

# تحلیل دینامیکی و طراحی یک الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا برای دویدن ربات دوندۀ دوپای پنج‌لینکی

در این مقاله به طراحی کنترل‌کننده زمان‌ناوردایی برای پایداریسازی دینامیکی ربات دوندۀ پنج‌لینکی در دو بعد پرداخته شده‌است. حرکت دویدن با سه فاز ایستا، پرش و برخورد مدل شده‌است. معادلات دینامیکی ربات به روش لاگرانژ استخراج شده‌است. برخورد پاشنه پای ربات نیز با زمین به صورت کاملاً صلب مدل شده‌است. کنترل‌کننده در هر فاز با همگرا کردن خروجی‌های از پیش تعیین‌شده به شکل مسیره‌های حرکتی به مقدار صفر با روش پس‌خوراند خطی‌ساز گام‌زنی ربات را فراهم می‌کند. پایداری چرخه حدی ایجاد شده، به کمک نگاشت بازگشتی پوانکاره بررسی شده‌است. مقاومت کنترل در گام‌زنی ربات نسبت به اغتشاشات مورد بررسی قرار گرفته‌است. در انتها نشان داده شده که هندسه مربوطه به کمک سیستم کنترلی ارائه شده توانایی جذب گام‌زنی به چرخه حدی را در شرایط انحراف ۲۰٪ در تعداد کم‌تر از ۱۰ گام را دارد.

وحید احتشامی

بجنوردی<sup>۱</sup>

کارشناس ارشد

حسن سالاریه<sup>۲</sup>

استاد

آریا الستی<sup>۳</sup>

استاد

محمد مهدی کاکایی<sup>۴</sup>

دانشجو دکتری

واژه‌های راهنما: ربات دوندۀ، چرخه حدی، پایداری دینامیکی، نگاشت پوانکاره، دینامیک صفر هیبرید

## ۱- مقدمه

ربات‌ها در طول تاریخ توجه انسان را به خود جلب کرده‌اند. انسان‌ها همواره علاقه داشتند ربات‌هایی تولید کنند که دارای توانایی تولید حرکات انسانی باشند. یک نمونه از این حرکات راه‌رفتن است. امروزه با پیشرفت تکنولوژی این خواست اندکی قابل دسترس‌تر شده و حتی کاربرد خارجی پیدا کرده‌است. راه‌رونده<sup>۵</sup>ها توانایی انجام کارهای سخت به جای انسان در محیط‌های کاری نامناسب مانند عملیات امداد را دارند. همچنین دست‌آوردهای ناشی از طراحی راه‌رونده‌ها می‌تواند به پیشرفت حوزه توانبخشی کمک شایانی کند.

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف، تهران vahid.ehteshami73@student.sharif.edu

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استاد دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، تهران salarieh@sharif.ir

<sup>۳</sup> استاد دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، تهران aalasti@sharif.edu

<sup>۴</sup> دانشجو دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، تهران mohammadmehdi.kakaei@mech.sharif.edu

<sup>۵</sup> Biped

گامزنی می‌تواند اشکال مختلفی را از جمله قدم‌زدن و دویدن به خود بگیرد. اما برخی دشواری‌ها در تمام این اشکال مشترک است. در مجموع می‌توان گفت ربات راه‌رونده معمولاً درجات آزادی زیادی دارد، زیرفعال<sup>۱</sup> است و دارای دینامیک هیبرید غیرخطی<sup>۲</sup> است. گامزنی ذاتاً یک حرکت ناپایدار است و در کنار تمام این مسائل الگوریتم گامزنی انسان نیز به طور دقیق شناخته شده نیست [۱]. راه‌رونده‌های تناوبی را می‌توان به سه دسته راه‌رونده‌های غیرفعال<sup>۳</sup>، نیمه‌فعال<sup>۴</sup> و فعال<sup>۵</sup> تقسیم کرد [۲]. راه‌رونده‌های غیرفعال دسته‌ای از مکانیزم‌های دینامیکی هستند که با توجه به ویژگی‌های هندسی خود این توانایی را دارند که بر روی شیب ملایم گامزنی پایدار داشته باشند. بر روی این گونه راه‌رونده‌ها هیچ گونه عملگری برای تامین انرژی لازم برای حرکت تعبیه نشده است. راه‌رونده‌های نیمه‌فعال، راه‌رونده‌هایی هستند که در حین گامزنی کمتر از نیمی از مفاصل با محرک خارجی تحریک شود به طور مشابه راه‌رونده‌های فعال آن دسته از راه‌رونده‌ها هستند که در زمان راه رفتن بیش از نیمی از مفاصل تحریک شود. اولین ربات‌های راه‌رونده کاملاً فعال بودند. به گونه‌ای که تک‌تک مفاصل آن‌ها با موتور حرکت داده می‌شد. تا سال‌ها راه‌رونده‌ها تنها به صورت فعال ساخته و بررسی می‌شدند [۳] و عمده فعالیت‌های اولیه به طراحی کنترل‌کننده‌هایی بر مبنای نقطه ممان صفر<sup>۶</sup> بود [۴]. یک راهکار ساده برای ایجاد یک گامزنی پایدار این است که شرایطی ایجاد شود تا ربات در هر وضعیتی به صورت پایدار ایستاده باشد و حرکات نامناسب ربات با گشتاورهای مچ پا جبران گردد. در واقع این گشتاورها مرکز فشار وارده به کف پا<sup>۷</sup> را داخل چندضلعی تکیه‌گاهی نگاه می‌دارند. در این روش مرکز جرم همواره بالای چندضلعی تکیه‌گاهی نگه داشته شده و همواره رو به جلو حرکت می‌کند. در حالی که مرکز فشار نیز همواری داخل ناحیه تکیه‌گاهی بوده و به لبه‌های آن نمی‌رسد تا مطمئن باشیم با چرخیدن ربات روی نوک پا وارد فاز حرکتی با درجه زیرفعالی نمی‌شویم. این روش جزو روش‌های کنترلی زمان‌وردا<sup>۸</sup> به حساب می‌آید. در شرایطی که زمین شیب داشته باشد یا منحنی باشد قابل استفاده نیست. همچنین در شرایطی که زیرفعالی وجود داشته باشد اصولاً قابل استفاده نیست. پس اساساً برای کنترل ربات دنده مناسب نیست. ربات‌های کنترل شده به این روش (مانند ربات‌های اولیه ساخته شده توسط شرکت هوندا [۵]) لازم است کف پای بزرگ داشته باشند و با پاهای خم شده راه بروند. در عین حال مصرف انرژی بالایی دارند. سال (۱۹۹۰) را می‌توان نقطه عطفی در مسیر پیشرفت راه‌رونده‌ها نامید. از این سال به تدریج بررسی مکانیزم‌هایی که می‌توانند بر روی سطح شیب‌دار حرکتی مشابه گامزنی انسان داشته باشند آغاز شد. مک‌گیر<sup>۹</sup> در سال (۱۹۹۰) میلادی با ارائه اولین مقاله در این زمینه تحت عنوان «راه‌رونده غیرفعال دینامیکی» [۶] نشان داد که راه‌رونده‌های دولینکی با کف پای دایره‌ای توانایی گامزنی روی سطح شیب‌دار با شیب ملایم را دارند. وی بیان نمود اگر بتوان حرکتی ایجاد نمود که طی آن انرژی اتلافی ناشی از برخورد‌های پلاستیک پا با سطح دقیقاً به همان مقدار جبران گردد، می‌توان با قراردادن گامزنی در

<sup>1</sup> Under Actuated

<sup>2</sup> Nonlinear Hybrid Dynamics

<sup>3</sup> Passive

<sup>4</sup> Semi-Active

<sup>5</sup> Active

<sup>6</sup> Zero Moment Point

<sup>7</sup> ZMP

<sup>8</sup> Time-Variant

<sup>9</sup> Mc Geer

چرخه حدی<sup>۱</sup> به حرکتی پایدار دست یافت که همواره در همان چرخه باقی مانده و تکرار می‌شود. مقاله‌های غیرفعال باعث ورود مفهوم پایداری دینامیکی به طراحی کنترل‌کننده‌های آتی برای گام‌زنی راه‌رونده‌ها شد. بررسی گام‌زنی غیرفعال با فعالیت‌های گارسیا<sup>۲</sup> بر روی ساده‌ترین مدل راه‌رونده انسجام بیشتری یافت [۷] و بعدها با پژوهش‌های متعددی توسط محققان به روی هندسه‌هایی متنوع -به عنوان نمونه مدل پرگارگون گوسوامی<sup>۳</sup> [۸] و مدل زانودار سه بعدی کالینز<sup>۴</sup> [۹]- بررسی شد.

