

تحلیل خمش تیر ساندویچی انحنادار با رویه های تقویت شده با نانو لوله کربنی مدرج و هسته انعطاف پذیر

در این مقاله به بررسی رفتار خمشی یک تیر ساندویچی انحنادار با هسته انعطاف پذیر و رویه های کامپوزیتی تقویت شده با نانو لوله کربنی پرداخته شده است. نانو لوله های کربنی به صورت مواد تابعی مدرج در ضخامت رویه در نظر گرفته شده است و خواص آنها در راستای ضخامت رویه ها تغییر می کند. برای مدل سازی رفتار تیر ساندویچی از تئوری اویلر-برنولی برای رویه ها و الاستیسیته شبه سه بعدی برای هسته استفاده شده که این امر امکان بررسی انعطاف پذیری هسته را فراهم می کند. در این حین همچنین از اعمال شرایط سازگاری بین رویه ها و هسته استفاده می شود. معادلات دیفرانسیل حاکم با استفاده از اصل جابه جایی مجازی استخراج شده اند. جهت اعتبار سنجی دقت روش حاضر، نتایج بدست آمده با نتایج مشابه موجود در حیطه ی این موضوع مقایسه و از صحت معادلات استخراج شده و حل آن ها اطمینان حاصل گردیده است. بدین ترتیب تاثیر الگوهای مختلف توزیع نانو لوله های کربنی بر روی مقدار خیز، تغییر مکان مماسی، نیروی محوری و ممان خمشی در رویه ها و همچنین مقدار تنش شعاعی و برشی در هسته مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته اند. همچنین تاثیر مقدار کسر حجمی نانولوله های کربنی، نسبت ضخامت هسته به رویه ها و مقدار شعاع و زاویه انحنای تیر بر نتایج بررسی شده اند. نتایج نشان می دهد که بیشترین مقدار تغییر مکان شعاعی و مماسی در رویه ها و هسته و همچنین بیشترین مقدار تنش برشی و شعاعی در هسته مربوط به توزیع A و کمترین آن ها مربوط به توزیع V می باشد.

بهروز قانع^۱

دانشجوی کارشناسی ارشد

محسن بت شکنان

دهکردی^۲

دانشیار

واژه های راهنما: تیر ساندویچی انحنادار، نانو لوله کربنی، تحلیل خمش، تئوری مرتبه بالا

۱- مقدمه

از میان سازه های پرکاربرد در صنعت می توان به ورق ها و تیرها اشاره کرد، که به طور وسیع در شاخه های مختلف مهندسی کاربرد دارند. همچنین کاربرد سازه های ساندویچی در صنایع هوایی، دریایی، نظامی و خودرو به طور روز افزون در حال گسترش است. از این رو یافتن روشی برای تحلیل هر چه دقیق تر و ساده تر از رفتار سازه های ساندویچی در برابر بارگذاری های مختلف، لازم و ضروری به نظر می رسد. سازه های

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد
beh_gh1365@yahoo.com

^۲ نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد
mbd_dehkordi@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۳۰، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۰۶

ساندویچی از دو رویه سفت و قوی و یک هسته نرم و انعطاف پذیر تشکیل شده اند. این رویه‌ها به وسیله‌ی هسته از هم جدا می‌شوند [۱]. رویه‌ها معمولاً از ورق فلزی یا ورق‌های کامپوزیتی ساخته می‌شوند و هسته‌ی این مواد می‌تواند از پلیمرهای سبک، فوم‌ها، سازه‌های لانه زنبوری یا مواد با خاصیت توزیع تابعی تشکیل شود.

کشف نانوله‌ها در سال (۱۹۹۱)، موجب شده است که فعالیت‌های تحقیقاتی گسترده‌ای در علوم به بحث نانو ساختارهای کربنی و کاربردهای آنها اختصاص یابد [۲]. دلیل عمده‌ی این مسئله تکامل ساختاری مورد انتظار آنها، اندازه کوچک، چگالی کم، سختی بالا، استحکام بالا و خواص عالی الکتریکی آنهاست. آنها ۱۰ برابر از فولاد محکم‌ترند، در حالی که وزنشان یک ششم وزن فولاد است. نانو لوله‌های کربنی با خواص فیزیکی و شیمیایی قابل تغییر مانند استحکام بالا، سختی بالا و چگالی خیلی کم، منابع بزرگی از تحقیقات را به خود اختصاص داده‌اند. استفاده از نانوله‌های کربنی به عنوان تقویت کننده مواد مرکب در مقایسه با فیبرهای کربنی سنتی، استحکام و سفتی کامپوزیت‌ها را به طور قابل توجهی افزایش داده و باعث شده است که آنها اولین انتخاب برای ساختن پل‌ها، هواپیماها و حتی سفینه‌های فضایی باشند. از کاربردهای دیگر نانو لوله‌های کربنی استفاده در نمایش‌گرهای تشعشع میدانی، استفاده در صنعت الکترونیک (نانوله‌های تک دیواره) و استفاده به عنوان ذخیره کننده و پیل سوختی (با توجه ساختار تو خالی نانوله‌ها) و... می‌باشد. [۲۸].

با توجه به اینکه نانو لوله‌های کربنی دارای خواص مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی عالی می‌باشد، از آنها به عنوان تقویت کننده ایده آل برای تولید کامپوزیت‌های پلیمری با مقاومت بالا استفاده می‌شود. اما از آنجا که نانو لوله‌های کربنی به واسطه برهمکنش‌های واندروالس به صورت خوشه‌های پایدار در می‌آیند، تراکنش و آرایش دادن آنها در ماتریس پلیمری بسیار دشوار است. موضوعات اصلی در زمینه تهیه کامپوزیت‌های تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی عبارتند از تراکنش موثر نانو لوله‌ها در ماتریس‌های پلیمری و ارزیابی تراکنش و آرایش و کنترل نانو لوله‌ها در ماتریس، که برای تراکنش آنها در ماتریس پلیمری چند روش وجود دارد. از جمله این روش‌ها اختلاط محلول، اختلاط مذاب، ریسندگی الکتریکی، پلیمریزاسیون درجا و عامل دار کردن شیمیایی نانو لوله‌های کربنی می‌باشد [۲۹-۳۰].

در سازه‌های ساندویچی رویه‌ها و هسته به ترتیب توانایی تحمل بارهای کششی و بارهای برشی را دارند. امروزه در انواع زیادی از سازه‌های ساندویچی مانند واگن قطارها، بدنه کشتی‌ها، هواپیماها، ماشین‌های مسابقه‌ای پیشرفته و مخازن با مقاطع مدور، گوشه‌ها و انحناهایی وجود دارد. بنابراین با توجه به اینکه تیر ساندویچی انحنا دار به عنوان عضوی پر کاربرد در سازه‌های ساندویچی مورد استفاده می‌باشد و تحلیل خمشی این نوع سازه با رویه تقویت شده با نانو لوله کربنی و هسته نرم تاکنون انجام نگردیده است، در این تحقیق سعی بر آن است که تحلیل خمشی تیر ساندویچی انحنا دار با رویه تقویت شده با نانو لوله کربنی و هسته نرم با استفاده از روش تئوری مرتبه بالا^۱ [۳] جهت هموار سازی هرچه بیشتر طراحی اینگونه سازه‌ها انجام گردد.

در دهه‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی و استاتیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتروپیک هوشمند صورت گرفته است. نور و همکاران [۴] یک بازبینی بسیار خوب

¹ High order Sandwich Panel Theory

بر روی مدل های محاسباتی سازه های ساندویچی انجام داده که شامل بیش از ۸۰۰ مرجع است. او کار پیشینیان را آورده، مدل ها را دسته بندی کرده و ایده هایی برای کارهای بعدی ارائه کرده است. بت شکنان و همکاران [۵] به بررسی مدل مختلط برای تحلیل ورق های ساندویچی با رویه کامپوزیت پرداخته اند. ایشان برای تحلیل استاتیکی ورق های ساندویچی یک مجموعه مدل در چارچوب فرمولاسیون متحدالشکل کررا (CUF) ارائه کرده اند. به منظور مدل کردن تنش نرمال و تنش برشی عرضی از قضیه تغییرات رانزیر (RMVT) استفاده نموده اند. مواد مدرج تابعی تاثیر بسیاری در بهبود ویژگی های ترمومکانیکی مواد دارد. ردی [۶] و کاپانی [۷] برای صفحه کامپوزیتی چند لایه روش مرتبه بالا استفاده کرده اند. فروستینگ و باروچ [۸] رفتار تیر ساندویچی متقارن و نامتقارن با هسته انعطاف پذیر را مورد مطالعه قرار دادند و از روش سوپرپوزیشن برای یافتن تاثیر هسته انعطاف پذیر بر روی تنش و خمش استفاده کردند.

درصد کمی از نانو لوله های کربنی (۲-۵٪) به عنوان تقویت کننده مواد مرکب در مقایسه با استفاده از فیبرهای کربنی سنتی، می تواند به طور قابل توجهی استحکام و سفتی کامپوزیت را افزایش دهد [۹]. از طرف دیگر افزایش درصد نانو لوله های کربنی در کامپوزیت ها می تواند منجر به تخریب خواص مکانیکی آن شود. بدلیل تاثیر استفاده از درصد وزنی نانو لوله های کربنی در کامپوزیت ها شین [۱۰-۱۳] با توجه به رفتار خمشی غیر خطی نانو لوله های کربنی، استفاده از مواد مدرج تابعی در ساخت نانو لوله ها را معرفی کرد. یک توزیع غیر خطی از نانو لوله های کربنی در طول ضخامت صفحه قرار داده شد و مشخص شد که تقویت با این مواد می تواند رفتار صفحه را تغییر دهد. روش مواد مدرج تابعی در نانو کامپوزیت های کربنی در آخرین مطالعات بدست آمده محقق شده است که این مواد هوشمند با کامپوزیت آلومینیوم که از متالورژی پودر حاصل می شود، تقویت شده است [۱۴]. در سال های اخیر مطالعات بسیاری بر روی خمش، ارتعاشات و کمانش سازه ها در رابطه با این موضوع انجام شده است. انصاری [۱۵] ارتعاشات غیر خطی صفحات کامپوزیتی که با نانو لوله های کربنی تقویت شده اند را بررسی نموده است. او از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و روابط ون کارمن استفاده کرده است. او دریافت با افزایش کسر حجمی نانو لوله های کربنی، سفتی خمشی صفحه افزایش می یابد و همچنین فرکانس طبیعی بزرگتر می شود. همچنین مشاهده نمود که توزیع نانو لوله ها تاثیر قابل ملاحظه ای بر رفتار ارتعاشاتی صفحات می گذارد. استحکام برشی بالا و سبکی هسته های فوم و سفتی خمشی قابل توجه از مزایای سازه های ساندویچی هستند. پس رویه تقویت شده با نانو لوله کربنی و کامپوزیت مقاوم، رفتار خمشی صفحه های ساندویچی با هسته فوم را بهینه می کند. وانگ و شن [۱۶] ارتعاشات آزاد غیر خطی و آنالیز خمشی صفحات ساندویچی با رویه تقویت شده با نانو لوله را با استفاده از روش اختلال دو مرحله ای مورد بررسی قرار دادند. آن ها در تحقیق خود از دو نوع نانو لوله یعنی نانو لوله با توزیع یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG) استفاده کرده اند. همچنین تاثیرات دما بر رویه و هسته بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که رویه مدرج تابعی تقویت شده تاثیر کمی بر روی رفتار خمشی دارد. سبحانی و همکارانش [۱۷] رفتار ارتعاشاتی یک پنل استوانه ای تقویت شده با توزیع های مختلف تابعی از نانو لوله های کربنی را مطالعه کردند. مهرآبادی و همکارانش [۱۸]

¹Carrera's Unified Formulation

²Reissner Mixed Variational Theorem

³Uniformly Distributed

تحلیل کماتش مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای باز تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره را انجام دادند. آن‌ها برای تعیین خواص پوسته کامپوزیتی تقویت شده از قانون اصلاح شده مخلوط‌ها استفاده نموده و تأثیر مشخصات هندسی پوسته و خواص فیزیکی بر بار بحرانی را بررسی کردند. شن و زو [۱۹] از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا برای مطالعه کماتش صفحات ساندویچی با رویه نانو کربن بر پایه الاستیک پاسترناک استفاده نموده‌اند. نتایج نشان می‌دهد تغییر دما، کسر حجمی رویه‌های نانو لوله و نسبت ضخامت ورق هسته به رویه بر روی بار کماتش صفحات ساندویچی تأثیر قابل توجهی می‌گذارد. وو و همکاران [۲۰] تحلیل ارتعاشات آزاد و بارهای خمشی بر روی تیر با هسته سفت و رویه^۱ FG-CNTRC را انجام دادند. در این روش چهار مرتبه مشتق گیری جهت گسسته سازی معادله حاکم انجام شده است. بارهای خمشی و فرکانس‌های طبیعی از طریق روش مقدار ویژه بدست آمده است. کریمی و همکاران [۲۱] تحلیل کماتش غیر محلی تیر انحنادار کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را انجام دادند. نامی و جانقربان [۲۲] ارتعاشات آزاد ورق کامپوزیتی مستطیلی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مدرج ضخیم، بر پایه تئوری الاستیسیته سه بعدی به روش مربعات دیفرانسیلی را بررسی کرده‌اند. اخیراً سلامی [۲۳] به تحلیل خمش تیرهای ساندویچی با هسته نرم و رویه تقویت شده با نانو لوله کربنی با استفاده از تئوری مرتبه بالا پرداخته است. نانولوله‌ها در طول ضخامت رویه به صورت یکنواخت و یا به صورت مدرج تابعی (FG) توزیع شده و رویه از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی پیروی می‌کند. بررسی‌های انجام شده حاکی از این است که تاکنون در تمامی مطالعات انجام شده، رفتار خمشی تیر ساندویچی خمیده با رویه‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحقیق نشده است. بدین ترتیب در این تحقیق توجه ما به رفتار خمشی تیرهای ساندویچ پل با رویه‌های مدرج تابعی (FG-CNTRC) و هسته قابل انعطاف متمرکز خواهد بود، که برای مدل‌سازی هسته از حل الاستیسیته شبه سه بعدی و برای مدل‌سازی رویه‌ها از تئوری‌های کلاسیک تیر و نهایتاً اعمال شرایط سازگاری استفاده می‌شود. توزیع نانو لوله‌ها در رویه‌ها به صورت یکنواخت، FG-X، FG-O، FG-A و FG-V می‌باشد.

۲- معادلات حاکم بر تعادل

۲-۱- هندسه مسئله و روابط سینماتیکی

یک تیر ساندویچی انحنادار به صورت استوانه‌ای با پهنای b در نظر گرفته شده است. در مطلب حاضر زیر نویس‌های t و b به رویه بالایی^۲ و رویه پایینی^۳ اشاره دارند. هر صفحه یک سیستم مختصات منحنی الخط مختص به خود دارد (z_j, s_j) که در آن:

$$s_j = r_j \varphi \quad (j = t, b) \quad (1)$$

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- مقدار طول تیر در حدود انحنای تیر است $L \leq R$.

¹ Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite

² top

³ bottom

- ضخامت رویه‌ها می‌توانند مقادیر متفاوتی داشته باشند d_t و d_b که مقدار آنها در مقایسه با طول و انحنای تیر کوچک هستند. رویه‌ها مطابق ورق نازک و فرضیات برنولی رفتار می‌کنند.

- هسته با ضخامت t_c کاملاً به رویه‌ها چسبیده است. از تنش‌های مماسی هسته صرفه نظر شده است، چرا که سازه‌های ساندویچی مدرن از رویه‌های خیلی سفت (فلز یا کامپوزیت) و هسته با مقاومت کم مثل فوم یا لانه زنبوری ساخته می‌شوند. در حالت هسته لانه زنبوری، به عنوان یک خصوصیت هندسی سلول، سفتی دو بعدی صفحه‌ای برابر صفر است. همچنین در حالت فومی مدول الاستیسیته هسته بسیار کوچکتر از مدول الاستیسیته رویه‌ها است. اما چون ضخامت هسته چند برابر ضخامت رویه‌هاست، می‌توان از سفتی خمشی هسته در مقایسه با رویه‌ها چشم پوشی کرد.

- شرایط مرزی گوناگونی می‌توان با توجه به شکل رویه‌ها در نظر گرفت.

