

تحلیل انرژی سیستم‌های چندجسمی انعطاف-پذیر دارای میرایی داخلی تحت شرایط برخورد

امروزه تحلیل سیستم‌های مکانیکی چندجسمی با استفاده از روش‌های دینامیک محاسباتی توسعه فراوانی یافته است. در هنگام کارکرد این سیستم‌ها در سرعت‌های بالا و تحت شرایط برخورد، فرض صلبیت اجسام نمی‌تواند منجر به تحلیل دقیق شود و تلفات انرژی ناشی از اثرات میرایی داخلی اجسام انعطاف‌پذیر می‌تواند تا حد زیادی در رفتار سیستم تأثیرگذار باشد. این مورد به طور خاص در شرایط برخورد اجسام نمود بیشتری خواهد داشت. در این مقاله، با در نظر گرفتن میرایی داخلی برای میله رابط انعطاف‌پذیر سیستم لنگ-لغزنده تحت برخورد با سرعت دورانی بالا، تأثیر پارامترهای مختلف با استفاده از روش دینامیک سیستم‌های چندجسمی در کاهش ارتعاشات ناشی از نیروهای تماس مورد بررسی قرار می‌گیرد. میرایی داخلی عضو انعطاف‌پذیر آن، از مدل تناسبی رایلی تبعیت می‌کند. پس از استخراج معادلات مقید حرکت به کمک روش افزایشی اویلر-لاگرانژ، تأثیر انعطاف‌پذیری و میرایی داخلی، تحت شرایط برخورد برای سیستم لنگ-لغزنده دارای میله رابط انعطاف‌پذیر نشان داده می‌شود. همچنین، تأثیر جنس مواد بر میرایی داخلی و کاهش ارتعاشات به دقت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

سعید ابراهیمی^۱

دانشیار

سعید نوری^۲

دانشجوی کارشناسی ارشد

اسماعیل سلحشور^۳

دانشجوی دکترا

واژه‌های راهنما: سیستم‌های چندجسمی، انعطاف‌پذیری، میرایی داخلی، برخورد

۱- مقدمه

دینامیک چندجسمی یا دینامیک محاسباتی^۴ شاخه‌ای از علم دینامیک است که به تحلیل و شبیه‌سازی سیستم‌های شامل چند جسم با اثرات متقابل می‌پردازد. این تقابل به وسیله نیروها و قیود سینماتیکی مدل‌سازی می‌شود. به عبارت دیگر، یک سیستم چندجسمی^۵ به عنوان مجموعه‌ای از اجزاء صلب و انعطاف‌پذیر که توسط انواع مختلفی از مفاصل، اتصالات و المان‌های نیرویی به یکدیگر متصل و دارای حرکت مقید می‌باشند، شناخته می‌شود. نیروهای اعمال شده به سیستم می‌تواند ناشی از تماس- برخورد، اصطکاک، گرانش، قیود مفصلی، تقابل با سیستم‌های دیگر از جمله سیالات، و یا مربوط به المان‌های مکانیکی نظیر فنرها،

^۱ نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد ebrahimi@yazd.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد saeed_mech_engineering@yahoo.com

^۳ دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد esalahshoor@stu.yazd.ac.ir

^۴ Computational dynamics

^۵ Multi-Body Systems (MBS)

میراکننده‌ها (دمپرها) و عملگرها باشد [۱]. سیستم‌های چندجسمی دارای کاربردهای متنوعی از جمله سیستم‌های رباتیک، ماشین‌آلات سنگین، سیستم تعلیق و فرماندهی اتومبیل، فضاپیماها، ماشین‌آلات نساجی و کشاورزی، ماهواره‌ها، هواپیماها و ... می‌باشند. در هنگام کارکرد این سیستم‌ها در سرعت‌های بالا و تحت شرایط برخورد، فرض صلبیت اجسام نمی‌تواند منجر به تحلیل دینامیکی دقیق شود و تلفات انرژی ناشی از اثرات میرایی داخلی اجسام انعطاف‌پذیر تا حد زیادی در تعیین رفتار سیستم تأثیرگذار خواهد بود. این مورد به طور خاص در شرایط برخورد اجسام نمود بیشتری دارد. در چنین شرایطی کاهش دامنه ارتعاشات اجزاء انعطاف‌پذیر مسأله مهمی در بهبود رفتار دینامیکی این گونه سیستم‌ها به شمار می‌رود [۲].

در زمینه بررسی تأثیر انعطاف‌پذیری سیستم‌های چندجسمی و در نظر گرفتن میرایی‌های داخلی سیستم تحقیقات مختلفی انجام شده است. بدلانی و میدها^۱ [۳] با در نظر گرفتن میرایی داخلی سیستم لنگ-لغزنده به وسیله مدل کلون-ویت^۲، تأثیر پارامتر ضریب میرایی بر پاسخ گذرا و پایدار سیستم انعطاف‌پذیر را با حالت بدون میرایی داخلی مقایسه و مورد مطالعه قرار دادند. خولیف و شابانا^۳ [۴] نیز با استفاده از روش ترکیب مودها و بدون در نظر گرفتن میرایی، تنها به بررسی برخورد در سیستم‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر پرداختند و رفتار سیستم را تحلیل کردند. در پژوهشی دیگر، بکر^۴ و شابانا [۵] رفتار یک لنگ-لغزنده دارای سرعت بالا و میله رابط انعطاف‌پذیر را که لغزنده آن تحت برخورد قرار می‌گیرد، مورد بررسی قرار دادند. در کار انجام شده توسط آن‌ها، انعطاف‌پذیری غیرخطی هندسی برای عضو تغییرشکل‌پذیر تحت شرایط برخورد با حالت انعطاف‌پذیری خطی هندسی مورد مقایسه قرار گرفت؛ و رفتار سیستم بعد از برخورد در هر دو حالت مطالعه گردید. در روش استفاده شده توسط آن‌ها، تأثیر نیروی برخورد با استفاده از روش تعادل تکانه تعمیم‌یافته وارد معادلات حرکت سیستم می‌گردد که موجب ناپیوستگی در سرعت و نیروهای عکس‌العمل می‌شود. هدف اصلی این پژوهش و نوآوری شاخص آن در مقایسه با تحقیقات گذشته، بررسی تأثیر میرایی عضوهای انعطاف‌پذیر سیستم‌های چندجسمی تحت شرایط برخورد بر اتلاف انرژی سیستم می‌باشد.

