

استخراج معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو و کنترل مسیر حرکت ربات با استفاده از روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی

مصطفی ناظمی زاده^۱
استادیار

در این مقاله به مدل سازی دینامیک غیرخطی ربات های کشنده-پیرو و کنترل مسیر حرکت آن پرداخته می شود. بدین منظور، ابتدا با فرض عدم لغزش چرخ های ربات، قیود غیرهولونومیک حاکم بر آن بدست می آید. سپس به منظور مدل سازی دقیق تر، اینرسی و دینامیک چرخ های ربات لحاظ و با استفاده از اصل ضرایب لاگرانژ، شکل نهایی معادلات دینامیک غیر خطی بدست می آید. همچنین از روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی، برای کنترل حرکت ربات کشنده-پیرو استفاده می شود. شبیه-سازی ها نشان می دهد که در حرکت ربات متحرک، قیود غیرهولونومیک چرخ ها اثر به سزایی دارند. همچنین نتایج بدست آمده نشان دهنده کارایی روش پیشنهادی مدل سازی برای انجام تحقیقات آینده است.

پویا ملاحی کلاهی^۲
کارشناسی ارشد

واژه های راهنما: ربات متحرک کشنده-پیرو، دینامیک غیر خطی، کنترل حرکت، خطی سازی ورودی-خروجی

۱- مقدمه

در دهه های گذشته ربات های متحرک^۳ به صورت گسترده ای برای انجام ماموریت در فواصل دور مورد کاربرد قرار گرفته اند، زیرا آنها نسبت به ربات های ثابت^۴ دارای مزایایی چون فضای کاری وسیع تر، متحرک بودن و قدرت مانور بالاتر می باشند. ربات های متحرک چرخدار^۵ یکی از متداول ترین ربات های متحرک بوده و عدم لغزش چرخهای ربات منجر به قیود غیرهولونومیک^۶ در معادلات دینامیک حرکت شده و مورد توجه بسیاری از محققان علم رباتیک قرار گرفته است [۱-۴]. ناظمی زاده و همکارانش [۵] به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک چرخدار با استفاده از روش کنترل بهینه غیرخطی پرداختند. آنها معادلات دینامیک غیرخطی ربات را با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک چرخها استخراج و از حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه برای یافتن

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران nazemi@mut-es.ac.ir

^۲ کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران Poyya.mallahi@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۵، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۱۵

^۳ Mobile robots

^۴ Fixed robots

^۵ Wheeled mobile robots

^۶ Non-holonomic constraints

مسیر بهینه استفاده کردند. میرزایی نژاد و شافعی [۶] از روش کنترل پیش‌بین برای ردیابی مسیر ربات متحرک بازودار در حضور نامعینی‌های پارامتریک استفاده نمودند. آنها معادلات دینامیکی ربات را با استفاده از فرمولاسیون گیبس-اپل استخراج نمودند. در [۷] کنترل بازخورد تطبیقی برای ردیابی مسیر ربات متحرک غیرهولونومیک ارائه شد. همچنین اعزایی و نوری [۸] به طراحی یک کنترل‌کننده مقاوم ردیاب مسیر برای ربات متحرک غیرهولونومیک بر اساس روش کنترلی مود لغزشی با بهره تطبیقی پرداختند. آنها دینامیک غیرخطی ربات با اغتشاش نامعلوم را در طراحی کنترل‌کننده تطبیقی در نظر گرفتند.