تغییر مکان‌ها شعاعی w_t و w_b و تغییر مکان‌های مماسی u_t و u_b از مرکز رویه‌ها اندازه‌گیری می‌شوند که در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین ابعاد تیر انحنادار نیز در شکل (۱) نمایش داده شده است. مختصات محلی هسته نیز به صورت قطبی است که مرکز آن در مرکز انحنای تیر قرار دارد (r, φ) . در سیستم مختصات قطبی روابط سینماتیکی رویه‌ها به صورت ذیل هستند:

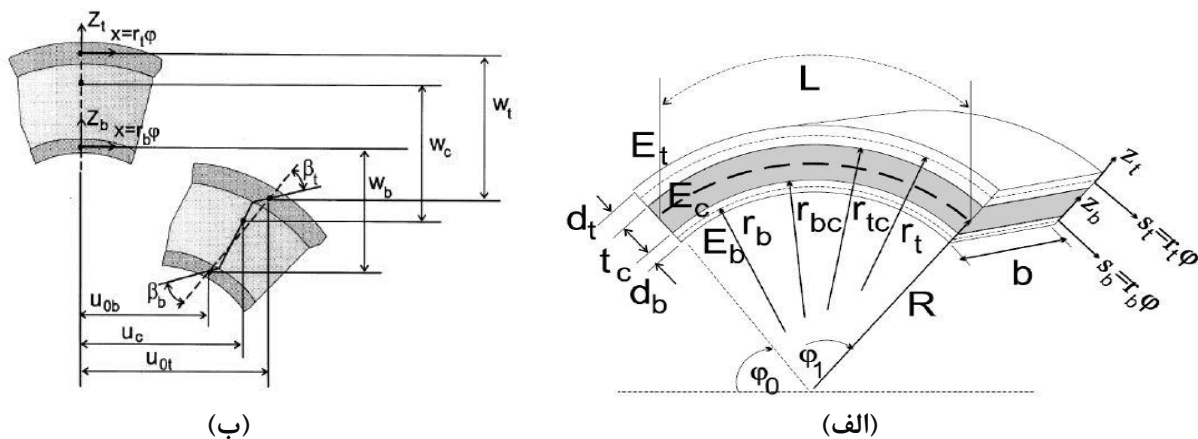
$$u_j = u_{oj} + z_j \beta_j \quad (j = t, b) \quad (2)$$

که در آن u_{oj} تغییر مکان مماسی در وسط رویه‌ها هستند و β_j برابر است با:

$$\beta_j = \frac{u_{oj}(\varphi) - w_j(\varphi), \varphi}{r_j} \quad (j = t, b) \quad (3)$$

که در آن r_j شعاع خط مرکزی هر یک از رویه‌هاست. کرنش مماسی در رویه‌ها برابر است با:

$$\varepsilon_{ssj}(\varphi) = \varepsilon_{oj}(\varphi) + z_j \chi_j(\varphi) \quad (j = t, b) \quad (4)$$



شکل ۱- ابعاد تیر انحنادار (ب) تغییر مکان‌ها

که در آن \mathcal{E}_{oj} مقدار کرنش در مرکز هر یک از رویه‌ها است و χ_j مقدار انحنا در هر یک از رویه‌هاست و برابر هستند با:

$$\mathcal{E}_{oj} = \frac{u_{oj,\varphi}(\varphi) + w_j(\varphi)}{r_j} \quad (j = t, b) \quad (5)$$

$$\chi_j(\varphi) = \frac{u_{oj,\varphi}(\varphi) - w_{j,\varphi\varphi}(\varphi)}{r_j^2} \quad (j = t, b) \quad (6)$$

روابط سینماتیکی هسته برابرند با:

$$\mathcal{E}_{rr}(r, \varphi) = w_c(r, \varphi)_{,r} \quad (7)$$

$$\gamma_{sr}(r, \varphi) = \gamma_{s\varphi}(r, \varphi) = u_c(r, \varphi)_{,r} - \frac{u_c(r, \varphi)}{r} + \frac{w_c(r, \varphi)_{,\varphi}}{r} \quad (8)$$

$$\mathcal{E}_{rr} = \frac{\partial w}{\partial r} \quad (9)$$

که در آن $\mathcal{E}_{oj}, \gamma_{sr}, w_c$ به ترتیب مقادیر تغییر مکان شعاعی مرکز هسته، کرنش برشی و کرنش نرمال شعاعی در هسته می‌باشد. همچنین روابط سازگاری بر اساس فرض چسبندگی کامل هسته به صفحات تعریف می‌شود، که به صورت زیر هستند:

$$u_c(r = r_{jc}, \varphi) = u_{oj}(\varphi) + (-1)^k \frac{d_j(u_{oj}(\varphi) - w_j(\varphi)_{,\varphi})}{2r_j} \quad (j = t, b) \quad (10)$$

$$w_c(r = r_{jc}, \varphi) = w_{oj}(\varphi) \quad (j = t, b) \quad (11)$$

۲-۲- معادلات تعادل

بدست آوردن معادلات حاکمه با مشتق‌گیری از معادلات میدان و با استفاده از شرایط مرزی و پیوستگی شروع می‌شود. سپس حل معادلات تنش و میدان‌های تغییر شکل هسته دنبال می‌گردد. روابط با نوشتن معادلات گسترش یافته بر حسب مجهولات و جواب‌های آنها به پایان می‌رسد. معادلات گسترش یافته، شرایط مرزی و شرایط پیوستگی از طریق اصول تغییرات که در آن مجموع انرژی پتانسیل به حداقل می‌رسد، بدست آمده است. که روش بدست آوردن آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta(U + V) = 0 \quad (12)$$

که در آن U و V به ترتیب انرژی های داخلی و خارجی و δ عملگر تغییرات می باشد. اولین دیفرانسیل انرژی کرنش بر حسب تنش ها و کرنش ها برابر است با:

$$\delta U = \int_{V_{top}} \sigma_{sst} \delta \varepsilon_{sst} dv + \int_{V_{bot}} \sigma_{ssb} \delta \varepsilon_{ssb} dv + \int_{V_{core}} (\tau_{rs} \delta \gamma_{rs} + \sigma_{rr} \delta \varepsilon_{rr}) dv \quad (13)$$

که در آن σ_{sst} و ε_{sst} تنش و کرنش در راستای مماسی در رویه بالایی، σ_{ssb} و ε_{ssb} تنش و کرنش در راستای مماسی در رویه پایینی، σ_{rr} و ε_{rr} تنش ها و کرنش ها در راستای شعاعی در هسته، τ_{rs} و γ_{rs} تنش ها و کرنش های برشی در هسته، V_{top} و V_{bot} و V_{core} به ترتیب حجم رویه های بالایی، پایینی و حجم هسته و dv دیفرانسیل حجم هستند.

رابطه δU از روابط (۴)، (۷)، (۸) و (۱۲) به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_{V_{top}} \sigma_{sst} (\delta \varepsilon_{ot} + z_t \delta \chi_t) dv \\ & + \int_{V_{bot}} \sigma_{ssb} (\delta \varepsilon_{ob} + z_b \delta \chi_b) dv \\ & + \int_{V_{core}} \left(\tau_{rs} \left(\delta u_{c,r} - \frac{\delta u_c}{r} + \frac{\delta w_{c,\varphi}}{r} \right) + \sigma_{rr} \delta w_{c,r} \right) dv \end{aligned} \quad (14)$$

مقدار دیفرانسیل حجم برابر است با:

$$dv = bdrds \quad (15)$$

منتجه های نیروی محوری و گشتاور خمشی رویه ها نیز به صورت زیر تعریف شده است:

$$N_j = b \int_{-d_i/2}^{+d_i/2} \sigma_i dz \quad (j = t, b) \quad (16)$$

$$M_j = b \int_{-d_i/2}^{+d_i/2} \sigma_i z dz \quad (j = t, b) \quad (17)$$

اولین دیفرانسیل انرژی خارجی به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \delta V = & - \int_{s=0}^l (n_t \delta u_{0t} + q_t \delta w_t - m_t \delta \beta_t) ds_t \\ & - \int_{s=0}^l (n_b \delta u_{0t} + q_b \delta w_b - m_b \delta \beta_b) ds_b \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن $(j = t, b)m_j, n_j, q_j$ به ترتیب بارهای گسترده در راستای شعاعی، مماسی و ممان های خمشی خارجی در رویه های بالایی و پایینی هستند؛ $(j = t, b)\beta_j, w_j, u_j$ تغییر مکان های در راستای مماسی، شعاعی و چرخش رویه های بالایی و پایینی می باشند؛ ds طول دیفرانسیل در راستای انحنای تیر می باشد. شکل (۲) بارها و جهات منتهج های تنش را نشان می دهد.

با استفاده از روابط (۳) و (۲۰) رابطه δV نیز بدست می آید و سپس اولین دیفرانسیل انرژی های داخلی و خارجی که به دست آمده است را در (۱۲) قرار داده و با توجه به اینکه جهت ارضاء معادله (۱۲) لازم است ضرایب $\delta u_c, \delta w_c, \delta u_{ot}, \delta u_{ob}, \delta w_t, \delta w_b$ صفر باشند، معادلات تعادل به صورت زیر بدست می آید:

$$N_{t,\varphi} + \frac{M_{t,\varphi}}{r_t} - b\tau_{rs}(r=r_{tc})r_{tc} \left(1 - \frac{d_t}{2r_t}\right) = -n_t r_t + m_t \quad (19)$$

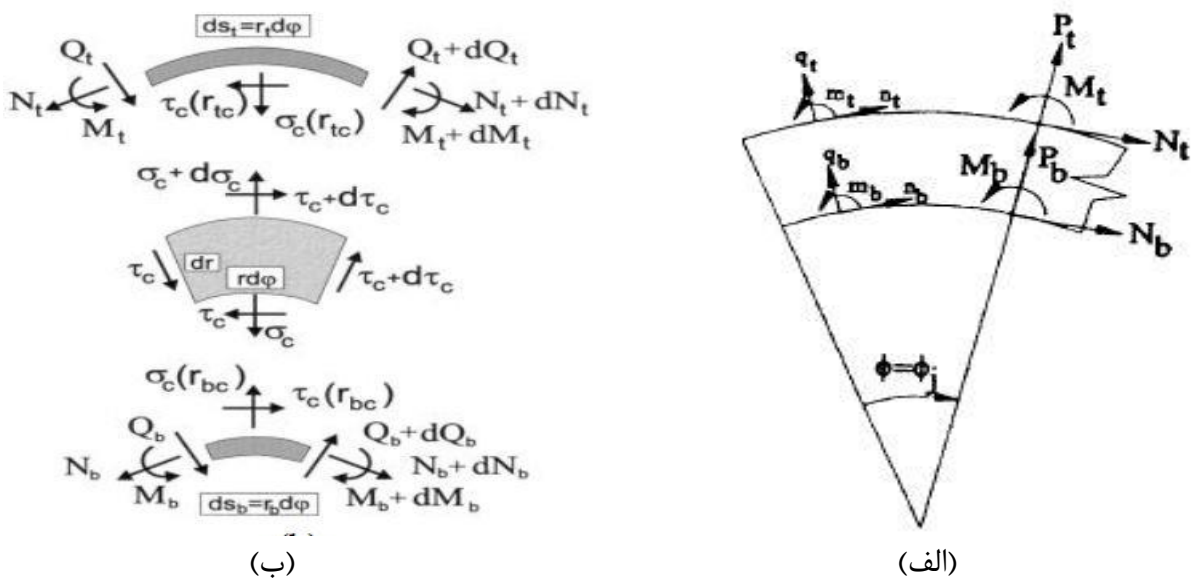
$$N_{b,\varphi} + \frac{M_{b,\varphi}}{r_b} + b\tau_{rs}(r=r_{bc})r_{bc} \left(1 + \frac{d_b}{2r_b}\right) = -n_b r_b + m_b \quad (20)$$

$$\frac{M_{t,\varphi\varphi}}{r_t} - N_t - b\sigma_{rr}(r=r_{tc})r_{tc} + \frac{bd_t r_{tc}}{2r_t} \tau_{rs,\varphi}(r=r_{tc}) = -q_t r_t + m_{t,\varphi} \quad (21)$$

$$\frac{M_{b,\varphi\varphi}}{r_b} - N_b + b\sigma_{rr}(r=r_{bc})r_{bc} + \frac{bd_b r_{bc}}{2r_b} \tau_{rs,\varphi}(r=r_{bc}) = -q_b r_b + m_{b,\varphi} \quad (22)$$

$$(r\tau_{rs}(r,\varphi))_r + \tau_{rs}(r,\varphi) = 0 \quad (23)$$

$$\tau_{rs}(r,\varphi)_{,\varphi} + (r\sigma_{rr}(r,\varphi))_{,r} = 0 \quad (24)$$



شکل ۲- الف) بارها ب) جهات منتهج های تنش

همچنین شرایط مرزی در رویه های بالایی و پایینی و هسته در $(s=0, l)(\varphi=0, \alpha)$ برابر خواهند بود با:

$$\lambda \left(N_j + \frac{M_j}{r_j} \right) = 0 \quad \text{or} \quad \delta u_{0j} = 0 \quad (25)$$

$$\lambda M_j = 0 \quad \text{or} \quad \delta w_{j,\varphi} = 0 \quad (26)$$

$$\lambda \left(\frac{M_{j,\varphi}}{r_j} + b \tau_{rs}(r=r_{jc}) \frac{r_{jc} d_j}{2r_j} - m_j \right) = 0 \quad \text{or} \quad \delta w_j = 0 \quad (27)$$

$$\lambda = 1 \quad \text{when} \quad s = l \quad (28)$$

$$\lambda = -1 \quad \text{when} \quad s = 0 \quad (29)$$

$$\tau_{rs}(r, \varphi) = 0 \quad \text{or} \quad \delta w_c(r, \varphi) = 0 \quad (30)$$

بدین ترتیب با توجه به معادلات بدست آمده، روابط مقدار تنش برشی در هسته (τ_{rs}) ، تنش شعاعی نرمال در هسته (σ_{rr}) ، تغییر مکان شعاعی هسته (w_c) و تغییر مکان مماسی هسته (u_c) به شکل زیر بدست می آید:

$$\tau_{rs} = \frac{\tau_t(\varphi) r_{tc}^2}{r^2} \quad (31)$$

$$\sigma_{rr} = r_{tc} \tau_{t,\varphi} \left(\frac{r_{tc}}{r^2} - \frac{r_{bc} - r_{tc}}{r \ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) + \frac{(w_b - w_t) E_c}{r \ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \quad (32)$$

$$w_c(r, \varphi) = \frac{r_{tc} \tau_{t,\varphi}}{E_c} \left(\frac{r - r_{tc}}{r} \right) + \frac{(w_b - w_t) \ln(\frac{r}{r_{tc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} - \frac{\tau_{t,\varphi} r_{tc}^2 (\frac{r_{bc} - r_{tc}}{r_{bc} r_{tc}}) \ln(\frac{r}{r_{tc}})}{E_c \ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} + w_t \quad (33)$$

$$u_c(r, \varphi) = \frac{\tau_t(r^2 - r_{tc}^2)}{2rG_c} + \frac{\tau_{t,\varphi} r_{tc}}{E_c} \left[\ln \frac{r_{tc}}{r} + \frac{(r^2 - r_{tc}^2)}{2rr_{tc}} \right] + \frac{\sigma_{r,\varphi}(r=r_{tc}) r_{tc}}{E_c} \left[\left(\ln \frac{r}{r_{tc}} \right) - \frac{r}{r_{tc}} + 1 \right] - \frac{w_{t,\varphi}(r - r_{tc})}{r_{tc}} + \frac{r}{r_{tc}} \left(u_{0t} - \frac{d_t(u_{0t} - w_{t,\varphi})}{2r_t} \right) \quad (34)$$

که در آن r_{bc}, r_{tc}, τ_t به ترتیب مقادیر تنش برشی در نقطه اتصال هسته با رویه بالا، شعاع نقطه اتصال هسته با رویه بالا و شعاع نقطه اتصال هسته با رویه پایین می باشد.

۳-۲- خواص مواد مرکب

در این تحقیق رویه‌ها با نانو لوله کربنی تقویت شده‌اند. لذا لازم است که خواص مکانیکی این مواد بیان شود. قانون هوک برای مواد مرکب به شکل زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$\sigma_{xx} = c_{11}^* \epsilon_{xx} \quad (۳۵)$$

$$c_{11}^* = c_{11} m^4 + 2(c_{12} + c_{66}) m^2 n^2 + c_{22} n^4 \quad m = \cos \theta, n = \sin \theta \quad (۳۶)$$

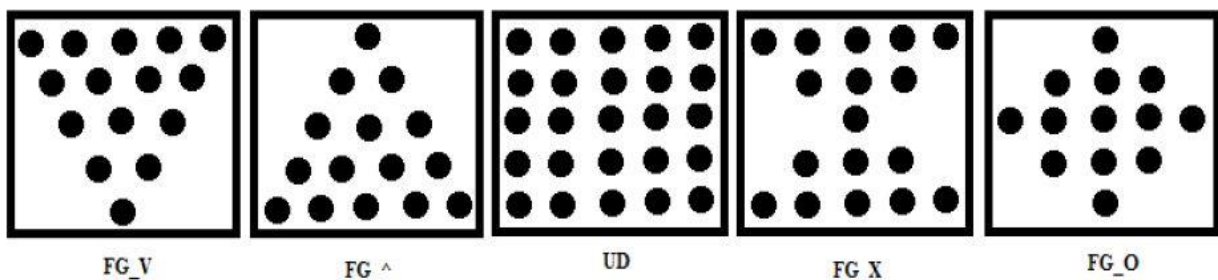
زاویه نانو لوله های کربنی با محور افقی است. چون که در این تحقیق نانو لوله ها به صورت افقی در رویه ها قرار گرفته اند، لذا $\theta = 0$ و معادله (۳۷) به شکل زیر نوشته می شود:

$$c_{11}^* = c_{11} = E_{11} \quad (۳۷)$$

طبق قانون مخلوط ها برای خواص مکانیکی، مدول الاستیسیته به شکل زیر نوشته می شود [۲۵]:

$$E_{11} = \eta V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E_m \quad (۳۸)$$

که V_{cn} کسر حجمی نانو لوله کربنی و V_m کسر حجمی زمینه و E_{11}^{cn} مدول الاستیسیته نانو لوله کربنی و E_m مدول الاستیسیته زمینه می باشد. η پارامتر بهره وری برای خواص وابسته به مقیاس است [۲۶]. رویه‌ها به شکل نانولوله کربنی تابعی مدرج در نظر گرفته شده و حالات UD, FG-O, FG-X, FG-V, FG-A مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در شکل (۳) الگوی توزیع آن‌ها آورده شده است. کسر حجمی نانو لوله‌های کربنی مدرج، تابعی از ضخامت رویه‌هاست که در جدول (۱-۲) ارتباط کسر حجمی و ضخامت بیان شده است. در جدول (۱-۲) V_{CN}^* کسر حجمی ویژه می‌باشد.