در این پژوهش، با استفاده از روش دینامیک سیستم‌های چندجسمی که دارای دقت قابل قبول و سرعت بالایی می‌باشد، مکانیزم لنگ-لغزنده با میله رابط انعطاف‌پذیر در دو حالت بدون میرایی و با میرایی و تحت شرایط برخورد لغزنده با یک مانع بررسی می‌گردد. برخورد انجام شده در سیستم نیز با استفاده از مدل برخورد پیوسته لنکرانی-نیکروش مدل می‌گردد که به خوبی می‌توان تأثیر تلفات انرژی و میرایی داخلی را در بازه برخورد و پس از آن مشاهده کرد. بررسی رفتاری نمودارهای تلفات انرژی کمک بسیار خوبی برای صحت‌سنجی تحلیل درست از معادلات حرکت می‌باشد. همچنین در انتها، اثر تغییرات جنس عضو انعطاف-پذیر بر میرایی داخلی و اتلاف انرژی سیستم نیز مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

¹ Badlani and Midha

² Kelvin-Voigt

³ Khulief and Shabana

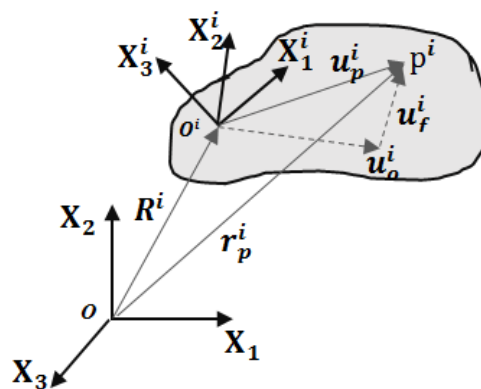
⁴ Bakr

۲- معادلات حرکت سیستم‌های چند جسمی مقید

تحلیل سیستم‌های متحرک سینماتیکی به سیستمی از معادلات جبری منجر می‌شود که بدون نیاز به تحلیل نیرو می‌توان مختصه‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های سیستم را بدست آورد. اما اگر یک یا چندین درجه آزادی سیستم از پیش تعیین نشده باشد، تحلیل نیرو لازم می‌شود و معادلات حرکت سیستم باید فرموله شود تا معادلاتی برابر با تعداد متغیرهای مجهول بدست آید. طبق تعریف، سیستم‌های چندجسمی شامل عضوهای صلب و انعطاف‌پذیر می‌باشند که مفاصل مکانیکی و مسیرهای حرکت از پیش تعیین شده در آن، محدودیت‌هایی را بر روی حرکت اجزاء سیستم تحمیل می‌کنند. بر این اساس، برای تحلیل این سیستم‌ها یکی از روش‌های دینامیک محاسباتی انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. به این ترتیب با دو موضوع روبرو هستیم: (۱) دینامیک سیستم‌های مقید و (۲) انعطاف‌پذیری عضوها.

به منظور تحلیل اجزاء انعطاف‌پذیر سیستم، روش‌های متعددی از جمله روش مختصات گره‌ای مطلق^۱، روش بردارهای دوران بزرگ^۲ و روش دستگاه مرجع شناور^۳ وجود دارد [۶]. روش دستگاه مرجع شناور یا متحرک یکی از پر کاربردترین روش‌های تحلیل سیستم‌های چند جسمی انعطاف‌پذیر می‌باشد. این روش شامل ترم‌های غیرخطی جفت شده بین حرکت صلب و تغییر شکل‌ها می‌باشد، و در مقایسه با سایر روش‌ها دارای تقریب مناسبی برای رفتار واقعی سیستم‌های چند جسمی انعطاف‌پذیر است. در فرمولاسیون دستگاه مرجع شناور موقعیت هر عضو انعطاف‌پذیر به وسیله دو مجموعه مختصه تعریف می‌شود: مختصه صلب q_r و مختصه الاستیک q_f . بر اساس این روش، همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود موقعیت جهانی هر نقطه دلخواه روی عضو انعطاف‌پذیر i به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\mathbf{r}_p^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}_p^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i (\bar{\mathbf{u}}_o^i + \bar{\mathbf{u}}_f^i) \quad (1)$$



شکل ۱- مختصات جسم تغییر شکل‌پذیر در روش دستگاه مرجع شناور

¹ Absolute Nodal Coordinate

² Large Rotation Vector

³ Floating Frame of Reference

R^i موقعیت دستگاه مرجع متصل به جسم i ، A^i ماتریس دوران و \bar{u}_o^i موقعیت نقطه دلخواه p در حالت تغییر شکل نیافته در دستگاه مرجع جسم می‌باشد. بردار تغییر شکل جسم i در دستگاه مرجع است، که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\bar{u}_f^i = S^i q_f^i \quad (2)$$

S^i نیز به عنوان ماتریس شکل^۱ معرفی می‌شود که به شرایط اعمال شده و دستگاه مرجع انتخابی بستگی دارد. بردار مختصه‌های الاستیک نامیده می‌شود و تنها وابسته به زمان می‌باشد. با جایگذاری معادله (۲) در معادله (۱) بردار موقعیت جسم i به صورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$r_p^i = R^i + A^i (\bar{u}_o^i + S^i q_f^i) \quad (3)$$

در این پژوهش، تحلیل دینامیکی سیستم‌های مقید با استفاده از روش افزایشی اویلر-لاگرانژ^۲ صورت می‌گیرد. براساس این روش با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از مختصه‌های اضافی معادلات قیود سینماتیکی سیستم چند جسمی نوشته می‌شود؛ سپس این معادلات با استفاده از بردار ضرایب لاگرانژ به معادلات دیفرانسیل سیستم افزوده می‌شود. به این ترتیب معادلات دیفرانسیلی سیستم چند جسمی مقید و معادلات قیود سینماتیکی آن، به ترتیب با روابط (۴) و (۵) بیان می‌شود:

$$M\ddot{q} + C_q^T \lambda = g \quad (4)$$

$$C(q, t) = 0 \quad (5)$$

که M ماتریس متقارن جرم، C بردار توابع غیرخطی قیدهای سینماتیکی و C_q ماتریس ژاکوبین این قیدها می‌باشد. λ بردار ضرایب لاگرانژ و g بردار نیروهای تعمیم‌یافته سیستم می‌باشد. t زمان و q بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته است که به صورت زیر تعرف می‌شود:

$$q = [q_r^T \quad q_f^T]^T \quad (6)$$

در معادله (۴)، بردار g به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$g = Q_e + Q_v + Q_c - Kq - D\dot{q} \quad (7)$$

Q_e ، Q_v و Q_c به ترتیب، نیروهای اینرسی تعمیم‌یافته ناشی از اثرات گریز از مرکز، نیروهای تعمیم‌یافته خارجی و نیروهای تماس- برخورد تعمیم‌یافته می‌باشند. K و D نیز به ترتیب، ماتریس‌های سختی و میرایی داخلی سیستم است. با این وجود معادلات دیفرانسیلی سیستم چند جسمی بر اساس تفکیک مختصه‌های صلب و الاستیک به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} m_{rr} & m_{rf} \\ m_{fr} & m_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ q_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qr}^T \\ C_{qf}^T \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} Q_{er} \\ Q_{ef} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{vr} \\ Q_{vf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{cr} \\ Q_{cf} \end{bmatrix} \quad (8)$$

¹ Shape Matrix

² Augmented Euler-Lagrange method

توجه به این نکته مهم می‌باشد که بردار نیروی تماس تنها در بازه زمانی برخورد عضو مورد بررسی سیستم ظاهر می‌شود. برای اضافه کردن معادلات قیدی سیستم، از آن نسبت به زمان دو بار مشتق‌گیری می‌شود.

