

بررسی انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده ناشی از جابجایی ترکیبی نانوسیال ترکیبی درون حفره نیم بیضی شکل متمایل؛ اثر اعمال میدان مغناطیسی غیر یکنواخت

محمد نعمتی^۱
دانشجوی دکتری

هدف از این مقاله، بررسی میزان انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده به واسطه جابجایی ترکیبی نانوسیال ترکیبی با لحاظ کردن تأثیر حرکت براونی ذرات درون حفره نیم بیضی شکل متمایل با درپوش متحرک است. میدان مغناطیسی به دو صورت یکنواخت و غیر یکنواخت از چپ به راست بر حفره اعمال می شود. شبیه سازی به وسیله روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه و با نوشتن کد رایانه ای به زبان فرترن صورت گرفته است. نتایج به صورت جداول، نمودارها، خطوط جریان، خطوط هم دما و خطوط آنتروپی ثابت ارائه شده است. تأثیر کسر حجمی نانوذرات (۰-۰/۰۶)، عدد ریچاردسون (۱/۰، ۱ و ۱۰)، عدد هارتمن (۶۰-۰)، نوع اعمال میدان مغناطیسی (یکنواخت و غیر یکنواخت) و زاویه چرخش حفره (۹۰-، ۰ و ۹۰+ درجه) بر جریان شکل گرفته درون حفره بررسی شده است. نتایج نشان می دهد افزایش کسر حجمی نانوذرات سبب افزایش قدرت جریان، عدد ناسلت متوسط، آنتروپی حجمی کل و عدد بیجان می شود و بیشترین اثر برای عدد ریچاردسون ۱۰ و زاویه تمایل ۹۰+ درجه مشاهده می شود. در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن از قدرت جریان و میزان انتقال حرارت می کاهد و این اثر با افزایش عدد ریچاردسون، کاهش می یابد. با اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت می توان قدرت جریان را تا بیش از ۸۰ درصد و میزان انتقال حرارت را تا ۳۵ درصد افزایش داد. افزایش عدد هارتمن، تأثیر نوع اعمال میدان مغناطیسی را مشهودتر می سازد و انتقال حرارت، بیشترین سهم را در مقدار آنتروپی کل دارد. این مطالعه می تواند در طراحی بهینه تجهیزات صنعتی از جمله خنک سازی تجهیزات الکترونیکی، مفید واقع شود.

محمد سفید^۲
استاد

واژه های راهنما: جابجایی ترکیبی، میدان مغناطیسی غیر یکنواخت، تولید آنتروپی، روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه، نانوسیال ترکیبی، حفره متمایل

۱- مقدمه

بررسی جابجایی ترکیبی درون محفظه های بسته به دلیل کاربردهای گسترده در صنایع مهندسی از جمله خنک سازی دستگاه های الکترونیکی، مبدل های حرارتی، کلکتورهای خورشیدی و رآکتورهای شیمیایی در سالیان اخیر بسیار مورد توجه بوده است. زیرا در این نوع فرآیند، ترکیبی از اثرات جابجایی طبیعی و حرکت درپوش محفظه به صورت همزمان وجود دارد. شرمتم و همکاران [۱] به تجزیه و تحلیل جابجایی ترکیبی نانوسیال درون محفظه مربعی شکل با درپوش متحرک پرداختند.

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، ایران mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir

^۲ نویسنده مسئول، استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، ایران mhsefid@yazd.ac.ir

آنها دریافتند که عدد ریچاردسون و جهت حرکت دیواره نقش بسزایی بر میزان انتقال حرارت، انتقال جرم و سایر مشخصات جریان ایجاد شده دارد. رحمتی و نعمتی [۲] جهت حرکت دیواره بر انتقال حرارت جابجایی ترکیبی نانوسیال درون محفظه K شکل را به روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش منفرد مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که با تغییر جهت حرکت دیواره و شکل محفظه می‌توان میزان انتقال حرارت را کنترل نمود. از دیگر بررسی‌های صورت گرفته پیرامون انتقال حرارت جابجایی ترکیبی درون محفظه‌ها می‌توان به مطالعات مراجعی چون [۳-۵] اشاره نمود.

ارزیابی اثر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت همواره از زمینه‌های مورد علاقه محققین بوده است [۶-۸]. طغریایی [۹] اثر میدان مغناطیسی بر مشخصات جریان جابجایی ترکیبی نانوسیال درون محفظه دوزنقه شکل در زوایای چرخش مختلف را به روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم سیمپلر بررسی کرد. نتایج نشان داد که نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد و عدد ناسلت متوسط تابعی از عدد رینولدز و زاویه تمایل محفظه است. جریان جابجایی ترکیبی سیال نازک‌شونده تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت درون محفظه مربعی شکل توسط کیفیتی [۱۰] مورد مطالعه قرار گرفت.

برای سیالات رسانای الکتریکی، نیروی لورنز ناشی از اعمال میدان مغناطیسی سبب کاهش سرعت سیال می‌شود. این پدیده سبب شده که برای کنترل جریان و میزان انتقال حرارت در صنایع از اعمال میدان مغناطیسی سود برده شود. جهات و قدرت اعمال میدان مغناطیسی نقشی بسیار مهم بر رفتار جریان دارد [۱۱-۱۳]. همواره میدان مغناطیسی ناخواسته اعمالی به صورت یکنواخت نیست. گاهی نیز به منظور دست یافتن به هدفی خاص نیاز به اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت است. به همین دلیل بررسی جریان‌های انتقال حرارت تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت حائز اهمیت است. بیشتر مطالعات مربوط به بررسی جریان‌های جابجایی تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بوده است. نعمتی و همکاران [۱۴] جابجایی ترکیبی درون محفظه متخلخل با حرکت دیواره‌ها در جهات مختلف تحت اثر تولید/جذب حرارت و میدان مغناطیسی یکنواخت و پریودیک را به روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که با پریودیک اعمال کردن میدان مغناطیسی در مقایسه با حالت یکنواخت، قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط بیشتر است و بیشترین میزان انتقال حرارت برای دو موج نوسان مشاهده شد.

آنتروپی تولید شده بر اساس قانون دوم ترمودینامیک می‌تواند معیاری برای نشان دادن بازدهی تجهیزات باشد. به همین علت در سالیان اخیر علاوه بر بررسی انتقال حرارت، پژوهشگران به ارزیابی میزان آنتروپی تولید شده هم می‌پردازند [۱۵]. تولید آنتروپی سبب کاهش بازده ترمودینامیکی می‌شود. تحلیل آنتروپی نشان می‌دهد که در چه قسمت‌هایی از یک مدل فیزیکی یا سیستم اتلاف انرژی بیشتر است [۱۶]. از آنجایی که تولید آنتروپی معیاری برای از بین رفتن قابلیت کاردهی در تجهیزات است، تعیین آن در موضوع افزایش بازده دستگاه‌ها ضروری است [۱۷-۱۹].

ضریب هدایت حرارتی پایین سیالات معمولی استفاده شده در فرآیندهای جابجایی مانند آب، روغن و اتیلن گلیکول سبب شده است که میزان و نرخ انتقال حرارت از حد معینی فراتر نرود. به منظور افزایش و بهبود میزان انتقال حرارت در این نوع سیالات، از ذرات با مقیاس بسیار کوچک در حد نانو (فلزی و غیر فلزی) استفاده شده است که به این ترکیب نانوسیال اطلاق می‌شود [۲۰]. نانوسیالات خواص منحصر بفرد فیزیکی و

شیمیایی دارند که از جمله این موارد می‌توان به کاهش چشمگیر قدرت پمپاژ، هدایت حرارتی بالا و پایداری بالا با کم بودن رسوب در مقایسه با ذرات میلی‌متری و میکرومتری اشاره نمود [۲۱]. هاشم و همکاران [۲۲] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی شکل با دیواره های موجی شکل را با حل عددی بررسی کردند. نتایج نشان داد که افزایش کسر حجمی ماده جامد بطور خطی منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. در سالیان اخیر دسته‌ای دیگر از نانوسیالات به نام نانوسیال ترکیبی^۱ بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این نوع نانوسیالات، دو نوع نانوذره غیر مشابه در سیال پایه پراکنده می‌شود و ترکیبی به وجود می‌آورد که ویژگی‌های مثبت زیادی را داراست و کاستی‌های خواص استفاده از یک نوع ذره را رفع می‌نماید [۲۳-۲۵]. به عنوان نمونه اضافه کردن نانوذرات فلزی مثل مس به نانوذرات سرامیکی مثل آلومینا منجر به افزایش ضریب هدایت حرارتی مخلوط می‌شود و این در حالی است که بر پایداری ترکیب نانوسیال اثر نمی‌گذارد. بسیاری از محققین به صورت تجربی اثر نانوسیالات ترکیبی را بررسی کردند و نشان دادند که با استفاده از آنها نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد [۲۶]. طیبی و چامخا [۲۷] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون حلقه‌ای پر شده از نانوسیال ترکیبی را مورد بررسی عددی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که استفاده از نانوسیال ترکیبی در مقایسه با نانوسیال معمولی اثر بخشی بیشتری در بهبود میزان انتقال حرارت دارد. بررسی جریان و انتقال حرارت درون محفظه‌های شکل دار (غیر مربعی) به دلیل نیاز فراوان در صنعت و مهندسی بسیار حائز اهمیت است. زیرا گاهی در ساخت تجهیزاتی مثل خنک‌سازها به طور ناخواسته نیاز به محفظه‌ای با شکل خاص وجود دارد. بنابراین بررسی و تحلیل جریان‌های سیال در این گونه هندسه‌ها لازم و ضروری است [۲۸]. بنا بر مطالعات قبلی، دیده می‌شود که تعداد کمی از این بررسی‌ها به هندسه‌های شکل دار مربوط می‌شود که سادگی میدان محاسباتی محفظه‌های مستطیلی و مربعی علت این امر است. عاشوری‌نژاد و همکاران [۲۹] اثر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی نانوسیال را در بین دو محفظه دایروی هم‌محور به صورت عددی بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی و عدد رایلی افزایش و با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد.

روش شبکه بولتزمن روشی عددی مبتنی بر تئوری جنبش مولکولی است که در شبیه‌سازی پدیده‌های انتقال، امروزه کاربرد فراوانی دارد. از ویژگی‌های این روش می‌توان به سادگی در اعمال شرایط مرزی، قابلیت موازی شدن و کاربرد در حل مسائل پیچیده مثل شبیه‌سازی احتراق اشاره کرد [۳۰-۳۲]. روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه^۲ در مقایسه با زمان آسایش منفرد^۳ دارای پایداری و درجه آزادی بیشتر است.

رحیمی و همکاران [۳۳] با استفاده از روش شبکه بولتزمن به بررسی انتقال حرارت و تولید آنتروپی نانوسیال درون محفظه H شکل پرداختند. نتایج نشان داد آنتروپی کل و عدد نسلت متوسط تابعی از عدد رایلی و کسر حجمی نانوذره است. آقای و همکاران [۱۷] تأثیر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی ترکیبی نانوسیال آب-مس در یک محفظه دوزنقه‌ای شکل را به روش حجم محدود مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج نشان داد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت جابجایی سیال کاهش یافته و به تبع آن عدد ناسلت متوسط و آنتروپی کل کاهش می‌یابد. همچنین آن‌ها نشان دادند که آنتروپی تولیدی ناشی از

¹ Hybrid nanofluid

² Multi relaxation time lattice Boltzmann method (MRT-LBM)

³ Single relaxation time lattice Boltzmann method (SRT-LBM)

اصطکاک بسیار ناچیز است. حسین و همکاران [۱۸] به بررسی انتقال حرارت و تولید آنتروپی نانوسیال آب-آلومینا درون محفظه مربعی با دو درپوش متحرک در حضور میدان مغناطیسی به روش حجم محدود پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد ریچاردسون عدد ناسلت متوسط و آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین افزایش درصد نانوذره منجر به افزایش آنتروپی کل می‌شود. انتقال حرارت جابجایی ترکیبی و تولید آنتروپی نانوسیال درون محفظه مربعی با یک دیواره موج‌دار و تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت زاویه‌دار توسط چو [۳۴] به روش عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که افزایش عدد رینولدز منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط و آنتروپی کل می‌شود. آنتروپی کل و عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد هارتمن، کاهش و با افزایش کسر حجمی نانوذره افزایش می‌یابد. همچنین وقتی که میدان مغناطیسی تحت زاویای ۹۰ و ۲۷۰ درجه اعمال شود، کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط و آنتروپی کل مشاهده می‌شود.