ویسه<sup>۵</sup> ادعا کرد یک راهکار برای کنترل ربات روی سطح صاف این است که به رباتی که توانایی گام‌زنی غیر فعال روی شیب را دارد به صورت موضعی با کمترین تعداد عملگر ممکن انرژی تزریق کنیم تا بتواند گام‌زنی با رفتار مشابه روی شیب را خلق کند [۱۰]. از آنجایی که این تزریق انرژی، موضعی و اندک است انتظار می‌رود که ربات نیمه‌فعال تولیدشده گام‌زنی بسیار مشابهی به راه‌روی غیرفعال نظیر داشته‌باشد [۱۱]. این حرف چندان غلط نیست. اما قابل پیاده‌سازی بر روی دینامیک‌های پیچیده و دارای درجات آزادی زیاد نیست و در موارد قابل پیاده‌سازی نیز مقاومت چندان نسبت به اغتشاش ندارد. از آنجایی که اساس سیستم کنترلی انسان نیز بسیار پیچیده بوده و تشابه چندان به این روش کنترلی ساده ندارد، استفاده از این روش برای کنترل سیستم‌های پیچیده توصیه نمی‌شود. اما با توجه به مصرف انرژی بسیار پایین ربات‌های کنترل‌شده مبتنی بر این روش، در ساخت ربات‌های موفق چون ربات رنجر<sup>۶</sup> دانشگاه کرنل<sup>۷</sup> از همین روش کنترلی استفاده شده‌است [۱۲].

گریزل<sup>۸</sup> راه حلی موثر برای رفع مشکل زیرفعالی و درجه آزادی زیاد ارائه داده‌است. در روشی که به دینامیک صفر هیبرید<sup>۹</sup> معروف است [۱۳]، با اعمال قیود مجازی به تعداد عملگرها حرکت ربات به مسیرهای حرکتی خاصی محدود می‌شود. پس از همگرایی قیود در صورت پایداری دینامیک صفر ایجادشده و ریتیمیک بودن رفتار آن پایداری دینامیکی گام‌زنی نتیجه می‌شود. در این تحلیل، پایداری چرخه حرکتی به کمک نگاشت بازگشتی پوانکاره<sup>۱۰</sup> بررسی می‌گردد [۱۴]. از این روش برای کنترل ربات‌های راه‌رونده پیچیده [۱۵] و دونده نیز استفاده شده‌است. [۱۶]

در این مقاله تلاش شده‌است به کمک روش دینامیک صفر هیبرید و با طراحی مسیرهای حرکتی نوین، گام‌زنی دو بعدی یک ربات دونده پنج‌لینکی پایدار شود و پایداری گام‌زنی به روش نگاشت بازگشتی پوانکاره بررسی گردد.

## ۲- شرح مساله

<sup>1</sup> Limit-Cycle

<sup>2</sup> Garcia

<sup>3</sup> Goswami

<sup>4</sup> Collins

<sup>5</sup> Wisse

<sup>6</sup> Ranger

<sup>7</sup> Cornel

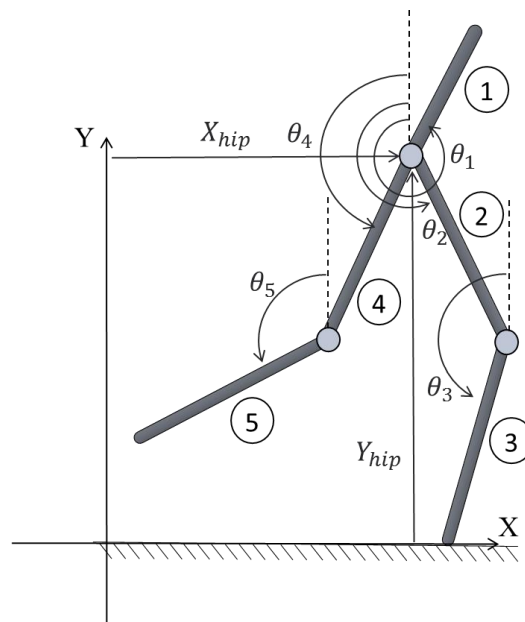
<sup>8</sup> Grizzle

<sup>9</sup> Hybrid Zero Dynamics

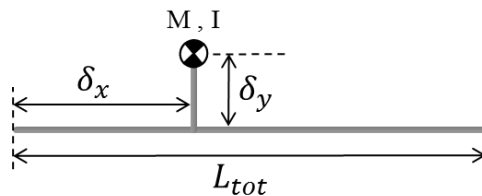
<sup>10</sup> Poincare Return Map

هندسه ربات مطابق شکل (۱) بوده و از پنج لینک تشکیل می‌شود. یک لینک به عنوان بالاتنه در نظر گرفته شده و هر پا از دو لینک تشکیل می‌شود. به مفصل اتصال‌دهنده دو لینک پا، زانو گفته‌شده و به مفاصل اتصال‌دهنده بالاتنه به پاها، لگن گفته می‌شود. در هریک از مفاصل زانو یک موتور و برای هریک از مفاصل لگن نیز یک موتور در نظر گرفته می‌شود. در مجموع چهار موتور برای حرکت ربات تعبیه شده‌است. گشتاور موتورها و زوایا در راستای پادساعتگرد مثبت در نظر گرفته شده‌اند. همچنین زوایا نسبت به راستای مثبت محور قائم و سنجیده می‌شود. هریک از لینک‌ها مطابق شکل (۲) طراحی شده‌اند. اگر شماره هر لینک را با عدد  $i$  بیان کنیم، جرم و ممان اینرسی لینک  $i$ ام حول مرکز جرم آن برابر  $M_i$  و  $I_i$  است. مرکز جرم از انتهای لینک به اندازه  $\delta_{x,i}$  فاصله داشته و با محور میله به اندازه  $\delta_{y,i}$  فاصله دارد. گشتاوری که موتور از لینک  $i$ ام به لینک  $j$ ام وارد می‌کند با  $\tau_{ij}$  نشان داده می‌شود.

در این مقاله گام‌زنی ربات به دو فاز تک‌تکیه‌گاهی<sup>۱</sup> و پرش<sup>۲</sup> تقسیم می‌گردد. به نوعی تفاوت دویدن و قدم‌زدن در فازهای حرکتی آن‌هاست. در حین دویدن فاز حرکتی موجود است که هیچ‌یک از دو پا با زمین در تماس نیست، که فاز پرش نام دارد. این فاز در قدم‌زدن اتفاق نمی‌افتد.