$$C_q \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_d \quad (9)$$

که بردار \mathbf{Q}_d به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{Q}_d = -\mathbf{C}_{tt} - 2\mathbf{C}_{qt} \dot{\mathbf{q}} - (\mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} \quad (10)$$

با اضافه کردن معادلات قیده‌های سینماتیکی سیستم به فرم معادله (۹)، به معادلات دیفرانسیل سیستم، فرم کلی معادلات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{C}_q^T \\ \mathbf{C}_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{Q}_d \end{bmatrix} \quad (11)$$

با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل-جبری (۱۱) می‌توان شتاب‌ها و ضرایب لاگرانژ را بدست آورد. با استفاده از ضرایب لاگرانژ می‌توان نیروهای عکس‌العمل تعمیم‌یافته را تعیین کرد، در حالی که با انتگرال‌گیری از شتاب‌ها، مختصه‌ها و سرعت‌های سیستم محاسبه می‌شوند.

۱-۲- ماتریس جرم سیستم

ماتریس جرم عضو انعطاف‌پذیر i با استفاده از بسط انرژی جنبشی آن استخراج می‌شود. انرژی جنبشی عضو i نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T^i = \frac{1}{2} \int_{V^i} (\rho^i \dot{\mathbf{r}}^{iT} \dot{\mathbf{r}}^i) dV^i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{iT} \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}^i \quad (12)$$

که ρ^i و V^i به ترتیب، چگالی و حجم جسم i می‌باشند. در رابطه اخیر ماتریس \mathbf{M}^i به عنوان ماتریس جرم، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{M}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{rr}^i & \mathbf{m}_{rf}^i \\ \text{sym.} & \mathbf{m}_{ff}^i \end{bmatrix} \quad (13)$$

برای استخراج ماتریس‌های بلوکی موجود در رابطه (۱۳) نیاز به مجموعه‌ای از انتگرال‌های شکل اینرسی^۱ می‌باشد [۷]. انتگرال‌های شکل اینرسی وابسته به میدان جابه‌جایی‌ها می‌باشند و بر این اساس ماتریس جرم نیز تابعی از مختصه‌های سیستم خواهند بود.

۲-۲- ماتریس سختی سیستم

کار مجازی نیروهای الاستیک داخلی جسم i از یک سیستم چند جسمی به صورت زیر نوشته می‌شود [۷]:

$$\delta W_s^i = - \int_{V^i} \boldsymbol{\sigma}^{iT} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^i dV^i = - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_r^i & \mathbf{q}_f^i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{ff}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_r^i \\ \delta \mathbf{q}_f^i \end{bmatrix} = - \mathbf{q}^{iT} \mathbf{K}^i \mathbf{q}^i \quad (14)$$

¹ Inertia Shape Integrals

که σ^i و ε^i به ترتیب، بردارهای تنش و کرنش می‌باشند. براساس معادله (۱۴) ماتریس مثبت-معین متقارن سختی متناظر با مختصه الاستیک عضو i سیستم چند جسمی از رابطه (۱۵) بدست خواهد آمد:

$$\mathbf{k}_{ff}^i = \int_{V^i} (\mathbf{D}^i \mathbf{S}^i)^T \mathbf{E}^i \mathbf{D}^i \mathbf{S}^i dV^i \quad (15)$$

\mathbf{D}^i و \mathbf{S}^i به ترتیب، ماتریس تابع شکل و عملگر دیفرانسیلی می‌باشد. با فرض اینکه اجزاء انعطاف‌پذیر متشکل از مواد ایزوتروپیک خطی باشد، قانون هوک برای آن معتبر است، و \mathbf{E}^i به عنوان ماتریس ضرایب الاستیک شناخته می‌شود.

۲-۳- ماتریس میرایی داخلی سیستم

در هر سیستم دینامیکی به نوعی اتلاف انرژی وجود دارد. در برخی از سیستم‌ها به دلیل حساسیت در عملکرد سیستم باید کم‌ترین تلفات انرژی سیستم لحاظ گردد. به همین منظور بسیار مفید و قابل اهمیت است که رفتار سیستم در حضور و عدم حضور میراکننده‌ها بررسی شود. سه نوع اصلی مکانیزم میرایی در مطالعه سیستم‌های مکانیکی عبارتند از: میرایی داخلی (مادی)، میرایی سازه‌ای (در مفاصل و تماس‌ها) و میرایی سیال (تقابل سیال و سازه) [۸]. دلیل اصلی میرایی سازه‌ای اتلاف انرژی ناشی از حرکت نسبی بین اجزاء سیستم می‌باشد که دارای نقاط تماس مشترک هستند، مانند مفاصل و تکیه‌گاه‌ها. میرایی سیال نیز به دلیل نیروهای پسا و تقابل‌های دینامیکی متناظر به هنگام حرکت اجزاء سیستم مکانیکی در یک سیال می‌باشد. میرایی داخلی یا مادی که اتلاف انرژی درون مواد تشکیل دهنده اجزاء سیستم است، عمدتاً به دلیل فرآیندهای مختلف ماکروسکوپی و میکروسکوپی و اصطکاک‌ها و پیوند بین مواد تشکیل دهنده اجزاء سیستم می‌باشد.

میرایی اصلی مورد بررسی در این پژوهش میرایی داخلی می‌باشد که برای اجزاء انعطاف‌پذیر و اجزاء تحت برخورد در نظر گرفته می‌شود. مدل میرایی در این مقاله، که با استفاده از آن ماتریس میرایی سیستم حاصل می‌شود، مدل میرایی تناسبی رایلی^۱ می‌باشد. براساس مدل تناسبی رایلی ماتریس میرایی سیستم یک ترکیب خطی از ماتریس جرم \mathbf{m}_{ff}^i و ماتریس سختی \mathbf{k}_{ff}^i است که تعریف می‌شود [۹ و ۱۰]:

$$\mathbf{d}_{ff}^i = \alpha^i \mathbf{m}_{ff}^i + \beta^i \mathbf{k}_{ff}^i \quad (16)$$

بنابراین، ماتریس میرایی متناظر با مختصه‌های جسم i به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{D}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{d}_{ff}^i \end{bmatrix} \quad (17)$$

α^i و β^i دو پارامتری هستند که با استفاده از ضرایب میرایی ξ_1^i و ξ_2^i ، که آن‌ها نیز متناظر با فرکانس‌های ω_1^i و ω_2^i می‌باشند به دست می‌آیند.

$$\alpha^i = \frac{2\omega_1^i \omega_2^i}{(\omega_2^i)^2 - (\omega_1^i)^2} (\xi_1^i \omega_2^i - \xi_2^i \omega_1^i) \quad (18)$$

¹ Proportional Rayleigh's dissipation model

$$\beta^i = \frac{2}{(\omega_2^i)^2 - (\omega_1^i)^2} (\xi_2^i \omega_2^i - \xi_1^i \omega_1^i) \quad (19)$$

برای تعیین ضرایب α^i و β^i ابتدا مسأله مقدار ویژه $\mathbf{k}_{ff}^i \mathbf{X}^i = (\omega^i)^2 \mathbf{m}_{ff}^i \mathbf{X}^i$ حل می‌شود و فرکانس‌های طبیعی متناظر با مختصه‌های الاستیک سیستم بدست می‌آید. در صورتی که تعداد مختصه‌های الاستیک سیستم بیش از دو باشد، بین فرکانس‌های پایین و فرکانس‌های بالای سیستم میانگین‌گیری انجام می‌شود. سپس با میان‌یابی ضرایب میرایی ξ_1^i و ξ_2^i متناظر با فرکانس‌های میانگین بدست می‌آید. در نهایت این مقادیر در رابطه (۱۸) و (۱۹) قرار داده می‌شود و α^i و β^i حاصل می‌گردد [۱۰].