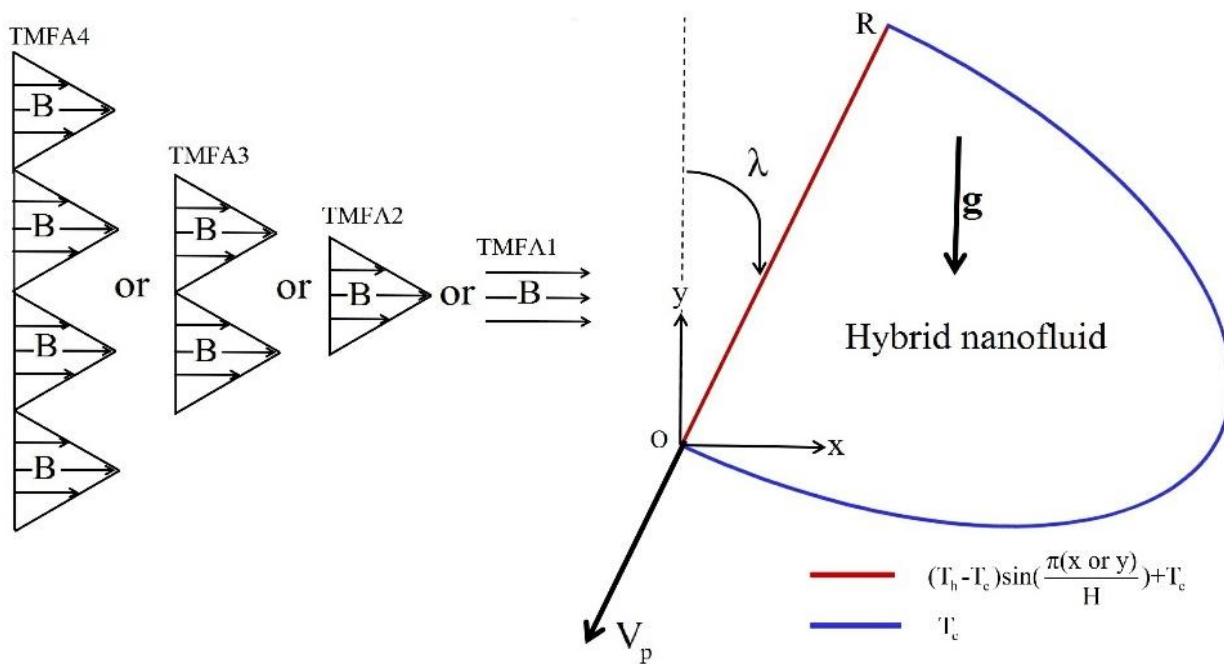
با توجه به مطالعات قبلی بیان شده مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی غیر یکنواخت (این نوع خاص اعمال) با استفاده از MRT-LBM مدل نشده و اثر آن بر انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی ترکیبی نانوسیال ترکیبی (آب-آلومینا/مس) درون حفره نیم‌بیضی شکل با درپوش متحرک تحت زوایای چرخش مختلف تحت بررسی نشده است که در کار حاضر به آن پرداخته شده است. زاویه تمایل حفره، شدت و نوع اعمال میدان مغناطیسی، عدد ریچاردسون و کسر حجمی نانوسیال به عنوان پارامترهای کنترلی انتقال حرارت و تولید آنتروپی محسوب می‌شوند. مطالعه حاضر می‌تواند در طراحی بهینه تجهیزات خنک‌کننده الکترونیکی، سیستم تهویه ساختمان‌ها، عایق‌های حرارتی و کلکتورهای خورشیدی راه‌گشا باشد.

بخش‌های مختلف مقاله حاضر به صورت زیر سازماندهی شده است: بخش دوم مدل فیزیکی مسأله مورد بررسی را توصیف می‌کند. در بخش سوم معادلات حاکم و روش حل عددی و در بخش چهارم اعتبارسنجی کار حاضر با مطالعات قبلی و همچنین استقلال حل از شبکه انتخابی ارائه شده است. تحلیل و بیان نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته در بخش پنجم و نتیجه‌گیری در بخش ششم بیان شده است.

۲- توصیف مسأله

در کار حاضر، حفره‌ای دوبعدی به شکل نیم‌بیضی در ابعاد $H \times H$ با درپوش متحرک در نظر گرفته شده است که بر اثر چرخش در زوایای مختلف قرار می‌گیرد و در شکل (۱) نشان داده شده است. دیواره منحنی حفره در دمای ثابت سرد قرار دارد، در حالی که دیواره صاف آن دارای توزیع دمای سینوسی است که با سرعت ثابت از R به سمت O حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی به دو صورت یکنواخت و غیر یکنواخت در چهار شکل مختلف از چپ به راست و عمود بر گرانش بر حفره اعمال می‌شود. حفره مورد بررسی حاوی نانوسیال (water+Alumina/Copper) است که در جدول (۱) خواص ترموفیزیکی آن ارائه شده است.

در جدول (۲) پارامترهای مورد بررسی به همراه مقادیر مربوطه مشخص شده است. در کار حاضر، جریان نانوسیال، نیوتنی، پایا و آرام فرض شده است. تمام مرزها غیرقابل نفوذ بوده و لغزشی روی سطوح وجود ندارد. در این بررسی، چگالی از فرضیه بوزینسک پیروی کرده و از گرمای تولید شده ناشی از میدان مغناطیسی و تابش حرارتی صرف‌نظر شده است [۳۵].



شکل ۱- هندسه مسأله مورد بررسی

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۳۵]

| مس | آلومینا | آب | خواص ترموفیزیکی |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|--|
| $59/5 \times 10^{-6}$ | $2/7 \times 10^{-8}$ | $5/5 \times 10^{-6}$ | σ (Sm^{-1}) |
| ۳۸۵ | ۷۶۵ | ۴۱۷۹ | C_p ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$) |
| ۴۰۱ | ۴۰ | ۰/۶۱۳ | k ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) |
| $1/67 \times 10^{-5}$ | $0/85 \times 10^{-5}$ | 21×10^{-5} | β (K^{-1}) |
| ۸۹۳۳ | ۳۹۷۰ | ۹۹۷/۱ | ρ (kgm^{-3}) |
| ۳۰ | ۳۰ | ۰/۳۸۴ | d (nm) |

جدول ۲- مقادیر متغیرهای مورد بررسی

| مقادیر | متغیر |
|----------------------------|--|
| ۰، ۲۰، ۴۰ و ۶۰ | عدد هارتمن (Ha) |
| ۱۰ و ۱، ۰/۱ | عدد ریچاردسون (Ri) |
| ۰، ۰/۰۲، ۰/۰۴ و ۰/۰۶ | کسر حجمی ماده جامد (ϕ) |
| TMFA1, TMFA2, TMFA3, TMFA4 | نوع اعمال میدان مغناطیسی (Type of magnetic field applied) |
| ۰، ۹۰ و ۹۰+ درجه | زاویه تمایل حفره (λ) |

۳- روابط ریاضی

۳-۱- معادلات حاکم

با در نظر گرفتن شرایط حل مسأله در قسمت قبل، روابط مربوط به بقای جرم، تکانه و انرژی در روابط (۱) تا (۴) ارائه شده است. تابع جریان نیز طبق رابطه (۵) محاسبه می‌شود. معادلات مربوط به تولید آنتروپی نیز به صورت روابط (۶) تا (۹) بیان می‌شود. روابط مربوط به نانوسیال از جمله چگالی، ضریب هدایت الکتریکی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حرارتی، ضریب پخش حرارتی، لزجت و ضریب هدایت حرارتی طبق روابط (۱۰) تا (۱۶) بیان شده است. با تعریف متغیرهای بدون بعد که در حل و ارائه نتایج از آن بهره گرفته می‌شود بر طبق رابطه (۱۷)، معادلات حاکم بدون بعد، به صورت روابط (۱۸) تا (۲۶) بیان می‌شوند [۳۵].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{hnf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\beta\rho)_{hnf} \mathbf{g}(T - T_c) \sin\lambda \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{hnf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\beta\rho)_{hnf} \mathbf{g}(T - T_c) \cos\lambda - \sigma_{hnf} B^2 v \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{hnf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\psi(x,y) = \int u dy + \psi_0 \quad (5)$$

$$s_{TOT} = s_H + s_F + s_M \quad (6)$$

$$s_H = \frac{k_{hnf}}{T_0} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (7)$$

$$s_F = \frac{\mu_{hnf}}{T_0} \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (8)$$

$$s_M = \frac{B^2 \sigma_{hnf}}{T_0} v^2 \quad (9)$$

$$\rho_{\text{hnf}} = \rho_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + \rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + \rho_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_{\text{hnf}}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3 \left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{\sigma_f} - (\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \right]}{\left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{(\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \sigma_f} + 2 \right] - \left[\frac{(\varphi_{\text{cu}} \sigma_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} \sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3})}{\sigma_f} - (\varphi_{\text{cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}) \right]} \quad (11)$$

$$(\rho C_p)_{\text{hnf}} = (\rho C_p)_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + (\rho C_p)_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + (\rho C_p)_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (12)$$

$$(\rho \beta)_{\text{hnf}} = (\rho \beta)_{\text{cu}} \varphi_{\text{cu}} + (\rho \beta)_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + (\rho \beta)_f (1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{cu}}) \quad (13)$$

$$\alpha_{\text{hnf}} = \frac{k_{\text{hnf}}}{(\rho C_p)_{\text{hnf}}} \quad (14)$$

$$\mu_{\text{hnf}} = \frac{\mu_f}{\left[-34.87 \left(\frac{d_{\text{Al}_2\text{O}_3} + d_{\text{cu}}}{d_f} \right)^{-0.3} (\varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} + \varphi_{\text{cu}}) + 1 \right]} \quad (15)$$

$$\frac{k_{\text{hnf}}}{k_f} = 1 + \left[4.4 \left(\frac{2T \rho_f k_B}{\pi (d_{\text{Al}_2\text{O}_3} + d_{\text{cu}}) \mu_f^2} \right)^{0.4} (\text{Pr})^{0.66} (k_f)^{-0.03} (k_{\text{Al}_2\text{O}_3}^{0.33} \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3}^{0.66} + k_{\text{cu}}^{0.33} \varphi_{\text{cu}}^{0.66}) \right] \quad (16)$$

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{V_p}, V = \frac{v}{V_p}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, P = \frac{p}{\rho_f V_p^2}, \text{Re} = \frac{V_p H}{\nu_f}, \text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}, \quad (17)$$

$$\text{Ha} = \text{BH} \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}}, \text{Gr} = \frac{\rho \beta g (T_h - T_c) H^3}{\nu_f^2}, \text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \alpha = \frac{k}{\rho C_p}, S_T = s \frac{T_0^2 H^2}{k_f (T_h - T_c)^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (18)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{\text{hnf}}} \frac{1}{(1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{Cu}})^{0.25}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \text{Ri}\theta \frac{\rho_f}{\rho_{\text{hnf}}} \left[(1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{Cu}}) + \frac{\varphi_{\text{Cu}} (\rho\beta)_{\text{Cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} (\rho\beta)_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{\rho_f \beta_f} \right] \sin \lambda \quad (19)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{\text{hnf}}} \frac{1}{(1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{Cu}})^{0.25}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ri}\theta \frac{\rho_f}{\rho_{\text{hnf}}} \left[(1 - \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} - \varphi_{\text{Cu}}) + \frac{\varphi_{\text{Cu}} (\rho\beta)_{\text{Cu}} + \varphi_{\text{Al}_2\text{O}_3} (\rho\beta)_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{\rho_f \beta_f} \right] \cos \lambda - \frac{\rho_f}{\rho_{\text{hnf}}} \frac{\sigma_{\text{hnf}}}{\sigma_f} \frac{V \text{Ha}^2}{\text{Re}} \quad (20)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\alpha_{\text{hnf}}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (21)$$

$$\Psi(X, Y) = \int U dY + \Psi_0 \quad (22)$$

$$S_{\text{TOT}} = S_{\text{H}} + S_{\text{F}} + S_{\text{M}} \quad (23)$$

$$S_{\text{H}} = \frac{k_{\text{hnf}}}{k_f} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (24)$$

$$S_{\text{F}} = \frac{\mu_{\text{hnf}}}{\mu_f} \left[2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (25)$$

$$S_{\text{M}} = \frac{\mu_f T_0}{k_f} \left(\frac{V_p}{T_h - T_c} \right)^2 \text{Ha}^2 \frac{\sigma_{\text{hnf}}}{\sigma_f} V^2 \quad (26)$$

در روابط فوق، k_B ثابت بولتزمن بوده و برابر $1/38.07 \times 10^{-23}$ ژول بر درجه کلون است. S_{HT} ، S_{FF} ، S_{MF} به ترتیب برابر با تولید آنتروپی بواسطه انتقال حرارت، اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی به صورت بدون بعد

است. مقدار آنتروپی کل به صورت متوسط طبق رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود. عدد بیجان که بیانگر نسبت آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت به آنتروپی کل است، طبق رابطه (۲۸) و عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم حفره ($\lambda=0$) نیز طبق رابطه (۲۹) محاسبه می‌شود [۳۵].

$$S = \frac{\int S_{TOT} d\bar{V}}{\bar{V}} \quad (27)$$

$$Be = \frac{S_{HT}}{S} \quad (28)$$

$$Nu = \frac{1}{H} \int_0^1 -\frac{k_{hmf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (29)$$

۳-۲- روش حل عددی

۳-۲-۱- میدان جریان

در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه در مرحله برخورد استفاده شده است. مزیت این روش نسبت به مدل با یک زمان آسایش، دقت و پایداری بالاتر است. برای میدان جریان از آرایش شبکه D_2Q_9 استفاده شده است که در رابطه (۳۰) ارائه شده است. در این رابطه f تابع توزیع چگالی، m بردار مومنتوم و m^{eq} بردار مومنتوم تعادلی است. c_i سرعت میکروسکوپی ذرات در آرایش شبکه D_2Q_9 است که در رابطه (۳۱) بیان شده است [۳۶]. آرایش این نوع شبکه در شکل ۲ نشان داده شده است.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - M.S [m(\mathbf{x}, t) - m^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_0 &= 0, \\ \mathbf{c}_{1-4} &= \left[\cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right), \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \right], \\ \mathbf{c}_{5-8} &= \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

در رابطه (۳۰)، M ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع چگالی را به فضای مومنتوم منتقل می‌کند. S ماتریس قطری نرخ آسایش است که به صورت روابط (۳۲) و (۳۳) بیان می‌شود.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$S = \text{diag}(1, 1.1, 1, 1.2, 1, 1.2, \frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_1}) \quad (33)$$

در رابطه فوق، $\tau_1 = 3v + 0.5$ است. رابطه (۳۴) و (۳۵)، m و m^{eq} موجود در رابطه (۳۰) را ارائه می دهد.

$$m = Mf \quad (34)$$

$$m^{eq} = [\rho, -2\rho + 3\rho|u|^2, \rho - 3\rho|u|^2, \rho u, \rho v, -\rho v, \rho(u^2 - v^2), \rho uv] \quad (35)$$

در رابطه (۳۰) \mathbf{F} بیانگر نیروهای حجمی کل بوده و به صورت رابطه (۳۶) نوشته می شود. تابع توزیع تعادلی چگالی نیز به کمک رابطه (۳۷) محاسبه می شود [۳۷]. ω_i^f ضرایب وزنی است که طبق رابطه (۳۸) محاسبه می شوند. کمیات ماکروسکوپی که مربوط به میدان جریان طبق رابطه (۳۹) محاسبه می شود.

