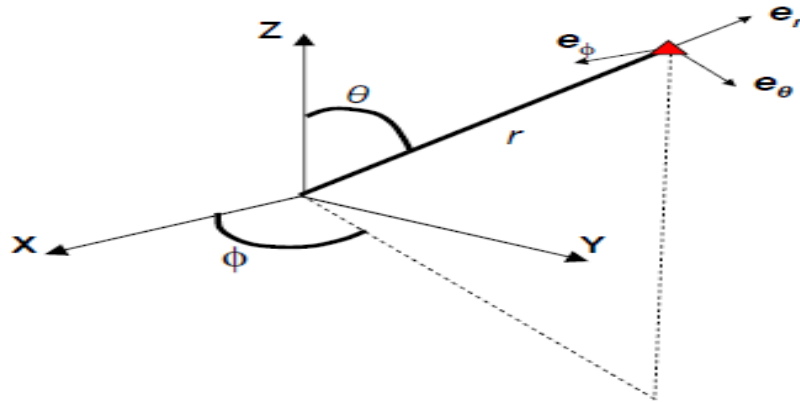


شکل ۲- یک نمونه کوچک از کایت ژنراتور [۴]

در راستای افزایش توان قابل استحصال تحقیقات زیادی انجام گرفته که می‌توان به کنترل این سیستم توسط کنترل پیش‌بین مدل غیرخطی [۵ و ۶] بررسی بیشتر اجزای مکانیکی سیستم [۷] و مطالعه پایداری کایت مولد [۸] اشاره کرد. همچنین در [۹] سناریوهای مختلف برای این روش برداشت انرژی بادی مورد بررسی قرار گرفته و مقایسه شدند [۹]. ژل و اشمیت نیز یک چارچوب سینماتیکی که برگرفته از مهندسی هوا و فضا می‌باشد را ارائه نمودند و با استفاده از آن یک روش کنترل برای مسائلی مانند کایت مولد را پیشنهاد نمودند [۱۰]. کایت مولد همچنین به صورت یک سیستم چند طبقه نیز پیشنهاد گردیده است [۱۱]. در این مقاله، ابتدا مدل‌سازی ریاضی کایت مولد بازنویسی شده و سپس یک سیستم کنترل بسته با هدف کاهش خطای حالت ماندگار و صفر کردن آن حول مسیر نامی ارائه شده است.

## ۲- تحلیل دینامیکی و مدل‌سازی ریاضی حرکت کایت در فضا

به منظور سادگی و کاهش حجم محاسبات، تحلیل دینامیکی کایت مولد در دستگاه مختصات کروی انجام می‌شود. با اعمال قوانین نیوتن می‌توان تحلیل دینامیکی کایت را انجام داد [۲-۵]. شکل (۳) دو دستگاه کروی (محلی)، کارتزین (مرجع) و ارتباط بین این دو دستگاه از طریق بردارهای  $e_\theta, e_\varphi, e_r$  که در امتداد محورهای  $r, \varphi, \theta$  دستگاه کروی، و همچنین بردارهای  $e_x, e_y, e_z$  در امتداد محورهای  $X, Y, Z$  دستگاه کارتزین را نشان می‌دهد.



شکل ۳- ارتباط دستگاه مرجع و کروی

$$\begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\phi \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\phi & -\sin\phi & \sin\theta \cos\phi \\ \cos\theta \sin\phi & \cos\phi & \sin\theta \sin\phi \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

بردارهای یکه  $e_\theta, e_\phi, e_r$  جهت‌گیری دستگاه مختصات کروی و توصیف حرکت کایت مولد در فضا را بر عهده دارند. رابطه (۱) ارتباط بردارهای یکه در دستگاه کروی و بردارهای یکه در دستگاه کارترین را تعریف می‌نماید [۶].

همچنین با نوشتن قانون دوم نیوتن برای کایت در دستگاه مختصات کروی، معادلات حرکت کایت در مختصات کروی، به شکل دسته معادلات شماره (۲) به دست می‌آید. که در این معادله  $m$  جرم کایت،  $r$  طول طناب متصل به کایت،  $\theta$  و  $\phi$  به ترتیب زوایای کایت با محورهای عمودی و افقی می‌باشد.

$$m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2\theta) = F_r$$

$$m(r\ddot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin\theta \cos\theta + 2\dot{r}\dot{\theta}) = F_\theta$$

$$m(r\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta) = F_\phi \quad (2)$$

در این معادلات، نیروهای خارجی وارد بر کایت شامل برآیند نیروهای وزن و آیرودینامیک، به ترتیب در سه راستا  $F_r, F_\theta, F_\phi$  می‌باشند [۵]. برآیند نیروهای وزن و آیرودینامیک بصورت زیر به دست می‌آیند:

$$F^{tot} = F^{gra} + F^{aer} = -mg\cos\theta e_r + mg\sin\theta e_\theta + L e_n + D e_l \quad (3)$$

مولفه های نیروی برآیند خارجی وارد بر کایت در دستگاه کروی به شکل زیر قابل بیان میباشند:

$$F_\theta = F^{tot} e_\theta; F_\phi = F^{tot} e_\phi; F_r = F^{tot} e_r \quad (4)$$