۳- برخورد

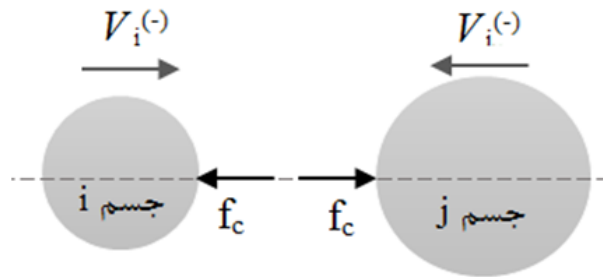
برخورد پدیده فیزیکی پیچیده‌ای می‌باشد که به هنگام تصادم دو یا تعداد بیشتری جسم با یکدیگر اتفاق می‌افتد. از جمله ویژگی‌های این پدیده زمان بسیار کوتاه، ایجاد نیروهای بزرگ، اتلاف انرژی سریع و تغییرات بزرگ سرعت اجسام برخوردکننده می‌باشد [۱۱ و ۱۲]. از دیگر اثرات مستقیم پدیده برخورد ایجاد ارتعاش در سرتاسر سیستم، تغییر شکل‌های موضعی الاستیک- پلاستیک در محل تماس و اتلاف انرژی اصطکاکی می‌باشد. در یک دسته‌بندی کلی روش‌های تحلیل برخورد به دو دسته تقسیم می‌شود: تحلیل گسسته و تحلیل پیوسته.

در روش نخست، برخورد به صورت آنی و ناپیوسته مدل می‌شود. بر اساس این روش، تحلیل دینامیکی سیستم به دو بازه قبل و بعد از برخورد تقسیم می‌شود. سپس با استفاده از تعادل تکانه سیستم، دقیقاً قبل و بعد از برخورد، ارتباط این دو بازه بیان می‌گردد. اتلاف انرژی برخورد نیز با استفاده از ضریب بازگشت نمایش داده می‌شود [۴]. از جمله محدودیت‌های کاربرد این روش استفاده در زمان‌های تماس طولانی می‌باشد، که تغییرات چشمگیری در وضعیت و موقعیت سیستم ایجاد می‌شود. در این صورت فرض برخورد آنی چندان معتبر نمی‌باشد. روش دیگر، تحلیل برخورد با نیروهای پیوسته می‌باشد. نیروهای تماسی در طول بازه برخورد وارد معادلات حرکت سیستم می‌شود. در این حالت روش‌های مختلفی برای بیان قید تماس وجود دارد. در یکی از ساده‌ترین این روش‌ها تحت عنوان روش پنالتی، نیروی تماس به وسیله المان‌های موازی فنر-دمپر مدل می‌شود. براساس این روش پیدا کردن ضریب سختی و ضریب میرایی، اساس کار پژوهش‌های افراد مختلف قرار گرفت. در ساده‌ترین مدل که به عنوان کلوین-ویت شناخته می‌شود؛ از یک فنر و دمپر خطی استفاده می‌گردد. خولیف و شابانا از مدل کلوین-ویت برای مدل‌سازی برخورد در سیستم‌های چند جسمی استفاده نمودند. آن‌ها یک المان فنر-دمپر منطقی^۱ برای بیان نیروی برخورد استفاده کردند [۱۲].

هانت و کراسلی^۲ و همچنین لنکرانی و نیکروش یک مدل فنر-دمپر غیرخطی برای توصیف برخورد به کار گرفتند [۱۳]. اساس تحلیل برخورد انجام شده در این پژوهش، مدل لنکرانی- نیکروش می‌باشد. در روش لنکرانی- نیکروش از مدل نیروی تماس هرترز به منظور بیان نیروی کرنش الاستیک، و از تابع میرایی داخلی هیستریزیس برای اتلاف انرژی ناشی از برخورد استفاده می‌شود.

¹ Logical Spring-Damper (LSD)

² Hunt and Crossley

شکل ۲- برخورد دو کره i و j

پارامترهای موجود در این مدل براساس هندسه و ویژگی‌های مادی سطوح برخورد کننده و ضریب بازگشت تعیین می‌گردد. برخورد دو کره i و j با سرعت‌های $V_i^{(-)}$ و $V_j^{(-)}$ درست پیش از برخورد در شکل (۲) را در نظر بگیرید. نیروی تماس مدل لنکرانی-نیکروش برای برخورد دو سطح با شعاع‌های انحناء R_i و R_j به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

$$f_c = K_c \delta^n + D_c \dot{\delta} \quad (20)$$

δ نفوذ نسبی سطوح برخورد کننده و $\dot{\delta}$ سرعت نسبی نفوذ تعریف می‌شود، و $n=1/5$ است. پارامترهای K_c و D_c نیز به ترتیب در روابط (۲۱) و (۲۳) تعریف می‌شوند:

$$K_c = \frac{4}{3(h_i + h_j)} \left[\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right]^{1/2} \quad (21)$$

در اینجا h_i و h_j نیز به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h_l = \frac{1 - v_l^2}{E_l}, \quad l = i, j \quad (22)$$

E_l و v_l به ترتیب، ضریب پواسون و مدول یانگ متناظر با هر کدام از سطوح تحت برخورد می‌باشند. ضریب میرایی برخورد نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_c = \mu \delta^n \quad (23)$$

پارامتر μ به عنوان ضریب میرایی هیستریزس شناخته می‌شود و براساس روابط تعادل ضربه-تکانه و اصل کار و انرژی برای سیستم تعریف می‌شود:

$$\mu = \frac{3K_c(1 - e^2)}{4\dot{\delta}^{(-)}} \quad (24)$$

که e ضریب بازگشت سطوح برخورد کننده می‌باشد. $\dot{\delta}^{(-)}$ نیز به عنوان سرعت نسبی نزدیک شدن سطوح تحت برخورد درست پیش از تماس معرفی می‌گردد.

$$\dot{\delta}^{(-)} = V_i^{(-)} - V_j^{(-)} \quad (25)$$

در نهایت نیروی تماس به شکل کلی زیر می‌باشد:

$$f_c = K_c \delta^n \left[1 + \frac{3(1 - e^2)\dot{\delta}}{4\dot{\delta}^{(-)}} \right] \quad (26)$$

سادگی مدل پیشنهادی لنکرانی - نیکروش به منظور به کارگیری در برنامه‌های محاسباتی، ناشی از این می‌باشد که نیروی تماس به صورت تابع صریح از نفوذ بیان می‌شود؛ و علاوه بر این، قادر به توجیه نمودن تلفات انرژی در طول تماس می‌باشد [۱۴]. در تحلیل پیوسته برخورد در سیستم‌های چند جسمی، پس از استخراج نیروی تماس بین دو جسم تحت برخورد، نیروی برخورد تعمیم‌یافته متناظر با مختصه‌های سیستم بدست می‌آید. سپس نیروی برخورد تعمیم یافته به معادلات حرکت سیستم اضافه می‌شود.