$$\mathbf{F} = -3\omega_1^f \rho_{\text{hnf}} \frac{Ha^2 v_{\text{hnf}}}{H^2} v + 3\omega_1^f (\beta\rho)_{\text{hnf}} \mathbf{g}(T - 0.5) \quad (36)$$

$$f_i^{eq} = \omega_i^f [1 + 3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) - \frac{3}{2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + 4.5(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2] \quad (37)$$

$$\omega_0^f = 4/9, \omega_{1-4}^f = 1/9, \omega_{5-8}^f = 1/36 \quad (38)$$

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad \text{and} \quad \rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{c}_i f_i \quad (39)$$

۳-۲-۲- میدان دما

همانند میدان جریان، برای حل میدان دما از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه و مدل شبکه D_2Q_5 استفاده شده است که معادله آن در رابطه (۴۰) ارائه شده است [۳۶]. آرایش این نوع شبکه در شکل (۲-ب) ارائه شده است.

$$h_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i, t+1) = h_i(\mathbf{x}, t) - N^{-1} \cdot Z \cdot [n(\mathbf{x}, t) - n^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (40)$$

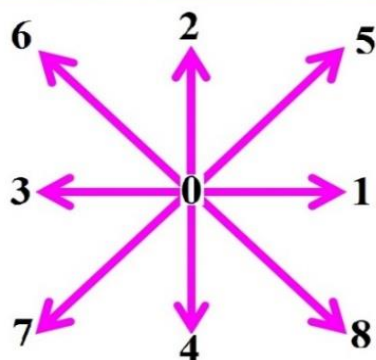
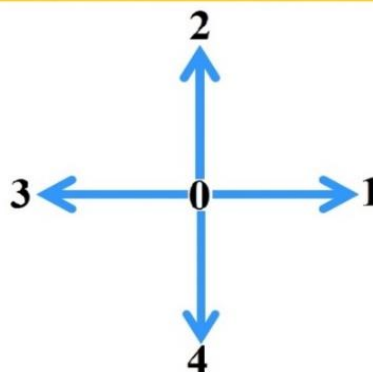
در رابطه فوق، h تابع توزیع مربوط به میدان دما و \mathbf{e}_i سرعت میکروسکوپی ذرات در آرایش شبکه D_2Q_5 است که در رابطه (۴۱) ارائه شده است. همچنین ماتریس‌های N و Z به صورت روابط (۴۲) و (۴۳) است.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_0 &= 0 \\ \mathbf{e}_1 &= (1, 0), \mathbf{e}_2 = (0, 1), \mathbf{e}_3 = (-1, 0), \mathbf{e}_4 = (0, -1) \end{aligned} \quad (41)$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$Z_{ij} = \text{diag}\left(1, \frac{1}{\tau_2}, \frac{1}{\tau_2}, 1.5, 1.5\right) \quad (43)$$

در رابطه فوق $\tau_2 = 3\alpha + 0.5$ است. رابطه (۴۴) و (۴۵)، n و n^{eq} موجود در رابطه (۴۰) را ارائه می‌دهد. تابع توزیع تعادلی و کمیات ماکروسکوپی مربوط به میدان دما به ترتیب به کمک رابطه (۴۶) و (۴۷) محاسبه می‌شود.

D₂Q₉ lattice arrangementD₂Q₅ lattice arrangement

شکل ۲- بردارهای سرعت گسسته شده

۳-۲-۳- شرایط مرزی

از روش کمانه کردن برای مدل نمودن شرایط مرزی سرعت و دما روی مرزهای مورب و برای محاسبه سرعت و دما بر روی مرزهای منحنی از روش استفاده شده توسط مرجع [۶] استفاده شده است. با استفاده از متغیرهای بدون بعد، شرایط مرزی به صورت رابطه (۴۸) است. لازم به ذکر است که معیار همگرایی برای اتمام محاسبات طبق رابطه (۴۹) است. در این رابطه، n و $n+1$ مراحل زمانی قدیم و جدید، r_1 و r_2 به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای x و y را نشان می‌دهند.

$$n = Nh \quad (44)$$

$$n^{eq} = [T, \frac{u\Gamma}{\rho C_p}, \frac{v\Gamma}{\rho C_p}, -2T, 0] \quad (45)$$

$$h_i^{eq} = \omega_i^h T [1 + 3(c_i \cdot \mathbf{u})] \quad (46)$$

$$T = \sum_{i=0}^8 h_i \quad (47)$$

$$U = V = \theta = 0$$

دیواره منحنی

$$\begin{cases} \lambda = -90^\circ \rightarrow U = +1, V = 0 \text{ and } \theta = \sin(\pi X) \\ \lambda = 0 \rightarrow U = 0, V = -1 \\ \lambda = +90^\circ \rightarrow U = -1, V = 0 \text{ and } \theta = \sin(\pi X) \end{cases}$$

دیواره صاف

$$\text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} |\chi^{n+1} - \chi^n|}{\sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} |\chi^n|} \leq 10^{-8} \quad (49)$$

در رابطه فوق، χ بیانگر متغیرهای دما و سرعت است.

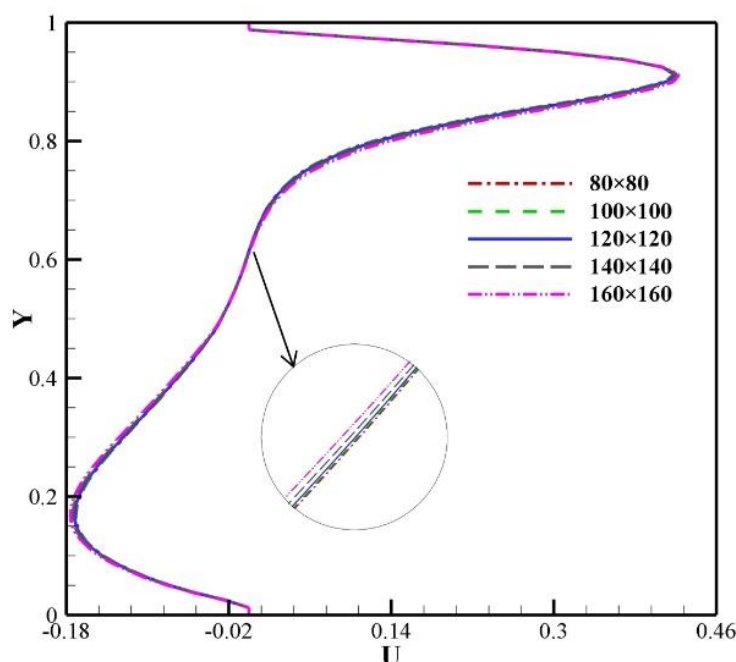
۴- استقلال حل از شبکه انتخابی و اعتبارسنجی

به منظور سنجش حساسیت حل به شبکه انتخابی، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم حفره با لحاظ کردن پارامترهای تأثیرگذار در جدول (۳) و سرعت عمودی در شکل (۳) ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود

می‌توان با انتخاب شبکه 120×120 مسأله را با صرفه‌جویی در وقت و هزینه و با دقت بالا حل نمود. به منظور صحت‌سنجی کد نوشته شده در تعیین میزان آنتروپی تولید شده، کار حاضر با مرجع [۳۸] به ازای عدد رایلی 10^5 در شکل (۴) مقایسه شده است. در این مطالعه انتقال حرارت و تولید آنتروپی درون محفظه مستطیلی شکل بررسی شده است. جابجایی طبیعی به واسطه اختلاف دمای دیواره‌های جانبی محفظه به وجود می‌آید، در حالی که دیواره‌های افقی آدیاباتیک در نظر گرفته شده است. درستی کد نوشته شده برای جریان جابجایی ترکیبی در جدول (۴) با مراجع معتبر به ازای عدد گراشف 10^4 مقایسه شده است [۲ و ۳۹]. همچنین برای راستی‌آزمایی کد نوشته شده برای مدل کردن نانوسیال، کار حاضر با مرجع [۴۰] در جدول (۵) مقایسه شده است. این بررسی برای جابجایی ترکیبی درون محفظه مستطیلی شکل با جهات مختلف حرکت دیواره حاوی نانوسیال ترکیبی آب-مس/آلومینا برای عدد ریچاردسون ۱ صورت گرفت. دیواره‌های جانبی آدیاباتیک و دیواره‌های متحرک بالا و پایین در دمای ثابت سرد و گرم قرار دارد. همانطور که ملاحظه می‌شود، نتایج کار حاضر، تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد و می‌توان از درستی کد نوشته شده به زبان فرترن اطمینان حاصل کرد.

جدول ۳- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم به ازای ابعاد مختلف شبکه برای $\lambda=0$ ، $\varphi=0.06$ ، $Ri=0.1$ و $TMFA2$

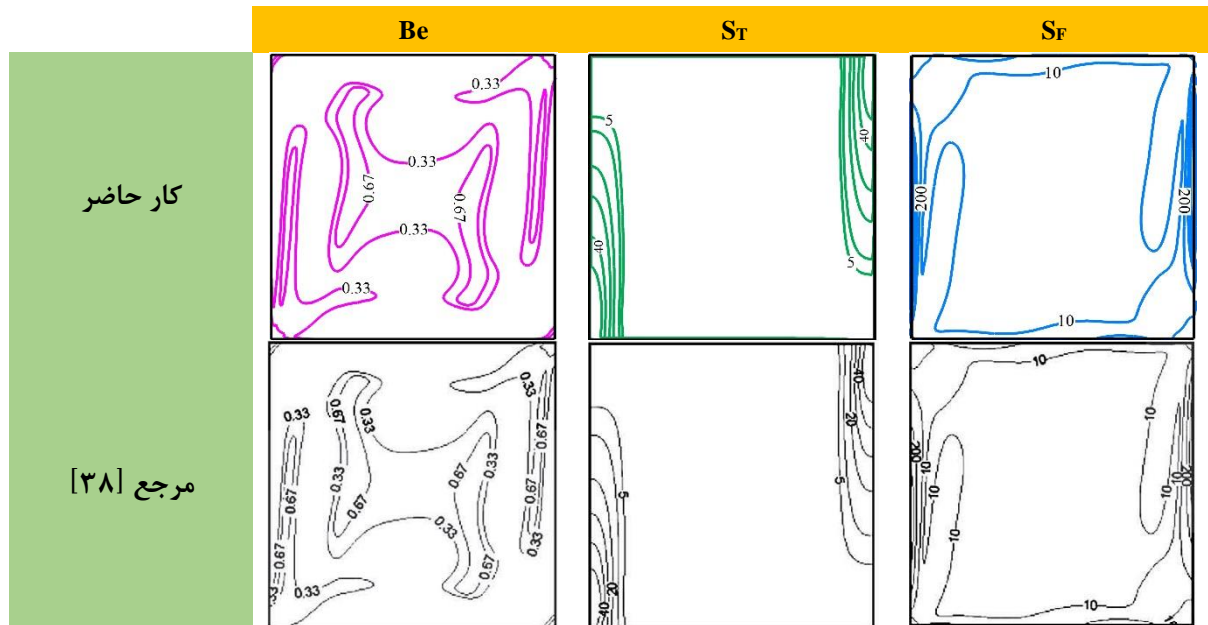
| ابعاد شبکه | 80×80 | 100×100 | 120×120 | 140×140 | 160×160 |
|--------------|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Ha=0 | ۷/۱۲۱ | ۷/۲۹۸ | ۷/۴۵۵ | ۷/۵۰۵ | ۷/۵۳۵ |
| Ha=20 | ۵/۹۸۴ | ۶/۰۶۵ | ۶/۲۲۱ | ۶/۲۶۴ | ۶/۲۷۶ |
| Ha=40 | ۵/۳۶۸ | ۵/۴۵۳ | ۵/۵۳۶ | ۵/۵۳۲ | ۵/۵۴۱ |
| Ha=60 | ۴/۷۷۴ | ۴/۸۱۸ | ۴/۸۶۲ | ۴/۸۷۶ | ۴/۸۷۶ |



شکل ۳- سرعت افقی در $X=0.25$ به ازای ابعاد مختلف شبکه در $\lambda=0$ ، $Ri=0.1$ ، $Ha=20$ ، $\varphi=0.06$ و $TMFA2$

۵- نتایج

در این بخش نتایج به دست آمده در قالب جداول، نمودارها و کانتورهای جریان، دما و آنتروپی ارائه و مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. اعداد پرانتل و گراشف به ترتیب مقادیر ثابت ۶/۲ و ۱۰^۴ در نظر گرفته شده‌اند و تأثیرات عدد ریچاردسون، نوع اعمال میدان مغناطیسی، عدد هارتمن، کسر حجمی نانوذرات و زاویه تمایل حفره بر مشخصات جریان، انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده بررسی شده است.