شکل ۱- شماره گذاری لینک‌ها و زوایای هریک از لینک‌ها با راستای قائم

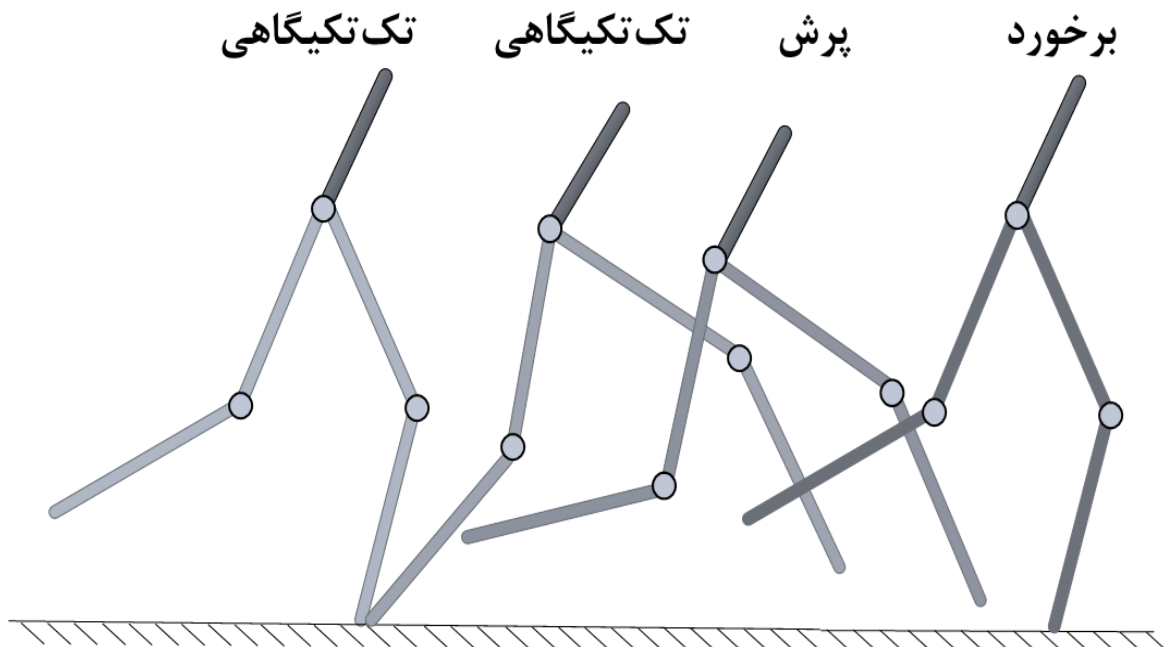


شکل ۲- هندسه هریک از لینک‌های ربات

<sup>1</sup> Single Support Phase

<sup>2</sup> Flight Phase

در فاز تک‌تکیه‌گاهی همواره یکی از پاها روی زمین قرار داشته (پای ایستا) و نقطه تماس همواره ثابت می‌ماند. ربات در این فاز مانند یک پاندول مرکب عمل می‌کند. درجه آزادی به تعداد لینک‌ها و برابر پنج است. با توجه به چهار عملگر موجود، یک درجه زیرفعالی در ربات مشاهده می‌شود. در این فاز پای دیگر (پای آویخته) به سمت جلو حرکت کرده و مرکز جرم ربات به سمت جلو حرکت می‌کند. این فاز تا لحظه صفر شدن نیروی تکیه‌گاهی ادامه می‌یابد. با صفر شدن نیروی تکیه‌گاهی ربات وارد فاز پرش می‌شود. تا لحظه ای که پای آویخته به زمین برخورد کند این فاز ادامه می‌یابد. در این فاز به دلیل عدم اتکالی ربات به زمین، ربات نسبت به فاز تک‌تکیه‌گاهی دو درجه آزادی بیشتر دارد. در واقع در این فاز ربات هفت درجه آزادی داشته و علاوه بر زوایا، به دو پارامتر موقعیتی نیز برای بیان وضعیت نیاز است. با توجه به این که ربات چهار موتور برای حرکت دارد، در این فاز سه درجه زیرفعالی موجود است. فاز پرش تا لحظه برخورد پای دیگر به زمین ادامه می‌یابد. در واقع تا لحظه‌ای که ارتفاع پاشنه پا صفر گردد. در اثر برخورد پا با زمین، پا در نقطه پاشنه به زمین چسبیده، سرعت‌ها در اثر برخورد تغییر کرده و گام بعدی شروع می‌شود. فازهای حرکتی در شکل (۳) مشاهده می‌شود. روش کنترلی پیاده شده به این صورت است که در هر یک از فازهای حرکتی به تعداد عملگرها خروجی‌هایی به شکل مسیر حرکتی برای حرکت ربات در نظر گرفته می‌شود. این خروجی‌ها در برخی مراجع با عنوان قیود مجازی نامیده می‌شوند [۱۷]. سپس به روش پس‌خوراند خطی ساز<sup>۱</sup> ربات با هدف دنبال کردن مسیرهای تعیین شده یا به عبارتی صفر کردن قیود مجازی، کنترل می‌گردد. در نهایت به کمک نگاشت بازگشتی پوانکاره [۱۸]، ریتمیک بودن گام‌زنی ربات و پایداری دینامیک صفر و در نتیجه پایداری سیکل حدی یا گام‌زنی بررسی می‌شود.



**شکل ۳-** حرکت ربات از فاز تک‌تکیه‌گاهی شروع شده، ربات به جلو حرکت می‌کند. با صفر شدن نیروی تکیه‌گاهی وارد فاز پرش می‌شود. فاز پرش با برخورد پای به زمین خاتمه می‌یابد. در اثر برخورد کاملاً غیر کشسان، پا به زمین چسبیده و سرعت‌های زاویه‌ای لینک‌ها به صورت ناگهانی تغییر کرده و گام بعد شروع می‌شود. همین روند به صورت پریودیک ادامه می‌یابد.

<sup>۱</sup> Feedback Linearization

### ۳- روش حل

#### ۳-۱- مدل سازی ربات

دینامیک حرکت به کمک روش لاگرانژ قابل استخراج است. وضعیت حرکت سیستم در فاز تک تکیه گاهی با داشتن پنج زاویه لینکها و پنج سرعت زاویه ای آنها کاملاً قابل بیان است. پس بردار زاویه، سرعت های زاویه ای و بردار حالت سیستم در فاز تک تکیه گاهی را می توان به صورت روابط (۱) تا (۳) در نظر گرفت.

$$\theta_s = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5] \quad (1)$$

$$\dot{\theta}_s = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5] \quad (2)$$

$$X_s = [\theta_s, \dot{\theta}_s]^T \quad (3)$$

اندیس  $s$  نشان دهنده فاز تک تکیه گاهی در این روابط است. انرژی جنبشی و پتانسیل ربات نیز قابل بیان بر حسب بردار  $X_s$  و پارامترهای ساختاری است. پس معادلات حرکت قابل استخراج به فرم رابطه (۵) است.

$$L(\theta_s, \dot{\theta}_s) = K(\theta_s, \dot{\theta}_s) - U(\theta_s) \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_s} = Q_s \quad (5)$$

که  $Q_s$  بیانگر گشتاورهای تعمیم یافته وارده به ربات است. رابطه (۵) قابل مرتب سازی مجدد به فرم (۶) است.

$$A_s(\theta_s) \ddot{\theta}_s + B_s(\theta_s, \dot{\theta}_s) + C_s(\theta_s) u_s = 0 \quad (6)$$

$$A_s = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_s} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_s} \right) \quad (7)$$

$$B_s = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_s} \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_s} \quad (8)$$

$$C_s = \frac{\partial Q_s}{\partial U_s} \quad (9)$$

$$U_s = [\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{34}]^T \quad (10)$$

ماتریس  $A_s$  بیانگر ماتریس  $5 \times 5$  اینرسی است. بردار  $1 \times 5$   $B_s$  بیانگر کلیه عبارات فاقد عبارت شتاب، از جمله نیروهای اینرسی و کریولیس است. ماتریس  $4 \times 5$   $C_s$  بیانگر نگاشتی است از نیروهای تعمیم یافته و گشتاور عملگرها. بردار  $1 \times 4$   $U_s$  نیز نشان دهنده گشتاور موتورهای ربات است. فرم فضای حالت سیستم در فاز تک تکیه گاهی نیز به فرم (۱۱) قابل بیان است.

$$\dot{X}_s = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_s \\ \ddot{\theta}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_s \\ A_s^{-1}(-B_s - C_s U) \end{pmatrix} = f_s(X_s) + g_s(X_s) u \quad (11)$$

با جداسدن پا از زمین، ربات وارد فاز پرش می شود. وضعیت حرکت سیستم در فاز پرش با داشتن پنج زاویه لینکها و دو مولفه موقعیت لگن و پنج سرعت زاویه ای لینکها و دو مولفه سرعت لگن کاملاً قابل بیان است. پس بردار زاویه و موقعیتها، سرعت های زاویه ای و سرعت های خطی و بردار حالت سیستم در فاز پرش را می توان به صورت روابط (۱۲) تا (۱۴) در نظر گرفت.

$$q_f = [x_{hip}, y_{hip}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5] \quad (12)$$

$$\dot{q}_f = [\dot{x}_{hip}, \dot{y}_{hip}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5] \quad (13)$$

$$X_f = [q_f, \dot{q}_f]^T \quad (14)$$

اندیس  $f$  نشان دهنده فاز پرش در این روابط است. انرژی جنبشی و پتانسیل ربات نیز قابل بیان بر حسب بردار  $X_f$  و پارامترهای ساختاری است. پس معادلات حرکت قابل استخراج به فرم (۱۶) است.

$$L(q_f, \dot{q}_f) = K(q_f, \dot{q}_f) - U(q_f) \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_f} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_f} = Q_f \quad (16)$$

که  $Q_f$  بیانگر گشتاورهای تعمیم یافته وارده به ربات است. رابطه (۱۶) قابل مرتب سازی مجدد به فرم (۱۷) است.

$$A_f(q_f)\ddot{\theta}_s + B_f(q_f, \dot{q}_f) + C_f(q_f)u_f = 0 \quad (17)$$

$$A_f = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_f} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_f} \right) \quad (18)$$

$$B_f = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_f} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_f} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_f} \quad (19)$$

$$C_f = \frac{\partial Q_f}{\partial U_f} \quad (20)$$

ماتریس  $A_f$  بیانگر ماتریس  $7 \times 7$  اینرسی است. بردار  $1 \times 7$   $B_f$  بیانگر کلیه عبارات فاقد عبارت شتاب، از جمله نیروهای اینرسی و کریولیس است. ماتریس  $4 \times 7$   $C_f$  بیانگر نگاهی است از نیروهای تعمیم یافته و گشتاور عملگرها. بردار  $1 \times 4$   $U_f$  نیز نشان دهنده گشتاور موتورهای ربات است. فرم فضای حالت سیستم در فاز پرش نیز به فرم (۲۱) قابل بیان است.

$$\dot{X}_f = \begin{pmatrix} \dot{q}_f \\ \ddot{q}_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_f \\ A_f^{-1}(-B_f - C_f U) \end{pmatrix} = f_f(X_f) + g_f(X_f)u \quad (21)$$

فاز پرش تا لحظه برخورد پا به زمین ادامه می یابد. برخورد در زمانی اتفاق می افتد که ارتفاع پاشنه پای جلو ربات صفر گردد. تحت اثر برخورد تغییری ناگهانی در سرعت های خطی و زاویه ای لینک های ربات روی می دهد. برای تحلیل ادامه حرکت، نیاز است سرعت های بعد برخورد مشخص گردد. برای محاسبه سرعت ها از ضربه لاگرانژ استفاده می شود.

$$\left( \frac{\partial K_{tot}}{\partial \dot{q}} \right)_{t^+} - \left( \frac{\partial K_{tot}}{\partial \dot{q}} \right)_{t^-} = \hat{Q}_P \quad (22)$$

که  $K_{tot}$  بیانگر انرژی جنبشی ربات بوده و  $\hat{Q}_P$  نشان دهنده ضربه های تعمیم یافته ناشی از برخورد پا در نقطه پاشنه به زمین است. مجهولات معادله (۲۲) شامل سرعت های تعمیم یافته بعد از برخورد، هفت مورد برای ربات پنج لینکی، و دو مولفه ضربه وارده در نقطه برخورد پا به زمین، که با  $f_x$  و  $f_y$  نشان داده می شوند، است. برای حل شدن دستگاه معادلات به دو معادله قیدی دیگر نیز نیاز است بدین منظور از شرایط برخورد استفاده می کنیم.