۳- حل معادلات سیستم

براساس روش افزایشی اوایلر-لاگرانژ مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل-جبری^۱ خواهیم داشت. در سیستم‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر به دلیل وجود پارامترهای الاستیک در معادلات سیستم، دستگاه معادلات دارای سختی عددی^۲ خواهد بود. البته نیروهای برخورد نیز با وارد شدن به این معادلات بر سختی عددی معادلات می‌افزاید. در صورت در نظر گرفتن میرایی سیستم، می‌توان کاهش تأثیر سختی عددی بر معادلات سیستم را مشاهده نمود [۱۵]. در این پژوهش پاسخ سیستم با استفاده از الگوریتم ارائه شده در مرجع [۱۶] حاصل می‌شود. براساس این الگوریتم دو حلقه تکرار خواهیم داشت. حلقه اول متناظر با حل معادلات خطی برای بدست آوردن شتاب‌ها و ضرایب لاگرانژ می‌باشد؛ در حالی که حلقه دوم بر پایه الگوریتم نیوتن-رافسون برای حل معادلات قیدی غیرخطی سیستم به منظور بدست آوردن مختصه‌ها می‌باشد. در حلقه اول پس از معلوم شدن شتاب‌های سیستم، از شتاب‌های مستقل نسبت به زمان انتگرال‌گیری انجام می‌شود که در این جا از روش انتگرال‌گیری رانگ-کوتا^۳ مرتبه پنج استفاده شده است.

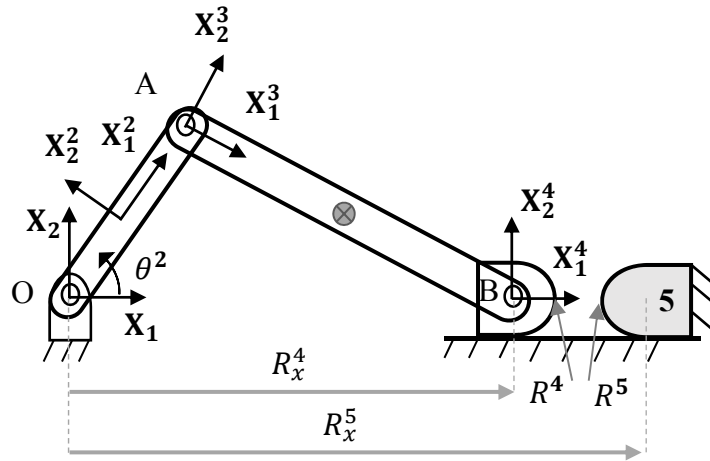
۴- نتایج شبیه‌سازی عددی

در این بخش به منظور بررسی کارهای انجام شده در بخش‌های قبل و ارائه نتایج حاصل، از یک مکانیزم لنگ-لغزنده صفحه‌ای با میله رابط انعطاف‌پذیر با سطح مقطع ثابت دایره‌ای استفاده می‌گردد، شکل (۳). این عضو انعطاف‌پذیر به وسیله یک المان تیر با سه مختصه الاستیک مدل می‌شود، بطوریکه در راستای طولی توسط یک چند جمله‌ای خطی و در راستای عرضی با یک چند جمله‌ای درجه سه تقریب زده می‌شود. همچنین از هر گونه لقی و اصطکاک در مفاصل صرف‌نظر شده است. به منظور مدل‌سازی برخورد در سیستم، لغزنده تحت برخورد با یک جسم ثابت شده قرار می‌گیرد. مشخصات فیزیکی و هندسی مکانیزم در جدول (۱) بیان شده است.

¹ Differential Algebraic Equations (DAE)

² Numerical stiffness

³ Runge-Kutta



شکل ۳- مکانیزم لنگ- لغزنده تحت برخورد با میله رابط انعطاف پذیر

جدول ۱- مشخصه‌های فیزیکی و هندسی لنگ- لغزنده

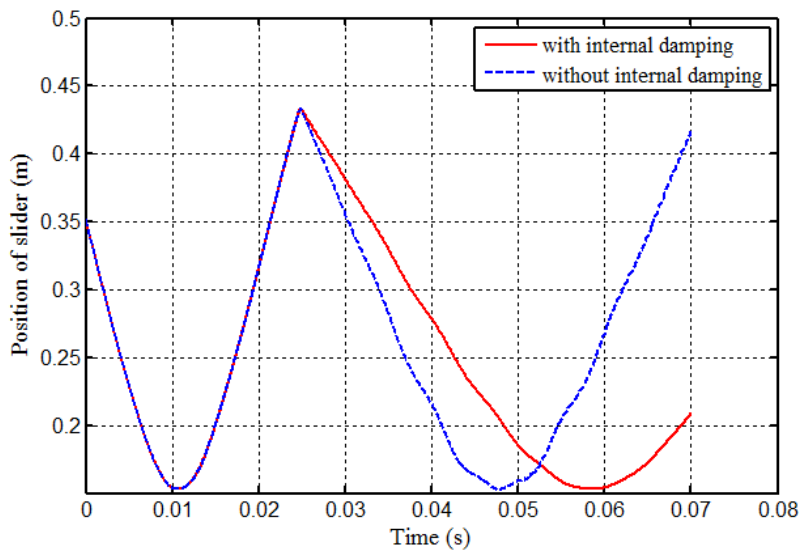
طول لنگ	۰/۱۵۳ (m)
طول میله رابط	۰/۳۰۶ (m)
چگالی لنگ و میله رابط	$۷۸۶۰ (kg/m^3)$
شعاع سطح مقطع لنگ و میله رابط	۰/۰۰۳ (m)
مدول الاستیسیته میله رابط	۲۰۰ (Gpa)
R_x^5	۰/۴۵ (m)
ضریب بازگشت برخورد e	۰/۸۳۴
شعاع سطح تماس لغزنده و جسم آزاد	۰/۰۰۸۵ (m)
مدول الاستیسیته لغزنده	۲۰۰ (Gpa)
ضریب پوواسون لغزنده و جسم آزاد	۰/۳