شکل ۴- مقایسه کانتور پارامتر بیجان، آنتروپی ناشی از انتقال حرارت و آنتروپی ناشی از اصطکاک سیال بین کار حاضر و مرجع [۳۸]

جدول ۴- مقایسه عدد ناسلت متوسط در جابجایی ترکیبی به ازای جهات مختلف حرکت دیواره و عدد ریچاردسون

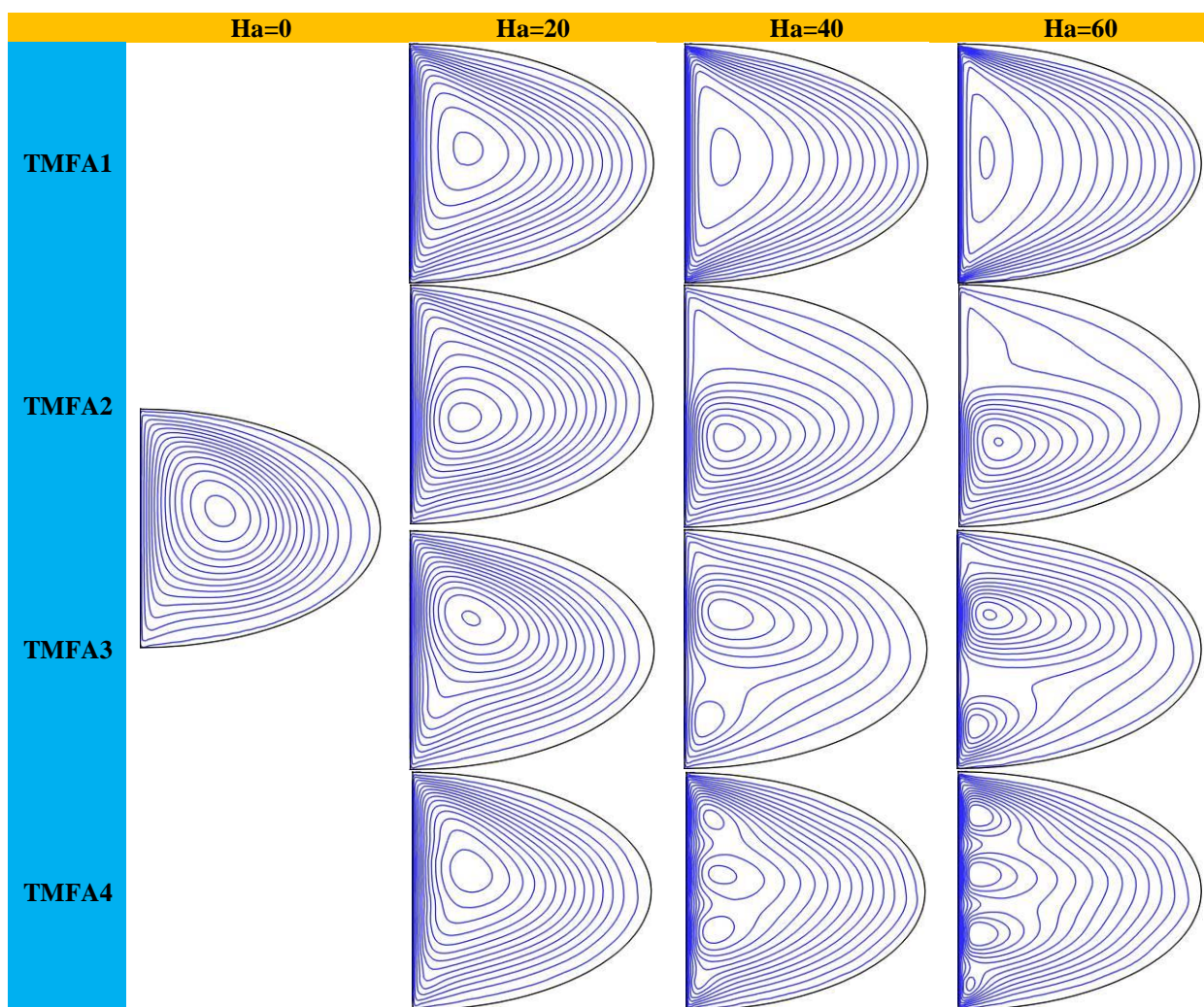
| کار حاضر | مرجع [۳۹] | مرجع [۲] | Ri | |
|----------|-----------|----------|-----|--|
| ۱۱/۸۶ | ۱۱/۵۴ | ۱۱/۹۴ | ۰/۱ | |
| ۶/۷۲ | ۶/۶۵ | ۶/۷۹ | ۱ | |
| ۴/۲۸ | ۴/۲۵ | ۴/۲۹ | ۱۰ | |
| ۳۸/۴۸ | ۳۰/۶۷ | ۳۱/۶۲ | ۰/۱ | |
| ۱۸/۱۹ | ۱۷/۹۶ | ۱۸/۳۵ | ۱ | |
| ۱۰/۲۵ | ۱۰/۱۹ | ۱۰/۳۱ | ۱۰ | |

جدول ۵- مقایسه عدد ناسلت متوسط در جابجایی ترکیبی به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات

| $\varphi=0.04$ | $\varphi=0.02$ | $\varphi=0$ | Re | |
|----------------|----------------|-------------|-----|-----------|
| ۸/۰۶۹ | ۸/۰۶۱ | ۸/۰۴۵ | ۵۰ | کار حاضر |
| ۱۲/۸۵ | ۱۲/۶۳ | ۱۲/۴۱ | ۱۰۰ | |
| ۱۸/۳۸ | ۱۸/۲۱ | ۱۷/۸۸ | ۲۰۰ | |
| ۸/۰۶۸ | ۸/۰۵۵ | ۸/۰۳۶ | ۵۰ | مرجع [۴۰] |
| ۱۲/۸۱ | ۱۲/۵۸ | ۱۲/۴۵ | ۱۰۰ | |
| ۱۸/۲۵ | ۱۸/۱۷ | ۱۷/۸۴ | ۲۰۰ | |

شکل (۵) خطوط جریان را برای نانوسیال به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود نانوسیال در مجاورت دیواره گرم، با کاهش چگالی، سبک‌شده و به سمت بالا حرکت کرده و پس از برخورد با دیواره سرد، گردابه‌ای ساعتگرد را درون حفره تشکیل می‌دهد. دیده می‌شود در حالت TMFA1 و TMFA2 با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، مرکز گردابه به سمت پایین حفره متمایل می‌شود. اعمال میدان مغناطیسی به صورت TMFA3 و TMFA4 منجر به شکسته شدن گردابه واحد به گردابه‌های کوچک‌تر و با قدرت کم‌تر در مجاورت دیواره گرم حفره می‌شود. این امر سبب متراکم شدن خطوط در نزدیکی دیواره عمودی می‌شود.

با توجه به جدول (۶) دیده می‌شود با افزایش عدد هارتمن در انواع مختلف اعمال میدان مغناطیسی، بیشینه مقدار خطوط جریان کاهش می‌یابد. زیرا نیروی لورنتز (نیروی مقاوم در برابر حرکت جریان) افزایش می‌یابد و سبب کم شدن سرعت نانوسیال می‌شود. زیرا طبق معادله (۳)، نیروی لورنتز خلاف گرانش و جهت حرکت دیواره اثر می‌کند. وقتی که میدان مغناطیسی غیر یکنواخت اعمال می‌شود، متوسط نیروی حجمی لورنتز اعمال شده نسبت به حالت یکنواخت، کم‌تر است. به همین دلیل، قدرت جریان در حالت اعمال یکنواخت میدان مغناطیسی کم‌تر از بقیه موارد است. همچنین با توجه به جدول (۶) مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانوسیال، بیشینه مقدار خطوط جریان، افزایش می‌یابد.

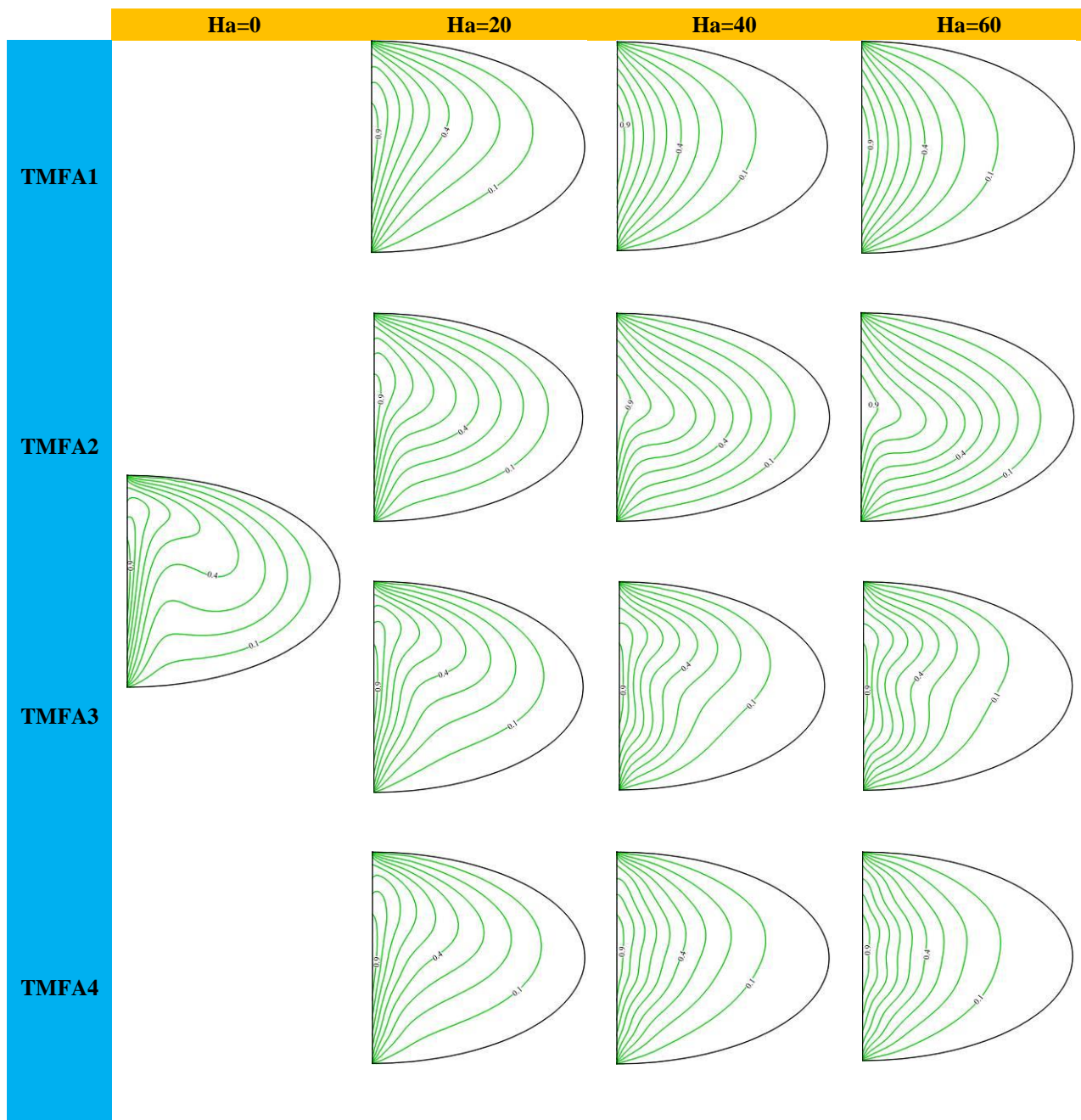


شکل ۵- خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $\lambda=0$ و $\varphi=0.06$ ، $Ri=1$

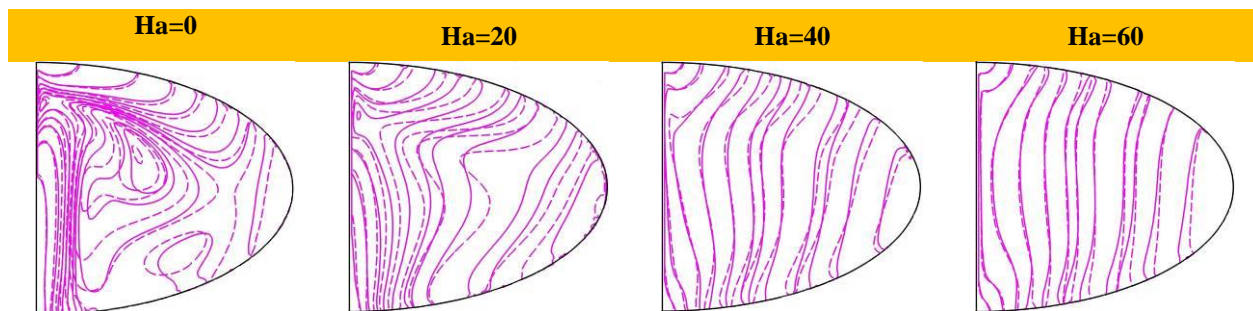
جدول ۶- بیشینه مقدار خطوط جریان ($|\Psi_{max}|$) به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، کسر حجمی نانوسیال و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $Ri=1$ و $\lambda=0$

| | $\phi=0$ | | | | $\phi=0.06$ | | | |
|--------------|----------|-------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------|
| | Ha=0 | Ha=20 | Ha=40 | Ha=60 | Ha=0 | Ha=20 | Ha=40 | Ha=60 |
| TMFA1 | ۰/۱۱۵ | ۰/۰۵۱ | ۰/۰۲۱ | ۰/۰۱۷ | ۰/۲۲۱ | ۰/۰۸۵ | ۰/۰۴۱ | ۰/۰۲۵ |
| TMFA2 | ۰/۱۱۵ | ۰/۰۷۹ | ۰/۰۵۸ | ۰/۰۴۷ | ۰/۲۲۱ | ۰/۱۳۳ | ۰/۱۱۵ | ۰/۰۹۵ |
| TMFA3 | ۰/۱۱۵ | ۰/۰۶۵ | ۰/۰۴۸ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۱ | ۰/۱۲۶ | ۰/۰۹۱ | ۰/۰۷۹ |
| TMFA4 | ۰/۱۱۵ | ۰/۰۵۵ | ۰/۰۳۹ | ۰/۰۲۸ | ۰/۲۲۱ | ۰/۱۰۵ | ۰/۰۶۵ | ۰/۰۴۸ |