- سرعت نقطه برخورد پس از برخورد در راستای افقی صفر فرض می‌شود که پیشتر نیز اشاره شده‌است.

$$(V_{heel})_x^{t+} = 0 \quad (23)$$

- سرعت نقطه برخورد پس از برخورد در راستای عمودی صفر است.

$$(V_{heel})_y^{t+} = 0 \quad (24)$$

### ۳-۲- روش کنترلی

برای رسیدن به گامزنی مطلوب لازم است در هر فاز حرکتی به تعداد عملگرها قیود حرکتی تعریف گردد. با توجه به این که ربات دارای چهار عملگر است، در هر فاز چهار قید حرکتی مجازی به فرم مسیر به ربات اعمال شده و ربات در راستای دنبال نمودن این مسیرهای مطلوب و به عبارت دیگر صفر شدن قیود مجازی کنترل می‌گردد. مسیرهای حرکتی در هر فاز به فرم ارائه‌شده در بخش‌های آتی است.

### ۳-۲-۱- قیود فاز تک تکیه‌گاهی

هدف کلی قیود کنترلی در این فاز را می‌توان به دو بخش کلی تقسیم نمود.

- برای ورود به فاز پرش لازم است مرکز جرم ربات به سمت بالا پرتاب شود.
  - پای ایستا و پای آویخته لازم است به صورت هماهنگ با هم به سمت جلو حرکت کنند.
- بدین منظور در این فاز مسیرهای حرکتی و قیود به صورت چندجمله‌ای تعریف شده‌اند. رابطه (۲۵) بیانگر قیود کنترلی است. شکل (۴) مسیرهای حرکتی را نشان می‌دهد. همچنین نحوه بیان قیود در جدول (۱) جمع‌بندی شده‌است.

$$y = \left\{ \begin{array}{l} f_{hip}(x_{hip} - x_{heel}, y_{hip} - y_{heel}) \\ f_{swing\ CM}(x_{swing\ CM} - x_{heel}, y_{swing\ CM} - y_{heel}) \\ f_{\beta}(\theta_2 - \beta, \theta_4 - \beta) \\ f_{torso}(\theta_1, \theta_2 - \beta) \end{array} \right\} \quad (25)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (y_{hip} - y_{heel}) - (a_3(x_{hip} - x_{heel})^3 + a_2(x_{hip} - x_{heel})^2 + a_1(x_{hip} - x_{heel}) + a_0) \\ (y_{swing\ CM} - y_{heel}) - (b_2(x_{swing\ CM} - x_{heel})^2 + b_1(x_{swing\ CM} - x_{heel}) + b_0) \\ (\theta_4 - \beta) - (c_2(\theta_2 - \beta) + c_1(\theta_2 - \beta) + c_0) \\ (\theta_1 - \gamma) - d_0(\theta_2 - \beta) \end{array} \right\}$$

در رابطه (۲۵)  $\{a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, c_0, c_1, c_2, d_0, \beta, \gamma\}$  بیانگر پارامترهای طراحی قیود بوده و  $(x_{hip}, y_{hip})$  موقعیت مفصل لگن،  $(x_{swing\ CM}, y_{swing\ CM})$  موقعیت مرکز جرم پای آویخته و  $(x_{heel}, y_{heel})$  موقعیت پاشنه پای ایستا را بیان می‌کنند.

### ۳-۲-۲- قیود فاز پرش

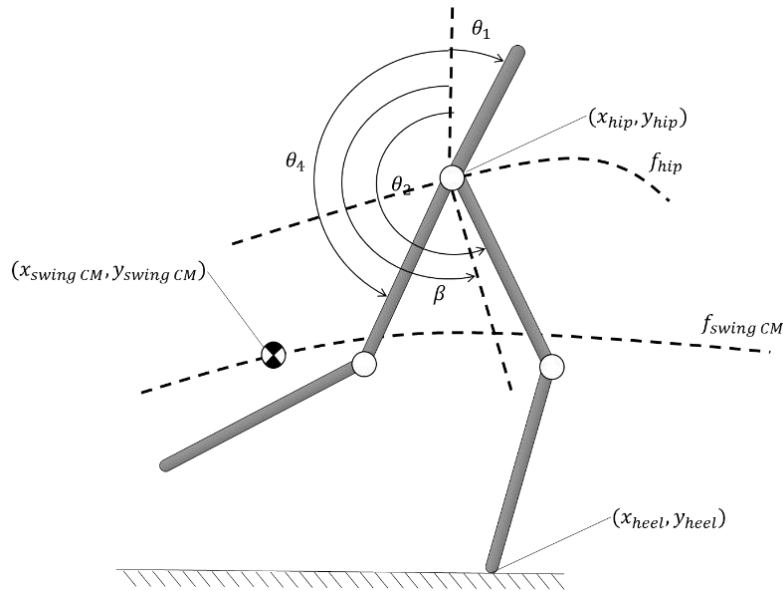
هدف کلی از طراحی قیود در فاز پرش این است که پیکربندی ربات در لحظه فرود به شکلی مطلوب باشد تا ربات در فاز ایستای بعد بتواند به راحتی خود را به مسیرهای تعیین‌شده برای پیشروی برساند. لذا در این فاز



قیود مجازی به صورت جهت‌گیری‌های نهایی برای لینک‌های ربات در نظر گرفته می‌شوند. رابطه (۲۶) بیانگر قیود کنترلی است. شکل (۵) جهت‌گیری‌های نهایی هر یک از لینک‌ها را نشان می‌دهد. همچنین نحوه بیان قیود در جدول (۲) جمع‌بندی شده‌است.

$$y = \begin{Bmatrix} \theta_4 - \theta_{4f} \\ (\theta_4 - \theta_2) - \beta_1 \\ (\theta_4 - \theta_5) - \beta_2 \\ (\theta_2 - \theta_3) - \beta_3 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

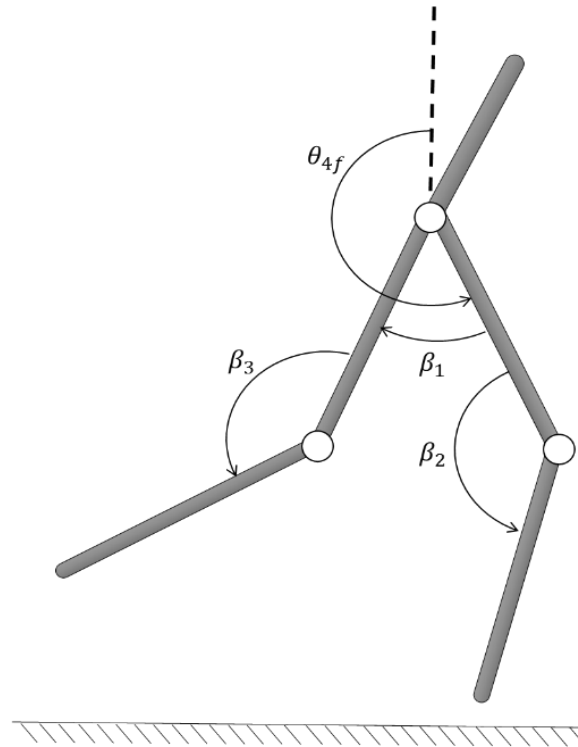
در رابطه (۲۶)  $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \theta_{4f}\}$  بیانگر پارامترهای طراحی قیود هستند. واضح است که با همگرا شدن قیود در فاز پرش به مقدار صفر، وضعیت پاهای ربات در لحظه فرود به حالت مطلوب در خواهد آمد. اما از آن جایی که بر روی راستای بالاتنه ربات هیچ قیدی وجود ندارد، در این فاز امکان ایجاد انحراف زیاد برای بالاتنه وجود دارد. در صورت مناسب بودن شرایط ورود به فاز پرش، این انحراف می‌تواند به حداقل برسد. به عبارتی مسئولیت حفظ راستای بالاتنه در فاز پرش بر عهده کنترل‌کننده فاز ایستا است.



شکل ۴- شمای هندسی قیود مجازی فاز تک‌تکیه‌گاهی

**جدول ۱- قیود مجازی اعمالی در فاز تک‌تکیه‌گاهی -** با همگرا شدن قیود به مقدار صفر، وضعیت گام‌زنی ربات به صورت بیان‌شده در جدول خواهد بود.

$y_{S-1}$	در صورتی که $(x_{heel}, y_{heel})$ که بیانگر موقعیت اتصال پاشنه پای ایستا به زمین است مبدا مختصات در نظر گرفته شود، موقعیت لگن ربات $(x_{hip}, y_{hip})$ همواره روی خطی که با رابطه $f_{hip}$ مشخص شده‌است قرار دارد.
$y_{S-2}$	در صورتی که $(x_{heel}, y_{heel})$ که بیانگر موقعیت اتصال پاشنه پای ایستا به زمین است مبدا مختصات در نظر گرفته شود، موقعیت مرکز جرم پای آویخته ربات $(x_{swing CM}, y_{swing CM})$ همواره روی خطی که با رابطه $f_{swing CM}$ مشخص شده‌است قرار دارد.
$y_{S-3}$	اگر زاویه‌ای که دو پا در آن کنار هم عبور می‌کنند، $\beta$ در نظر گرفته شود، نسبت اختلاف زاویه دو پا با این راستا $(\theta_4 - \beta)$ و $(\theta_2 - \beta)$ با رابطه $f_{\beta}$ مشخص می‌گردد.
$y_{S-4}$	نسبت زاویه بالاتنه $(\theta_1)$ به مقدار جلوروی پای ایستا $(\theta_2 - \beta)$ با رابطه $f_{torso}$ مشخص می‌شود.