شکل ۳- الگوی توزیع نانو لوله های کربنی

جدول ۱- رابطه کسر حجمی نانو لوله کربنی و ضخامت

| الگوی توزیع نانو لوله های کربنی | کسر حجمی رویه بالا (V_{CN}) | کسر حجمی رویه پایین (V_{CN}) |
|---------------------------------|---|---|
| UD | V_{CN}^* | V_{CN}^* |
| FG-O | $2 \times (1 - 2 \frac{ z }{d_t}) V_{CN}^*$ | $2 \times (1 - 2 \frac{ z }{d_b}) V_{CN}^*$ |
| FG-X | $4 \times \frac{ z }{d_t} V_{CN}^*$ | $4 \times \frac{ z }{d_b} V_{CN}^*$ |
| FG-V | $2 \times (0.5 + \frac{z}{d_t}) V_{CN}^*$ | $2 \times (0.5 - \frac{z}{d_b}) V_{CN}^*$ |
| FG-A | $2 \times (0.5 - \frac{z}{d_t}) V_{CN}^*$ | $2 \times (0.5 + \frac{z}{d_b}) V_{CN}^*$ |

طبق قانون مواد مرکب چگالی رویه ها به شکل زیر نوشته می شود: [۲۶]

$$\rho = V_{CN} \rho^{CN} + V_m \rho^m \quad (۳۹)$$

که ρ^{CN} چگالی نانو لوله کربنی و ρ^m چگالی زمینه است.

۴-۲- نتیجه نیروی محوری (N) و ممان خمشی (M) برای توزیع های مختلف نانو لوله های کربنی
چون که کسر حجمی نانو لوله کربنی در توزیع های مختلف نانو لوله ها تابعی از ضخامت رویه است، لازم است برای هر توزیع روابط N و M به طور جداگانه محاسبه شود. حال با استفاده از روابط (۴)، (۱۶)، (۱۷) و (۳۵) روابط نتیجه های نیروی محوری و ممان خمشی به شکل زیر بدست می آید:

$$N_j = A_j \frac{u_{oj,\varphi} + w_j}{r_j} + B_j \frac{u_{oj,\varphi} - w_{j,\varphi\varphi}}{r_j^2}$$

$$M_j = B_j \frac{u_{oj,\varphi} + w_j}{r_j} + C_j \frac{u_{oj,\varphi} - w_{j,\varphi\varphi}}{r_j^2} \quad (j = t, b) \quad (۴۰)$$

$$A_j = bE_{11} \int_{-d_j/2}^{+d_j/2} dz; B_j = bE_{11} \int_{-d_j/2}^{+d_j/2} z_j dz; C_j = bE_{11} \int_{-d_j/2}^{+d_j/2} z_j^2 dz$$

که در حالت ایزوتروپیک با توجه به اینکه مقدار B_j برابر صفر است، A_j و C_j به ترتیب Ebd_j و $Eb \frac{d_j^3}{12}$ همان سفتی های محوری و خمشی هستند. در واقع A_j ، B_j و C_j در حالت کلی به ترتیب

سختی کششی، سختی کوپل و سختی خمشی رویه ها است که طبق رابطه (۳۸) و با استفاده از روابط جدول (۱) برای هر کدام از توزیع های مختلف نانو لوله های کربنی به صورت جداگانه بدست می آید.

۵-۲- بدست آوردن معادلات حاکم بر تعادل

چهار معادله با قرار دادن روابط N_j و M_j طبق (۴۰) و روابط τ_{rs} و σ_{rr} طبق (۳۱) و (۳۲) در معادلات میدان به دست می آید و معادله پنجم با استفاده از شرایط سازگاری در سطح اتصال هسته و رویه پایینی با استفاده از روابط (۱۰) و (۳۴) نیز به دست می آید:

$$\begin{aligned} & \left[A_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi} + W_{t,\varphi}}{r_t} \right) + B_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi} - W_{t,\varphi\varphi\varphi}}{r_t^2} \right) \right] + \\ & \left[B_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi} + W_{t,\varphi}}{r_t^2} \right) + C_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi} - W_{t,\varphi\varphi\varphi}}{r_t^3} \right) \right] - \\ & b \tau_t r_{tc} \left(1 - \frac{d_t}{2r_t} \right) = -n_t r_t + m_t \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & \left[A_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi} + W_{b,\varphi}}{r_b} \right) + B_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi} - W_{b,\varphi\varphi\varphi}}{r_b^2} \right) \right] + \\ & \left[B_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi} + W_{b,\varphi}}{r_b^2} \right) + C_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi} - W_{b,\varphi\varphi\varphi}}{r_b^3} \right) \right] + \\ & b \frac{\tau_t r_{tc}^2}{r_{bc}} \left(1 + \frac{d_b}{2r_b} \right) = -n_b r_b + m_b \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \left[B_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi\varphi} + W_{t,\varphi\varphi}}{r_t^2} \right) + C_t \left(\frac{u_{0t,\varphi\varphi\varphi} - W_{t,\varphi\varphi\varphi\varphi}}{r_t^3} \right) \right] - \\ & \left[A_t \left(\frac{u_{0t,\varphi} + W_t}{r_t} \right) + B_t \left(\frac{u_{0t,\varphi} - W_{t,\varphi\varphi}}{r_t^2} \right) \right] - \\ & b r_{tc} \left[\tau_{t,\varphi} \left(\frac{\frac{r_{tc}}{r_{bc}} - 1}{\ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} + 1 \right) + \frac{(W_b - W_t) E_c}{r_{tc} \ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} \right] + \\ & \frac{b d_t r_{tc}}{2r_t} \tau_{t,\varphi} = -q_t r_t + m_{t,\varphi} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\left[B_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi\varphi} + w_{b,\varphi\varphi}}{r_b^2} \right) + C_b \left(\frac{u_{0b,\varphi\varphi\varphi} - w_{b,\varphi\varphi\varphi}}{r_b^3} \right) \right] -$$

$$\left[A_b \left(\frac{u_{0b,\varphi} + w_{b,\varphi}}{r_b} \right) + B_b \left(\frac{u_{0b,\varphi} - w_{b,\varphi\varphi}}{r_b^2} \right) \right] +$$

$$br_{bc} \left[\tau_{t,\varphi} \frac{r_{tc}}{r_{bc}} \left(\frac{\frac{r_{tc}}{r_{bc}} - 1}{\ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} + \frac{r_{tc}}{r_{bc}} \right) + \frac{(w_b - w_t) E_c}{r_{bc} \ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} \right] +$$

$$\frac{bd_b r_{tc}^2}{2r_b r_{bc}} \tau_{t,\varphi} = -q_b r_b + m_{b,\varphi} \tag{44}$$

$$b \left(1 - \frac{d_t}{2r_t} \right) u_{0t} - b \frac{r_{tc}}{r_{bc}} \left(1 + \frac{d_b}{2r_b} \right) u_{0b} + b \left(\frac{1 - \frac{r_{tc}}{r_{bc}}}{\ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} - 1 + \frac{d_t}{2r_t} \right) w_{t,\varphi}$$

$$+ b \left(\frac{r_{tc}}{r_{bc}} \left(1 + \frac{d_b}{2r_b} \right) + \frac{r_{tc} - 1}{\ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} \right) w_{b,\varphi} + br_{tc} \left(\frac{r_{bc}^2 - r_{tc}^2}{2G_c r_{bc}^2} \right) \tau_t$$

$$- \frac{br_{tc}}{E_c} \left(\frac{(r_{bc} - r_{tc})^2}{r_{bc}^2 \ln \frac{r_{bc}}{r_{tc}}} + \frac{r_{tc}^2 - r_{bc}^2}{2r_{bc}^2} \right) \tau_{t,\varphi\varphi} = 0 \tag{45}$$

۶-۲- حل معادلات حاکم بر تعادل

در این تحقیق برای حل مسئله تیر انحنادار با شرایط مرزی ساده از روش فرم بسته استفاده شده است. طبق این روش جوابها را می توان به صورت سری فوریه و با بیان متغیرهای وابسته در جهت φ به صورت زیر نمایش داد:

$$u_j(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_{uj} \cos\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \quad (j = t, b) \tag{46}$$

$$w_j(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_{wj} \sin\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \quad (j = t, b) \tag{47}$$

$$\tau_t(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_\tau \cos\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \tag{48}$$

$$q_j(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_{qj} \sin\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \quad (j = t, b) \quad (49)$$

$$n_j(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_{nj} \cos\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \quad (j = t, b) \quad (50)$$

$$m_j(\varphi) = \sum_{m=1}^M C_{mj} \cos\left(\frac{m\pi\varphi}{\alpha_0}\right) \quad (j = t, b) \quad (51)$$

در روابط بیان شده m اندیسی برای طول موج سری فوریه و M تعداد عبارت های سری فوریه می باشد. ضرایب فوریه شامل $C_{ut}, C_{ub}, C_{wt}, C_{wb}, C_{\tau}$ ثوابتی هستند که باید محاسبه شوند. همچنین ثوابت $C_{qt}, C_{qb}, C_{nt}, C_{nb}, C_{mt}, C_{mb}$ مربوط به بارگذاری خارجی است که به توزیع بار خارجی وابسته هستند. بنابراین با جایگذاری روابط (۴۶) تا (۵۱) در معادلات حاکم، مسئله به شکل ماتریسی قابل حل خواهد بود. لذا ابتدا لازم است مشتقات مورد نیاز را از توزیع های فوریه فرض شده بدست آورده و با جایگذاری روابط بدست آمده در معادلات (۴۱) تا (۴۵) معادلات حاکم را بر حسب ضرائب فوریه بدست آورد. در نهایت شکل ماتریسی مسئله به صورت زیر خواهد بود:

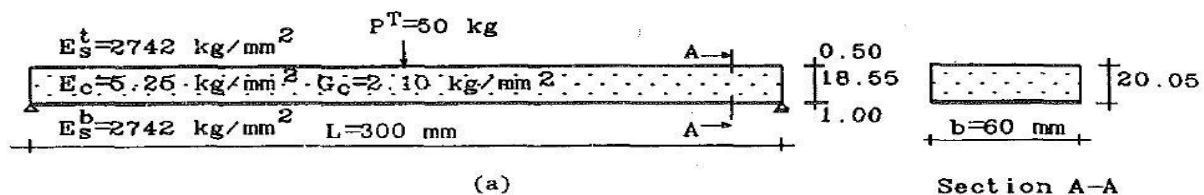
$$[D][C] = [F] \quad (52)$$

که ماتریس C مربوط به ضرائب ثابت فوریه که مجهول بوده و ماتریس F مربوط به ضرائب ثابت بارگذاری می باشد. برای حل ماتریس بیان شده از نرم افزار متلب استفاده گردیده و نتایج بدست آمده در بخش بعد قابل مشاهده خواهد بود.

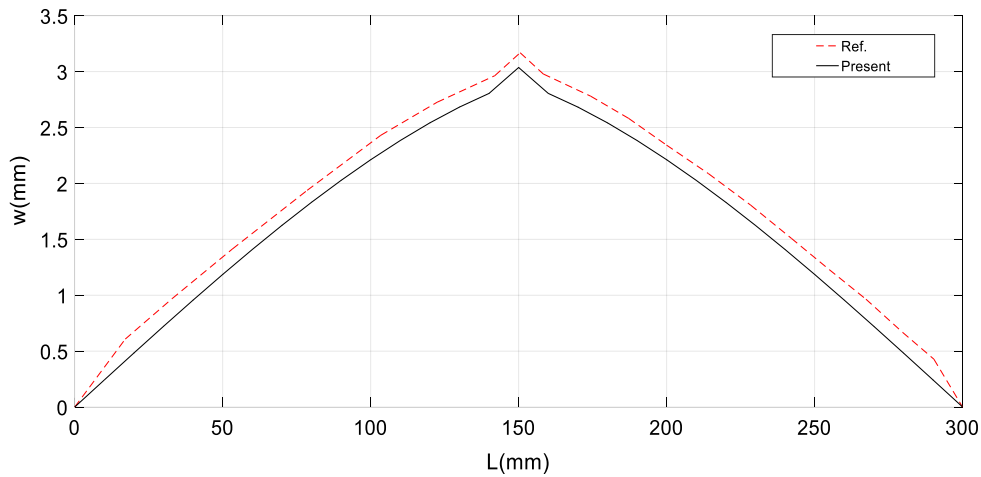
۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبار سنجی

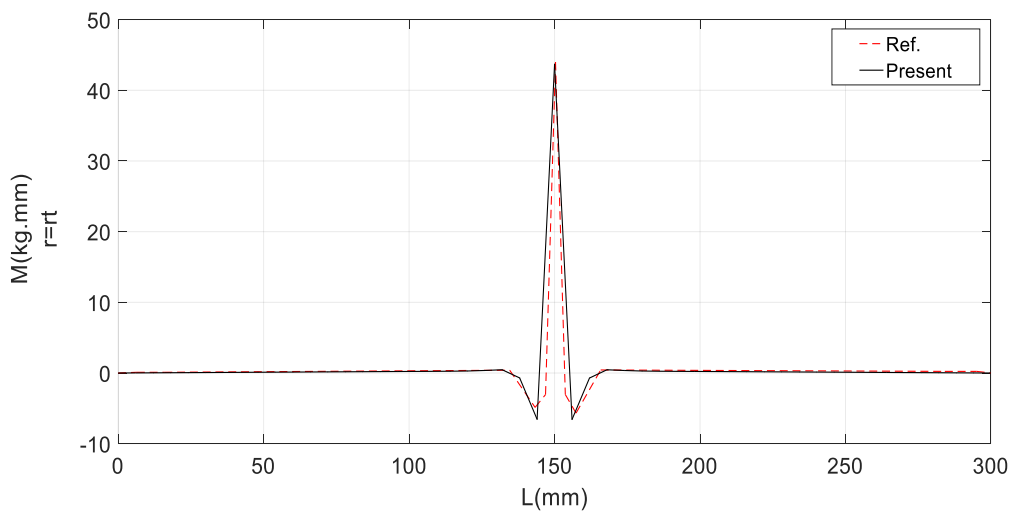
جهت اطمینان از صحت و دقت معادلات بدست آمده، اعتبار سنجی نتایج در سه حالت بررسی شده است. در حالت اول شرایط مسئله مطابق شکل (۴) بر اساس مرجع [۳] به صورت یک تیر ساندویچی انحنادار با فرض شعاع فیزیکی بینهایت (نزدیک به یک تیر مستقیم) با شرایط تکیه گاهی ساده و تحت یک بارگذاری متمرکز در نقطه میانی رویه بالا برابر با $P^t = 50 \text{ kg}$ ، در نظر گرفته شده است. برخی از نتایج بدست آمده با نتایج مرجع مقایسه شده که به ترتیب نمودار مقایسه تغییر مکان عمودی و ممان خمشی در رویه بالا در شکل های (۵) و (۶) قابل مشاهده است.