نیروهای آیرودینامیکی قابل تجزیه به دو بخش نیروی بالابرنده (Lift) و نیروی پسا (Drag) می باشد که به ترتیب با نماد L و D و به صورت زیر قابل فرموله کردن هستند:

$$L = 0.5\rho AC_d |V_e|^2$$

$$D = 0.5\rho AC_l |V_e|^2 \quad (5)$$

که در آن چگالی سیال (در اینجا هوا)، A سطح مؤثر کایت،  $C_d$  و  $C_l$  به ترتیب ضرایب پسا و برآ است و در نهایت  $|V_e|$  سرعت مؤثر است که به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$V_e = V - V_k \quad (6)$$

که در آن  $V_k$  سرعت کایت در فضا است و در مختصات کروی به صورت زیر در فضا نمایش داده می شود:

$$V_k = (r\dot{\theta})e_\theta + (r\dot{\phi} \sin\theta)e_\phi + \dot{r}e_r \quad (7)$$

و  $V$  سرعت باد است که به صورت فرضی در جهت محور X دستگاه کارترین انتخاب شده است و با استفاده از رابطه زیر می توان این سرعت را در دستگاه کروی به صورت زیر بیان کرد:

$$V = v e_x = v A_1 [e_\theta \quad e_\phi \quad e_r]^T = v \cos\theta \cos\phi e_\theta - v \sin\phi e_\phi + v \sin\theta \cos\phi e_r \quad (8)$$

از این رو مقدار سرعت مؤثر برابر خواهد بود با

$$|V_{(e)}| = [(v \cos\theta \cos\phi - r\dot{\theta})^2 + (v \sin\phi + r\dot{\phi} \sin\theta)^2 + (v \sin\theta \cos\phi - \dot{r})^2]^{0.5} \quad (9)$$

همان طور که می دانیم نیروی پسا همواره در جهت سرعت نسبی و نیروی برآ عمود بر پسا و رو به بالا است. پس می توان نوشت:

$$e_l = \frac{v_e}{|v_e|} \quad (10)$$

اگرچه می توان در فضا بی شمار بردار عمود بر یک بردار رسم کرد، اما در اینجا بردار عمود بر سطح زمین و رو به بالا مدنظر است. از این رو بردار  $e_t$  یکه وقتی که روی کایت به سمت باد است، از سمت چپ به راست نوک بال تعریف می شود [۵]. بدین صورت راستا و جهت نیروی برآ را می توان به صورت حاصل ضرب خارجی بردار  $e_l$  در  $e_t$  معرفی کرد.

$$e_n = e_l \times e_t \quad (11)$$

از آنجا که کنترل خطی این مدل دینامیکی مدنظر قرار دارد، لازم است معادلات دینامیکی خطی سازی شوند.

## ۵- خطی سازی معادلات دینامیکی حول مسیر نامی

به علت آن که معادلات دینامیکی بدست آمده غیرخطی است، ابتدا معادلات باید حول یک مسیر نامی خطی شوند. مسیر نامی منتخب جهت خطی سازی مسیری است که کشش کابل های متصل به کایت در حالتی که زوایای  $\theta$  و  $\phi$  ثابت می باشند، بیشینه باشد. کشش کابل دستگاه از رابطه (۱۲) بدست می آید.

$$F_c = F_r + m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2\theta) \quad (12)$$

با توجه به اهمیت کشش کابل در این مسئله، تغییرات کشش کابل (با طول ثابت) بر حسب زوایای ثابت در شکل (۳) نشان داده می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود محورهای روی صفحه افقی بر حسب رادیان است و به ترتیب بیان‌کننده زوایای  $\varphi$  و  $\theta$  است. محور عمودی نیز مقادیر کشش کابل را بر حسب نیوتن بیان می‌کند. به راحتی از این شکل می‌توان دریافت که ماکزیمم کشش کابل در  $(\theta=0)$  و مستقل از مقدار  $\varphi$  است. در این حالت کایت به صورت عمود رو به بالا حرکت می‌کند. بنابراین مسیر نامی منتخب را  $(\theta = \frac{\pi}{4})$ ،  $(\varphi = \frac{\pi}{4})$  و  $(r = 1.0)$  در نظر می‌گیریم و خطی‌سازی را حول این مسیر انجام می‌شود.