۴-۱- اثر میرایی داخلی در لنگ- لغزنده تحت برخورد

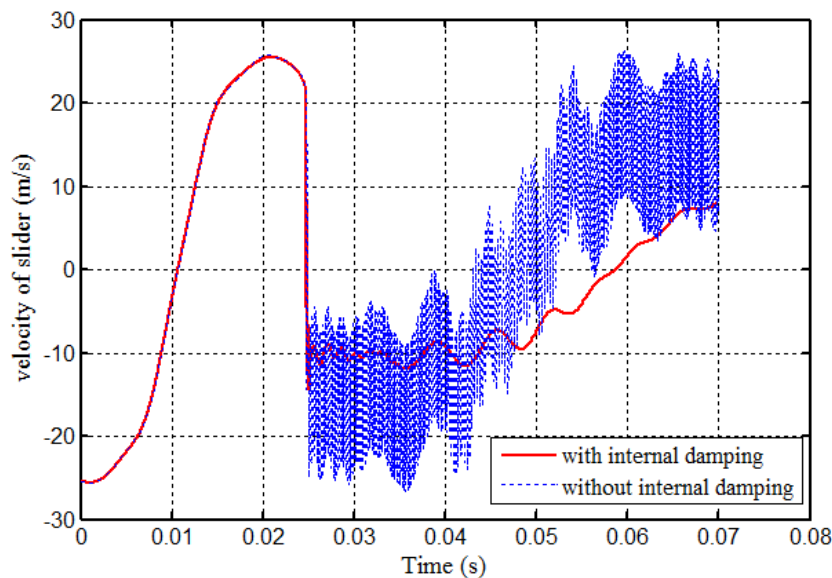
اکنون سیستم چند جسمی لنگ لغزنده دارای میله رابط انعطاف پذیر با سرعت اولیه دورانی (rad/sec) ۱۵۰ و از موقعیت اولیه لنگ (rad) $\frac{\pi}{6}$ رها می شود و با جسم ثابت ۵ برخورد می کند. جرم لغزنده برابر با جرم لنگ در نظر گرفته می شود. شبیه سازی سیستم مذکور با در نظر گرفتن حالت بدون میرایی و با میرایی داخلی، تأثیر میرایی برای سیستم را نمایش خواهد داد. مدل میرایی به کار رفته براساس رابطه (۱۶) می باشد که ضرایب میرایی برابر با $\xi_1 = \xi_2 = 0.04$ اعمال می شود.

شکل های (۴) و (۵) به ترتیب، موقعیت و سرعت لغزنده را نشان می دهند. در این نمودارها می توان تأثیر نیروی برخورد در حالت بدون میرایی و با میرایی را مشاهده کرد. در حالت بدون میرایی پس از برخورد، لغزنده دچار نوسانات اغتشاشی می شود. همچنین، لغزنده با سرعت بیشتری نسبت به حالت با میرایی حرکت می کند. این نوسانات به دلیل نیروهای بزرگ برخورد و انعطاف پذیری میله رابط تغییر شکل پذیر می باشد. در حالیکه با لحاظ نمودن میرایی داخلی عضو رابط، این اغتشاشات پایدار نخواهد بود و از بین خواهد رفت.

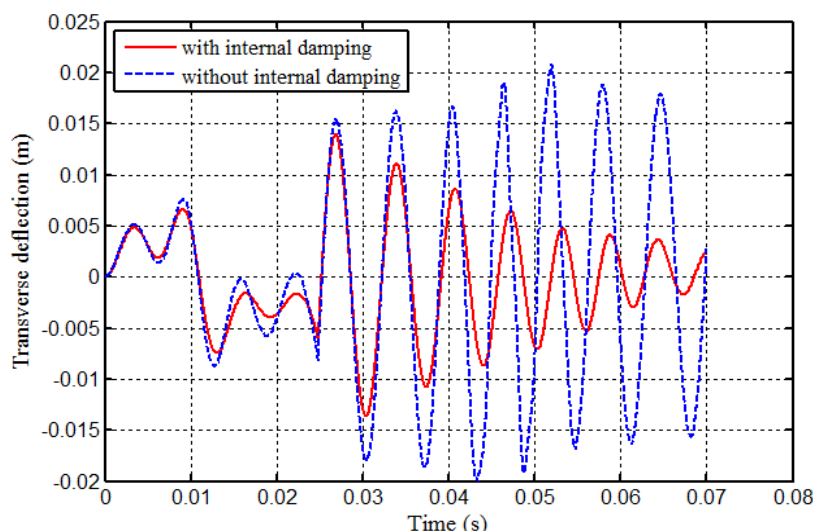
همانطور که بیان شد، نوسانات ایجاد شده در حرکت لغزنده، ناشی از انعطاف‌پذیری میله رابط می‌باشد؛ به همین دلیل در شکل (۶) تغییر شکل نقطه میانی عضو رابط که در حرکت لغزنده اثرگذار است، در حالت بدون میرایی و با میرایی، تحت برخورد مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکل مشخص می‌شود که پس از برخورد، به دلیل بزرگ بودن نیروی برخورد، تغییر شکل میله رابط نسبت به حالت مستقیم آن افزایش قابل توجهی پیدا می‌کند. در حالت با میرایی داخلی، پس از گذشت زمان کوتاهی دامنه تغییر شکل عرضی میله رابط کاهش خواهد یافت.



شکل ۴- موقعیت لغزنده تحت برخورد در حالت با میرایی و بدون میرایی داخلی



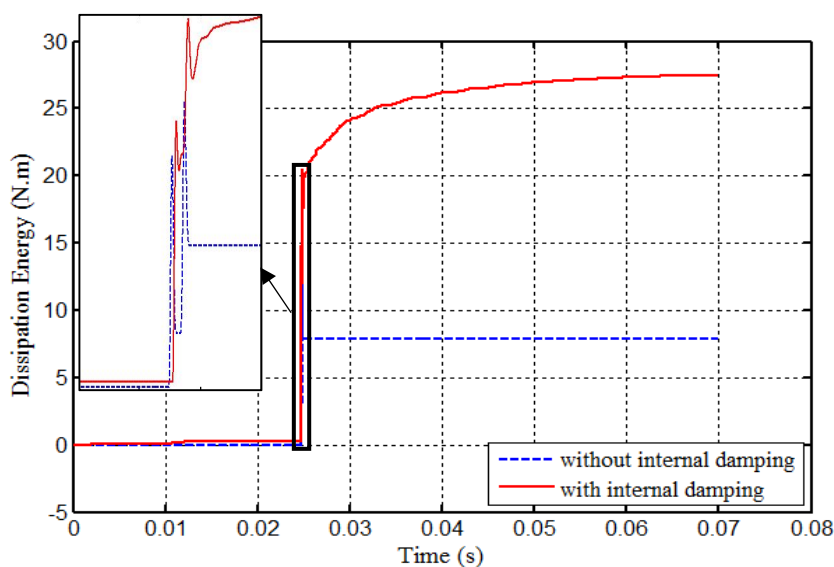
شکل ۵- سرعت لغزنده تحت برخورد در حالت با میرایی و بدون میرایی داخلی