شکل ۴- تیر ساندویچی مورد بررسی و مقایسه مطابق با مرجع [۳]

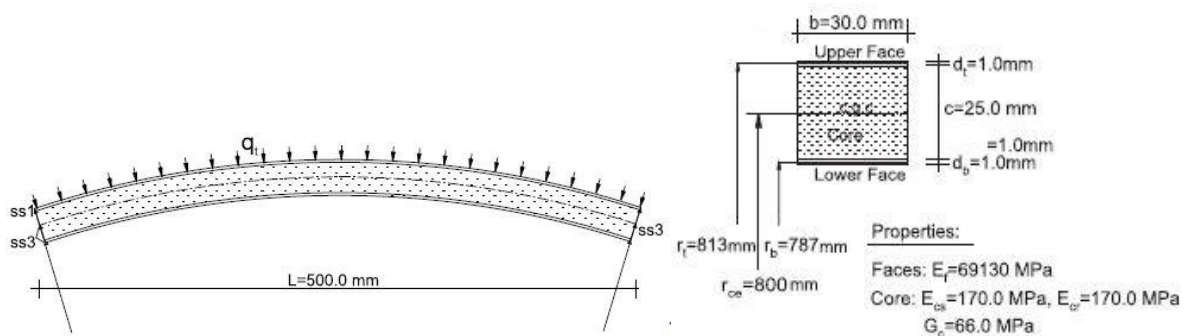


شکل ۵- مقایسه تغییر مکان عمودی رویه بالای تیر انحنادار با فرض انحنای بینهایت و تیر مستقیم مرجع [۳]

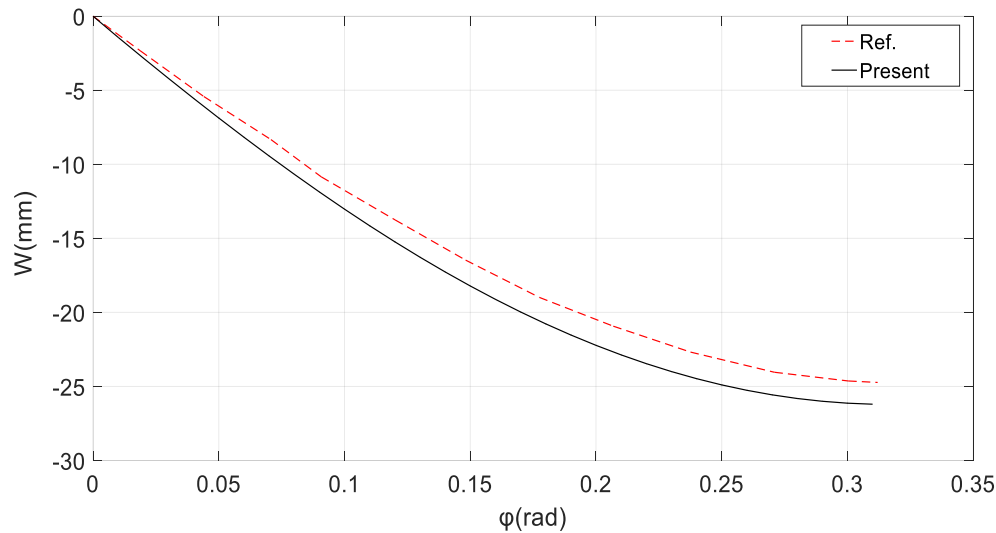


شکل ۶- مقایسه ممان خمشی تیر انحنادار با فرض انحنای بینهایت و تیر مستقیم مرجع [۳] در رویه بالا

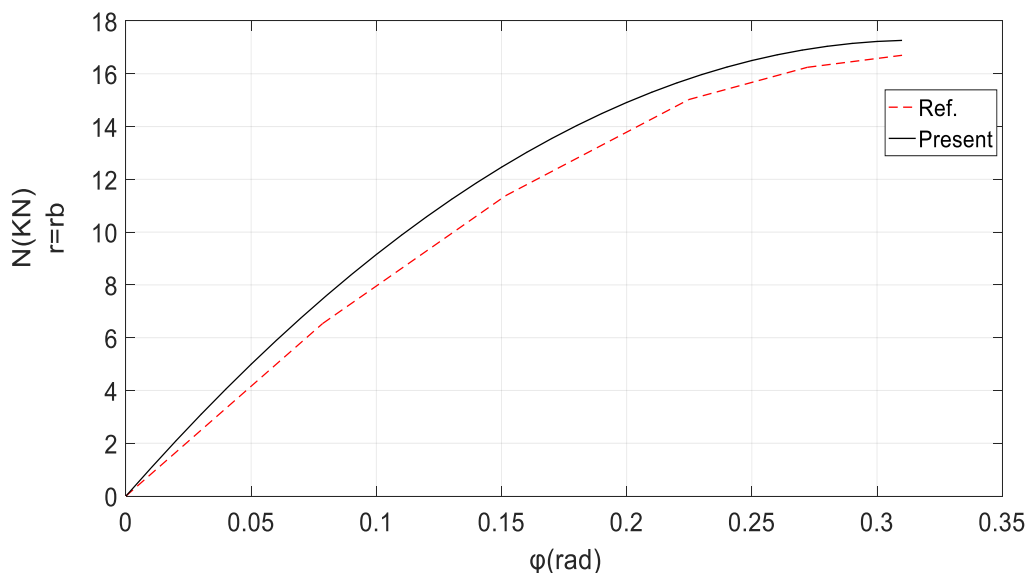
در حالت دوم شرایط بر اساس مرجع [۲۷] به صورت یک تیر ساندویچی خمیده با طول $L=500 \text{ mm}$ و تحت یک بارگذاری گسترده بر رویه بالا برابر با $q^t=13 \text{ Nmm}$ ، در نظر گرفته شده است. نمودار مقایسه تغییر مکان عمودی رویه بالا و نیروی محوری به ترتیب در شکل های (۸) و (۹) قابل مشاهده است.



شکل ۷- تیر ساندویچی مورد بررسی مطابق با مرجع [۲۷]



شکل ۸- مقایسه تغییر مکان عمودی تیر انحنادار تحقیق حاضر و تیر انحنادار مرجع [۲۷]



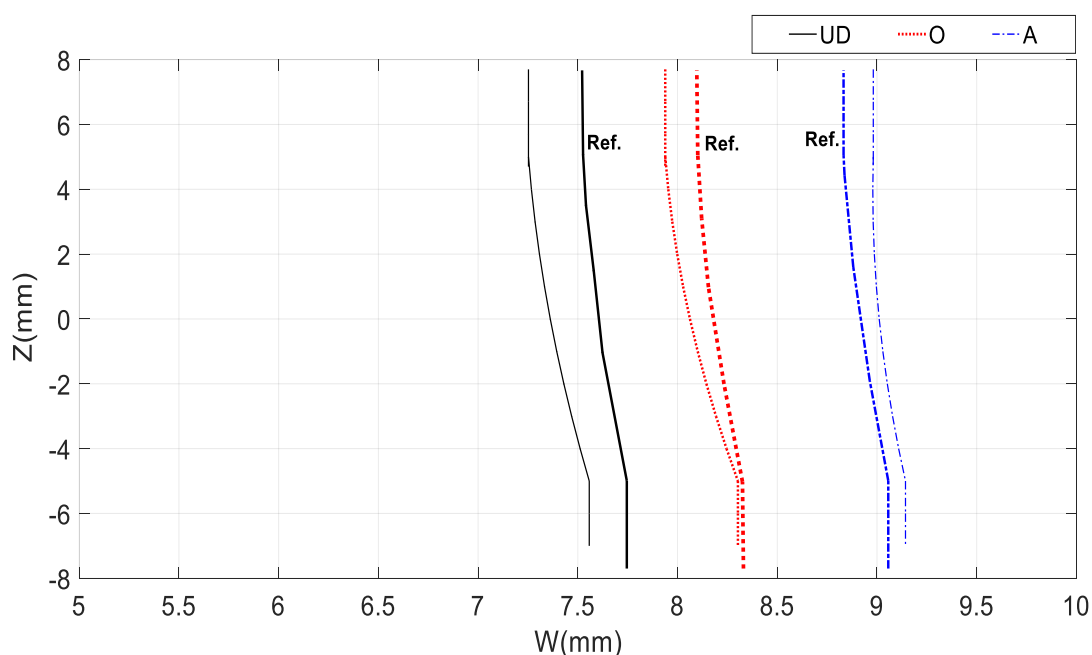
شکل ۹- مقایسه نیروی محوری تیر انحنادار تحقیق حاضر و تیر انحنادار مرجع [۲۷]

در حالت سوم با توجه به اینکه تیر ساندویچی مورد تحقیق با رویه‌های تقویت شده با نانو لوله کربنی در نظر گرفته شده و قبلاً طبق مرجع [۲۳] تیر ساندویچی مستقیم با رویه‌های تقویت شده با نانو لوله کربنی بررسی گردیده، لذا شرایط مسئله را با مرجع [۲۳] مطابقت داده، به طوریکه در این حالت یک تیر ساندویچی انحنادار با فرض شعاع فیزیکی بینهایت (نزدیک به یک تیر مستقیم) دارای تکیه‌گاه‌های ساده و طول $L=130 \text{ mm}$ ، عرض $b=30 \text{ mm}$ ، ضخامت هسته $h_c=10 \text{ mm}$ و ضخامت رویه‌ها $h_s=2.7 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده است. در رویه‌ها مدول یانگ نانو لوله‌ها برابر $E_{11}=5.6466 \text{ TPa}$ ، $E_{22}=1.9445 \text{ TPa}$ و در هسته مدول یانگ برابر $E_c=217 \text{ MPa}$ و $G_c=76 \text{ MPa}$ و پارامتر بهره‌وری برابر با $\eta=0.137$ در نظر گرفته شده و تیر تحت یک بارگذاری متمرکز در نقطه میانی رویه بالا برابر با $P^t=10 \text{ kN}$ قرار دارد. در شکل (۱۰) تغییر مکان عمودی تیر انحنادار با فرض

انحنای بینهایت و تیر مستقیم مرجع [۲۳]، با توزیع های مختلف نانو لوله کربنی در نقطه میانی تیر مقایسه شده است. مقایسه جوابها در هر سه حالت نشان می دهد که تطابق خوبی بین نتایج فعلی و نتایج مراجع وجود داشته و بنابراین می توان از صحت محاسبات انجام شده اطمینان حاصل کرد.

۲-۳- ارائه مسئله و تحلیل نتایج

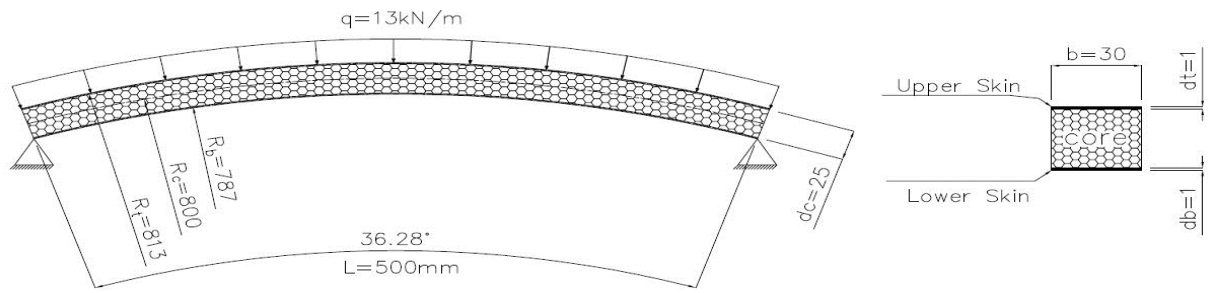
در این قسمت حالت جدیدی از تیر ساندویچی انحنادار با هسته انعطاف پذیر و رویه های تقویت شده با نانو لوله کربنی ارائه شده است. مشخصات تیر ساندویچی طبق جدول (۲) تعریف شده است. همچنین هندسه تیر مورد بررسی در شکل (۱۱) نشان داده شده است. بارگذاری به صورت گسترده و با مقدار 13 kNm بر روی رویه بالایی تیر اعمال شده است.



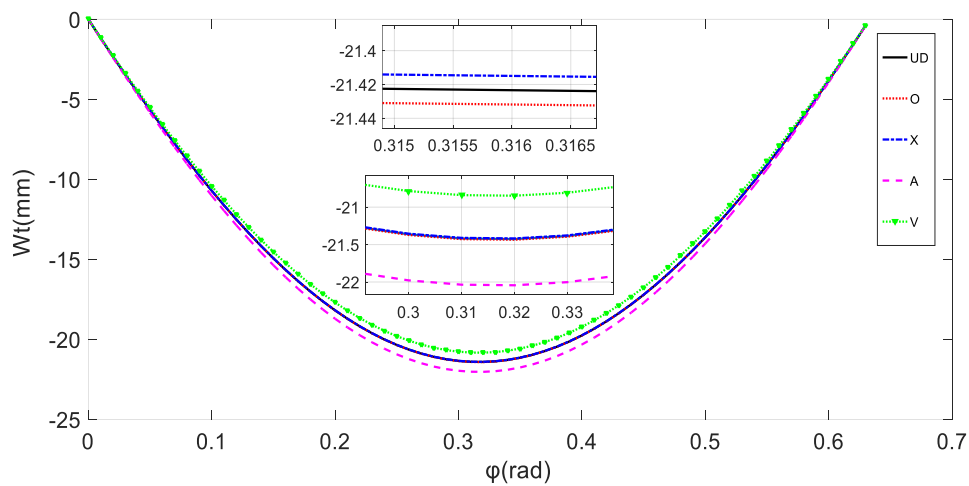
شکل ۱۰- مقایسه تغییر مکان عمودی تیر انحنادار با فرض انحنای بینهایت و تیر مستقیم مرجع [۲۳] در امتداد ضخامت رویه ها و هسته

جدول ۲- مشخصات تیر ساندویچی مورد بررسی

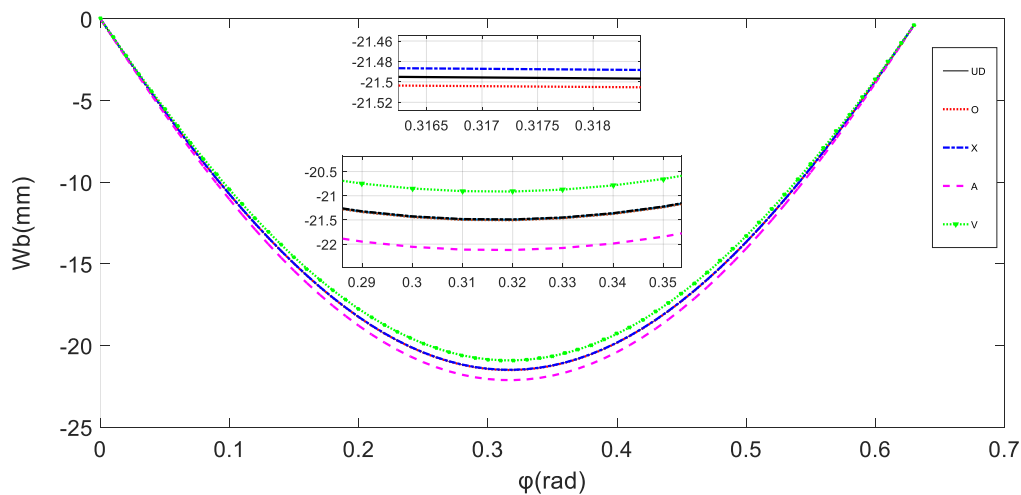
| مشخصات هندسی تیر | | خواص مکانیکی | |
|---------------------------|------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| طول | $L=500\text{mm}$ | مدول الاستیسیته هسته | $E_c=170 \text{ MPa}$ |
| عرض | $b=30\text{mm}$ | مدول الاستیسیته عرضی هسته | $G_c=66 \text{ MPa}$ |
| زاویه قطاع تیر | $\alpha_0=36.28^\circ$ | مدول الاستیسیته نانو لوله کربنی | $E_{11}= 5646660 \text{ MPa}$ |
| ضخامت رویه ها | $d_{t,b}=1\text{mm}$ | مدول الاستیسیته زمینه | $E_m=2500 \text{ MPa}$ |
| ضخامت هسته | $d_c=25\text{mm}$ | کسر حجمی ویژه | $V_{CN}^* = 0.12$ |
| شعاع انحنای خط مرکزی هسته | $r_c=800\text{mm}$ | پارامتر بهره وری | $\eta=0.137$ |



شکل ۱۱- هندسه تیر ساندویچی مورد بررسی تحقیق حاضر



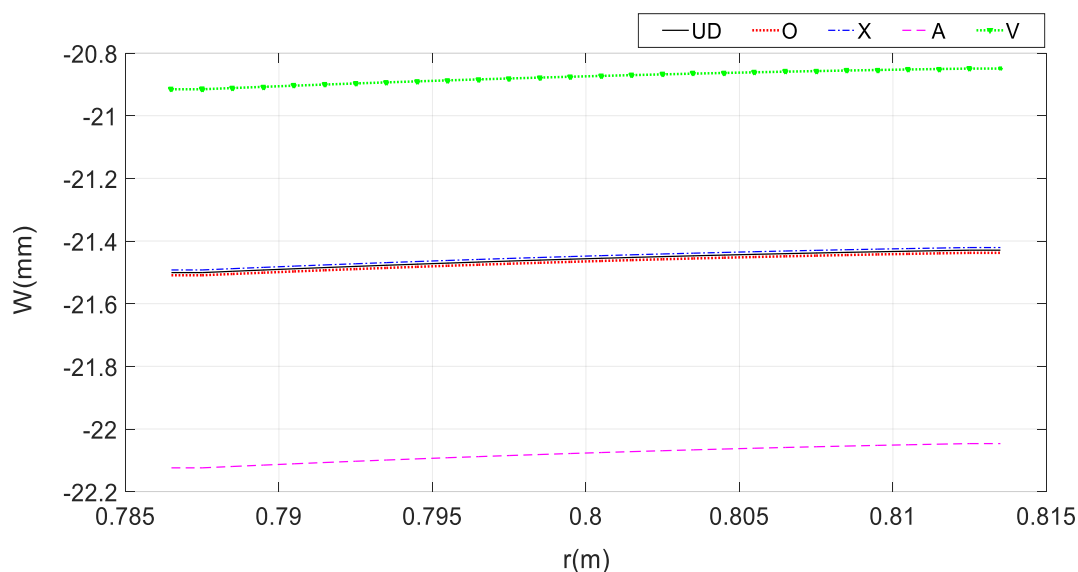
شکل ۱۲- تغییر مکان شعاعی تیر در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی