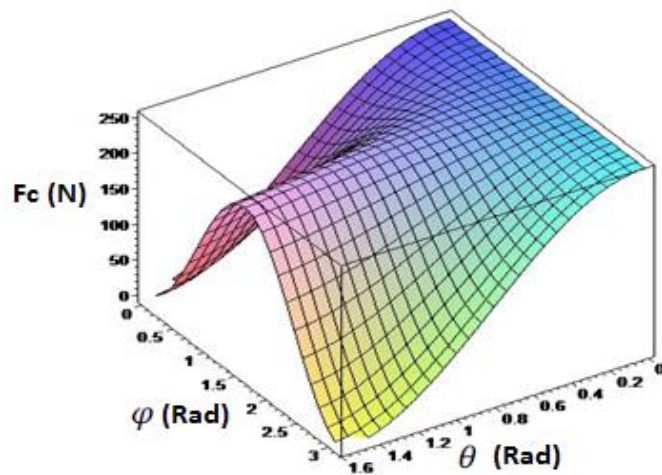
معادلات فضای حالت برای کایت

$$\begin{array}{l} x_1 = r \\ x_2 = \dot{r} \\ x_3 = \theta \\ x_4 = \dot{\theta} \\ x_5 = \varphi \\ x_6 = \dot{\varphi} \end{array} \quad \frac{d}{dt}(x_i) \rightarrow \quad \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \dot{r} = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{r} \\ \dot{x}_3 = \dot{\theta} = x_4 \\ \dot{x}_4 = \ddot{\theta} \\ \dot{x}_5 = \dot{\varphi} = x_6 \\ \dot{x}_6 = \ddot{\varphi} \end{array} \quad (13)$$

با توجه به معادله (۲) می‌توان مقادیر مشتق دوم  $r$ ،  $\theta$  و  $\varphi$  به دست آورد و در معادلات فضای حالت جایگزین کرد.

$$\ddot{r} = \frac{1}{m} F_r + r\dot{\theta}^2 + r\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m} F_\theta + r\dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta - 2\dot{r}\dot{\theta} \quad (15)$$



شکل ۳- نمودار نیروی کشش کابل بر حسب  $\theta$  و  $\varphi$  و برای طول ثابت طناب

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{F_{\varphi}}{m} - 2r \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta - 2\dot{r} \dot{\varphi} \sin \theta \right) \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} (x_i) = f_i \quad (17)$$

بدین ترتیب به راحتی می توان ماتریس های فضای حالت را بدست آورد.

$$\mathbf{A} = \frac{d}{d\mathbf{X}_i} (f_i) \quad (18)$$

$$\mathbf{B} = \frac{d}{du_i} (f_i) \quad (19)$$

حال با در نظر گرفتن زاویه  $\varphi$  به عنوان ورودی و  $r$  و  $\theta$  و  $\varphi$  به عنوان خروجی ها، خواهیم داشت:

$$h_1 = r, h_2 = \theta, h_3 = \varphi \quad (20)$$

$$\mathbf{C} = \frac{d}{d\mathbf{X}_i} (h_i) \quad (21)$$

$$\mathbf{D} = \frac{d}{du_i} (h_i) \quad (22)$$

با استفاده از معادلات (۱۷ تا ۲۲) به راحتی ماتریس ها به صورت زیر بدست می آیند.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.54 & -37.71 & -3186 & 44.64 & 3186 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.001467 & 0.1422 & 0.0549 & 13.5 & 0.4466 & -2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.00432 & -0.2844 & 0.0288 & -5.4 & -0.0288 & 16.2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.217 \\ 0 \\ -0.217 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

## ۶- قطب‌های سیستم

قطب‌ها و صفرها از مشخصه‌های اصلی هر سیستمی می‌باشند. عملکرد حلقه باز و حلقه بسته و محدودیت‌های آن‌ها با محل قطب‌ها و صفرها ارتباط مستقیم دارد. برای بدست آوردن قطب‌های سیستم به کمک مقادیر ویژه ماتریس A فضای حالت، معادلات فضای حالت به صورت زیر مرتب می‌شوند:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (23)$$

واضح است که رفتار سیستم یا حرکت‌های آزاد ناشی از شرایط اولیه‌ی سیستم، به ورودی سیستم ارتباطی ندارد و برای مطالعه‌ی این رفتار یا حرکت‌ها می‌توان ورودی سیستم را صفر در نظر گرفت یعنی  $\mathbf{u}(t)=0$ . از طرف دیگر، رفتار بدون ورودی سیستم دقیقاً از شرایط اولیه و قطب‌های سیستم ناشی می‌شود. لذا، اگر شرایط اولیه سیستم  $\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0$  در نظر گرفته شود، از جایگزینی  $\mathbf{x}(t)$  در معادله (۲۳) برای  $\mathbf{u}(t)=0$  به دست می‌آید.

$$S\mathbf{X}_0 e^{st} = \mathbf{A}\mathbf{X}_0 e^{st}$$

که این معادله را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$(\mathbf{S}\mathbf{I}_n - \mathbf{A})\mathbf{X}_0 e^{st} = 0 \quad (24)$$