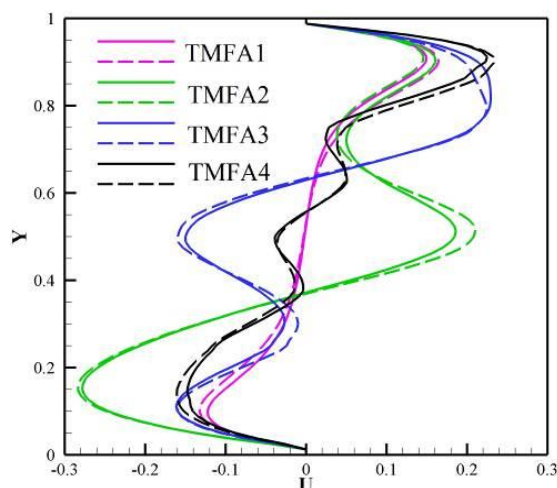
شکل (۶) خطوط همدم را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی برای نانوسیال نشان می‌دهد. افزایش عدد هارتمن سبب کم شدن گرادیان دما در مجاورت دیواره گرم شده و سبب کاهش انحنای خطوط دما ثابت می‌شود. برای TMFA1 نسبت به سایر انواع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن، خطوط، بیشتر به موازات دیواره گرم قرار می‌گیرند. همچنین مشاهده می‌شود که اعمال میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت منجر به تاب‌دار شدن خطوط همدم می‌شود و گرادیان دمایی در مجاورت دیواره گرم بیشتر از حالتی است که میدان مغناطیسی به صورت یکنواخت اعمال می‌شود. بیشتر بودن تراکم خطوط همدم بیان‌گر انتقال حرارت بیشتر در حالت اعمال غیر یکنواخت میدان مغناطیسی است. با توجه به شکل (۷) مشاهده می‌شود که از اعوجاج خطوط آنتروپی ثابت کل درون حفره کاسته می‌شود. آنتروپی کل ناشی از برگشت‌ناپذیری‌های مربوط به اصطکاک، انتقال حرارت و وجود میدان مغناطیسی است. در حالتی که عدد هارتمن صفر است، به دلیل اینکه بیشترین سهم آنتروپی کل ناشی از انتقال حرارت است، تراکم خطوط آنتروپی در مجاورت دیواره گرم مشاهده می‌شود. با افزایش عدد هارتمن به دلیل کاهش قدرت جریان و مقدار انتقال حرارت، تراکم خطوط در مجاورت دیواره گرم دیده نمی‌شود. خطوط آنتروپی کل در نواحی که خطوط جریان و دما متراکم هستند، متراکم‌تر هستند. با مطالعه سهم هر کدام از آنتروپی‌های تولیدی در آنتروپی کل، مشاهده می‌شود که سهم عمده را، آنتروپی ناشی از انتقال حرارت دارد. بعلاوه افزودن نانوذرات به سیال پایه، اعوجاج خطوط را بیشتر کرده و به تبع آن آنتروپی تولیدی بیشتر می‌شود. شکل (۸) اثر نوع اعمال میدان مغناطیسی بر سرعت افقی در $X=0.25$ را نشان می‌دهد. کم‌ترین و بیشترین مقدار سرعت به ترتیب مربوط به TMFA1 و TMFA2 است. دیده می‌شود که افزایش درصد نانوذره به سیال پایه سبب افزایش سرعت می‌شود. عدد ناسلت متوسط در شکل (۹) به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی نشان داده شده است. دیده می‌شود که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد هارتمن، کاهش می‌یابد و برای خنک‌سازی مجموعه می‌توان از اعمال میدان مغناطیسی بهره برد. بعلاوه دیده می‌شود که اثر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن مشهودتر می‌شود. به عنوان نمونه در عدد هارتمن ۶۰، نوع ۱ تا ۴ اعمال میدان مغناطیسی به ترتیب سبب کاهش ۳۶، ۲۳، ۲۹ و ۳۵ درصدی عدد ناسلت متوسط می‌گردد.



شکل ۶- خطوط هم دما به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $\lambda=0$ و $\varphi=0.06$ ، $Ri=1$

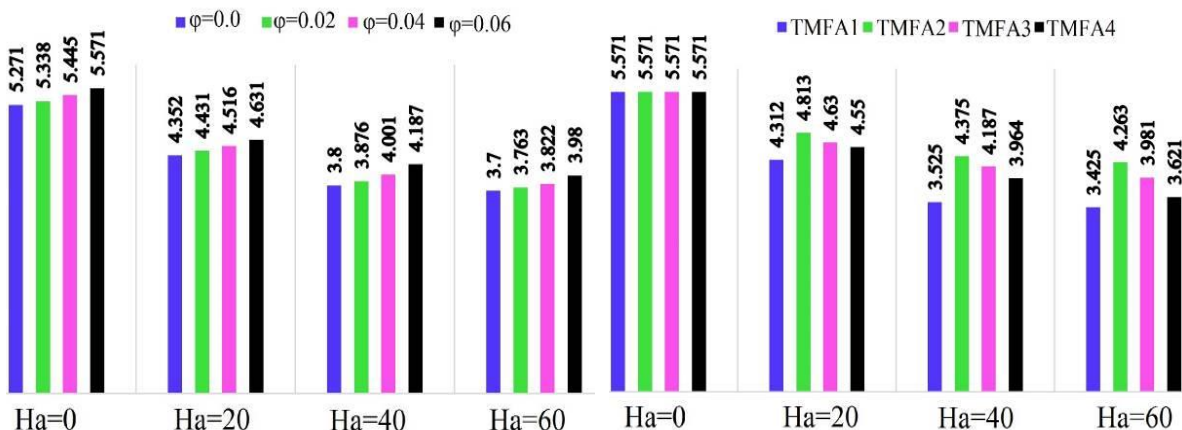


شکل ۷- خطوط آنتروپی ثابت کل به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $\lambda=0$ و $Ri=1$ برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\varphi=0$ (خطوط پیوسته) و $\varphi=0.06$ (خطوط ناپیوسته)



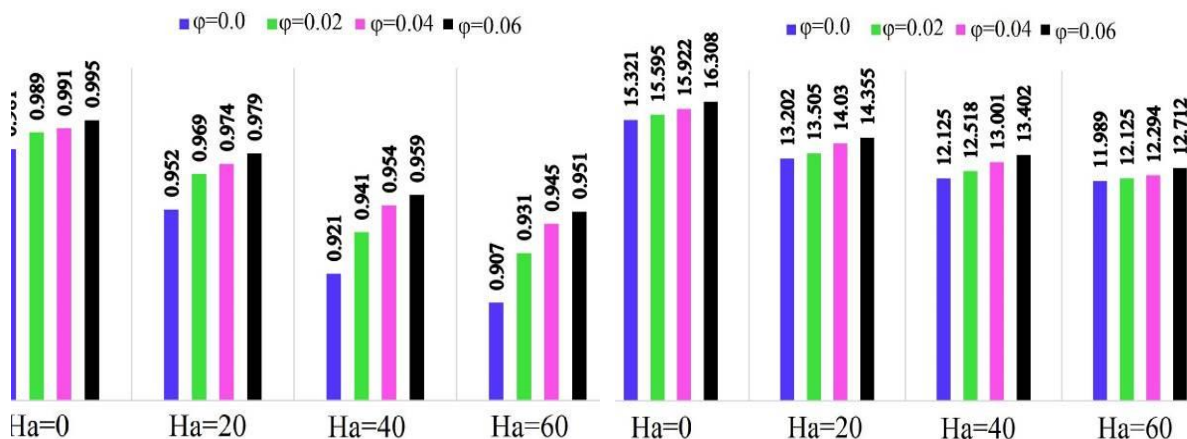
شکل ۸- سرعت افقی به ازای انواع مختلف اعمال میدان مغناطیسی در $\lambda=0$ و $Ha=40$, $Ri=1$ و $\varphi=0$ (خطوط پیوسته) و $\varphi=0.06$ (خطوط ناپیوسته)

شکل (۱۰) نشان می‌دهد که در تمامی مقادیر عدد هارتمن، افزایش کسر حجمی نانوذره سبب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. زیرا افزایش کسر حجمی نانوذرات سبب افزایش ضریب هدایت حرارتی شده و در نتیجه انتقال حرارت از دیواره به سیال بهتر انجام می‌شود. همچنین دیده می‌شود که درصد اثربخشی افزودن نانوذره به سیال پایه در مقدار انتقال حرارت تا عدد هارتمن ۴۰، بیشتر است. زیرا افزایش عدد هارتمن سبب متمایل شدن جریان به سمت هدایت می‌شود و بیشتر بودن ضریب هدایت حرارتی، تأثیر بیشتری بر افزایش انتقال حرارت در این حالت دارد. با توجه به شکل (۱۱)، آنتروپی کل با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. زیرا افزایش عدد هارتمن سبب کاهش مقدار انتقال حرارت می‌شود زیرا انتقال حرارت بیشترین سهم را در آنتروپی تولیدی کل دارد و به همین جهت با افزایش کسر حجمی نانوسیال، رفتار آنتروپی کل مشابه رفتار عدد ناسلت متوسط است. عدد بیجان که معیاری از سهم آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت به آنتروپی کل است، رفتاری مشابه با عدد ناسلت متوسط و آنتروپی کل دارد که در شکل (۱۲) به نمایش در آمده است. شکل (۱۳) و (۱۴) خطوط جریان، همدمما و آنتروپی ثابت کل را به ازای مقادیر مختلف اعداد ریچاردسون و هارتمن در دو زاویه تمایل -90° و $+90^\circ$ درجه نشان می‌دهد. خطوط جریان شکل (۱۳) نشان می‌دهد که با توجه به جهت حرکت دیواره، در $Ri=0.1$ ، گردابه‌ای پادساعتگرد درون حفره شکل می‌گیرد در حالی که در $Ri=10$ علاوه بر گردابه اصلی گردابه‌ای ثانویه با قدرت کمتر در سمت راست به صورت ساعتگرد تشکیل می‌شود. با اعمال میدان مغناطیسی، گردابه‌های اصلی به گردابه‌های کوچکتر در قسمت فوقانی شکسته می‌شوند. بیشینه مقدار خطوط جریان با افزایش عدد ریچاردسون کاهش می‌یابد. زیرا سرعت حرکت دیواره‌ها و نیروی برشی به نانوسیال کاهش می‌یابد و جریان قدرت خود را از دست می‌دهد. بر طبق رابطه $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ ، با افزایش عدد ریچاردسون، فرآیند انتقال حرارت به سمت جابجایی طبیعی متمایل شده و اثرات جابجایی اجباری ناشی از حرکت دیواره‌ها کاسته می‌شود. افزایش عدد ریچاردسون سبب می‌شود تراکم خطوط همدمما روی دیواره گرم کم شود و انحنای خطوط همدمما به طور چشمگیری کاهش می‌یابد که نشان از غلبه هدایت حرارتی بر جابجایی دارد. انحنای تراکم خطوط آنتروپی ثابت با افزایش عدد ریچاردسون کاهش می‌یابد که نشان از کمتر بودن تولید آنتروپی ناشی از کم شدن سرعت حرکت دیواره و گرادیان دما است.



شکل ۹- عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و نوع اعمال میدان مغناطیسی در $\lambda=0$, $Ri=1$ و $\phi=0.06$

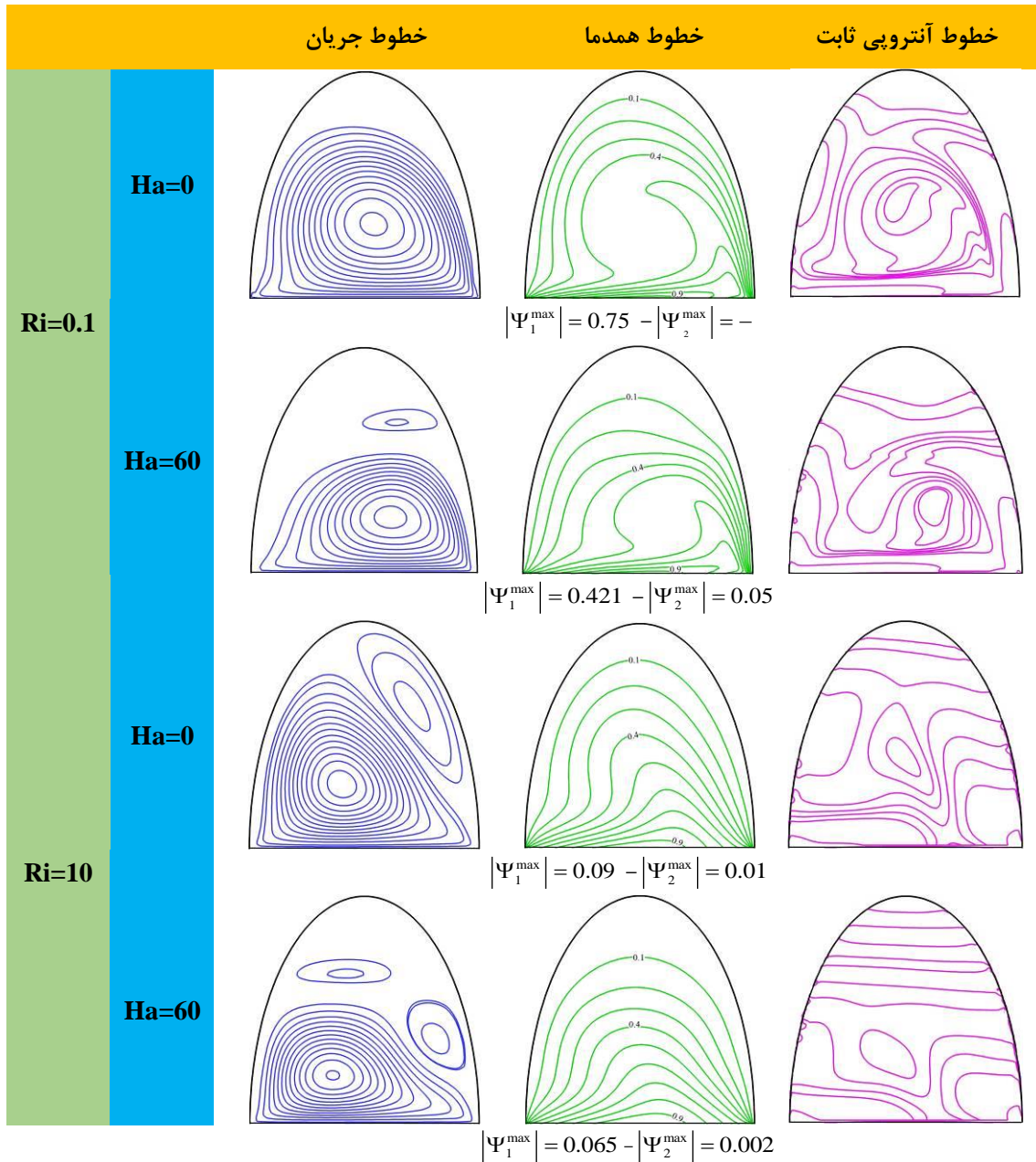
شکل ۱۰- عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات در $\lambda=0$, $Ri=1$ و TMFA3