شکل ۵- شمای هندسی قیود مجازی فاز پرش

جدول ۲- قیود مجازی اعمالی در فاز پرش

$y_{s-1}$	بیانگر اختلاف زاویه پای جلو با زاویه مطلوب آن در لحظه فرود است.
$y_{s-2}$	بیانگر اختلاف زاویه بین دو پا با مقدار مطلوب این زاویه در لحظه فرود است.
$y_{s-3}$	بیانگر اختلاف زاویه زانوی پای جلو و مقدار مطلوب این زاویه در لحظه فرود است.
$y_{s-4}$	بیانگر اختلاف زاویه زانوی پای عقب و مقدار مطلوب این زاویه در لحظه فرود است.

### ۳-۲-۳- روش کنترلی و نگاشت بازگشتی پوانکاره

برای همگراسازی قیود سینماتیکی بیان شده به مقدار صفر از روش پسخوراند خطی ساز استفاده شده است. در هر فاز دینامیک سیستم و قیود سینماتیکی در فرم (۲۷) قابل مرتب‌سازی است.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (27)$$

که عبارت اول بیان‌کننده دینامیک سیستم (روابط (۱۱) و (۲۱)) بوده و عبارت دوم بیان‌کننده قیود مجازی تعریف‌شده برای ربات در فازهای مختلف (روابط (۲۵) و (۲۶)) است که به فرم خروجی سیستم در نظر گرفته شده است. هدف از طراحی کنترلی‌کننده، همگراکردن خروجی سیستم (۲۷) به مقدار صفر است. از آن جایی که قیود به فرم موقعیتی در نظر گرفته شده‌اند، در  $\mathcal{L}$  و  $\mathcal{L}^*$  سیگنال کنترلی  $u$  مشاهده نشده و اولین مرتبه

مشتق خروجی که تحت تاثیر سیگنال کنترلی سیستم قرار می‌گیرد  $\dot{y}$  است. در این صورت می‌توان با در نظر گرفتن سیگنال کنترلی به فرم (۲۸) همگرایی قیود مجازی به صفر در هر فاز را تضمین نمود.

$$\begin{cases} u = (L_g L_f h(x))^{-1} (-v - L_f^2 h(x)) \\ v = \lambda_1 y + \lambda_2 \dot{y} \end{cases} := \begin{cases} u = \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) \right) g(x) \right)^{-1} \left( -v - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) \right) f(x) \right) \\ v = \lambda_1 y + \lambda_2 \dot{y} \end{cases} \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  بیانگر ضرایب کنترلی هستند. سیگنال کنترلی تولیدشده مطابق رابطه (۲۸) می‌تواند در هر گام در صورتی که متغیرهای حالت ربات داخل حوزه جذب<sup>۱</sup> سیستم باشند، آن‌ها را به شرایط مطلوب همگرا کرده و خروجی سیستم (قیود مجازی) را صفر کند. در این روش کنترلی مودهایی از سیستم وجود دارند که تحت تاثیر سیگنال کنترلی قرار نگرفته و اصطلاحاً به آن دینامیک صفر گفته می‌شود [۱۹]. لازم است که دینامیک صفر سیستم نیز در روند کنترل محدود بماند و واگرا نشود. به طور خلاصه برای ایجاد یک دویدن مطلوب و ریتیمیک باید:

- در هر گام مسیرهای مطلوب که به کمک قیود مجازی تعریف شده‌اند دنبال شوند و گام‌زنی مناسبی تولید شود.

- رفتار گام‌زنی عیناً در گام‌های متوالی تکرار شود و حرکتی ریتیمیک تولید گردد و حرکت پایدار باشد. به عبارتی حتی در صورتی که ربات توانایی دویدن داشته‌باشد، اما گام‌های متوالی آن مشابه نباشند، ربات به گام‌زنی مطلوبی دست نیافته‌است. به عبارتی انتظار می‌رود ربات به یک چرخه حدی پایدار همگرا شود و حالت سیستم متناسب با آن چرخه حدی تغییر کند. برای بررسی وجود یا عدم وجود چرخه حدی از نگاهت بازگشتی پوانکاره استفاده می‌شود [۱۸]. روند این تحلیل را می‌توان به فرم زیر خلاصه نمود.

- فرض کنید حرکت ربات در فضای حالت دینامیک آن دارای پاسخی به فرم  $\psi(t)$  باشد. صفحه‌ای را در فضای حالت ربات به فرم  $S$  در نظر بگیرید. این صفحه در واقع دسته‌ای از حالات خاص سیستم را به خود اختصاص می‌دهد.

- فرض کنید هر لحظه‌ای که ربات صفحه  $S$  را قطع نمود ثبت شده و حالت سیستم در آن لحظه ذخیره گردد.

- با گذاشتن حالت ذخیره‌شده در کنار هم، سیستمی گسسته به فرم  $\phi(k)$  تولید می‌شود. این سیستم گسسته در واقع زیرسیستمی است از دینامیک پیوسته  $\psi(t)$  که با تصویربرداری از سیستم پیوسته در زمان‌های خاص ایجاد شده‌است.

- وجود نقطه تعادل پایدار برای سیستم گسسته  $\phi(k)$  معادل وجود چرخه حدی پایدار برای سیستم پیوسته  $\psi(t)$  است. به عبارتی اگر مقادیر گسسته  $\phi(k)$  به مقداری مشخص همگرا شوند، می‌توان نتیجه گرفت که سیستم پیوسته  $\psi(t)$ ، با تلاقی تکرارپذیر با صفحه  $S$ ، بر روی چرخه حدی پایدار حرکت می‌کند. این روش برای بررسی وجود یا عدم وجود چرخه حدی بسیار کارآمد است. البته عملاً محاسبه دینامیک گسسته  $\phi(k)$  امکان‌پذیر نبوده و برای بررسی وجود یا عدم وجود نقطه تعادل پایدار برای آن، نیاز به روش‌های عددی

<sup>1</sup> Basin of Attraction

است. در این مقاله با خطی سازی عددی دینامیک گسسته  $\phi(k)$  حول نقطه احتمالی آن مطابق رابطه (۲۹) به بررسی پایداری دینامیکی گامزنی ربات پرداخته شده است.

$$\phi(k+1) = \phi(k) + J(\phi)(\phi(k)) \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)  $J(\phi)$  بیانگر ژاکوبین سیستم دینامیکی گسسته نسبت به متغیرهای حالت سیستم است. برای بررسی پایداری دویدن ربات پنج لینیکی، مقطع پوانکاره  $S$  لحظه فرود ربات و برخورد پا به زمین در نظر گرفته شده است. برای محاسبه  $J(\phi)$  می توان به فرم زیر عمل نمود.

- در لحظه بعد از برخورد یکی از متغیرهای حالت سیستم به مقدار کوچک  $\epsilon$  از مقدار تعادلی منحرف می گردد.

- در لحظه برخورد بعدی، کلیه متغیرهای حالت اندازه گیری شده و نسبت انحراف آن ها از مقدار تعادلی به مقدار انحراف  $\epsilon$  محاسبه می گردد. مقادیر محاسبه شده در یک بردار ذخیره می گردند.

- این روند برای انحراف تمامی متغیرهای حالت به مقدار کوچک  $\epsilon$  از مقدار تعادلی اجرا می شود و به تعداد متغیرهای حالت سیستم، بردار نسبت انحراف محاسبه شده ذخیره می گردد.

- با کنار هم گذاشتن بردارهای نسبت انحراف محاسبه شده کنار هم، ماتریس مربعی شکلی تشکیل می شود که بیانگر ماتریس  $J(\phi)$  است.

- در صورتی که مقادیر ویژه ماتریس  $J(\phi)$  داخل دایره واحد باشند، سیستم  $\phi(k)$  نقطه تعادل پایدار داشته و سیستم  $\psi(t)$  چرخه حدی پایدار دارد.

#### ۴- تفسیر و تحلیل نتایج

پارامترهای هندسی از جمله جرم ها، ممان اینرسی ها، طول لینک ها و فاصله مراکز جرم از انتهای لینک ها در راستای افقی و عمودی برای ربات مطابق جدول (۳) در نظر گرفته شده است. تلاش شده است نسبت ابعاد هندسی و نسبت جرم ها عضوها بر مبنای هندسه طبیعی بدن انسان انتخاب گردد.