که برای  $\mathbf{x}_0$  مخالف بایستی

$$|\mathbf{S}\mathbf{I}_n - \mathbf{A}| = 0 \quad (25)$$

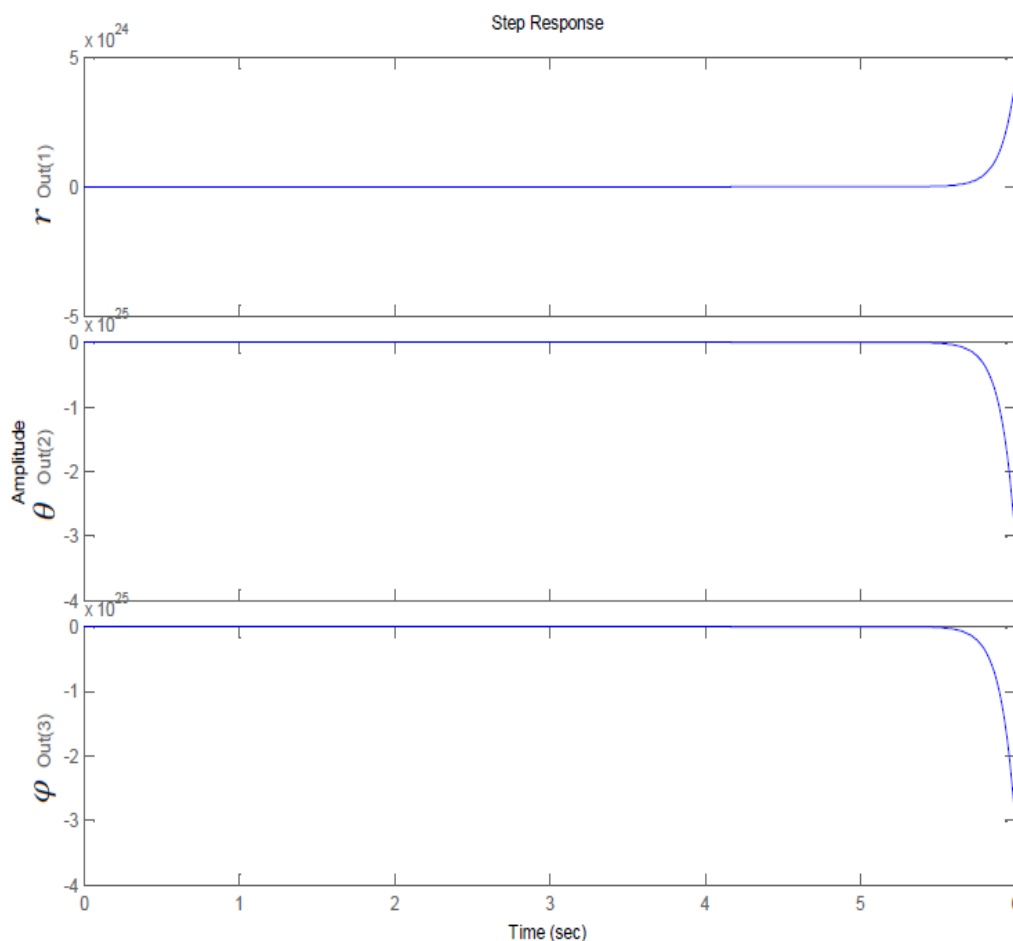
این معادله، معادله مشخصه سیستم است و ریشه‌های آن نیز قطب‌های سیستم هستند. در معادلات فضای حالت مقادیر ویژه ماتریس حالت A قطب‌های سیستم هستند. پس برای بدست آوردن قطب‌های سیستم و تعیین عملکرد سیستم نیاز است تا مقادیر ویژه که همان قطب‌های سیستم هستند بدست آیند.

$$\mathbf{S}\mathbf{I}_n - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s+9.54 & 37.71 & 3186 & -44.64 & -3186 \\ 0 & 0 & s & -1 & 0 & 0 \\ -0.00147 & -0.1422 & -0.0549 & s-13.5 & -0.4464 & 2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s & -1 \\ 0.00432 & 0.28 & -0.29 & 5.4 & 0.029 & s-16.2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

با مساوی صفر قراردادن دترمینان ماتریس فوق،

$$\sigma_{1-6} = 4.6967 + 34.0205i, 4.6967 - 34.0205i, 0.0107, -0.0167, -0.0361$$





شکل ۴- پاسخ سیستم نسبت به ورودی پله

همان‌گونه که مشاهده می‌شود تعدادی از قطب‌ها قسمت حقیقی آن‌ها در سمت راست محور قرار دارد که این باعث ایجاد اغتشاش و حساسیت به عدم قطعیت می‌شود. شکل (۴) پاسخ سیستم حلقه باز نسبت به ورودی پله را نشان می‌دهد.

در شکل فوق، پاسخ سه خروجی به ورودی پله طوری است که در زمان بیشتر از پنج ثانیه سیستم از حالت تعادل خارج شده و دچار ناپایداری و نقص عملکرد می‌شود، که این انحراف به علت وجود قطب‌های ناپایدار است. از این‌رو باید این قطب‌ها را از قسمت مثبت محور حقیقی به قسمت منفی انتقال داد یعنی با ایجاد یک ماتریس و ضرب آن در ماتریس‌های حالت سعی در بردن مقادیر ویژه به سمت چپ محور حقیقی کرد. جهت انتقال قطب‌های ناپایدار به سمتی که باعث پایداری شود، از کنترل فیدبک حالت استفاده می‌شود [۱۲]. اما نکته مهم و قابل اهمیت این است که باید تغییر مکان مقادیر ویژه به سمت چپ محور موهومی با اثر بهبودی روی مشخصات پاسخ گذرای سیستم باشد.