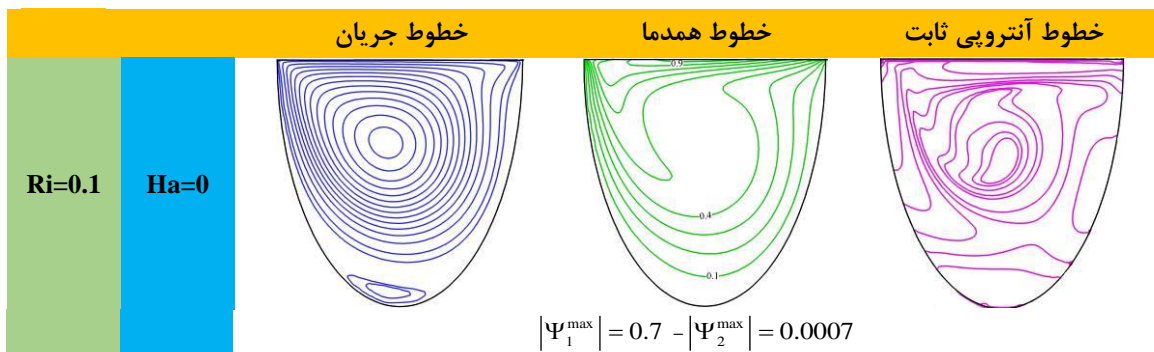
شکل ۱۱- آنتروپی حجمی کل به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات در $\lambda=0$, $Ri=1$ و TMFA3

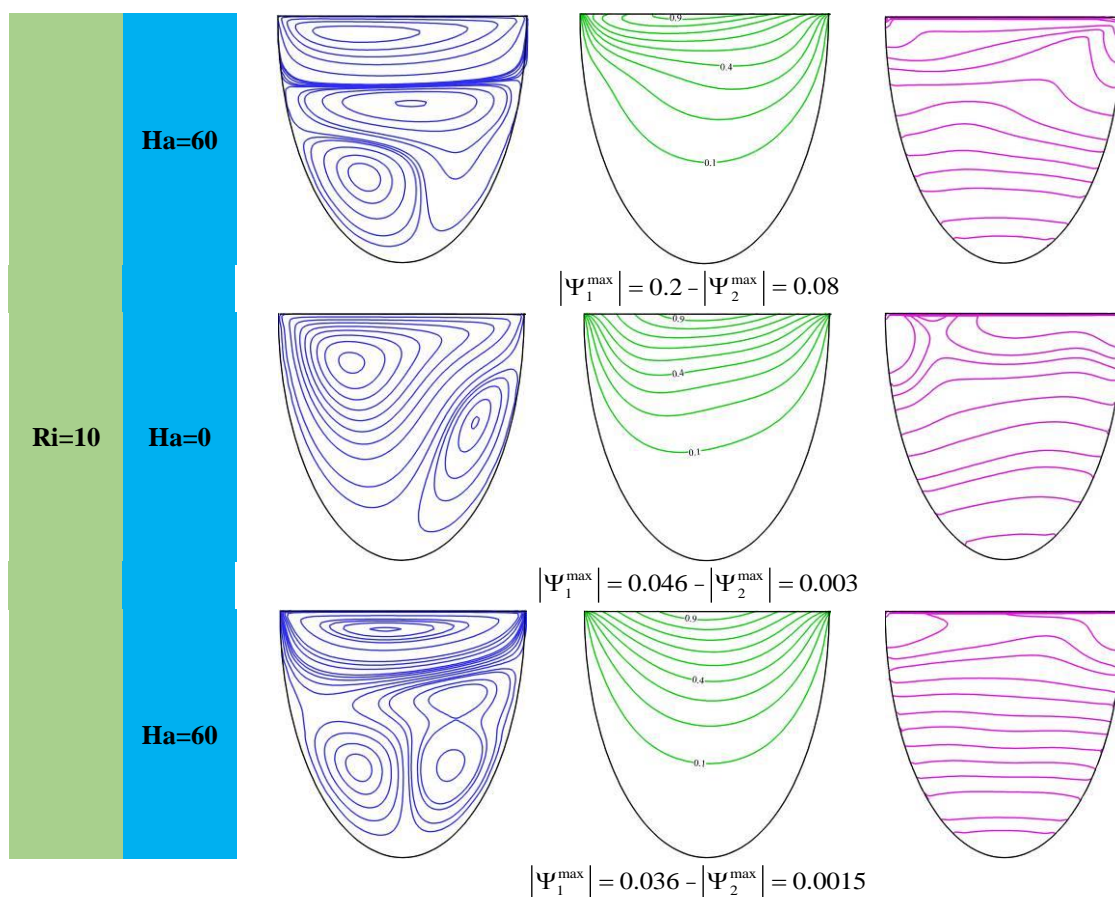
شکل ۱۲- عدد بیجان به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات در $\lambda=0$, $Ri=1$ و TMFA3

نکته حائز اهمیتی که در شکل (۱۴) وجود دارد این است که اعمال میدان مغناطیسی در عدد ریچاردسون ۰/۱ بسیار بارز است. زیرا علاوه بر اینکه اعمال میدان مغناطیسی سبب کاهش بیش از ۷۱ درصدی بیشینه مقدار خطوط جریان می‌شود، سبب کاهش بسیار چشمگیر انحنای خطوط آنتروپی ثابت و خطوط همدمای می‌شود. با توجه به خطوط همدمای و خطوط آنتروپی ثابت در شکل (۱۴) اثر میدان مغناطیسی بسیار کم است. زیرا در حالتی که $Ri=10$ است، جابجایی طبیعی بر جابجایی اجباری غلبه دارد و چون دیواره گرم در بالا و دیواره سرد در پایین قرار می‌گیرد، اثرات جابجایی در کمترین حالت است و هدایت پدیده غالب انتقال حرارت می‌شود و اعمال میدان مغناطیسی نمی‌تواند اثرگذاری زیادی داشته باشد. شکل (۱۵) اثر همزمان افزایش عدد ریچاردسون و عدد هارتمن بر دمای بدون بعد را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود به ازای ریچاردسون ۰/۱، پروفیل دما در میانه حفره به صورت افقی است که نشان از بیشترین میزان اثر جابجایی است که این حالت با افزایش عدد ریچاردسون کم‌تر می‌شود.

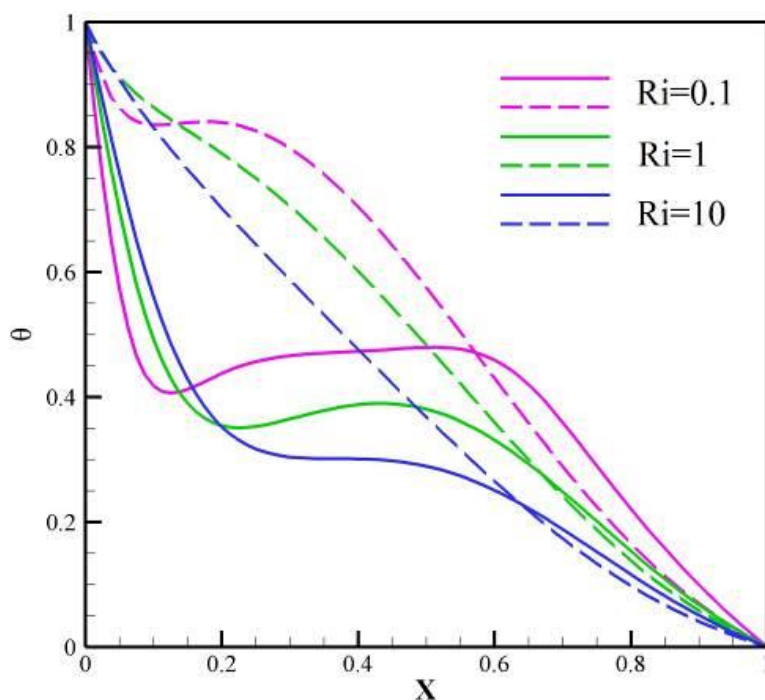


شکل ۱۳- خطوط جریان، خطوط همدمما و خطوط آنتروپی ثابت کل
 به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و عدد ریچاردسون در $\lambda = -90^\circ$ و $\varphi = 0.06$ و TMFA2





شکل ۱۴- خطوط جریان، خطوط همدمما و خطوط آنتروپی ثابت کل به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و عدد ریچاردسون در $\lambda=+90^\circ$ و $\phi=0.06$ و TMFA2



شکل ۱۵- دمای بدون بعد به ازای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون در $\lambda=0$ ، $\phi=0.06$ و TMFA2 (خطوط پیوسته) و $Ha=60$ (خطوط ناپیوسته)

شکل (۱۶) عدد ناسلت متوسط را به ازای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون، عدد هارتمن و زاویه تمایل حفره نشان می‌دهد. در تمامی مقادیر عدد ریچاردسون و زاویه تمایل حفره، افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت نانوسیال درون حفره منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. در تمام زوایای تمایل حفره، اثر اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد ریچاردسون کاهش چشمگیری دارد به نحوی که در زاویه $+90^\circ$ ، به ازای عدد هارتمن بیشتر از ۴۰، اعمال میدان مغناطیسی بی اثر است. زیرا افزایش عدد ریچاردسون سبب کاهش اثرات جابجایی ناشی از کم شدن نیروی برشی می‌شود. همچنین بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در کمترین عدد ریچاردسون و $\lambda=0$ مشاهده می‌شود. زیرا در حفره‌هایی‌هایی که از سطح جانبی گرم می‌شوند، با ایجاد اختلاف دمای کوچک، پدیده جابجایی اتفاق می‌افتد. اما حفره‌هایی که از سطوح بالا و پایینی گرمایش دارند، برای اینکه اثرات جابجایی مشاهده شود باید اختلاف دما به مقدار بحرانی برسد. در جدول (۷) آنتروپی حجمی کل و عدد بیجان به ازای مقدار مختلف عدد ریچاردسون، عدد هارتمن و زاویه تمایل حفره ارائه شده است. به دلیل اینکه بیشترین سهم در آنتروپی تولیدی مربوط به انتقال حرارت است، با کاهش میزان انتقال حرارت، مقدار آنتروپی حجمی کل نیز کاهش می‌یابد، از همین رو طبق جدول مشاهده می‌شود با افزایش عدد هارتمن، مقدار آنتروپی حجمی کل و عدد بیجان کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش عدد ریچاردسون، مقدار آنتروپی کل و عدد بیجان رفتاری مشابه به عدد ناسلت متوسط دارد. بعلاوه عموماً در تمامی مقادیر عدد ریچاردسون، کمترین مقدار آنتروپی تولید شده در $\lambda=+90^\circ$ دیده می‌شود. بر طبق شکل (۱۷)، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذره افزایش می‌یابد. زیرا ضریب هدایت حرارتی افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که این اثر با افزایش عدد ریچاردسون افزایش می‌یابد. زیرا در این حالت چون هدایت بر جابجایی غلبه دارد، افزایش ضریب هدایت حرارتی، انتقال حرارت بیشتری را منجر می‌شود. رفتار آنتروپی حجمی کل مطابق با عدد ناسلت متوسط مشاهده می‌شود. شکل (۱۸) اثر همزمان افزایش کسر حجمی نانوذرات و زاویه تمایل حفره را بر میزان انتقال حرارت نشان می‌دهد. دیده می‌شود که در هر سه زاویه چرخش حفره، افزایش درصد نانوذره منجر به بهبود انتقال حرارت می‌شود ولی بیشترین اثر مربوط به $\lambda=+90^\circ$ است. زیرا در این حالت به دلیل اینکه دیواره گرم در بالای دیواره سرد قرار دارد، جابجایی ضعیف و هدایت حرارتی غالب است و افزودن درصد بیشتر نانوذره عدد ناسلت متوسط بیشتری را در پی دارد. آنتروپی حجمی کل نیز که متأثر از میزان انتقال حرارت است، روند تغییراتی مشابه با عدد ناسلت متوسط دارد.