برای این که ربات بتواند شروع به حرکت کند لازم است شرایط اولیه مناسبی برای حرکت در نظر گرفته شود. به طوری که ربات انرژی جنبشی کافی برای شروع حرکت را داشته باشد. همچنین کنترل کننده توانایی جذب دینامیک به چرخه حدی را دارا باشد. در واقع مجموعه دینامیک سیستم و کنترل ارائه شده دینامیکی غیرخطی

جدول ۳- مقادیر پارامترهای اینرسی هندسی ربات

	لینک ۱	لینک ۲	لینک ۳	لینک ۴	لینک ۵
$m_i (kg)$	۱۲	۶/۸	۳/۲	۶/۸	۳/۲
$I_i (kgm^2)$	۱/۳۳	۰/۴۷	۰/۲	۰/۴۷	۰/۲
$L_i (m)$	۰/۴۸	۰/۴	۰/۴	۰/۴	۰/۴
$\delta_{x,i} (m)$	۰/۲۴	۰/۱۱	۰/۲۴	۰/۱۱	۰/۲۴
$\delta_{y,i} (m)$	۰	۰	۰	۰	۰

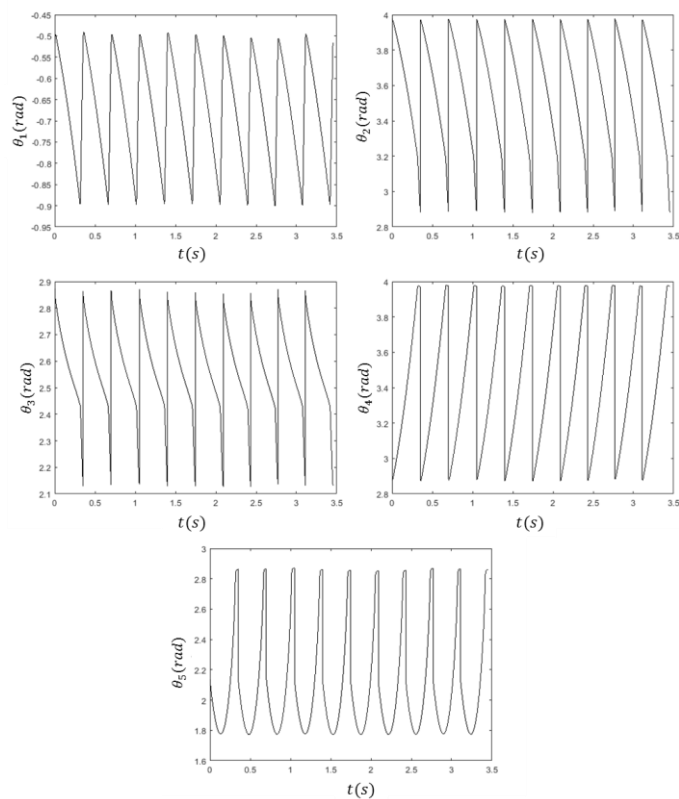
با چرخه حدی معین و حوزه جذب مشخصی را تشکیل می‌دهند. لازم است شرایط اولیه داخل حوزه جذب چرخه حدی مذکور باشد تا سیستم بتواند به طور پایدار گام برداشته و به چرخه حدی میل کند. با توجه به شرایط بیان شده، شرایط اولیه حرکت در ابتدای فاز تک‌تکیه‌گاهی و منطبق بر قیود حرکتی فاز تک‌تکیه‌گاهی در نظر گرفته شده‌است. همچنین سرعت متوسط گام‌زنی  $1/6 \text{ m/s}$  تعیین شده‌است. پارامترهای قیود کنترلی مطابق جدول (۴) تعیین شده‌اند.

با توجه به شرایط تعیین شده برای هندسه و قیود و با تنظیم ضرایب کنترلی به صورت  $\lambda_1 = [100, 100, 70, 100, 70]$  و  $\lambda_2 = [30, 30, 20, 30, 10]$ ، مشاهده می‌شود که ربات توانایی دویدن ریتمیک را دارد. زمان هر گام‌زنی  $0/34$  ثانیه بوده که  $0/28$  ثانیه به فاز تک‌تکیه‌گاهی و  $0/06$  ثانیه به فاز پرش تعلق دارد. در واقع نزدیک به  $20\%$  از زمان گام‌زنی به فاز پرش اختصاص یافته‌است که البته تا حدودی هم به حرکت انسان نزدیک است. به طور معمول در هنگام دویدن انسان بین  $15$  تا  $30$  درصد زمان حرکت به فاز پرش اختصاص می‌یابد. این مقدار در افراد مختلف متفاوت است [۲۰].

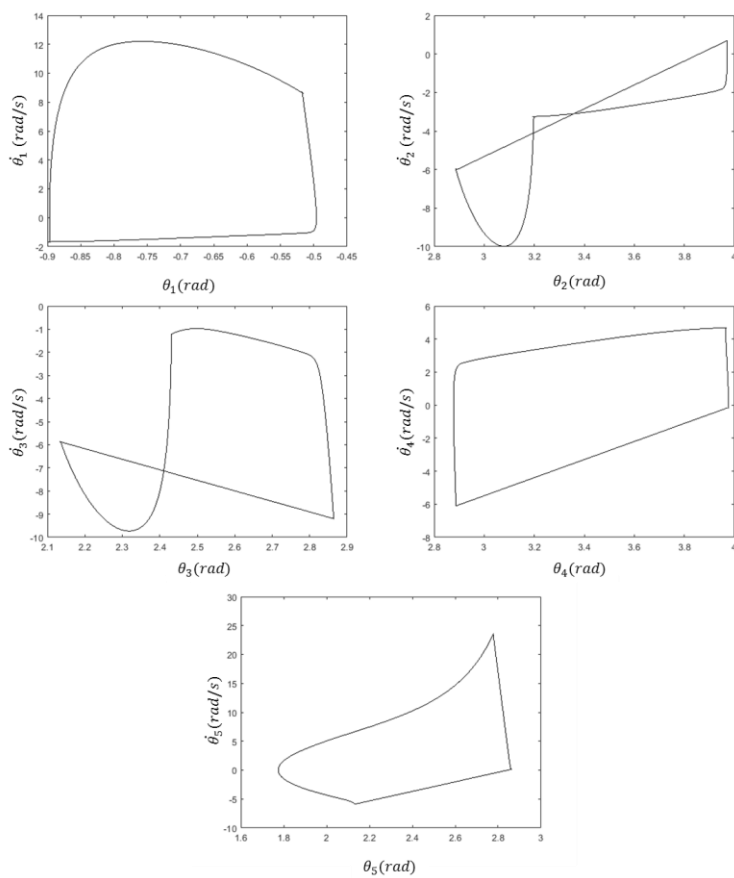
طول هر گام در شبیه‌سازی نیز برابر  $0/56$  متر است. در طی این گام‌زنی رفتار حرکتی لینک‌ها کاملاً ریتمیک بوده و مطابق شکل (۶) زوایای لینک‌ها به صورت تکرار شونده‌ای تغییر می‌کند این رفتار تکرار شونده نشان‌دهنده جذب شدن حرکت ربات به یک چرخه حدی مشخص است. تصاویر چرخه حدی مذکور در صفحات فاز  $\theta_i - \dot{\theta}_i$  در شکل (۷) مشاهده می‌شود.

**جدول ۴ - مقدار پارامترهای استفاده شده در تعریف قیود کنترلی**

نام پارامتر	مقدار پارامتر
$a_0$	$0/70$
$a_1$	$0/16$
$a_2$	$-0/21$
$a_3$	$-1/30$
$b_0$	$0/49$
$b_1$	$0/11$
$b_2$	$0/23$
$c_0$	$-1/47$
$c_1$	$0$
$c_2$	$0$
$d_0$	$0/50$
$\beta$	$3/50$
$\gamma$	$-0/76$
$\theta_{4f}$	$3/92$
$\beta_1$	$1/04$
$\beta_2$	$0/101$
$\beta_3$	$0/69$