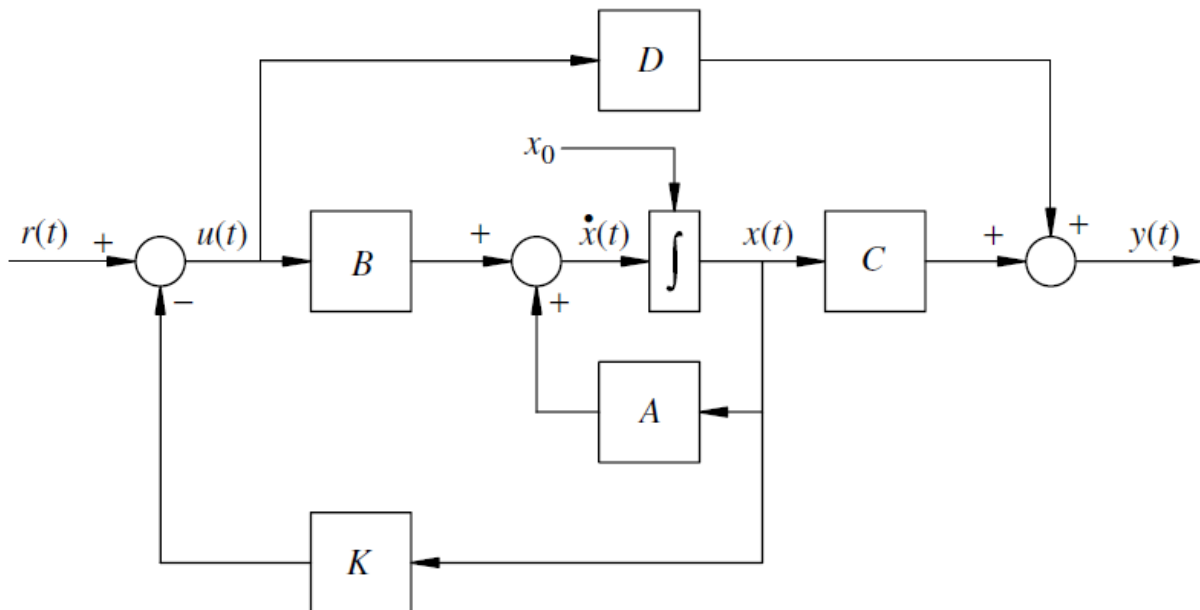
در بسیاری از موارد عملی مشخصات مطلوب سیستم کنترل بر حسب کمیات حوزه زمان داده می‌شود. سیستم‌های دارای عناصر ذخیره کننده انرژی نمی‌توانند فوراً به ورودی پاسخ دهند، و با اعمال ورودی به آن‌ها، یا به هنگام قرار گرفتن در معرض اغتشاش، پاسخ گذرا دارند.

غالباً مشخصات عملکرد سیستم‌های کنترلی بر حسب پاسخ گذرا به ورودی پله واحد بیان می‌شود. زیرا این ورودی را به سادگی می‌توان ساخت و برای اثرگذاری شدید کافی است. از لحاظ ریاضی اگر پاسخ پله سیستم معلوم باشد می‌توان پاسخ به هر ورودی دیگری را محاسبه کرد. در تعیین مشخصات پاسخ گذرای یک سیستم کنترل به ورودی پله‌ای باید موارد، زمان تاخیر  $t_d$ ؛ زمان صعود  $t_r$ ؛ زمان اوج  $t_p$ ؛ بیشینه فراجهش  $M_p$ ؛ زمان نشست  $t_s$ ؛ مشخص شود.

با توجه به خصوصیات فوق که هر کدام به نوعی مشخص‌کننده عملکرد سیستم می‌باشد، می‌توان راجع به تعیین جای جدید مقادیر ویژه بحث کرد. شکل (۴) نشان می‌دهد که زمان نشست سیستم (زمانی که طول می‌کشد تا منحنی پاسخ به گستره معینی حول مقدار نهایی‌اش برسد و در آن گستره بماند) یک زمان نامعلوم است و سیستم از حالت پایداری خارج شده است. پس هدف از جابه‌جایی مقادیر ویژه این است تا یک سیستم با مشخصات پاسخ گذرا قابل قبول و همچنین پایدار را داشته باشیم، در اینجا بدست آوردن ماتریس بهره  $K$  با استفاده از روش تعیین بردار بهره حالت استفاده می‌شود [۱۲].

## ۷- کنترل فیدبک حالت

معادلات فضای حالت سیستم در معادلات (۲۳) نشان داده شده است. این سیستم حلقه باز حالت، با کنترل فیدبک به فرم زیر به یک سیستم حلقه بسته تبدیل می‌شود و می‌توان با ضرب یک ماتریس  $k$  قطب‌های ناپایدار را به نقاط پایدار دلخواه برد [۱۲]. شکل (۵) نمایش جعبه‌ای آن را نشان می‌دهد. کنترل حلقه بسته نشان داده شده، با یک ماتریس فیدبک  $K$  خطاها را کاهش داده و باعث می‌شود تا مقادیر ویژه به مکان‌های دلخواه برده شوند.