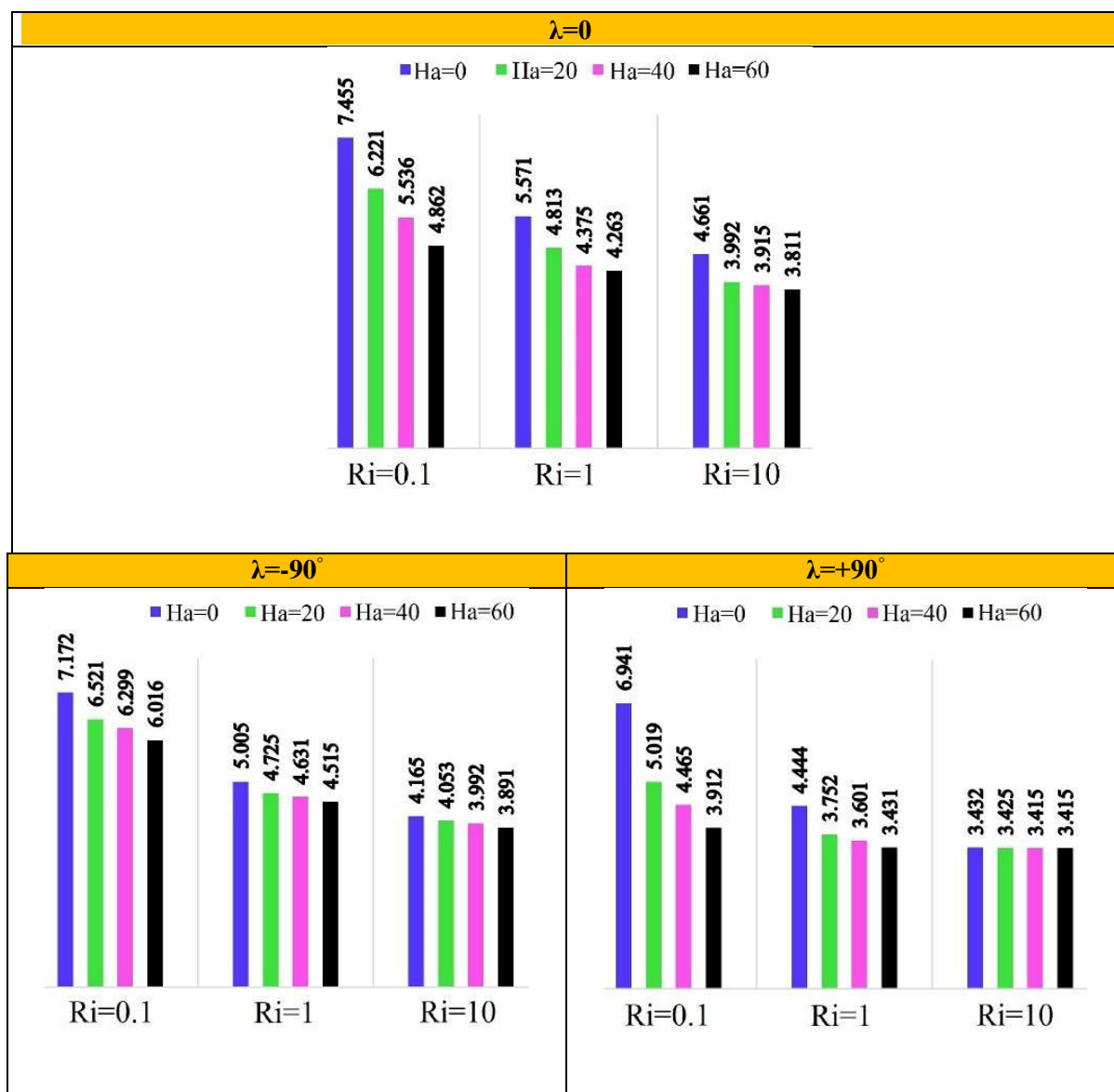
۶- نتیجه‌گیری

بهینه‌سازی فرآیندهای خنک‌کاری توسط سیالات در بسیاری از صنایع مانند تولید برق، حمل و نقل، ماشین‌کاری و صنایع الکترونیک بسیار حائز اهمیت است. تجهیزات انتقال حرارت برای دستیابی به بازده بالاتر، نیاز به کوچک‌سازی تجهیزات و افزایش سرعت انتقال حرارت در واحد سطح دارند. بررسی میزان انتقال حرارت و آنتروپی تولید شده جابجایی ترکیبی نانوسیال درون حفره نیم‌بیضی شکل در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت، هدف از کار حاضر بوده است. شبیه‌سازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه و با استفاده از یک برنامه محاسباتی به زبان فرترن صورت گرفت. از آرایش شبکه D_2Q_9 و D_2Q_5 به ترتیب برای مدل کردن میدان جریان و دما استفاده شد. درستی کد نوشته شده با مقایسه کیفی و

کمی نتایج کار حاضر با مطالعات معتبر قبلی، تأیید شد. اثر متغیرهایی چون عدد ریچاردسون، عدد هارتمن، کسر حجمی نانوذرات، زاویه چرخش حفره و نوع اعمال میدان مغناطیسی بر مشخصات جریان، انتقال حرارت و آنتروپی تولیدی بررسی شده است. مهمترین نتایج حاصل شده به شرح زیر است:

۱- در تمامی مقادیر عدد ریچاردسون، افزایش قدرت میدان مغناطیسی منجر به کاهش سرعت جریان نانوسیال و قدرت جریان شکل گرفته درون حفره و عدد ناسلت متوسط می‌شود که این تأثیر با افزایش عدد ریچاردسون به دلیل متمایل شدن جریان از جابجایی به سمت هدایت، کاهش می‌یابد. در حالتی که $\lambda=+90^\circ$ است، کمترین اثر میدان مغناطیسی مشاهده می‌شود، به نحوی که به ازای عدد هارتمن ۴۰ و بالاتر تأثیری بر جریان و انتقال حرارت مشاهده نمی‌شود.

۲- در تمامی وضعیت‌ها، افزایش قدرت میدان مغناطیسی به دلیل کاستن از میزان انتقال حرارت منجر به کاهش آنتروپی کل می‌شود.



شکل ۱۶- عدد ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، عدد ریچاردسون و زاویه تمایل حفره در $\phi=0.06$ و TMFA2

۳- در تمامی حالات مورد بررسی، افزایش کسر حجمی نانوذرات منجر به افزایش بیشینه خطوط جریان، عدد ناسلت متوسط و آنتروپی تولیدی کل می‌شود. اثر افزودن نانوذرات با افزایش عدد هارتمن افزایش یافته و بیشترین اثر برای عدد ریچاردسون ۱۰ و زاویه تمایل $+90^\circ$ درجه دیده می‌شود.

۴- بیشترین قدرت جریان شکل گرفته درون حفره و عدد ناسلت متوسط در تمامی حالات مربوط به $\lambda=0$ است.

۵- نوع اعمال میدان مغناطیسی پارامتری تعیین کننده بر شکل جریان و میزان انتقال حرارت است به نحوی که بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط و قدرت جریان مربوط به TMFA2 است. هنگامی که میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال می‌شود بیشترین نیروی متوسط لورنز به جریان نانوسیال اعمال شده و کمترین قدرت جریان و انتقال حرارت دیده می‌شود.

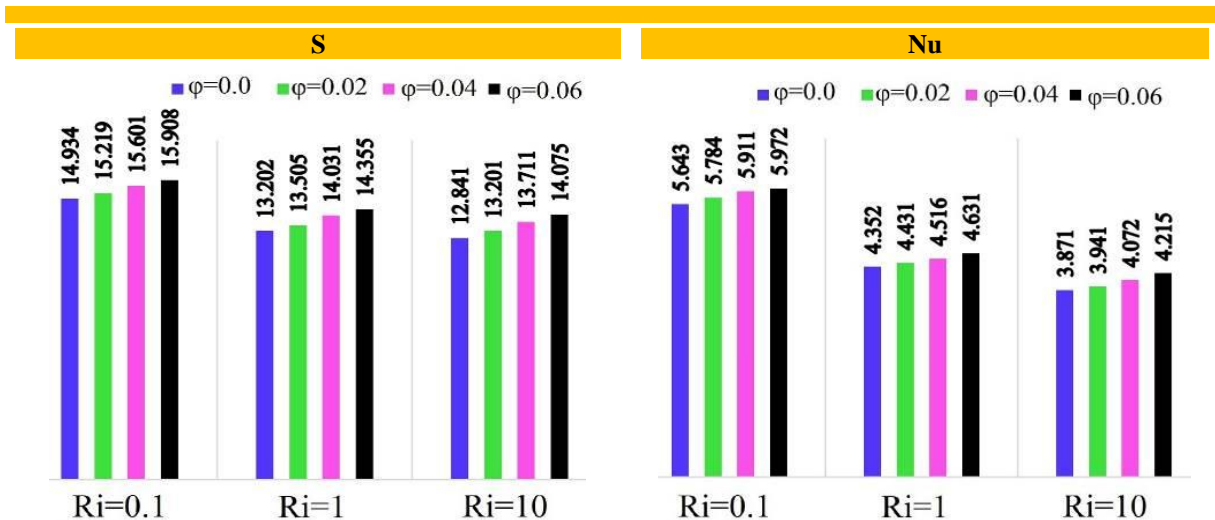
۶- تأثیر نوع اعمال میدان مغناطیسی با افزایش عدد هارتمن مشهودتر است.

۷- روند تغییرات آنتروپی حجمی کل در تمامی حالات مشابه با تغییرات عدد ناسلت متوسط مشاهده می‌شود. این امر نشان می‌دهد که آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت، بیشترین سهم را در آنتروپی کل دارد و سهم آنتروپی ناشی از اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی، بسیار کم است.

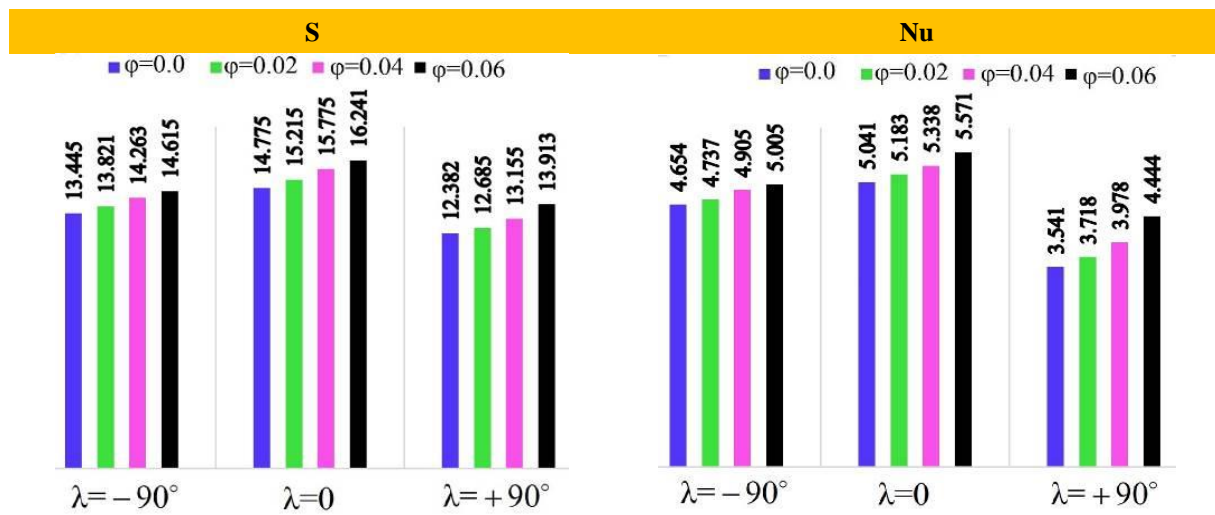
جدول ۷- آنتروپی حجمی کل و عدد بیجان به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، عدد ریچاردسون و زاویه تمایل حفره

در $\phi=0.06$ و TMFA2

| | S | | | Be | | |
|---------------|---------------------|-------------|---------------------|---------------------|-------------|---------------------|
| | $\lambda=-90^\circ$ | $\lambda=0$ | $\lambda=+90^\circ$ | $\lambda=-90^\circ$ | $\lambda=0$ | $\lambda=+90^\circ$ |
| Ri=0.1 | | | | | | |
| Ha=0 | ۱۹/۲۰۶ | ۲۰/۲۳۱ | ۱۸/۸۱۲ | ۰/۹۵۲ | ۰/۸۳۱ | ۰/۹۲۷ |
| Ha=20 | ۱۸/۵۳۱ | ۱۶/۷۵۱ | ۱۶/۹۳۱ | ۰/۹۴۸ | ۰/۸۰۵ | ۰/۸۸۹ |
| Ha=40 | ۱۷/۹۹۱ | ۱۵/۵۲۱ | ۱۵/۲۴۱ | ۰/۹۳۲ | ۰/۷۸۴ | ۰/۸۵۷ |
| Ha=60 | ۱۷/۴۸۱ | ۱۵/۰۰۹ | ۱۳/۵۸۲ | ۰/۹۲۱ | ۰/۷۵۶ | ۰/۸۲۲ |
| Ri=1 | | | | | | |
| Ha=0 | ۱۴/۶۱۵ | ۱۶/۲۴۱ | ۱۳/۹۱۳ | ۰/۹۷۴ | ۰/۹۱۸ | ۰/۹۶۱ |
| Ha=20 | ۱۴/۰۹۵ | ۱۴/۲۹۳ | ۱۲/۹۷۱ | ۰/۹۶۹ | ۰/۹۱۵ | ۰/۹۵۹ |
| Ha=40 | ۱۳/۶۲۱ | ۱۳/۲۳۶ | ۱۱/۷۱۸ | ۰/۹۶۷ | ۰/۹۱۱ | ۰/۹۵۸ |
| Ha=60 | ۱۳/۱۵۲ | ۱۲/۹۱۷ | ۱۱/۱۰۱ | ۰/۹۶۱ | ۰/۹۰۹ | ۰/۹۵۷ |
| Ri=10 | | | | | | |
| Ha=0 | ۱۳/۵۲۵ | ۱۵/۳۷۴ | ۱۲/۷۵۱ | ۰/۹۹۷ | ۰/۹۸۹ | ۰/۹۹۵ |
| Ha=20 | ۱۲/۹۸۲ | ۱۴/۶۰۱ | ۱۲/۶۳۱ | ۰/۹۹۴ | ۰/۹۸۷ | ۰/۹۹۳ |
| Ha=40 | ۱۲/۵۹۳ | ۱۳/۹۷۳ | ۱۲/۵۰۳ | ۰/۹۹۲ | ۰/۹۸۶ | ۰/۹۹۲ |
| Ha=60 | ۱۲/۳۰۷ | ۱۳/۳۷۲ | ۱۲/۴۸۵ | ۰/۹۹۱ | ۰/۹۸۵ | ۰/۹۹۱ |



شکل ۱۷- عدد ناسلت متوسط و آنتروپی حجمی کل به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی ماده جامد و عدد ریچاردسون در $\lambda=0$ و TMFA3، $Ha=20$



شکل ۱۸- عدد ناسلت متوسط و آنتروپی حجمی کل به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی ماده جامد و زاویه تمایل حفره در غیاب میدان مغناطیسی و $Ri=0.1$

مراجع

- [1] Sheremet, M.A., and Pop, I., "Mixed Convection in a Lid-driven Square Cavity Filled by a Nanofluid: Buongiorno Mathematical Model", Applied Mathematics and Computation, Vol. 266, pp. 792-808, (2015).
- [2] Rahmati, A.R., and Nematı, M., "Investigation of Magnetic Field Effect on Nanofluid Mixed Convection Inside Lid-driven K-shaped Enclosure using Lattice Boltzmann Method", Journal of Solid and Fluid Mechanics, Vol. 8, pp. 111-126, (2018).
- [3] Alsabery, A.I., Tayebi, T., Kadhim, H.T., Ghalambaz, M., Hashim, I., and Chamkha, A.J., "Impact of Two-phase Hybrid Nanofluid Approach on Mixed Convection Inside Wavy Lid-driven Cavity Having Localized Solid Block", Journal of Advanced Research, Vol. 30, pp. 63-74, (2021).