شکل ۶- تغییرات زوایای مطلق لینک‌های ربات بر حسب زمان

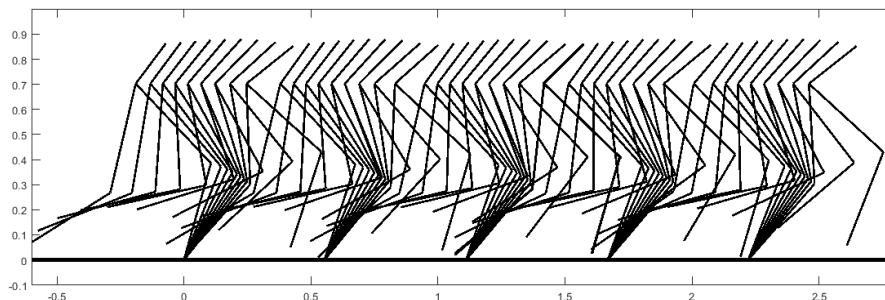


شکل ۷- مقاطع چرخه حدی حرکت ربات در صفحات فاز لینک‌ها

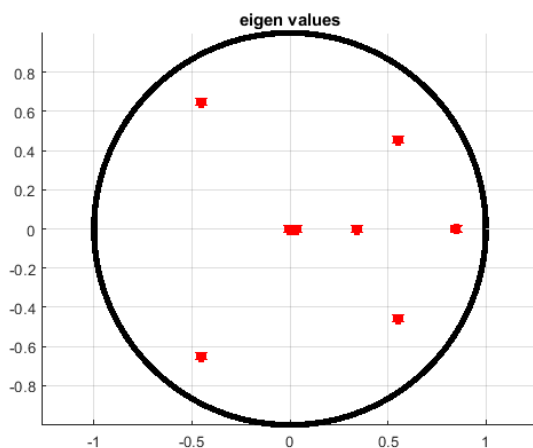
در شکل (۸) نمونه‌ای از نحوه حرکت ربات مشاهده می‌شود. طول گام و نحوه تغییر بین فازها در این شکل کاملاً مشهود است. نکته حائز اهمیت دیگر که در شکل مشاهده می‌شود نحوه حرکت بالاتنه است. همان گونه که مشاهده می‌شود بالاتنه در فاز تک‌تکیه‌گاهی به آرامی به سمت پایین حرکت کرده و در فاز پرش به حالت قبلی خود برمی‌گردد. با توجه به عدم توانایی کنترل بالاتنه در فاز پرش، حرکت بالاتنه در فاز تک‌تکیه‌گاهی به گونه‌ای طراحی شده است که این نوسان در حداقل مقدار خود بوده و در گام‌زنی تکرار شده و تشدید نشود. بررسی مقادیر ویژه نگاشت پوانکاره نیز بر پرئودیک بودن گام‌زنی و وجود چرخه حدی پایدار صحنه می‌گذارند. همان گونه که در شکل (۹) مشاهده می‌شود، کلیه مقادیر ویژه تبدیل پوانکاره با بیشترین مقدار  $0.86$  داخل دایره واحد هستند که به معنای همگرا شدن حالت سیستم گسسته تبدیل‌یافته به نقطه ثابتی پایدار است. پس گام‌زنی ربات بر روی چرخه حدی پایدار اتفاق افتاده و چرخه حدی نشان داده شده در شکل (۷) بیانگر یک چرخه حدی پایدار است. همچنین همان گونه که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود با منحرف کردن حالت ربات از نقطه تعادل به مقدار  $20\%$  پس از تعداد محدودی گام‌برداری ربات به شرایط پایدار خود بازگشته و گام‌زنی دوباره ریتیمیک می‌گردد. این اتفاق نیز ناشی از اولاً پایدار بودن چرخه حدی ایجادشده و ثانیاً وجود حوزه جذب به مقدار کافی گسترده برای چرخه حدی مذکور است. در واقع وجود چرخه حدی برای گام‌زنی ربات، باعث دوباره ریتیمیک شدن رفتار گام‌زنی ربات پس از مقداری انحراف می‌شود. این مقاومت در روش‌های کنترلی پیشین مانند روش‌های مبتنی بر پترن‌سازهای مرکزی [۲۱] و یا نقطه ممان‌صفر [۲۲] وجود ندارد. همچنین پیشبینی می‌شود باحفظ قیود کنترلی و تغییر الگوریتم کنترلی از پس‌خوراند خطی‌ساز به روشی مقاوم مانند مود لغزشی این حوزه جذب گسترده‌تر شده و توانایی ربات در دفع اثرات ناشی از اغتشاشات وارده بهبود یابد. گشتاورهای اعمالی به عملگرها در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود. همان گونه که انتظار می‌رود گشتاورهای اعمالی به عملگرها در گام‌های متوالی عیناً تکرار می‌شوند. مقدار متوسط این گشتاورها در هر گام برابر مقادیر بیان شده در رابطه (۳۰) بر حسب نیوتون‌متر است.

$$[\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{14}, \tau_{45}] = [-34/99, -24/69, 37/59, 12/22] \quad (30)$$

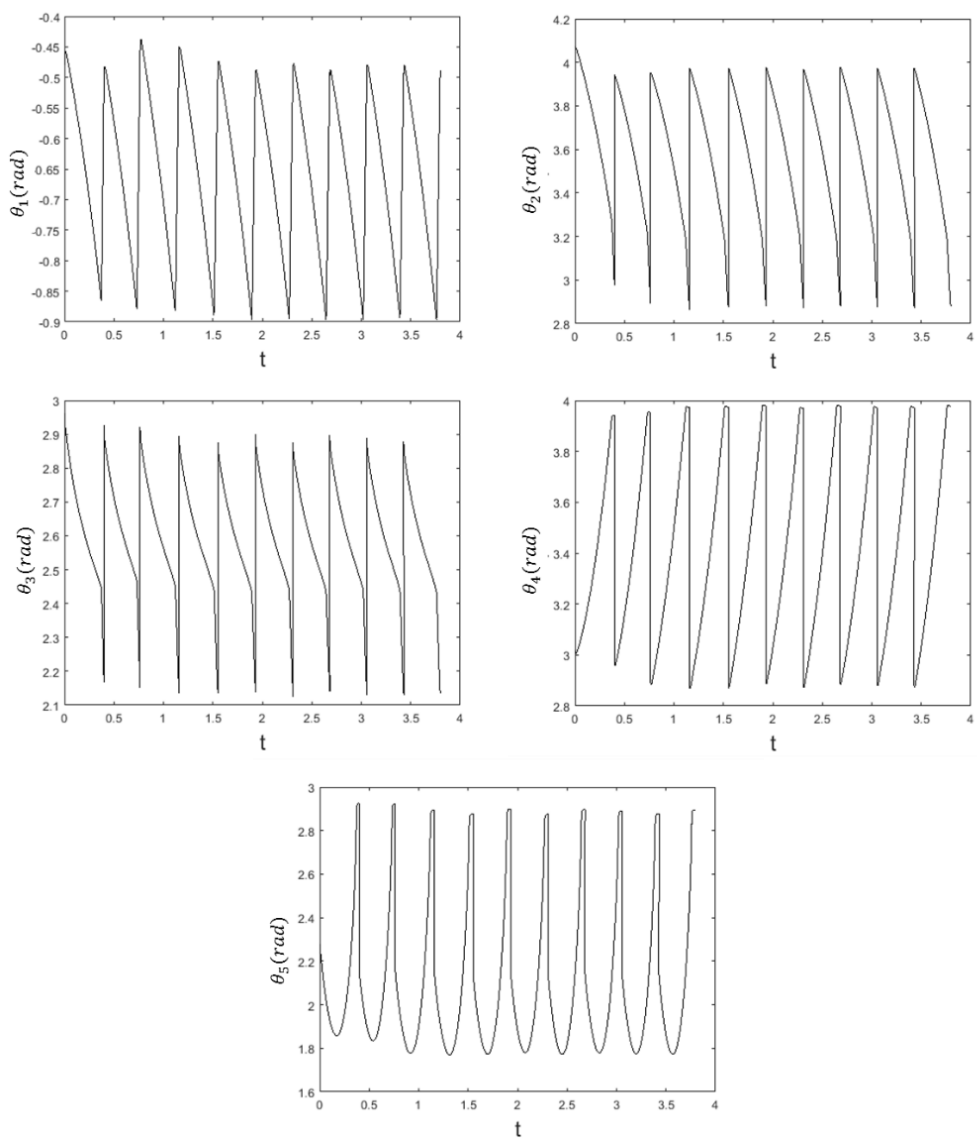
همان گونه که مشاهده می‌شود، مقدار متوسط گشتاورها در یک محدوده منطقی است. به عبارتی مقدار گشتاورها به گونه‌ایست که امکان پیاده‌سازی سیستم کنترلی بر روی مدل خارجی ربات را فراهم می‌کند. تنها مساله در گشتاور مفاصل مقادیر بالای آن‌ها در لحظات اولیه پس از برخورد است. این مقادیر بالا به دلیل پرش ناگهانی در مقدار سرعت‌های لینک‌ها است که در اثر برخورد اتفاق افتاده است. در صورتی که برخورد پا با زمین به صورت صلب در نظر گرفته نشده و با مدل‌های طبیعی‌تری از جمله مدل‌های فنر دمپری [۲۳] شبیه‌سازی شود، انتظار می‌رود این مقادیر اولیه بزرگ مشاهده نشود.



شکل ۸- تصویری از نحوه گام‌زنی ربات و چگونگی تکرار گام‌ها

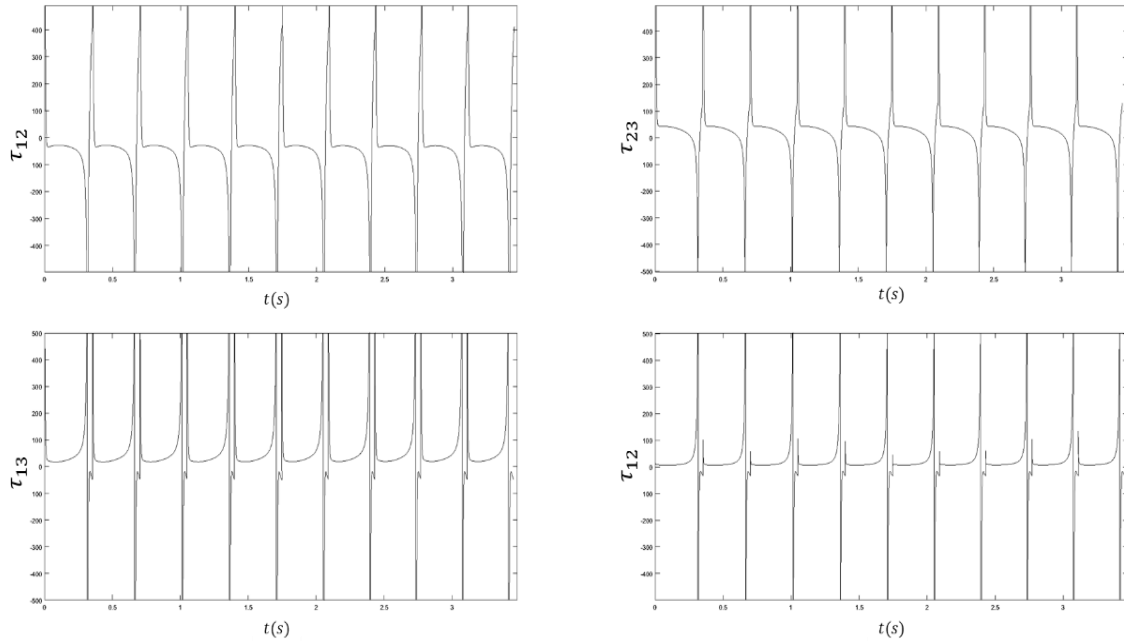


شکل ۹- مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین تبدیل پوانکاره ربات. همان گونه که مشاهده می‌شود، کلیه مقادیر ویژه داخل دایره واحد بوده که یانگر همگرایی گام‌زنی به چرخه حدی پایدار است.