شکل ۵- نمایش نمودار جعبه‌ای کنترل فیدبک

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A}-\mathbf{BK})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (27)$$

جابجایی حلقه بسته مقادیر ویژه ماتریس های حالت: شرط لازم برای نوشتن یک کنترل فیدبک آن است که ماتریس حالت A کنترل پذیر باشد. با نوشتن ماتریس کنترل پذیری (معادله ۲۸)، مشاهده می شود که این سیستم کنترل پذیر است.

$$Co = \text{rank}[\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^3\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^4\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^5\mathbf{B}] \quad (28)$$

با نوشتن ماتریس فوق دیده می شود که این ماتریس از مرتبه کامل می باشد. بنابراین سیستم کنترل پذیر است. جهت بدست آوردن ماتریس K کافی است تا مکان جدید مقادیر ویژه را به دلخواه تعیین کرد. برای این منظور مکان جدید قطبها به فرم زیر تغییر داده می شود [۱۲].

$$\begin{aligned}\mu_{1-6} &= -4.6967 + 34.0205i, -4.6967 - 34.0205i, -1, -1, -1 \\ \alpha(s) &= (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s^1 + \alpha_0\end{aligned}\quad (29)$$

$$\det(sI_n - A) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s^1 + a_0 \quad (30)$$

$$K_{ccf} = [(\alpha_0 - a_0)(\alpha_1 - a_1) \dots (\alpha_{n-1} - a_{n-1})] \quad (31)$$

با استفاده از معادلات بالا  $K_{ccf}$  به صورت زیر بدست می آید:

$$\det(sI_n - A) = s^6 - 20.2s^5 + 1279.9s^4 - 12692.3s^3 - 819.62s^2 - 15.25s - 0.0836 \quad (32)$$

$$\alpha(s) = s^6 + 23.22s^5 + 1344.8s^4 + 16679.8s^3 + 42187.6s^2 + 39604.96s + 12774.59 \quad (33)$$

$$K_{ccf} = [12774.5 \quad 39620.2 \quad 43007.20 \quad 29372.01 \quad 64.98 \quad 43.38]$$

اما این فرم کانونی K است که آن را با  $K_{ccf}$  نشان می دهند. برای بدست آوردن K، ابتدا باید فرم کانونی ماتریس حالت A را پیدا کرد، که برای آن می توان نوشت [۱۲]:

$$A_{ccf} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \end{bmatrix}, \quad B_{ccf} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (34)$$

$$P_{ccf} = [B_{ccf} \quad A_{ccf}B_{ccf} \quad A_{ccf}^2B_{ccf} \quad A_{ccf}^3B_{ccf} \quad A_{ccf}^4B_{ccf} \quad A_{ccf}^5B_{ccf}] \quad (35)$$

$$T_{ccf} = PP_{ccf}^{-1} \quad (36)$$

$$K = K_{ccf} T_{ccf}^{-1} \quad (37)$$

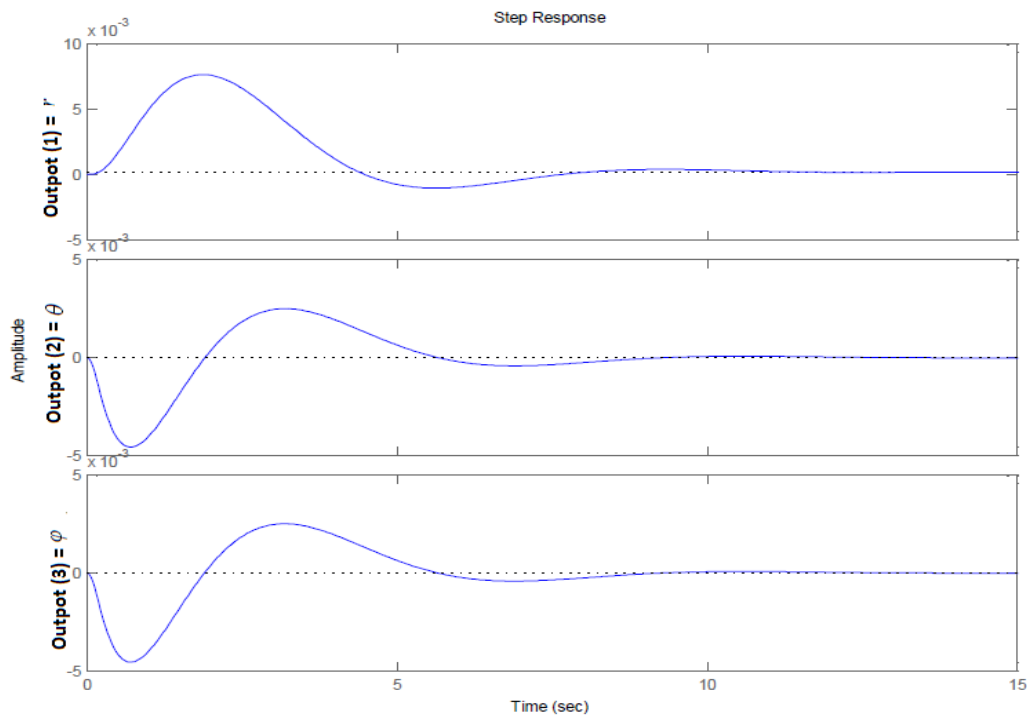
با استفاده از محاسبات فوق خواهیم داشت که:

$$K = 10^6 [0.0103 \quad 0.0001 \quad 2.3113 \quad 0.1508 \quad -2.3135 \quad 0.1510] \quad (38)$$