شکل ۱۳- تغییر مکان شعاعی تیر در رویه پایین برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی

۳-۲-۱- بررسی نتایج اولیه

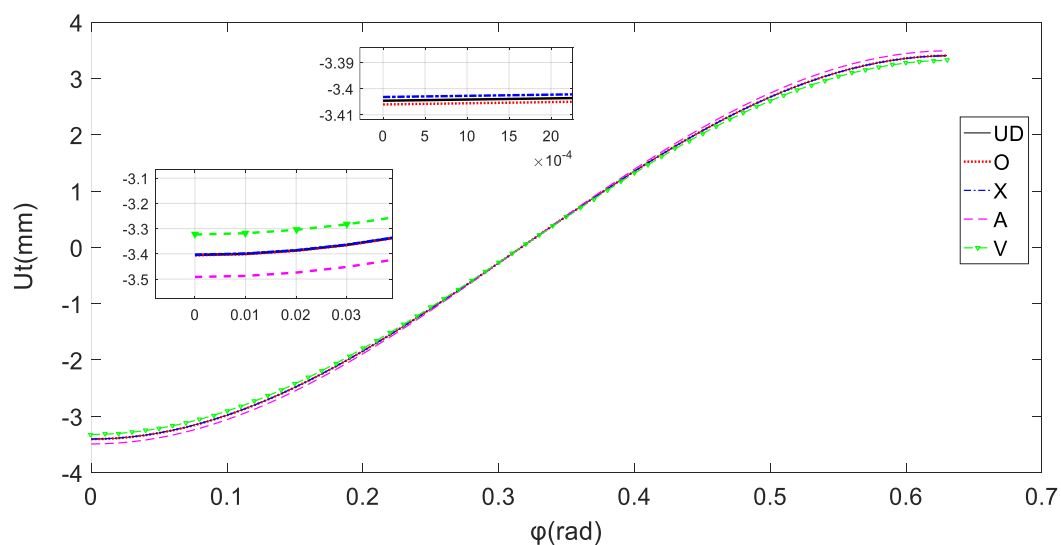
در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) به ترتیب تغییر مکان شعاعی تیر در رویه‌های بالا و پایین برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده است.



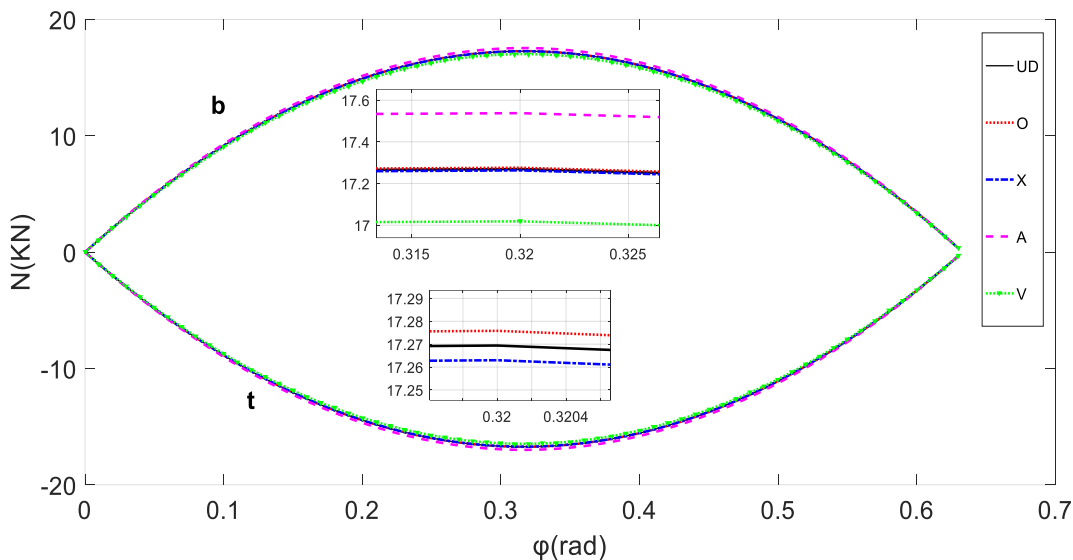
شکل ۱۴- تغییر مکان شعاعی تیر در زاویه $\alpha_0/2$ در امتداد ضخامت تیر برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی

در شکل (۱۴) نیز تغییر مکان شعاعی تیر در زاویه $\alpha_0/2$ در امتداد ضخامت تیر نشان داده شده است. با توجه به نمودارهای تغییر مکان شعاعی تیر مشاهده می‌شود که، خیز در حالت توزیع V کمترین مقدار و به ترتیب در حالات UD، X، O و A افزایش یافته است. در واقع با کاهش کسر حجمی نانو لوله‌ها در سطوح بیرونی و افزایش آن در بخش درونی رویه‌ها، سفتی ساندویچ پنل کم‌تر می‌شود. لذا در حالت توزیع A بیشترین انعطاف‌پذیری و تغییر مکان شعاعی نسبت به حالات دیگر صورت گرفته است.

در شکل (۱۵) تغییر مکان مماسی رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده است. قابل مشاهده است که کمترین مقدار تغییر مکان مماسی در محل تکیه‌گاه به علت انعطاف‌پذیری کمتر تیر متعلق به حالت توزیع V و به ترتیب در حالات UD، X، O و A افزایش یافته است. همچنین شکل (۱۶) تغییرات نیروی محوری در رویه بالا و پایین برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی را نشان می‌دهد.



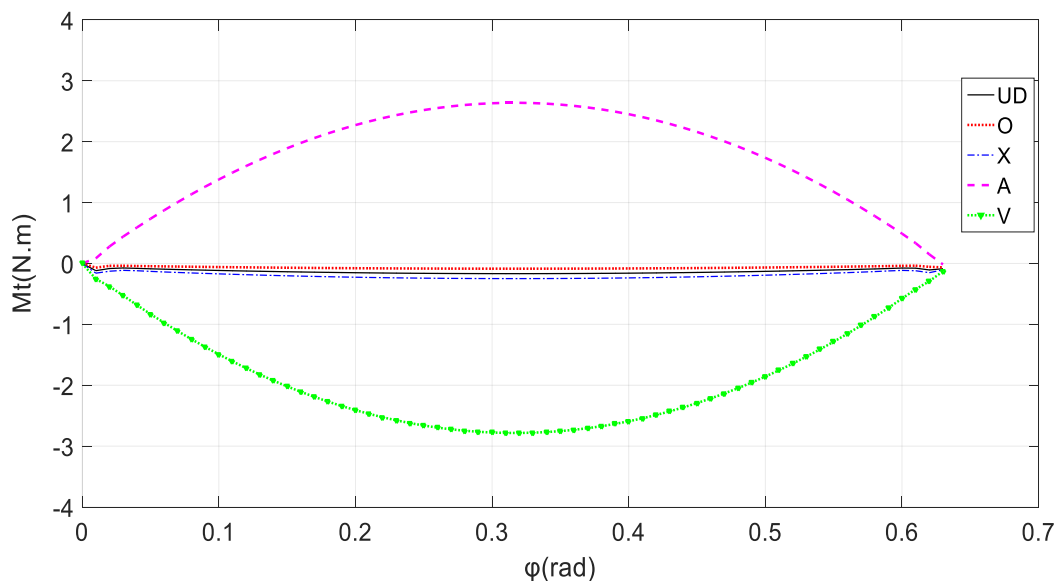
شکل ۱۵- تغییر مکان مماسی رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی



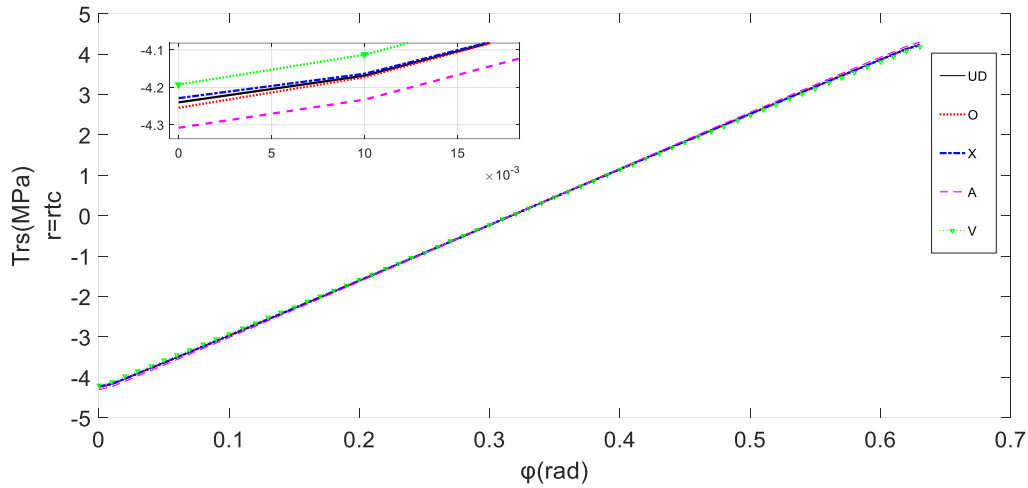
شکل ۱۶- تغییرات نیروی محوری در رویه‌ها برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی

در شکل (۱۷) تغییرات ممان خمشی در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده است. همان طور که قابل مشاهده است در حالات توزیع UD، O، X با توجه به تقارن چیدمان نانو لوله‌ها در رویه‌ها نسبت به حالات A و V ممان خمشی بسیار کمتر بوده و همچنین سفتی خمشی تیر در حالت V دارای بیشترین مقدار می‌باشد.

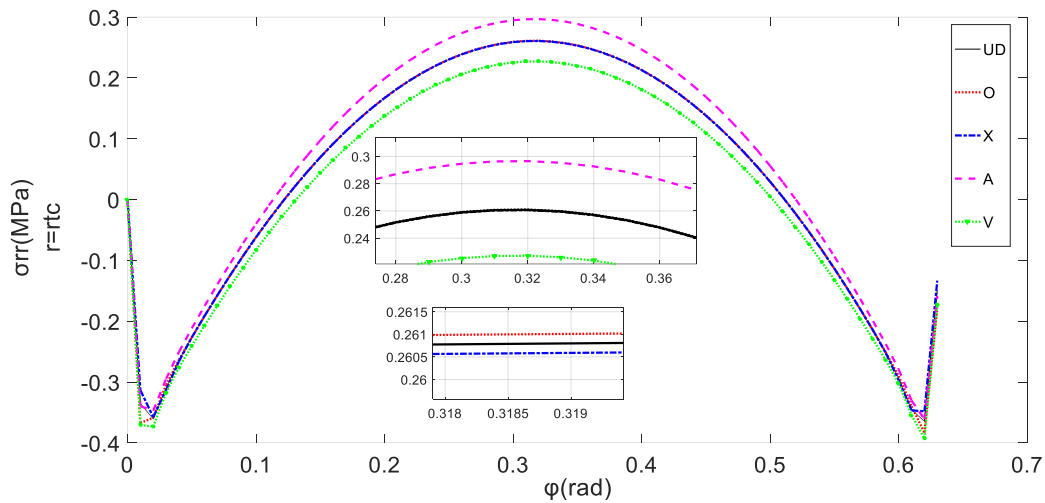
همچنین در شکل‌های (۱۸) و (۱۹) به ترتیب توزیع تنش برشی و توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده و مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار تنش مربوط به حالت توزیع A و به ترتیب در حالات UD، O، X و V کاهش یافته است. در واقع هرچه مقدار سفتی رویه بیشتر باشد، باعث می‌شود مقدار تنش کمتری در هسته ایجاد شود.



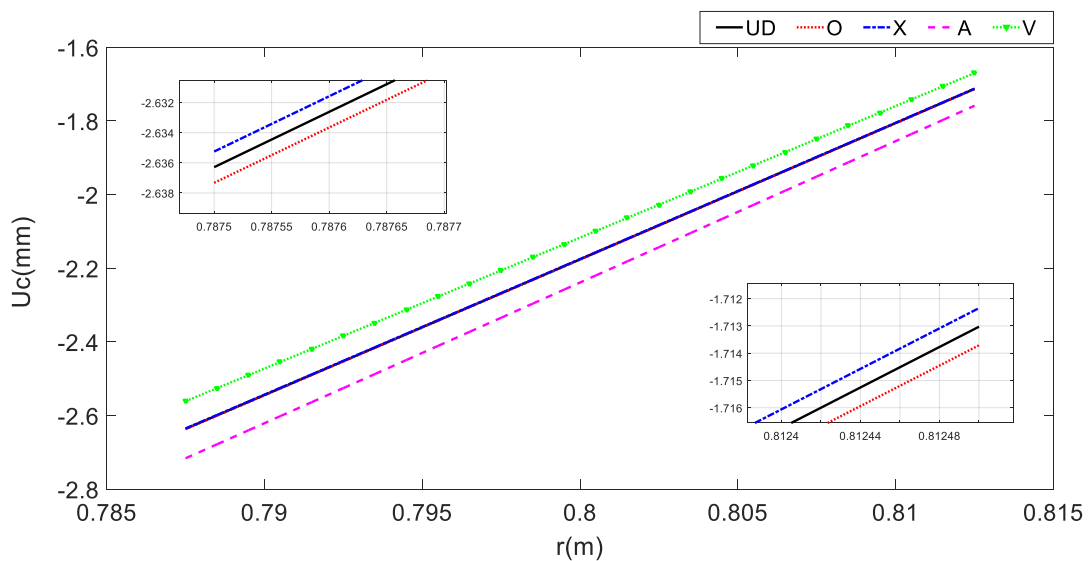
شکل ۱۷- تغییرات ممان خمشی در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی



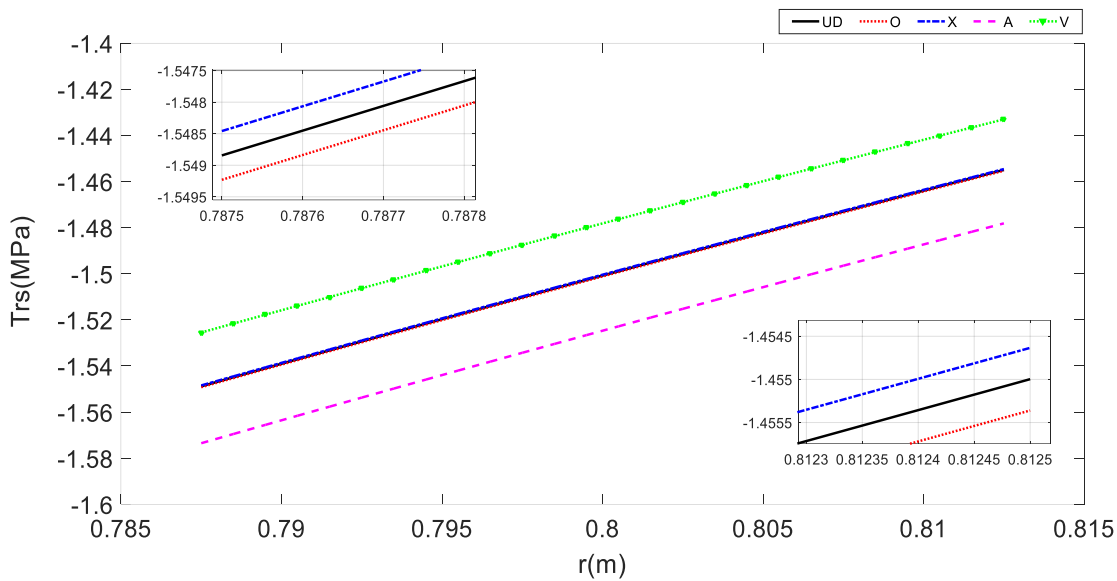
شکل ۱۸- توزیع تنش برشی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای توزیع های مختلف نانو لوله های کربنی



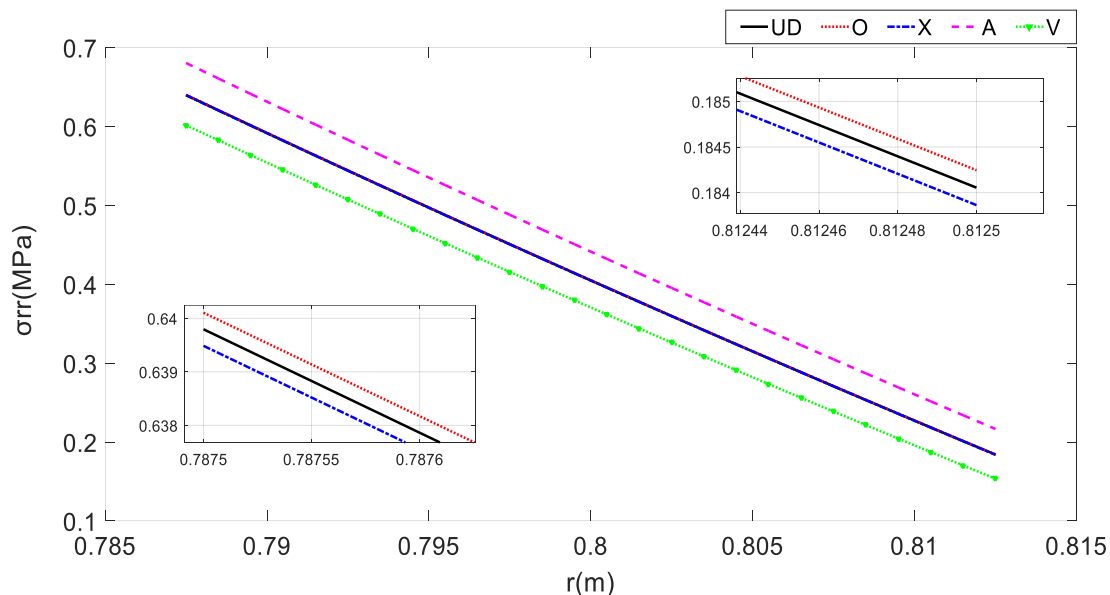
شکل ۱۹- توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای توزیع های مختلف نانو لوله های کربنی



شکل ۲۰- تغییر مکان مماسی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha = 3^\circ$ برای توزیع های مختلف نانو لوله های کربنی



شکل ۲۱- تغییر تنش برشی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha = 0/3$ برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی



شکل ۲۲- تغییر تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha = 0/3$ برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی

در شکل‌های (۲۰)، (۲۱) و (۲۲) به ترتیب تغییر مکان مماسی، تنش برشی و تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha = 0/3$ برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده و قابل مشاهده است که مقدار تغییر مکان مماسی، تنش برشی و تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته از رویه پایین به سمت رویه بالا به طور پیوسته کاهش پیدا کرده است.