شکل ۱۰- نحوه گام‌برداری ربات در اثر ورود اغتشاش. همان گونه که مشاهده می‌شود گام‌زنی ربات پس از تعداد محدودی قدم به شرایط عادی برگشته و به چرخه حدی خود جذب می‌شود.





شکل ۱۱- گشتاور عملگرهای ربات بر حسب زمان

## ۵- نتیجه گیری

هدف از این مقاله کنترل ربات دوندۀ پنج‌لینکی به روش پسخوراند خطی‌ساز و ایجاد گام‌زنی دینامیکی پایدار بر روی یک چرخه حدی پایدار است. نشان داده‌شد با همگرا کردن خروجی‌های مناسب کنترلی تعریف‌شده برای سیستم که به شکل منحنی‌های قیدی هستند، به شکل چندجمله‌ای به مقدار صفر، می‌توان برای ربات پنج‌لینکی به گام‌زنی پایدار بر روی چرخه حدی مشخص دست یافت. در این مقاله برای اولین بار خروجی‌ها برای ربات پنج‌لینکی به صورت چندجمله‌ای تعریف‌شده و ضرایب آن به شکل مناسب در راستای پایدارسازی گام‌زنی ربات تنظیم گشت. به کمک نگاشت بازگشتی پوانکاره نشان داده‌شد که با تعریف قیود چندجمله‌ای برای دوندۀ نیز می‌توان به گام‌زنی بر روی یک چرخه حدی پایدار دست یافت. نشان داده شد که با قیود چندجمله‌ای به فرم مسیر حرکتی و روش پسخوراند خطی‌ساز می‌توان به کمک گشتاورهای کنترلی کوچکتر از  $40 (N.m)$  و هموار رباتی به وزن  $32 (kg)$  را در زمان کوتاهی به چرخه حدی سوق داد و بر روی آن نگاه داشت. همچنین پایداری گام‌زنی و وجود حوزه جذب به اندازه کافی با اعمال انحرافی در فضای حالت ربات نسبت به چرخه حدی بررسی شد. نشان داده‌شد با منحرف کردن ربات از شرایط تعادل به مقدار  $20\%$  ربات توانایی بازگشت به چرخه حدی را در کمتر از  $10$  گام دارد. این پایداری برای گام‌زنی ربات دوندۀ شرایطی مطلوب است و امکان پیاده‌سازی کنترلی کننده را بر روی مدل‌های خارجی ربات فراهم می‌کند.

## مراجع

- [1] Ruina, A., "Reflex Approximation of Optimal Control for an Energy-efficient Bipedal Walking Platform", National Robotics Initiative (NRI), Des 11, Cornell University, Ithaca, USA, (2012).

- [2] McGeer, T., "Passive Walking with Knees", IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, Cincinnati, Ohio, USA, pp. 1640-1645, (1990).
- [3] Peterka, R.J., "Simplifying the Complexities of Maintaining Balance", IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, Vol. 22, No. 2, pp. 63-68, (2003)
- [4] Vukobratović, M., and Branislav B., "Zero-moment Point Thirty-five Years of its Life", International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 1 No. 01 pp. 157-173, (2004).
- [5] Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y., and Takenaka, T., "The Development of Honda humanoid robot." IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium, Vol. 2, pp. 1321-1326. (1998).
- [6] McGeer, T., "Passive Dynamic Walking" The International Journal of Robotics Research, Vol. 9, No. 2 pp. 62-82, (1990).
- [7] Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A., and Coleman. M., "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling", Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 120 ,NO. 2 pp. 281-288, (1998).
- [8] Goswami, A., Thuijot, B., and Espiau. B., "Compass-like Biped Robot Part I: Stability and Bifurcation of Passive Gaits", Report RR-2996, INRIA. (1996).
- [9] Collins, S.H., Wisse, M., and Ruina. A., "A Three-dimensional Passive-dynamic Walking Robot with Two Legs and Knees", The International Journal of Robotics Research, Vol. 20, No. 7, pp. 607-615, (2001).
- [10] Wisse, M., and Frankenhuyzen. J.V., "*Design and Construction of Mike; a 2-d Autonomous Biped Based on Passive Dynamic Walking*", 1<sup>st</sup> Edition, Springer, Tokyo, pp. 143-154, (2006).
- [11] Kuo, A.D., "Energetics of Actively Powered Locomotion using the Simplest Walking Model", Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 124, No. 1, pp. 113-120, (2002).
- [12] Bhounsule, P.A., Cortell, J., Grewal, A., Hendriksen, B., Karssen, D., Paul, C., and Ruina. A., "Low-bandwidth Reflex-based Control for Lower Power Walking: 65 km on a Single Battery Charge", The International Journal of Robotics Research, Vol. 33, No. 10, pp. 1305-1321, (2014).
- [13] Grizzle, J.W., Chevallereau, C., and Shih. C.L., "HZD-Based Control of a Five-link Underactuated 3D Bipedal Robot", IEEE Conference on Decision and Control, 47th, Cancun, Mexico, Vol. 2, pp. 5206-5213, (2008).
- [15] Kakaei, M.M, and Salarieh, H., "A Novel Robust Control Method for Three-link under actuated Planar Biped Robot", Modares Mechanical Engineering, Vol. 17(11), pp. 47-58, (2018).
- [16] Sreenath, K., Park, H.W., and Grizzle. J.W., "Design and Experimental Implementation of a Compliant Hybrid Zero Dynamics Controller with Active Force

- Control for Running on MABEL", IEEE International Conference on Robotics and Automation, Saint Paul, MN, USA, pp. 51-56, (2012).
- [17] Chevallereau, C., Grizzle, J.W., and Shih. C.Y., "Asymptotically Stable Walking of a Five-link Underactuated 3-D Bipedal Robot", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 25, No. 1, pp. 37-50, (2009).
- [18] Westervelt, E.R., Grizzle, J.W., and Koditschek. D.E., "Hybrid Zero Dynamics of Planar Biped Walkers", IEEE Transactions on Automatic Control, 48<sup>th</sup>, No. 1, pp. 42-56, (2003).
- [19] Plestan, F., Grizzle, J.W., Westervelt, E.R., and Abba. G., "Stable Walking of a 7-DOF Biped Robot", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 19, No. 4, pp.653-668, (2003).
- [20] Cavagna, G.A. "The Landing-take-off Asymmetry in Human Running", Journal of Experimental Biology, Vol. 209, No. 20 pp. 4051-4060, (2006).
- [21] Taga, G., "A Model of the Neuro-musculo-skeletal System for Anticipatory Adjustment of Human Locomotion During Obstacle Avoidance", Biological Cybernetics, Vol. 78, No. 1, pp. 9-17, (1998).
- [22] Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y., and Takenaka. T., "The Development of Honda Humanoid Robot", In Proceedings. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 98CH36146), Leuven, Belgium, Vol. 2, pp. 1321-1326, (1998).
- [23] Marhefka, D.W., and Orin, D.E., "Simulation of Contact using a Nonlinear Damping Model", Robotics and Automation, 1996. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, MN, USA, Vol. 2, pp. 1662-1668, (1996).

### فهرست نمادهای انگلیسی

- a: از پارامترهای طراحی قید
- b: از پارامترهای طراحی قید
- c: از پارامترهای طراحی قید
- d: از پارامترهای طراحی قید
- I: ممان اینرسی هریک از لینکها
- K: انرژی جنبشی
- L: طول هریک از لینکها
- m: جرم هریک از لینکها
- q: هریک از متغیرهای حالت
- Q: بردار نیروهای تعمیم یافته
- u: ورودی سیستم

U: انرژی پتانسیل

X: بردار حالت

### فهرست نمادهای یونانی

$\theta$ : زاویه هریک از لینک‌ها

$\tau$ : گشتاور هریک از مفاصل

$\beta$ : از پارامترهای طراحی قید

$\gamma$ : از پارامترهای طراحی قید

$\phi$ : دینامیک سیستم گسسته

$\psi$ : دینامیک سیستم پیوسته

$\delta$ : اختلاف فاصله

### بالانویس‌ها

+  $t$ : لحظه‌ای پس از برخورد

-  $t$ : لحظه‌ای قبل از برخورد

### زیرنویس‌ها

$i$ : شماره لینک

$s$ : فاز تک‌تکیه‌گاهی

$f$ : فاز پرش

$p$ : نقطه پاشنه پای ایستا

$x$ : راستای افقی

$y$ : راستای عمودی

**Abstract**

In this study, we designed a time-invariant controller for dynamic stabilization of a five-link runner robot in two dimensions. The running is modeled with three phases of single-stance phase, flight phase, and collision phase. The dynamic equations of the robot in each phase were extracted by the Lagrange method. The robot's heel-strike is also rigidly modeled. The controller in each phase guides the robot by zeroing predetermined outputs in the form of paths trajectories via feedback linearization method. The outputs are designed so that a rhythmic running will be presented by the robot on a limit cycle. The created limit cycle has been determined and its stability has been investigated using the Poincare return map. The robot's controller robustness to disturbances has been investigated and shown that the controller can return the robot to a limit cycle with a deviation of 20% with respect to the stable limit cycle.