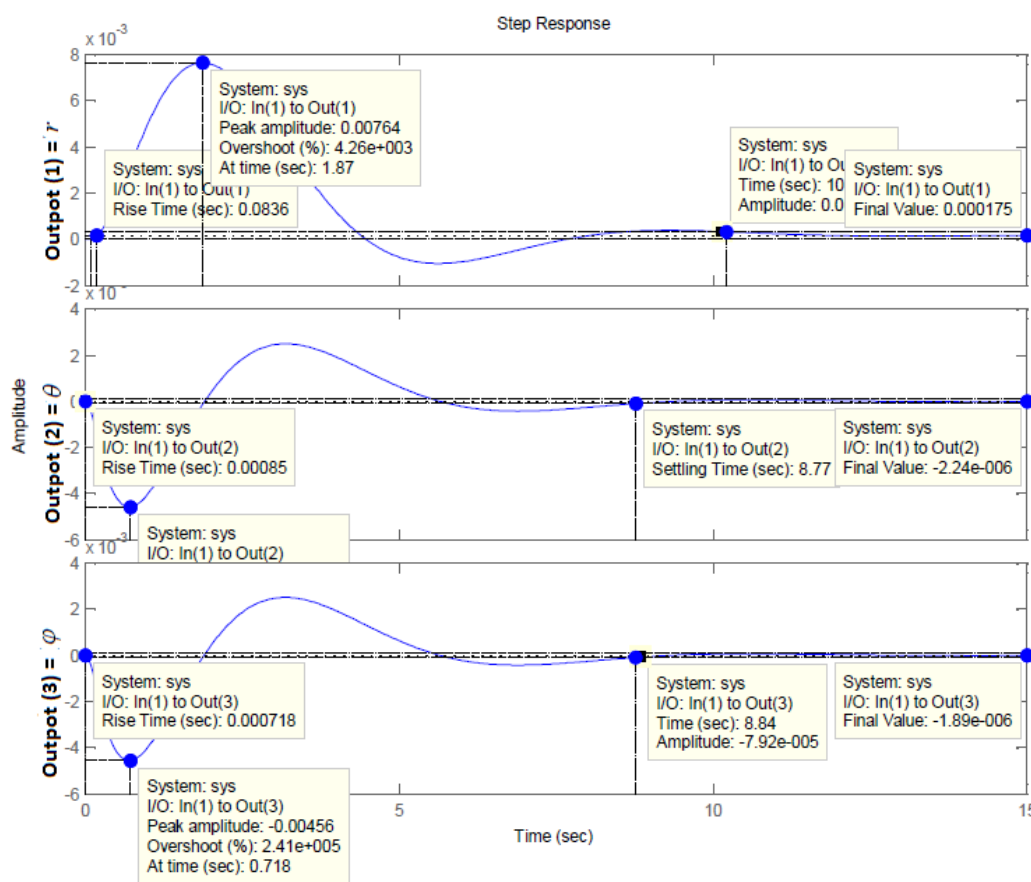
با بدست آمدن ماتریس  $K$ ، ماتریس  $A_1$  که ماتریس با کنترل فیدبک است، به ترتیب زیر به دست می آید.

$$A_1 = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0001 & -0.0004 & -0.0319 & 0.0004 & 0.0319 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0223 & 0.0002 & 5.0155 & 0.3273 & -5.0202 & -0.3276 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0223 & 0.0001 & 5.0155 & 0.3271 & -5.0202 & -0.3274 \end{bmatrix} \quad (39)$$

حال ماتریس‌های معادلات کنترل فیدبک سیستم یعنی  $A_1$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  معلوم هستند. با استفاده از ماتریس‌های جدید می‌توان به بررسی پاسخ پله نسبت به ماتریس‌های فضای حالت جدید پرداخت. این پاسخ‌ها در شکل‌های (۶ و ۷) نشان داده شده است.



شکل ۶- پاسخ پله سیستم تحت کنترل فیدبک



شکل ۷- پاسخ پله فضای حالت جدید تحت کنترل فیدبک با مشخصات پاسخ گذرا

از آنچه در شکل‌های (۶ و ۷) ملاحظه می‌شود می‌توان دریافت که سیستم با یک کنترل فیدبک حول مسیر نامی پایدار شده است. شکل (۷) مشخصات حالت گذار را نشان می‌دهد و مهم‌ترین مشخصه آن مقدار نهایی ۱۵ ثانیه است که سیستم در آن زمان به پایداری می‌رسد.