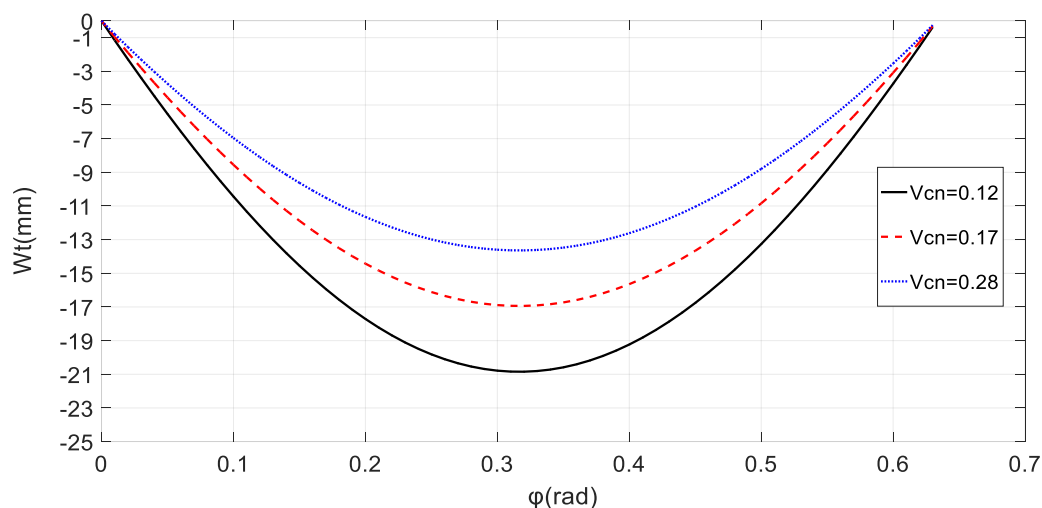
۲-۲-۳- بررسی تاثیر کسر حجمی

پس از بررسی نتایج اولیه، در این قسمت بررسی تاثیر کسر حجمی نانو لوله‌های کربنی برای سه کسر حجمی مختلف مطابق با جدول (۳) انجام شده است.

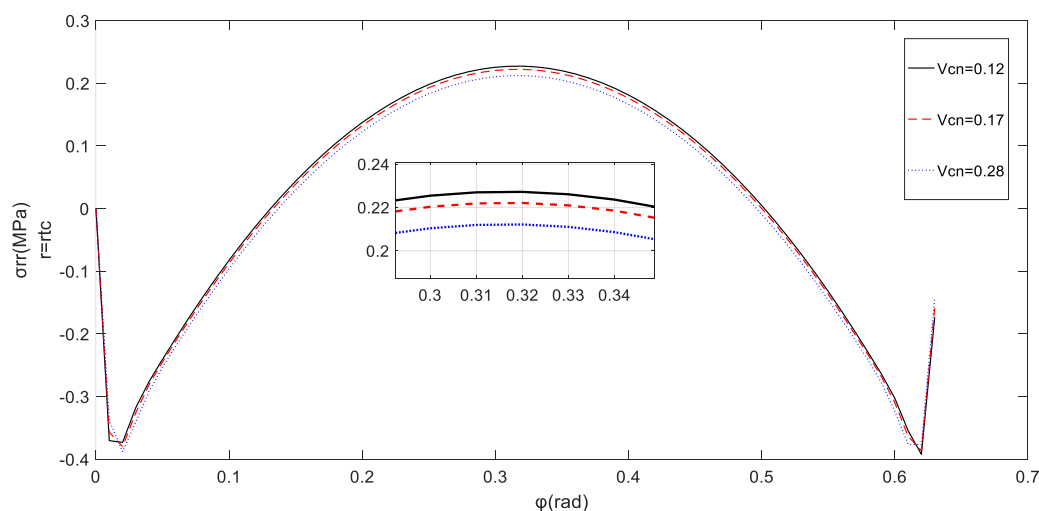
جدول ۳- کسر حجمی و پارامتر بهره وری

| پارامتر بهره وری (η) | کسر حجمی ویژه (V_{CN}^*) |
|-----------------------------|------------------------------|
| ۰/۱۳۷ | ۰/۱۲ |
| ۰/۱۴۲ | ۰/۱۷ |
| ۰/۱۴۱ | ۰/۲۸ |

در شکل‌های (۲۳) و (۲۴) به ترتیب تغییر مکان شعاعی رویه بالا و توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه کسر حجمی مختلف نشان داده شده است. طبق شکل (۲۳) افزایش کسر حجمی تاثیر زیادی بر مقدار خیز داشته و با افزایش کسر حجمی از مقدار ۰/۱۲ به ۰/۱۷ در حدود ۲۰ درصد و با افزایش از مقدار ۰/۱۲ به ۰/۲۸ در حدود ۳۵ درصد از مقدار خیز کاهش یافته است. همچنین طبق شکل (۲۴) مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانو لوله‌ها مقدار تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته کاهش پیدا کرده است. لذا می‌توان گفت کسر حجمی نانو لوله‌های کربنی تاثیر زیادی بر مقداری سفتی تیر دارد.



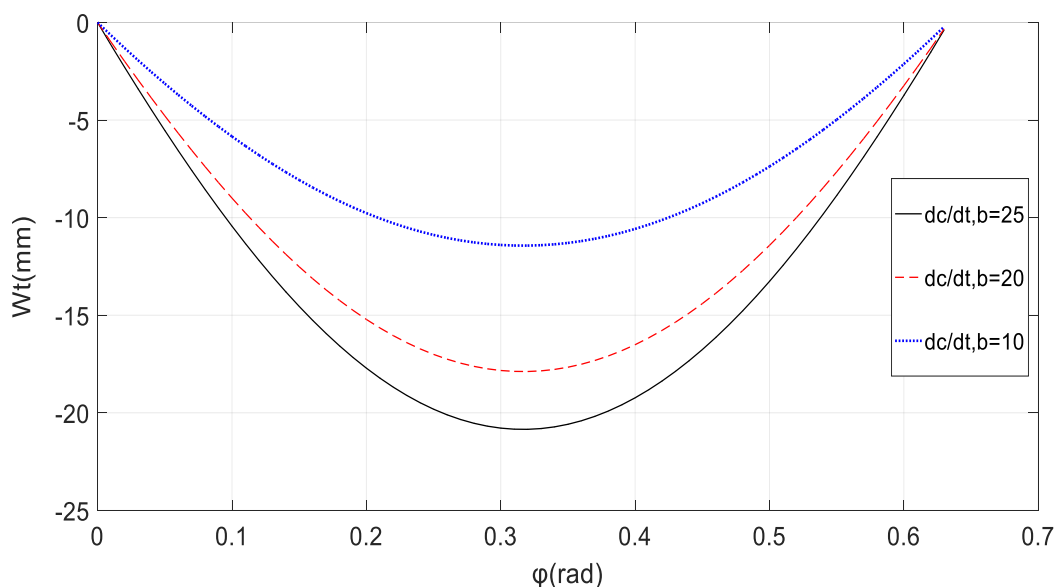
شکل ۲۳- تغییر مکان شعاعی تیر در رویه بالا برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه کسر حجمی مختلف



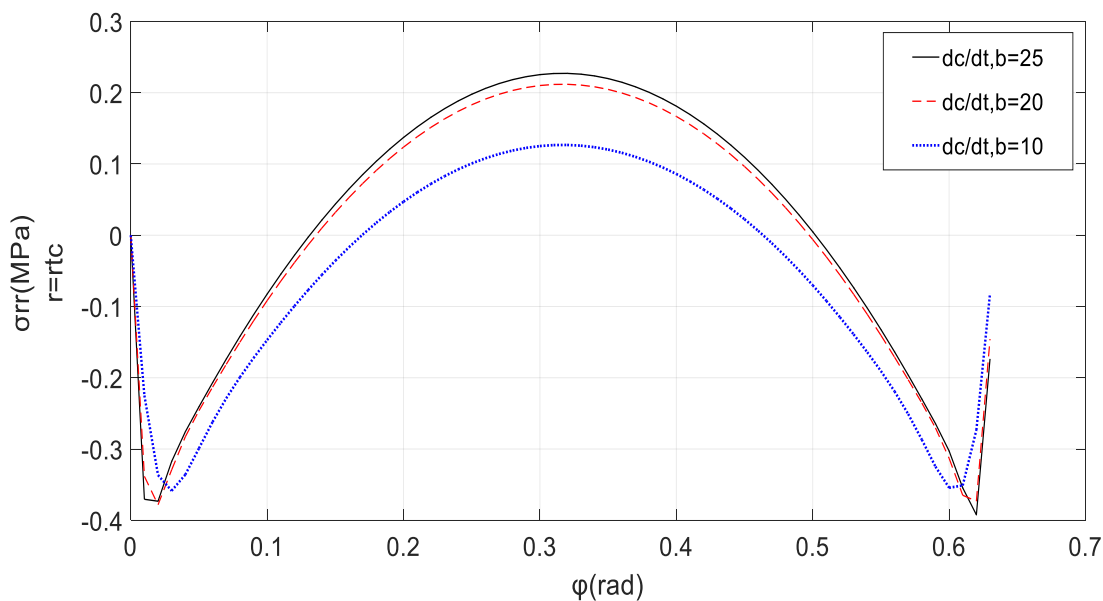
شکل ۲۴- توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه کسر حجمی مختلف

۳-۲-۳- بررسی تاثیر نسبت ضخامت هسته به رویه

در این قسمت بررسی تاثیر نسبت ضخامت هسته به رویه برای سه حالت مختلف انجام شده است، به طوری که ضخامت هسته ثابت مانده و ضخامت رویه افزایش می‌یابد. در شکل‌های (۲۵) و (۲۶) به ترتیب تغییر مکان شعاعی رویه بالا و توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه نسبت ضخامت مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش ضخامت رویه، افزایش قابل ملاحظه‌ای در مقدار سفتی تیر و بدین ترتیب کاهش مقدار خیز و همچنین تنش عمودی هسته اتفاق افتاده است.



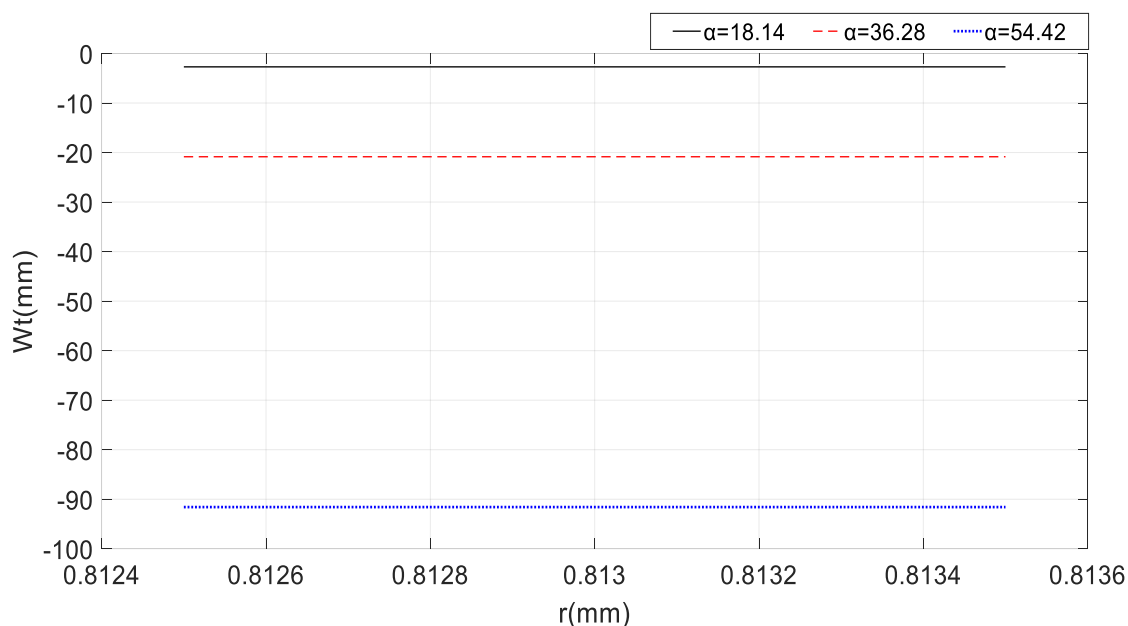
شکل ۲۵- تغییر مکان شعاعی رویه بالا برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه نسبت ضخامت مختلف



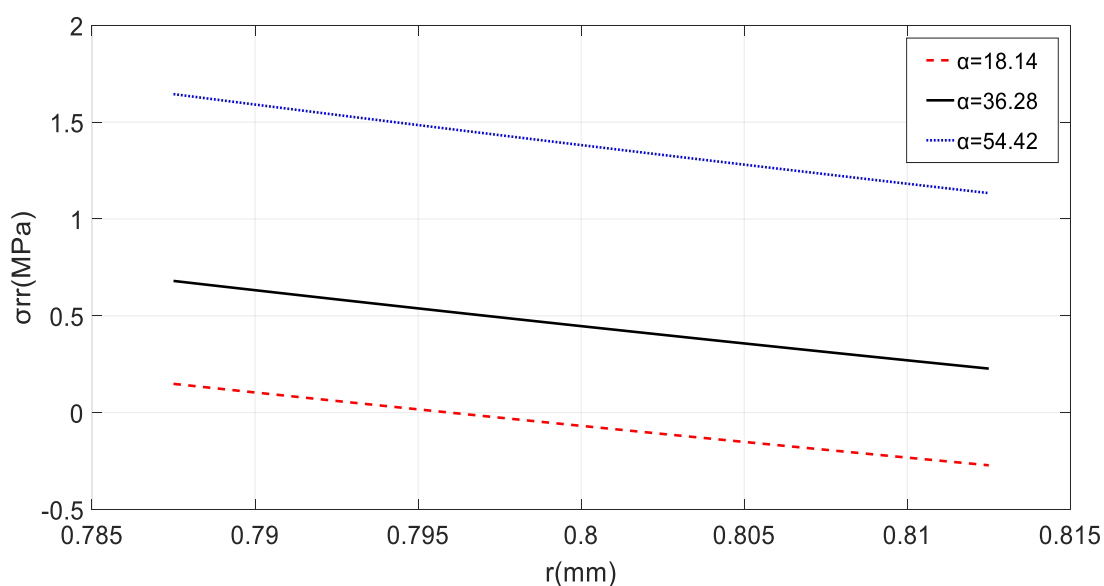
شکل ۲۶- توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه نسبت ضخامت مختلف

۴-۲-۳- بررسی تاثیر مقدار زاویه انحناء تیر

در این قسمت بررسی تاثیر مقدار زاویه انحناء تیر در حالت شعاع ثابت انجام شده است. در شکل‌های (۲۷) و (۲۸) به ترتیب تغییر مکان شعاعی رویه بالا در امتداد ضخامت و توزیع تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار زاویه انحناء مختلف در زاویه $\alpha_0/2$ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش زاویه انحنای تیر سفتی به طور قابل توجهی کاهش یافته و باعث افزایش بسیار زیاد مقدار خیز و همچنین تنش عمودی هسته شده است.