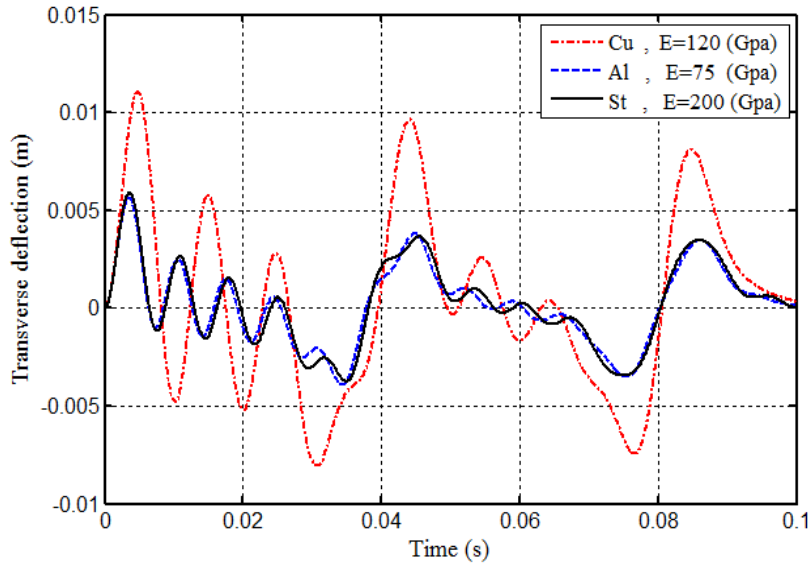
شکل ۶- تغییر شکل عرضی نقطه میانی میله رابط تحت برخورد در حالت با میرایی و بدون میرایی داخلی

۴-۲- انرژی مکانیزم لنگ- لغزنده تحت برخورد

میزان اتلاف انرژی سیستم یکی از پارامترهای بسیار مهم در بررسی رفتار آن می‌باشد. شکل (۷) اتلاف انرژی کل مکانیزم لنگ-لغزنده تحت برخورد در شرایط بخش قبل را نشان می‌دهد، که با کم نمودن انرژی کل سیستم در هر لحظه از انرژی اولیه سیستم بدست می‌آید. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پس از برخورد تلفات انرژی زیادی در سیستم به وجود می‌آید. اما در حالت بدون میرایی این تلفات بسیار کمتر از حالت با میرایی می‌باشد. این مورد به نوبه خود می‌تواند با افزایش ارتعاشات ناخواسته سیستم باعث ناپایداری شود. در شکل (۷)، می‌توان مشاهده کرد که به دلیل روش پیوسته انتخاب شده برای تحلیل برخورد، انرژی سیستم در بازه برخورد به چه صورتی رفتار می‌کند. جزئیات بازه برخورد به صورت بزرگنمایی در شکل (۷) ارائه گردیده است.



شکل ۷- اتلاف انرژی مکانیزم لنگ- لغزنده در حالت بدون میرایی و با میرایی



شکل ۸- تغییر شکل عرضی نقطه میانی میله رابط برای فولاد، مس و آلومینیم

۴-۳- انرژی مکانیزم لنگ-لغزنده تحت برخورد

به منظور بررسی اثر جنس عضو انعطاف‌پذیر در رفتار دینامیکی سیستم، با ثابت نگه‌داشتن هندسه اجزاء، جنس مواد تغییر داده می‌شود. در این بررسی از سه ماده، فولاد با چگالی (7860 Kg/m^3) و مدول یانگ (200 Gpa) ، آلومینیم با چگالی (2800 Kg/m^3) و مدول یانگ (75 Gpa) و مس با چگالی (8910 Kg/m^3) و مدول یانگ (120 Gpa) استفاده شده است. در بررسی انجام شده اثر برخورد در نظر گرفته نشده است و ورودی مکانیزم لنگ-لغزنده با سرعت دورانی ثابت (150 rad/sec) و موقعیت اولیه لنگ $(\pi/6 \text{ rad})$ حرکت می‌کند. طبق شکل (۸) با بررسی تغییر شکل عرضی نقطه میانی عضو انعطاف‌پذیر، تأثیر جنس بر میرایی و رفتار سیستم قابل مشاهده می‌باشد. از نتایج حاصل می‌توان دریافت که تأثیر جنس مواد می‌تواند در رفتار نوسانی و دامنه ارتعاشات اجزاء انعطاف‌پذیر متفاوت باشد؛ در حالیکه سرعت میرا شدن نوسانات در تمامی مواد تقریباً یکسان می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی رفتار دینامیکی یک سیستم چند جسمی انعطاف‌پذیر تحت شرایط برخورد و تأثیر میرایی بر سیستم پرداخته شد. به این منظور، مکانیزم لنگ-لغزنده با میله رابط انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شد. با به کارگیری روش افزایشی اوپلر- لاگرانژ و مدل‌سازی عضو انعطاف‌پذیر با استفاده از دستگاه مرجع شناور، معادلات حرکت سیستم استخراج گردید. میرایی مورد نظر با استفاده از مدل تناسبی رایلی برای اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک داخلی عضو انعطاف‌پذیر وارد معادلات سیستم شد. در ادامه نیز برای مدل‌سازی برخورد موجود در سیستم از مدل لنگرانی- نیکروش استفاده شد. در نهایت با استفاده از روش انتگرال-گیری مستقیم رانگ-کوتا مرتبه پنج موقعیت‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های سیستم بدست آمد.

با بررسی موقعیت و سرعت لغزنده، تغییر شکل میله رابط و اتلاف انرژی سیستم اهمیت مدل‌سازی دقیق میرایی داخلی مواد انعطاف‌پذیر بیان گردید. براساس نتایج حاصل تأثیر میرایی داخلی برای عضو انعطاف‌پذیر در مقابل حالت بدون میرایی، نشان می‌دهد که میرایی می‌تواند ارتعاشات ناشی از نیروهای برخورد را جذب نماید و باعث کاهش آسیب سیستم شود. با بررسی نتایج حاصل از تغییر جنس عضو انعطاف‌پذیر در رفتار دینامیکی مشاهده شد که جنس مواد در رفتار نوسانی و دامنه ارتعاشات اجزاء انعطاف‌پذیر تأثیر قابل ملاحظه‌ای دارد، در حالیکه سرعت میرا شدن نوسانات در تمامی مواد تقریباً یکسان می‌باشد.