## ۸- نتیجه‌گیری

اهمیت روزافزون استفاده از منابع تجدیدپذیر انرژی محققان را بر آن داشت تا روش‌های جدید را مورد بررسی قرار دهند. کایت مولد یک تولید کننده جدید انرژی الکتریکی از باد در ارتفاع زیاد است. یکی از مسائل مهم جهت تولید حداکثر انرژی در یک کایت مولد مشخص، نیاز به کنترل مسیر صحیح است، این مقاله به طراحی یک کنترل فیدبک با بردن مقادیر ویژه در مکان مناسب و صفر کردن خطای حالت ماندگار می‌پردازد. در این مقاله، با خطی سازی معادلات دینامیکی سیستم حول مسیر نامی و انتخاب مسیری که در پرواز کایت مسیر تعادل آن است، ماتریس‌های حالت بدست آورده شد و در نهایت با طراحی یک کنترل فیدبک سعی در بردن مقادیر ویژه به نقاط دلخواه شد که نتیجه آن پایداری سیستم حول مسیر نامی بوده است. یعنی با حذف اغتشاش و حساسیت به عدم قطعیت باعث کاهش خطای حالت ماندگار در مدت زمان کوتاهی شده و خروجی‌های سیستم عینا ورودی را، که در اینجا پله واحد است، تعقیب می‌کند.

## مراجع

- [1] <http://www.theguardian.com/environment/2015/nov/26/sweden-is-challenging-the-world-to-go-fossil-fuel-free>
- [2] Canale, M., and Fagiano, L., "Power Kites for Wind Energy Generation Fast Predictive Control of Tethered Airfoils", IEEE Control Systems Magazine, pp. 25-38, December, (2007).
- [3] Argatov, I., Rautakorpi, P., and Silvennoinen, R., "Estimation of the Mechanical Energy Output of the Kite Wind Generator", Vol. 34, Issue. 6, pp. 1525–1532, (2009).
- [4] Diehl, M., "Real-time Optimization for Large Scale Nonlinear Processes", Ph.D. Thesis, University of Heidelberg, Germany, (2001).
- [5] Canale, M., Fagiano, L., Ippolito, M., and Milanese, M., "Control of Tethered Airfoils for a New Class of Wind Energy Generator", Proc. 45th IEEE Conf. Decision and Control, 13-15 Dec, San Diego, USA, pp. 4020 – 4026, (2006).
- [6] Fagiano, L., Milanese, M., and Piga, D., "High Altitude Wind Generation", IEEE TRANS on Energy Conversion, Vol. 25, No. 1, pp. 168-180, (2010).
- [۷] دریجانی ح، رحمانی هنزکی ع، پورطاهری ص، عبودی م، پناهی ع، کایت ژنراتور، تکنولوژی نو برای انرژی نو، دومین کنفرانس بین‌المللی رویکردهای نوین در نگهداشت انرژی (ETEC2013)، تهران، ایران. ۲-۱ اسفند، (۱۳۹۱).
- [۸] پورطاهری ص، رحمانی هنزکی ع، دریجانی ح، "مدلسازی ریاضی و بررسی پایداریپذیری حرکت کایت مولد در فضا،" نشریه پژوهشی مهندسی مکانیک ایران، دوره ۱۷، شماره ۱، ص ۶-۱۵، (۱۳۹۴).
- [9] Ahmed, M., Hably, A., and Bacha, S., "High Altitude Wind Power Systems: A Survey on Flexible Power Kites", XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2085-2091, Marseille, France, (2012).
- [10] Jehle, C., and Schmehl, R., "Applied Tracking Control for Kite Power Systems", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 37, No. 4, pp. 1211-1222, (2014).
- [11] Tigner, B., "Multi-tether Cross-wind Kite Power", US Patent No. 8066225 B1, (2011).
- [12] Williams, R. L., and Lawrence, D. A., "Linear State-Space Control Systems", John Wiley and Sons Publishers, New Jersey, (2007).

## فهرست نمادهای انگلیسی

A: سطح مؤثر کایت

A, B, C, و D: ماتریس‌های ضرایب معادلات فضای حالت

$C_l$  و  $C_d$ : به ترتیب ضرایب پسا و برآ

$F^{gra}$  و  $F^{aer}$ : به ترتیب نیروهای آئرو دینامیک و نیروهای گرانشی

$F_c$ : نیروی کشش کابل کایت

$F_\theta$  و  $F_\varphi$ : نیروهای خارجی وارد بر کایت، در دستگاه کروی شامل نیروهای وزن و آئرو دینامیک

L و D: به ترتیب نیروهای برآ و نیروی پسا

V: سرعت باد

$V_k$ : سرعت کایت در فضا

$V_e$ : بردار سرعت مؤثر کایت شامل اختلاف سرعت کایت و سرعت باد

$\rho$ : چگالی هوا

**Abstract**

The increasing importance of the need for electricity and the need to have a healthy and pollution-free environment have prompted researchers to constantly track renewable sources of energy such as wind, solar, geothermal and so on instead of fossil fuels. But technology is not advanced enough yet to utilize them, and the costs associated with setting up and implementing them is not reasonable. In order to find and complement new methods to employ renewable energy, this paper investigates a new generator, i.e., Kite-Gen. The idea first explored in Torino, Italy, and is now being studied around the world. One of the most important factors to produce the maximum energy in a specific Kite-Gen, is to control its direction in a correct way. The purpose of this paper is to find a feedback control and to obtain proper eigenvalues for zero steady-state error.