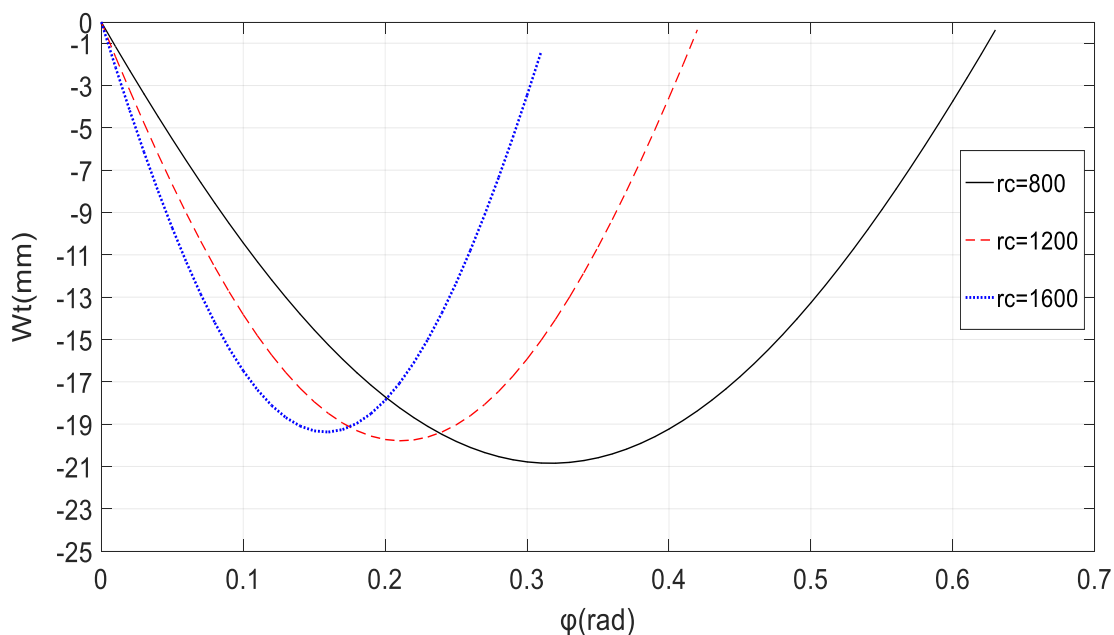
شکل ۲۷- تغییر مکان شعاعی رویه بالا برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار زاویه انحنای مختلف در امتداد ضخامت رویه و در زاویه $\alpha_0/2$



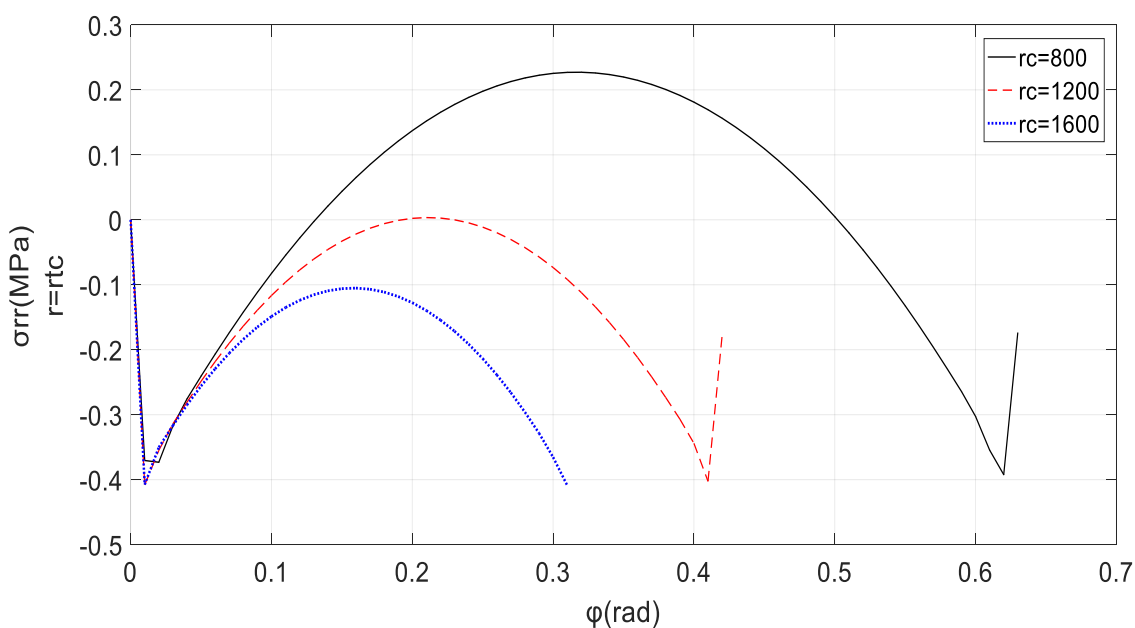
شکل ۲۸- توزیع تنش عمودی برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار زاویه انحنای مختلف در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha_0/2$

۵-۲-۳- بررسی تاثیر مقدار شعاع انحنای تیر

در این قسمت تاثیر مقدار شعاع انحنای تیر در حالتی که طول تیر ثابت می‌ماند، بررسی شده است. در شکل‌های (۲۹) و (۳۰) به ترتیب تغییر مکان شعاعی رویه بالا و توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار شعاع انحنای مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش مقدار شعاع انحناء و کاهش زاویه انحنای تیر، سفتی افزایش یافته و باعث کاهش مقدار خیز و همچنین کاهش قابل ملاحظه تنش عمودی در هسته شده است.



شکل ۲۹- تغییر مکان شعاعی رویه بالا برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار شعاع انحناء

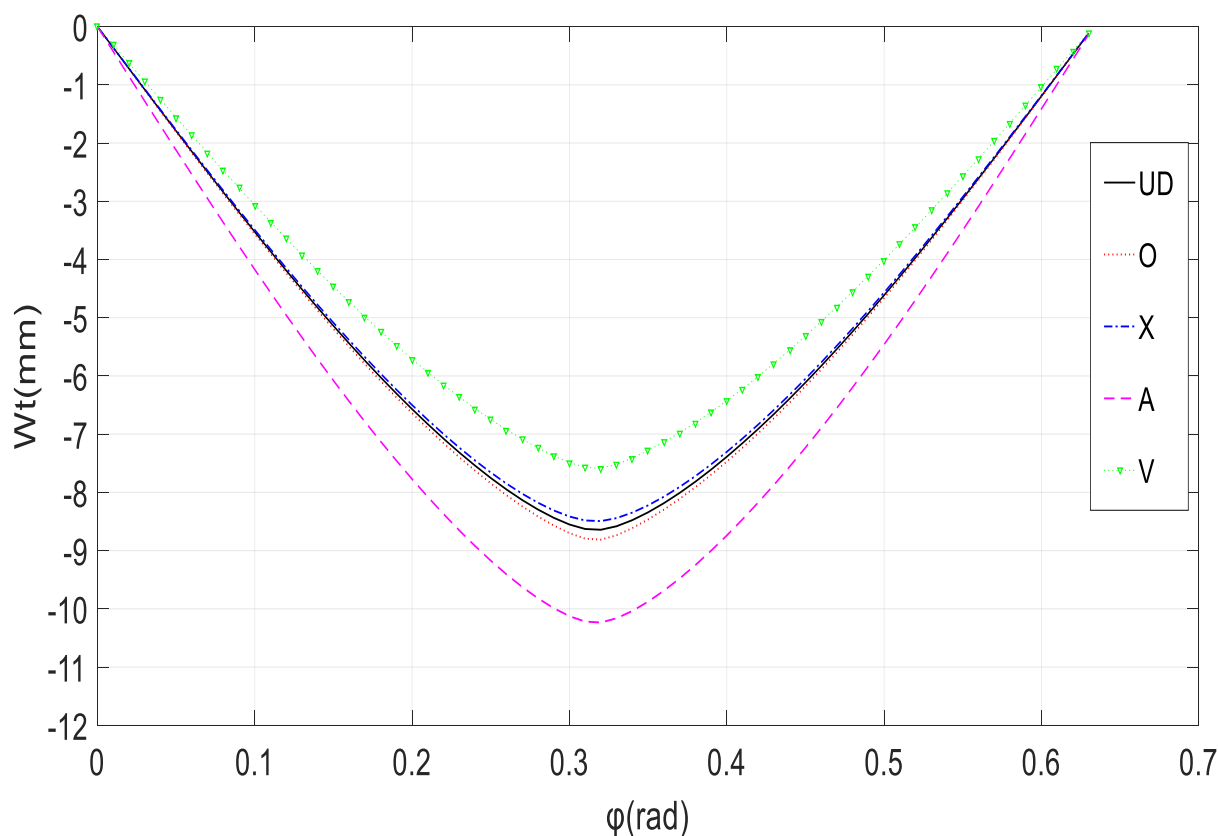


شکل ۳۰- توزیع تنش عمودی در نقطه اتصال رویه بالا با هسته برای حالت توزیع (V) و بر اساس سه مقدار شعاع انحناء

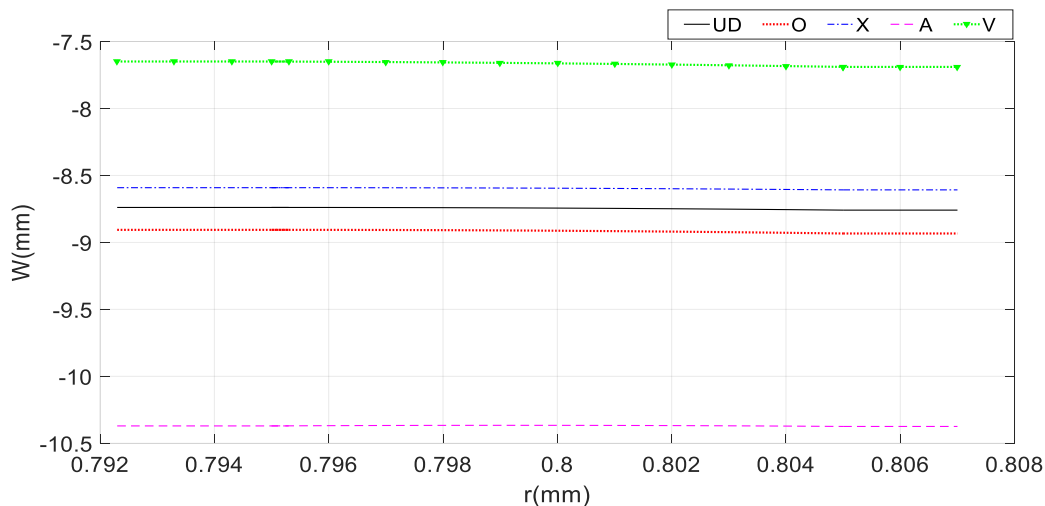
۶-۲-۳- بررسی نتایج حاصل از اعمال بار متمرکز

در این قسمت بررسی نتایج حاصل از اعمال بار متمرکز به مقدار 1000N بر روی نقطه میانی رویه بالا انجام شده است. مقدار ضخامت رویه‌ها $dt, b = 2.7\text{mm}$ و ضخامت هسته $dc = 10\text{mm}$ در نظر گرفته شده و بقیه مشخصات تیر مورد بررسی مطابق جدول (۲) می‌باشد. در شکل‌های (۳۱)، (۳۲) و (۳۳) به ترتیب تغییر مکان شعاعی تیر در رویه بالا، تغییر مکان شعاعی تیر در زاویه $\alpha/2$ در امتداد ضخامت و تغییر مکان مماسی تیر در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد تغییر مکان در حالت توزیع V کمترین مقدار و به ترتیب در حالات O، UD، X و A افزایش یافته است. همان‌طور که قبلاً بیان شده، با کاهش کسر حجمی نانو لوله‌ها در سطوح بیرونی و افزایش آن در بخش درونی رویه‌ها، سفتی ساندویچ پنل کم‌تر می‌شود. لذا در حالت توزیع A بیشترین انعطاف‌پذیری نسبت به حالات دیگر صورت گرفته است. همچنین تاثیر توزیع‌های حالت A و V بر نتایج برای اعمال بار متمرکز نسبت به بار گسترده قابل ملاحظه‌تر است.

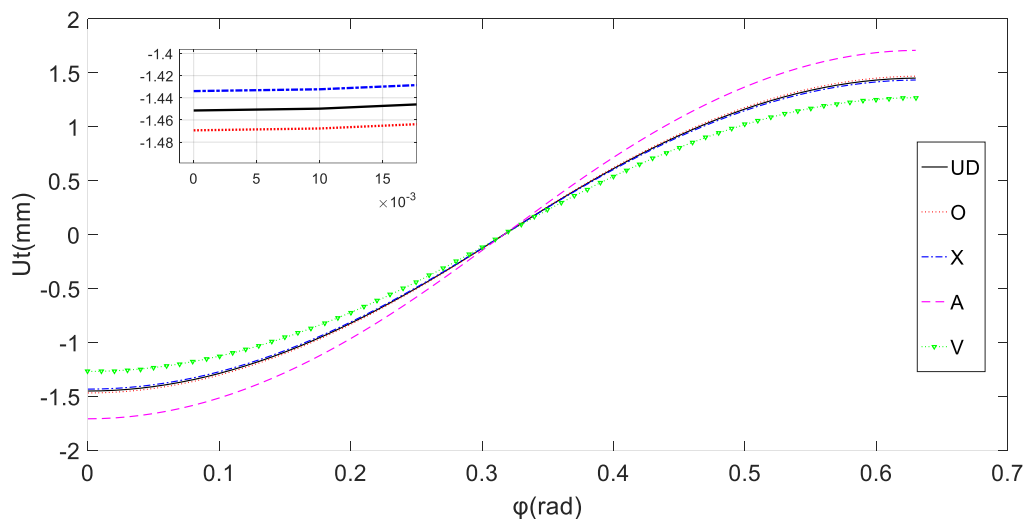
در شکل‌های (۳۴)، (۳۵) و (۳۶) به ترتیب تغییرات نیروی محوری تیر در رویه بالا، تغییرات ممان خمشی تیر در رویه بالا و توزیع تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha/3$ برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی تحت بار متمرکز نشان داده شده است. قابل مشاهده است که سفتی خمشی و همچنین مقدار ممان خمشی در حالت توزیع V دارای بیشترین مقدار بوده و بدین ترتیب در این حالت کمترین مقدار تنش اتفاق افتاده است.