اگرچه تحقیقات فراوانی در مورد مدلسازی دینامیکی و کنترل ربات‌های متحرک چرخدار ارائه شده است، اما اخیراً تحقیقات محدودی بر روی دسته‌ای از ربات‌های متحرک چرخدار با عنوان کشنده-پیرو انجام شده است. این نوع ربات‌ها، در حقیقت از دو ربات متحرک متصل به یکدیگر تشکیل شده‌اند که ربات جلویی دارای موتورهای رانش بوده و به عنوان کشنده و محرک محسوب شده و ربات عقب دارای چرخهای بدون موتور رانش بوده و تنها دنباله‌رو ربات اصلی است. گسترش این نوع ربات‌ها به منظور افزایش ظرفیت حمل سیستم بوده درحالیکه هزینه ساخت و نگهداری آنها بسیار کمتر از سیستم‌های دارای زنجیره‌ای از ربات‌های محرک متوالی است. لذا با توجه به ویژگی‌های ربات‌های متحرک کشنده-پیرو، در چند دهه اخیر، برخی تحقیقات بر این نوع ربات‌های متحرک انجام شده است. اگرچه مدلسازی دینامیکی و تحلیل کنترلی ربات‌های کشنده-پیرو به علت داشتن همزمان قیود غیرهولونومیک چرخها و محدودیت‌های حرکتی ناشی از اتصال کشنده و پیرو، دارای پیچیدگی و دشواری بیشتری است. ناکامورا و دیگران [۹] به استخراج معادلات سینماتیکی حاکم بر ربات متحرک کشنده-پیرو پرداختند. آنها بیان کردند که این نوع ربات می‌تواند برای رسیدن به مسیر پایانی دلخواه، با استفاده از کنترل حرکت غیرهولونومیک چرخها، پایدار باشد. در [۱۰]، استخراج معادلات سینماتیکی ربات متحرک چرخدار کشنده به همراه چندین ربات پیرو ارائه و کنترل‌پذیری حرکت آن بررسی شد. آنها تنها به مدلسازی سینماتیکی ربات متحرک کشنده-پیرو پرداختند درحالیکه کنترل دقیق مسیر ربات متحرک بایستی محدودیت‌های اینرسی و گشتاور محرک‌ها در نظر گرفته شود. ماتسوشیتا و موراگامی [۱۱] ردیابی مسیر حرکت یک ربات کشنده-پیرو با استفاده از روش کنترل حرکت بازگشتی و در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک چرخهای ربات مطالعه نمودند. خلجی و موسویان [۱۲] کنترل تطبیقی مقاوم به منظور ردیابی مسیر ربات متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن اغتشاشات دارای محدوده مشخص را پیشنهاد دادند. کایاکان و همکارانش [۱۳] به ارائه کنترل پیش‌بین مدل غیرخطی ربات هوشمند کشنده-پیرو پرداختند. آنها به منظور افزایش دقت ردیابی مسیر، از کنترل پیش‌بین غیرخطی با در تغییر مداوم پارامترهای سیستم و در نظر گرفتن قیود سینماتیکی غیرهولونومیک پرداختند. خلجی و موسویان [۱۴] از روش فیدبک کنترل متغیر با زمان برای کنترل و پایداری ربات متحرک کشنده-پیرو استفاده کردند. آنها معادلات سینماتیکی سیستم را در نظر گرفته و از اثرات دینامیکی ربات صرف‌نظر نمودند. همچنین آنها [۱۵] به مدلسازی دینامیکی ربات متحرک کشنده دارای ربات پیرو با چرخهای کروی و بدون قیود غیرهولونومیک مورد مطالعه قرار دادند. با در نظر گرفتن این نوع چرخ، مانورپذیری ربات افزایش یافته، اما سیستم زیرمحرک^۲ شده و کنترل ربات با استفاده از الگوریتم کنترل کلاسیک انجام گرفت. اگرچه معادلات سینماتیکی و دینامیکی سیستم را استخراج شده است، اما از

^۱ Tractor-trailer

^۲ Under-actuated

دینامیک چرخهای ربات متحرک کشنده-پیرو صرفنظر شده است. تاروپردی زاده و دیگران [۱۶] به مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک چرخدار کشنده-پیرو پرداختند. آنها از روش کنترلی خطی سازی بازخورد ورودی-خروجی برای کنترل ربات متحرک استفاده کردند. همچنین آنها [۱۷] به مطالعه برخورد کشنده و پیرو با یکدیگر در حین حرکت مجموعه ربات و اشباع محرکهای آن پرداختند. آنها از روش کنترلی پیشبین مدل خطی و غیرخطی به منظور ردیابی مسیر حرکت ربات متحرک استفاده کردند. آنها قیود غیرهولونومیک حاکم بر چرخهای ربات کشنده-پیرو را در نظر گرفته ولی از اثرات اینرسی چرخها صرفنظر کردند. همچنین بین و همکارانش [۱۸] ردیابی مسیر یک ربات چرخدار کشنده-پیرو با استفاده از با استفاده از روش کنترلی بازگشت به عقب تطبیقی بررسی کردند. آنها با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک سیستم، از یک کنترل کننده فیدبک متغیر با زمان برای ردیابی مسیر استفاده کردند ولی در معادلات دینامیکی سیستم از اینرسی چرخهای ربات صرف نظر کردند.