- [4] Armaghani, T., Sadeghi, M.S., Rashad, A.M., Mansour, M.A., Chamkha, A.J., Dogonchi, A.S., and Nabwey, H.A., "MHD Mixed Convection of Localized Heat Source/Sink in an Al_2O_3 -Cu/water Hybrid Nanofluid in L-shaped Cavity", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 60, pp. 2947-2962, (2021).
- [5] Abderrahmane, A., Qasem, N.A., Younis, O., Marzouki, R., Mourad, A., Shah, N.A., and Chung, J.D., "MHD Hybrid Nanofluid Mixed Convection Heat Transfer and Entropy Generation in a 3-D Triangular Porous Cavity with Zigzag Wall and Rotating Cylinder", *Mathematics*, Vol. 10, pp. 769, (2022).
- [6] Elsaid, E.M., and Abdel-wahed, M.S., "MHD Mixed Convection Ferro Fe_3O_4 /Cu-hybrid-nanofluid Runs in a Vertical Channel", *Chinese Journal of Physics*, Vol. 76, pp. 2369-282, (2022).
- [7] Abdelhafez, M.A., Awad, A.A., Nafe, M.A., and Eisa, D.A., "Flow of Mixed Convection for Radiative and Magnetic Hybrid Nanofluid in a Porous Material with Joule Heating", *Heat Transfer*, Vol. 51, pp. 2995-3017, (2022).
- [8] Nemati, M., Sefid, M., Jahromi, B., and Jahangiri, R., "The Effect of Magnetic Field and Nanoparticle Shape on Heat Transfer in an Inclined Cavity with Uniform Heat Generation/Absorption", *Computational Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 109-126, (2022).
- [9] Toghraie, D., "Numerical Simulation on MHD Mixed Convection of Cu-water Nanofluid in a Trapezoidal Lid-driven Cavity", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, Vol. 62, pp. 683-710, (2020).
- [10] Kefayati, G.R., "Magnetic Field Effect on Heat and Mass Transfer of Mixed Convection of Shear-thinning Fluids in a Lid-driven Enclosure with Non-uniform Boundary Conditions", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 51, pp. 20-33, (2015).
- [11] Nemati, M., Sefid, M., and Mohamadzade, H., "The Effect of Wall Shape and Aspect Ratio on Heat Transfer Non-Newtonian Power Law Fluid in the Presence of Magnetic Field", *Iranian Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 22, pp. 116-130, (2021).
- [12] Guria, M., Das, S., Jana, R.N., and Ghosh, S.K., "Oscillatory Couette Flow in the Presence of an Inclined Magnetic Field", *Meccanica*, Vol. 44, pp. 555-564, (2009).
- [13] Nemati, M., Sani, H.M., Jahangiri, R., Sefid, M., Mohammad Sajadi, S., Baleanu, D., and Ghaemi, F., "Convection Heat Transfer under the Effect of Uniform and Periodic Magnetic Fields with Uniform Internal Heat Generation: A New Comprehensive Work to Develop the Ability of the Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Method", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 147, pp. 7883-7897, (2022).
- [14] Nemati, M., Mohamadzade, H., and Sefid, M., "Investigation the Effect of Direction of Wall Movement on Mixed Convection in Porous Enclosure with Heat Absorption/Generation and Magnetic Field", *Fluid Mechanics and Aerodynamics Journal*, Vol. 9, pp. 99-115, (2020).
- [15] Bellout, S., and Bessaïh, R., "Mixed Convection and Entropy Production of a Hybrid Nanofluid in a Porous Cylindrical Enclosure with Rotating Top Wall", *Heat Transfer*, Vol. 51, pp. 3540-3561, (2022).

- [16] Parveen, R., and Mahapatra, T.R., "Heat and Mass Source Effect on MHD Double-diffusive Mixed Convection and Entropy Generation in a Curved Enclosure Filled with Nanofluid", *Nonlinear Analysis*, Vol. 27, pp. 308-330, (2022).
- [17] Aghaei, A., Khorasanizadeh, H., Sheikhzadeh, G., and Abbaszadeh, M., "Numerical Study of Magnetic Field on Mixed Convection and Entropy Generation of Nanofluid in a Trapezoidal Enclosure", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 403, pp. 133-145, (2016).
- [18] Hussain, S., Ahmed, S.E., and Saleem, F., "Impact of Periodic Magnetic Field on Entropy Generation and Mixed Convection", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 32, pp. 999-1012, (2018).
- [19] Al-Chlahawi, K.K., Alaydamee, H.H., Faisal, A.E., Al-Farhany, K., and Alomari, M.A., "Newtonian and Non-Newtonian Nanofluids with Entropy Generation in Conjugate Natural Convection of Hybrid Nanofluid-porous Enclosures: A Review", *Heat Transfer*, Vol. 51, pp. 1725-1745, (2022).
- [20] Patil, P.M., Doddagoudar, S.H., and Hiremath, P.S., "Convective Nanofluid Flow Over a Vertical Cone with a Rough Surface", *Heat Transfer*, Vol. 51, pp. 126-141, (2022).
- [21] Patil, P.M., and Kulkarni, M., "MHD Quadratic Mixed Convective Eyring-powell Nanofluid Flow with Multiple Diffusions", *Chinese Journal of Physics*, Vol. 77, pp. 393-410, (2022).
- [22] Hashim, I., Alsabery, A.I., Sheremet, M.A., and Chamkha, A.J., "Numerical Investigation of Natural Convection of Al_2O_3 -water Nanofluid in a Wavy Cavity with Conductive Inner Block using Buongiorno's Two-phase Model", *Advanced Powder Technology*, Vol. 30, pp. 399-414, (2019).
- [23] Biswas, N., Mondal, M.K., Manna, N.K., Mandal, D.K., and Chamkha, A.J., "Implementation of Partial Magnetic Fields to Magneto-thermal Convective Systems Operated using Hybrid-nanoliquid and Porous Media", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 236, pp. 5687-5704, (2022).
- [24] Nemati, M., and Sefid, M., "Evaluation of Amount the Entropy Production Due to MHD Hybrid Nanofluid Conjugate Heat Transfer with Heat Absorption/Generation", *Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics*, Vol. 10, pp. 141-168, (2022).
- [25] Zhang, L., Bhatti, M.M., Michaelides, E.E., Marin, M., and Ellahi, R., "Hybrid Nanofluid Flow Towards an Elastic Surface with Tantalum and Nickel Nanoparticles, under the Influence of an Induced Magnetic Field", *The European Physical Journal Special Topics*, Vol. 231, pp. 521-533, (2022).
- [26] Alawi, O.A., Kamar, H.M., Hussein, O.A., Mallah, A.R., Mohammed, H.A., Khiadani, M., Roomi, A.B., Kazi, S.N., and Yaseen, Z.M., "Effects of Binary Hybrid Nanofluid on Heat Transfer and Fluid Flow in a Triangular-corrugated Channel: An Experimental and Numerical Study", *Powder Technology*, Vol. 395, pp. 267-279, (2022).
- [27] Tayebi, T., and Chamkha, A.J., "Free Convection Enhancement in an Annulus between

Horizontal Confocal Elliptical Cylinders using Hybrid Nanofluids", Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Vol. 70, pp. 1141-1156, (2016).

[28] Amine, B.M., Redouane, F., Mourad, L., Jamshed, W., Eid, M.R., and Al-Kouz, W., "Magnetohydrodynamics Natural Convection of a Triangular Cavity Involving Ag-MgO/water Hybrid Nanofluid and Provided with Rotating Circular Barrier and a Quarter Circular Porous Medium at Its Right-angled Corner", Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 46, pp. 12573-12597, (2021).

[29] Ashorynejad, H.R., Mohamad, A.A., and Sheikholeslami, M., "Magnetic Field Effects on Natural Convection Flow of a Nanofluid in a Horizontal Cylindrical Annulus using Lattice Boltzmann Method", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 64, pp. 240-250, (2013).

[30] Qi, C., Li, C., Li, K., and Han, D., "Natural Convection of Nanofluids in Solar Energy Collectors Based on a Two-phase Lattice Boltzmann Model", Vol. 147, pp. 2417-2438, (2022).

[31] Nemati, M., and Sefid, M., "The Application of Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method to Simulate the Newtonian and Non-Newtonian MHD Natural Convection in Cavity with Lozenge Barrier", Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics, Vol. 10, pp. 17-35, (2021).

[32] Nemati, M., Sefid, M., and Rahmati, A., "Analysis of the Effect of Periodic Magnetic Field, Heat Absorption/Generation and Aspect Ratio of the Enclosure on Non-Newtonian Natural Convection", Journal of Heat and Mass Transfer Research, Vol. 8, pp. 187-203, (2021).

[33] Rahimi, A., Sepehr, M., Lariche, M.J., Mesbah, M., Kasaeipoor, A., and Malekshah, E.H., "Analysis of Natural Convection in Nanofluid-filled H-shaped Cavity by Entropy Generation and Heatline Visualization using Lattice Boltzmann Method", Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Vol. 97, pp. 347-362, (2018).

[34] Cho, C.C., "Mixed Convection Heat Transfer and Entropy Generation of Cu-water Nanofluid in Wavy-wall Lid-driven Cavity in Presence of Inclined Magnetic Field", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 151, pp. 703-714, (2019).

[35] Sun, C., Zhang, Y., Farahani, S.D., Hu, C., Nemati, M., and Sajadi, S.M., "Analysis of Power-law Natural Conjugate Heat Transfer under the Effect of Magnetic Field and Heat Absorption/Production Based on the First and Second Laws of Thermodynamics for the Entropy via Lattice Boltzmann Method", Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 144, pp. 165-184, (2022).

[36] Sajjadi, H., Delouei, A.A., Izadi, M., and Mohebbi, R., "Investigation of MHD Natural Convection in a Porous Media by Double MRT Lattice Boltzmann Method Utilizing MWCNT-Fe₃O₄/water Hybrid Nanofluid", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 132, pp. 1087-1104, (2019).

[37] Karki, P., Perumal, D.A., and Yadav, A.K., "Comparative Studies on Air, Water and Nanofluids Based Rayleigh-Bénard Natural Convection using Lattice Boltzmann Method: CFD and Exergy Analysis", Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Vol. 147, pp. 1487-1503, (2022).

[38] Ilis, G.G., Mobedi, M., and Sunden, B., "Effect of Aspect Ratio on Entropy Generation in a Rectangular Cavity with Differentially Heated Vertical Walls", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 35, pp. 696-703, (2008).

[39] Tiwari, R.K., and Das, M.K., "Heat Transfer Augmentation in a Two-sided Lid-driven Differentially Heated Square Cavity Utilizing Nanofluids", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 2002-2018, (2007).

[40] Ali, I.R., Alsabery, A.I., Bakar, N.A., and Roslan, R., "Mixed Convection in a Double Lid-driven Cavity Filled with Hybrid Nanofluid by using Finite Volume Method" Symmetry, Vol. 12(12), pp. 1977, (2020).

فهرست نمادهای انگلیسی

| | |
|------------------------------|----------|
| اندازه میدان مغناطیسی | B |
| عدد بیجان | Be |
| سرعت گسسته شبکه مدل D_2Q_9 | c |
| گرمای ویژه در فشار ثابت | C_p |
| قطر ذرات | d |
| سرعت گسسته شبکه مدل D_2Q_5 | e |
| نیروی خارجی | F |
| تابع توزیع جریان | f |
| تابع توزیع تعادلی جریان | f^{eq} |
| شتاب جاذبه | g |
| عدد گراشف | Gr |
| تابع توزیع دما | h |
| تابع توزیع تعادلی دما | h^{eq} |
| طول و عرض حفره | H |
| عدد هارتمن | Ha |
| ضریب هدایت حرارتی | k |
| عدد ناسلت | Nu |
| عدد پرانتل | Pr |
| عدد ریچاردسون | Ri |
| آنتروپی تولید شده | S |
| دما | T |
| سرعت در جهات شبکه | $u(u,v)$ |

V_p سرعت حرکت دیواره
 $x(x,y)$ مختصات شبکه

نماد یونانی

α ضریب پخش حرارتی
 β ضریب انبساط حرارتی
 ϕ کسر حجمی نانوذرات
 λ زاویه تمایل حفره
 μ لزجت دینامیکی
 σ ضریب هدایت الکتریکی
 θ دمای بی بعد
 ρ چگالی
 ω ضریب وزنی

زیرنویس ها

c سرد
 f سیال پایه
 h گرم
 hnf نانوسیال ترکیبی
 i شماره لینک مدل شبکه

Abstract

The purpose of this paper is to investigate the heat transfer and entropy generated due to mixed convection of hybrid nanofluid inside the lid-driven semi-oval chamber. The magnetic field is applied uniformly and non-uniformly. The simulation is performed by MRT-LBM and by writing computer code in Fortran language. Effect of Richardson number (0.1, 1 and 10), nanoparticles volume fraction (0-0.06), Hartmann number (0-60), inclination angle of the chamber (-90, 0 and +90 degrees) and type of magnetic field applied (uniform and non-uniform) on the flow formed in the chamber is evaluated. The results show that increasing the volume fraction of nanoparticles increases the flow strength, average Nusselt number, total volumetric entropy and Bejan number and most of the effect is observed for Richardson number 10 and inclination angle +90°. In all cases, increasing the Hartmann number decreases maximum values of streamlines and heat transfer, and this effect decreases with increasing Richardson number. By applying a magnetic field non-uniformly, it can change the flow strength by more than 80% and increase the heat transfer to 35%. Increasing the Hartmann number makes the effect of the non-uniform magnetic field more obvious, and the heat transfer has the largest share in the total volumetric entropy.