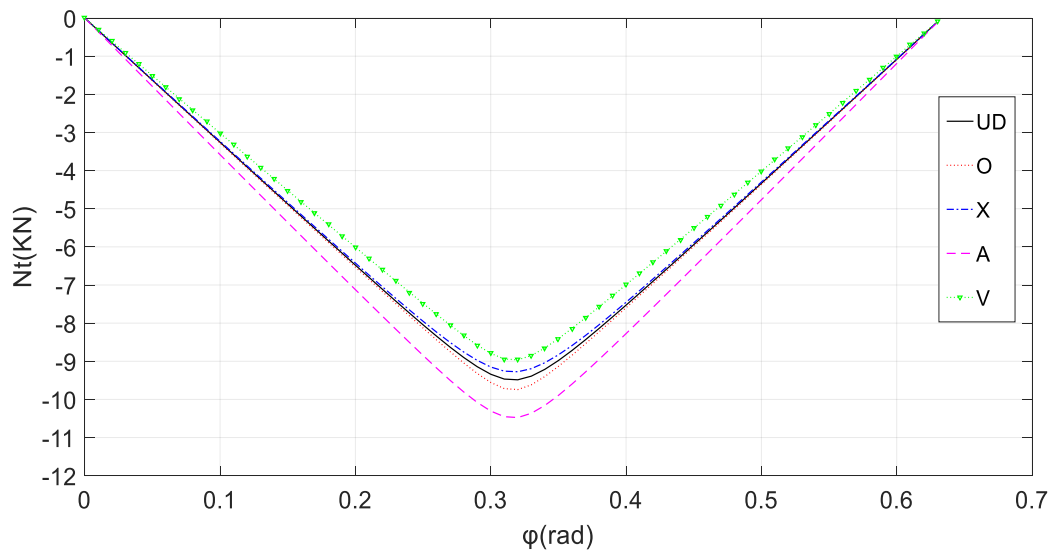
شکل ۳۱- تغییر مکان شعاعی تیر در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی تحت بار متمرکز



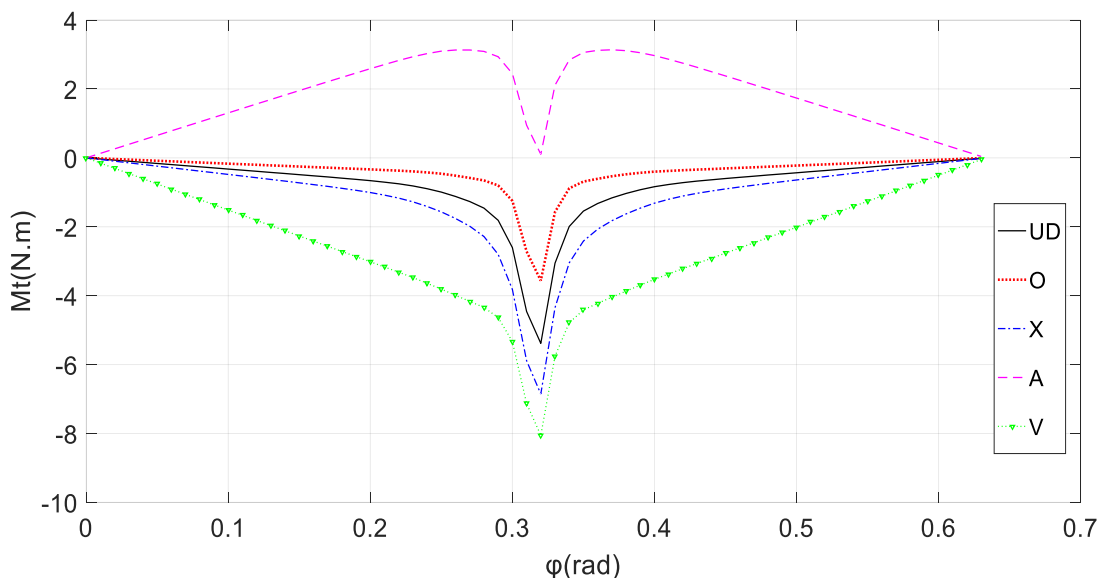
شکل ۳۲- تغییر مکان شعاعی تیر در زاویه $\alpha=2^\circ$ در امتداد ضخامت تحت بار متمرکز



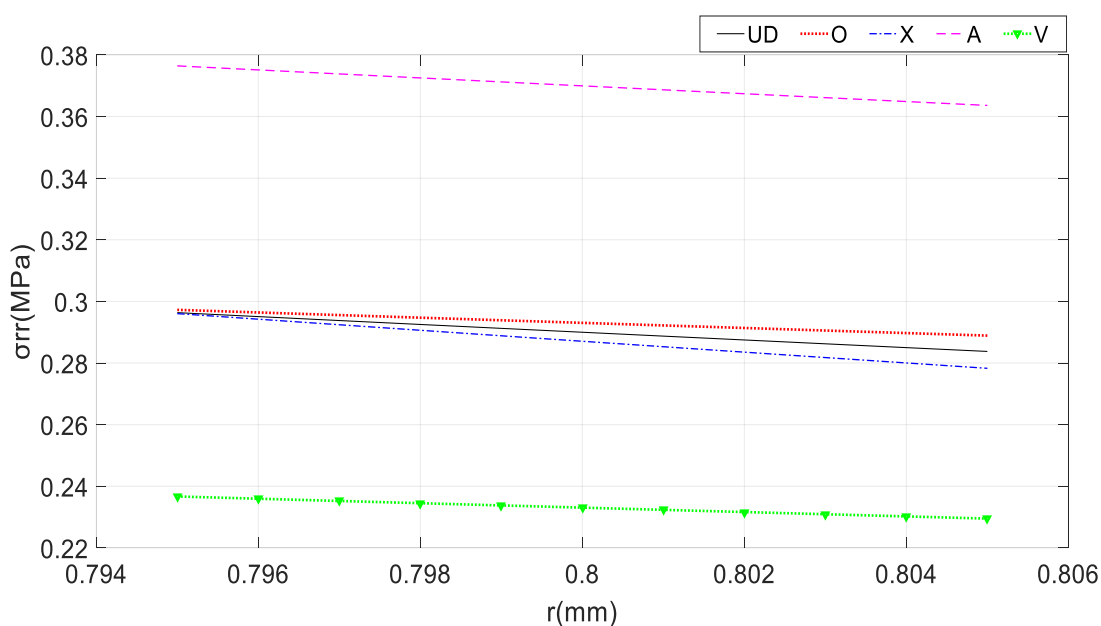
شکل ۳۳- تغییر مکان مماسی تیر در رویه بالا برای توزیع‌های مختلف نانو لوله کربنی تحت بار متمرکز



شکل ۳۴- تغییرات نیروی محوری تیر در رویه بالا و برای توزیع‌های مختلف نانو لوله کربنی تحت بار متمرکز



شکل ۳۵- تغییرات ممان خمشی تیر در رویه بالا و برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی تحت بار متمرکز



شکل ۳۶- توزیع تنش عمودی در امتداد ضخامت هسته و در زاویه $\alpha = 30^\circ$ برای توزیع‌های مختلف نانو لوله‌های کربنی تحت بار متمرکز

۳-۳- جمع بندی نتایج

در این تحقیق به بررسی رفتار خمشی یک تیر ساندویچی انحنادار با هسته انعطاف‌پذیر و رویه‌های تقویت شده با نانو لوله کربنی پرداخته شده به طوری که نانو لوله‌های کربنی به صورت مواد تابعی مدرج در ضخامت رویه در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی رفتار تیر ساندویچی از تئوری اویلر-برنولی برای رویه‌ها و الاستیسیته شبه سه بعدی برای هسته و نهایتاً از اعمال شرایط سازگاری بین رویه‌ها و هسته استفاده شده است. معادلات حاکم با استفاده از اصل جابه‌جایی مجازی استخراج و برای حل آن‌ها از روش فرم بسته استفاده شده و شرایط

مرزی به صورت ساده در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب تاثیر الگوهای مختلف توزیع نانو لوله‌های کربنی بر روی مقدار خیز، تغییر مکان مماسی، نیروی محوری و ممان خمشی در رویه‌ها، مقدار تنش شعاعی و برشی در هسته، همچنین تاثیر مقدار کسر حجمی نانو لوله‌های کربنی، نسبت ضخامت هسته به رویه‌ها و مقدار شعاع و زاویه انحنای تیر بررسی شده و نتایج زیر بدست آمده است:

- نتایج نشان می‌دهد که تئوری مرتبه بالا و استفاده از روش فرم بسته، توصیف دقیقی از رفتار استاتیکی تیر ساندویچی انحنادار با هسته انعطاف‌پذیر و رویه‌های تقویت شده با نانو لوله کربنی با شرایط مرزی ساده ارائه می‌کند.
- بیشترین تغییر مکان شعاعی و مماسی تیر مربوط به توزیع A و کمترین آن به علت بالا بودن سفتی خمشی مربوط به توزیع V می‌باشد.
- بیشترین نیروی محوری در رویه‌ها مربوط به توزیع A و کمترین نیروی محوری مربوط به توزیع V می‌باشد.
- بیشترین مقدار ممان خمشی در رویه‌ها به علت عدم تقارن توزیع نانو لوله کربنی، مربوط به توزیع‌های A و V و کمترین مقدار ممان خمشی مربوط به توزیع O می‌باشد.
- بیشترین تنش برشی و عمودی در نقاط اتصال رویه‌ها به هسته مربوط به توزیع A و کمترین تنش برشی و عمودی مربوط به توزیع V می‌باشد.
- بیشترین مقدار تغییر مکان مماسی، تنش برشی و تنش عمودی در طول ضخامت هسته در یک زاویه خاص مربوط به توزیع A و کمترین آن‌ها مربوط به توزیع V می‌باشد. همچنین در همه حالات توزیع، مقدار تغییر مکان مماسی، تنش برشی و تنش عمودی از نقطه اتصال رویه پایین به سمت رویه بالا در طول ضخامت هسته به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- نتایج نشان می‌دهد افزایش کسر حجمی نانو لوله‌ها و همچنین افزایش ضخامت رویه‌ها باعث افزایش سفتی خمشی و بدین ترتیب کاهش مقدار خیز و همچنین تنش عمودی در هسته می‌شود.
- طبق نتایج بدست آمده با افزایش زاویه انحناء در صورت ثابت ماندن شعاع انحنای تیر، سفتی به طور قابل توجهی کاهش یافته و باعث افزایش بسیار زیاد مقدار خیز و همچنین تنش عمودی هسته می‌شود.
- همچنین بر طبق نتایج با افزایش مقدار شعاع انحناء و کاهش زاویه انحنای تیر، سفتی افزایش یافته و باعث کاهش مقدار خیز و همچنین کاهش قابل ملاحظه تنش عمودی در هسته می‌شود.

مراجع

- [1] Lasy, T.E, and Hwang, Y., "Numerical Modeling of Impact Damaged Sandwich Composites Subjected to Compression-after-impact Loading", Composite Structures, Vol. 61, No. 1, pp. 115–128, (2003).
- [2] Meyyappan, M., "Carbon Nanotubes Science and Applications", 1st Edition, CRC Press, Boca Raton, (2004).

- [3] Frostig, Y., Baruch, M., Vilnay, O., and Sheinman, I., "High-order Theory for Sandwich-beam Behavior with Transversely Flexible Core", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118(5), pp. 1026–43, (1992).
- [4] Noor, A.K., Burton, W.S., and Bert, C.W., "Computational Models for Sandwich Panels and Shells", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 49(3), pp. 155-199, (1996).
- [5] Botshekanan Dehkordi, M., Cinefra, M., Khalili, S.M.R., and Carrera, E., "Mixed LW/ESL Models for the Analysis of Sandwich Plates with Composite Faces", *Composite Structure*, Vol. 98, pp. 330–339, (2013).
- [6] Reddy, J., "A Review of Refined Theories of Laminated Composite Plates", *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 22(7), pp. 3–17, (1990).
- [7] Kapania, R. K., and Raciti, S., "Recent Advances in Analysis of Laminated Beams and Plate. Part I", *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 7, (1989).
- [8] Frostig, Y., Baruch, M., Vilnay, O., and Sheinman, I., "Bending of Nonsymmetric Sandwich Beams with Flexible Core", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117(9), pp. 1931-1952, (1992).
- [9] Shen, H-S., and Xiang, Y., "Nonlinear Bending of Nanotube-reinforced Composite Cylindrical Panels Resting on Elastic Foundations in Thermal Environments", *Engineering Structures*, Vol. 80, pp. 163-172, (2014).
- [10] Shen, H-S., "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Plates in Thermal Environments", *Composite Structure*, Vol. 91, pp. 9–19, (2009).
- [11] Shen, H-S., and Xiang, Y., "Nonlinear Analysis of Nanotube-reinforced Composite Beams Resting on Elastic Foundations in Thermal Environments", *Engineering Structures*, Vol. 56, pp. 698-708, (2013).
- [12] Shen, H-S., and Xiang, Y., "Postbuckling of Nanotube-reinforced Composite Cylindrical Shells under Combined Axial and Radial Mechanical Loads in Thermal Environment", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 52, pp. 311–322, (2013).
- [13] Shen, H-S., "Torsional Postbuckling of Nanotube-reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Environments", *Composite Structure*, Vol. 116, pp. 477–488, (2014).
- [14] Kwon, H., Bradbury, C.R., and Leparoux, M., "Fabrication of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Aluminum Matrix Composite", *Advanced Engineering Materials*, Vol. 13, pp. 325–329, (2011).
- [15] Ansari, R., Hasrati, E., Faghih Shojaei, M., Gholami, R., and Shahabodini, A., "Forced Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced Composite Plate using a Numerical Strategy", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 69, pp. 294–305, (2015).

- [16] Wang, Z. X., and Shen, H.S., "Nonlinear Vibration and Bending of Sandwich Plates with Nanotube Reinforced Composite Face Sheets", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, pp. 411–421, (2012).
- [17] Sobhani Aragh, B., Nasrollah Barati, A.H., and Hedayati, H., "Eshelby-Mori-Tanaka Approach for Vibrational Behavior of Continuously Graded Carbon Nanotube Reinforced Cylindrical Panels", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43(4), pp. 1943–1954, (2012).
- [18] Mehrabadi, S.J., Karimi Samar, R., and Bohluli, M., "Mechanical Buckling Analysis of Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Single Walled Carbon Nanotubes", *Journal of Aerospace Mechanics (Mechanical Behavior of Materials and Structures)*, Vol. 9, No. 4, pp. 51-59, (2014).
- [19] Shen, H.S., and Zhu, Z.H., " Postbuckling of Sandwich Plates with Nanotube-reinforced Composite Face Sheets Resting on Elastic Foundations", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 35, pp. 10-21, (2012).
- [20] Wu, H., Kitipornchai, S., and Yang, J., "Free Vibration and Buckling Analysis of Sandwich Beams with Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced Composite Face Sheets", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol. 15, No. 7, 1540011, (2015).
- [21] Karimi, B., Janghorban, M., Shahsavari, D., Dimitri, R., and Tornabene, F., "Nonlocal Buckling Analysis of Composite Curved Beams Reinforced with Functionally Graded Carbon Nanotubes", *Molecules*, Vol. 24(15), 2750, (2019).
- [22] Nami, M., and Janghorban, M., "Free Vibration of Thick Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced Rectangular Composite Plates Based on Three-dimensional Elasticity Theory via Differential Quadrature Method", *Advanced Composite Materials*, Vol. 24(5), pp. 439-450, (2014).
- [23] Jedari Salami, S., "Extended High Order Sandwich Panel Theory for Bending Analysis of Sandwich Beams with Carbon Nanotube Reinforced Face Sheets", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 76, pp. 187–197, (2016).
- [24] Reddy, J.N., "*Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*", 2nd Edition, Oxford University Press Inc., New York, (2003).
- [25] Shen, H.S., "Postbuckling of Nanotube-reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal environments, Part I: Axially-loaded Shells", *Composite Structure*, Vol. 9, pp. 2096–2108, (2011).
- [26] Wang, Z.X., and Shen, H.S., "Nonlinear Vibration and Bending of Sandwich Plates with Nanotube-reinforced Composite Face Sheets", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43(2), pp. 411–421, (2012).
- [27] Frostig, Y., Kardomateas, G.A., and Rodcheuy, N., "Non-linear Response of Curved Sandwich Panels–extended High-order Approach", *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 81, pp. 177–196, (2016).

[28] Baughman, R.H., Zakhidov, A.A., and De Heer, W.A., "Carbon Nanotubes- The Route Toward Application", Science, Vol. 297(5582), pp. 787-792, (2002).

[29] Heidari, F., Afsari, A., and Janghorban, M., "Several Models for Bending and Buckling Behaviors of FG-CNTRCs with Piezoelectric Layers Including Size Effects", Advances in Nano Research, Vol. 9, No. 3, pp. 193-210, (2020).

[۳۰] باقری، م. ک.، و شریف، م.، "نانو کامپوزیت های پلیمری تقویت شده با نانولوله های کربنی عامل دار: روش های تولید و کاربردها"، اولین همایش ملی نانو تکنولوژی مزایا و کاربردها، همدان، (۱۳۹۲)، <https://civilica.com/doc/262071>.

فهرست نمادهای انگلیسی

| | |
|--------------|--------------------------|
| $A_j(j=t,b)$ | سفتی کششی |
| $B_j(j=t,b)$ | سفتی کوپل |
| $C_j(j=t,b)$ | سفتی خمشی |
| c | ضخامت هسته |
| $d_j(j=t,b)$ | ضخامت رویه ها |
| E | مدول الاستیسیته |
| L | طول تیر |
| M | گشتاور خمشی |
| N | نیروی محوری |
| r | برداری جابجایی |
| U | جابجایی در راستای طول |
| V | انرژی پتانسیل |
| V_{cn} | کسر حجمی نانو لوله کربنی |
| V_m | کسر حجمی زمینه |
| W | جابجایی در راستای ضخامت |

نمادهای یونانی

| | |
|------------|------------------|
| σ | تنش |
| γ | کرنش زاویه ای |
| ϵ | کرنش |
| τ | تنش برشی |
| η | پارامتر بهره وری |
| ρ | چگالی |

Abstract

The present study investigated the bending behavior of a curved sandwich beam with flexible core and carbon nanotube reinforced face sheets. Carbon nanotubes are considered as functional graded material in the thickness of the face sheets and their properties change along the thickness of the face sheets. In order to model the behavior of the sandwich beam, the Euler-Bernoulli theory was applied for the face sheets and the quasi 3D elasticity was applied for the core, which allowed us to investigate the flexibility of the core. In this regard also, the compatibility condition between the face sheets and the core is used. The governing differential equations were extracted by using the principle of virtual displacement. In order to verify the accuracy of the formulation and present method, the results were compared with the existing results in this domain and was verified the validity of the extracted and solved equations. Therefore, the effect of different patterns of carbon nanotubes distribution have been investigated and compared on the radial deflection, the tangent displacement, the axial force, and the bending moment in the faces and the radial and shear stresses in the core. Also, the effect of the volume fraction of the carbon nanotubes, the ratio of the core thickness to the faces, and the beam curvature radius and angle have been investigated on results. The results showed that the distribution of the A-shaped carbon nanotube leads to the highest values of the radial and tangential displacements in the faces and core and also highest values of the radial and shear stresses in the core and the V-shaped leads to the lowest values of them.