مراجع

- [1] Shabana, A.A., "*Computational Dynamics*", John Wiley & Sons, (2009).
- [۲] متقیان شویعی، ع.، حیدری شیرازی، ک.، "اثر انعطاف‌پذیری اعضاء بر حرکت مکانیزم‌های صفحه‌ای"، کنفرانس ملی مهندسی مکانیک ایران، دانشگاه شیراز، ۸ اسفند، (۱۳۹۲).
- [3] Badlani, M., and Midha, A., "Effect of Internal Material Damping on the Dynamics of a Slider-Crank Mechanism", *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 105, No. 3, pp. 452-459, (1983).
- [4] Khulief, Y.A., and Shabana, A.A., "Dynamic Analysis of Constrained System of Rigid and Flexible Bodies with Intermittent Motion", *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 108, No. 1, pp. 38-45, (1986).
- [5] Bakr, E.M., and Shabana, A.A., "Effect of Geometric Elastic Non-Linearities on the Impact Response of Flexible Multibody Systems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 112, No. 3, pp. 415-432, (1987).
- [6] Cuadrado, J., Escalona, J., Schiehlen, W., and Seifried, R., "Role of MMS and IFToMM in Multibody Dynamics, in: *Technology Developments: the Role of Mechanism and Machine Science and IFToMM*, Ceccarelli, M. (Ed.), Vol. 2011, pp. 161-172, (2011).
- [7] Shabana, A.A., "*Dynamics of Multibody Systems*", Cambridge University Press, (2013).
- [8] De Silva, C.W., "*Vibration: Fundamentals and Practice*", CRC press, (2006).
- [9] Bathe, K. J., "*Finite Element Procedures*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, (1996).
- [10] Ebrahimi, S., "A Contribution to Computational Contact Procedures in Flexible Multibody Systems", PhD Thesis, Stuttgart University, (2007).
- [11] Gilardi, G., and Sharf, I., "Literature Survey of Contact Dynamics Modelling", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, No.10, pp. 1213-1239, (2002).
- [12] Khulief, Y.A., and Shabana, A.A., "A Continuous Force Model for the Impact Analysis of Flexible Multibody Systems", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 22, No. 3, pp. 213-224, (1987).

- [13] Lankarani, H.M., and Nikravesh, P., "A Contact Force Model with Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, No. 3, pp. 369-376, (1990).
- [14] Pereira, C.M., Ramalho, A.L., and Ambrósio, J.A., "A Critical Overview of Internal and External Cylinder Contact Force Models", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 63, No. 4, pp. 681-697, (2011).
- [15] Simeon, B., "Numerical Analysis of Flexible Multibody Systems", *Multibody System Dynamics*, Vol. 6, No. 4, pp. 305-325, (2001).
- [16] Shabana, A.A., and Bassam, A.H., "A Two-loop Sparse Matrix Numerical Integration Procedure for the Solution of Differential-Algebraic Equations: Application to Multibody Systems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 327, No. 3, pp. 557-563, (2009).

فهرست نمادهای انگلیسی

- A^i : ماتریس دوران جسم i
- C : بردار قیود سینماتیکی سیستم چند جسمی
- C_q : ماتریس ژاکوبین بردار قیود سینماتیکی سیستم چند جسمی
- D : ماتریس میرایی داخلی سیستم چند جسمی
- d_{ff} : ماتریس میرایی داخلی متناظر با مختصه‌های الاستیک سیستم چند جسمی
- D_c : میرایی سطوح برخورد کننده
- E^i : ماتریس ضرایب الاستیک جسم i
- E_t : مدول یانگ سطوح تماس
- e : ضریب بازگشت سطوح تماس
- f_c : نیروی تماس-برخورد
- K : ماتریس سختی سیستم چند جسمی
- k_{ff} : ماتریس سختی متناظر با مختصه‌های الاستیک سیستم چند جسمی
- K_c : ضریب سختی سطوح برخورد کننده
- M : ماتریس جرم سیستم چند جسمی
- m_{ff} : ماتریس جرم متناظر با مختصه‌های الاستیک سیستم چند جسمی
- Q_c : بردار نیروهای تعمیم‌یافته تماس-برخورد
- Q_e : بردار نیروهای تعمیم‌یافته خارجی سیستم چند جسمی
- Q_v : بردار نیروهای اینرسی تعمیم‌یافته ناشی از اثرات گریز از مرکز
- q : بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته سیستم چند جسمی
- \dot{q} : بردار سرعت‌های تعمیم‌یافته سیستم چند جسمی

- \dot{q} : بردار شتاب‌های تعمیم‌یافته سیستم چند جسمی
 \mathbf{q}_f : بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته صلب سیستم چند جسمی
 \mathbf{q}_f : بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته الاستیک سیستم چند جسمی
 \mathbf{R}^i : بردار موقعیت جهانی مرجع دستگاه متصل به جسم i
 R_f : شعاع سطوح تماس
 \mathbf{r}_p^i : موقعیت جهانی نقطه دلخواه p روی جسم i
 \mathbf{S}^i : ماتریس شکل جسم i
 T^i : انرژی جنبشی جسم i
 t : متغیر زمان
 $\bar{\mathbf{u}}_f^i$: بردار تغییر شکل نقطه دلخواه p نسبت به دستگاه متصل به جسم i
 $\bar{\mathbf{u}}_o^i$: بردار موقعیت نقطه دلخواه p در حالت بدون تغییر شکل نسبت به دستگاه متصل به جسم i
 $\bar{\mathbf{u}}_p^i$: بردار موقعیت نقطه دلخواه p در دستگاه متصل به جسم i
 V^i : حجم جسم i
 W_s^i : کار مجازی ناشی از نیروهای الاستیک جسم i
 \mathbf{X}^i : ماتریس شامل بردارهای ویژه متناظر با فرکانس‌های طبیعی جسم i

نمادهای یونانی

- β^i, α^i : پارامترهای مدل میرایی تناسبی رایلی
 δ : میزان نفوذ نسبی سطوح برخورد کننده
 $\dot{\delta}$: سرعت نسبی نفوذ سطوح برخورد کننده
 $\dot{\delta}^{(-)}$: سرعت نسبی نفوذ سطوح برخورد کننده درست قبل از برخورد
 $\boldsymbol{\varepsilon}^i$: بردار کرنش‌های جسم i
 λ : بردار ضرایب لاگرانژ سیستم چند جسمی
 μ : ضریب میرایی هیستریزیس سطوح تماس
 ρ^i : چگالی جسم i
 $\boldsymbol{\sigma}^i$: بردار تنش‌های جسم i
 U_f : ضرایب پواسون سطوح تماس
 ω^i : فرکانس‌های طبیعی جسم i
 ξ^i : ضرایب میرایی داخلی جسم i

Abstract

Analysis of multibody mechanical systems using computational dynamics has been greatly developed recently. When these systems operate at higher speeds and under impact conditions, the assumption that the links behave as rigid bodies does not lead to exact analysis and the energy dissipation due to the internal damping of flexible bodies can make considerable effect on the behavior of the system. This issue becomes more important under impact conditions. In this paper, considering the internal damping of the flexible coupler of a high-speed crank-slider mechanism under impact conditions, the effect of different parameters on the reduction of vibration – which is due to contact forces - is investigated using multibody system dynamics.

The internal damping of the coupler is described by Rayleigh's proportional damping model. Having derived the constrained equations of motion by Euler-Lagrange augmented method, the effect of flexibility and internal damping is presented for the crank-slider mechanism with the flexible coupler under impact conditions. In addition, the effect of the material type on the internal damping and vibration reduction is carefully investigated.