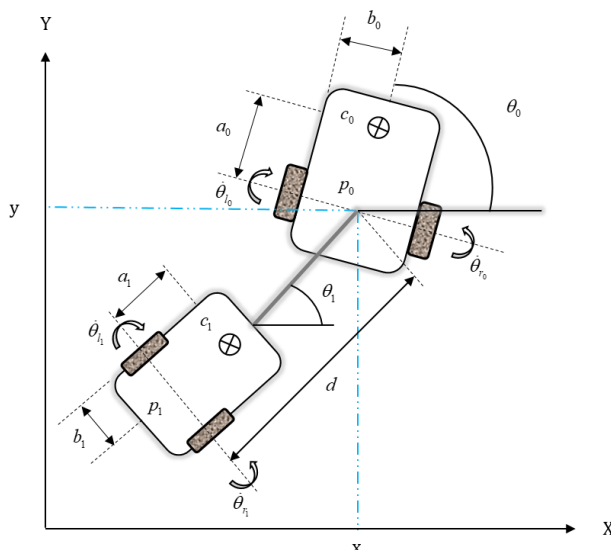
همانطور که بیان گردید، مقالات متعددی به استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی و کنترل نسیر رباتهای متحرک چرخدار کشنده-پیرو پرداخته‌اند. از طرفی با توجه به عدم مدلسازی دقیق چرخهای ربات در معادلات دینامیکی سیستم در ادبیات موضوع، نیاز به استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر رباتهای متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن اینرسی چرخها به منظور مدلسازی دقیق ربات متحرک وجود دارد.

لذا در این مقاله، ابتدا به مدلسازی دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن دینامیک چرخها پرداخته می‌شود. بدین منظور، تعداد مختصات تعمیم یافته سیستم نسبت به مدلسازی‌های پیشین افزایش یافته و لذا ماتریسهای اینرسی و نیروهای غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو بازنویسی می‌شود. همچنین به منظور استخراج معادلات دینامیکی از روش ضرایب لاگرانژ استفاده کرده و در تابع لاگرانژ سیستم انرژی جنبشی ناشی از حرکت خطی و دورانی چرخها لحاظ می‌شود. سپس به منظور ردیابی مسیر ربات متحرک چرخدار، از روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی استفاده شده و شبیه‌سازی متنوعی ارائه می‌شود. ادامه مقاله به شرح زیر نگارش می‌شود: در بخش دوم معادلات دینامیک غیرخطی رباتهای متحرک کشنده-پیرو استخراج می‌شود. در بخش سوم روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی تشریح می‌شود و در بخش بعدی شبیه‌سازی‌های متنوعی برای حرکت نقطه به نقطه و ردیابی مسیر حرکت ربات ارائه می‌شود. همچنین در نهایت به بیان نتیجه‌گیری مقاله پرداخته می‌شود.

۲- استخراج معادلات دینامیک غیر خطی سیستم

در این بخش به استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی حاکم بر ربات کشنده-پیرو با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک و دینامیک چرخها پرداخته می‌شود. شماتیکی از ربات کشنده-پیرو در شکل (۱) نشان داده شده است.

مطابق با شکل (۱)، پارامترهای مربوط به ربات کشنده-پیرو عبارت است از: C_0 و C_1 به ترتیب مرکز جرم ربات کشنده و پیرو، $2b_0$ و $2b_1$ فاصله چرخ‌های ربات کشنده و پیرو از یکدیگر، a_0 و a_1 فاصله میانی چرخ‌های کشنده و پیرو تا مرکز جرم، d فاصله نقاط p_0 و p_1 ، θ_0 و θ_1 جهت گیری ربات کشنده و پیرو و سرعت زاویه چرخ راست و چپ ربات کشنده به ترتیب برابر با $\dot{\theta}_{r_0}$ و $\dot{\theta}_{l_0}$ و پیرو $\dot{\theta}_{r_1}$ و $\dot{\theta}_{l_1}$ می‌باشد.



شکل ۱ شماتیک ربات کشنده-پیرو

در ابتدا به منظور بیان معادلات سینماتیکی و قیود غیرهولونومیک حاکم بر ربات متحرک کشنده-پیرو، بایستی بردار موقعیت چرخهای ربات را بدست آورد. لذا بردار موقعیت چرخهای چپ و راست ربات کشنده به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{r_0} &= (x + b_0 \sin \theta_0) \vec{i} + (y - b_0 \cos \theta_0) \vec{j} \\ \vec{p}_{l_0} &= (x - b_0 \sin \theta_0) \vec{i} + (y + b_0 \cos \theta_0) \vec{j} \end{aligned} \quad (1)$$

همچنین بردار موقعیت چرخهای چپ و راست ربات پیرو به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{r_1} &= (x - d \cos \theta_1 + b_1 \sin \theta_1) \vec{i} + (y - d \sin \theta_1 - b_1 \cos \theta_1) \vec{j} \\ \vec{p}_{l_1} &= (x - d \cos \theta_1 - b_1 \sin \theta_1) \vec{i} + (y - d \sin \theta_1 + b_1 \cos \theta_1) \vec{j} \end{aligned} \quad (2)$$

از طرفی بردار سرعت چرخهای چپ و راست ربات کشنده با مشتق گیری از رابطه (۱) به صورت بدست می آید:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{r_0} &= (\dot{x} + b_0 \dot{\theta}_0 \cos \theta_0) \vec{i} + (\dot{y} + b_0 \dot{\theta}_0 \sin \theta_0) \vec{j} \\ \vec{v}_{l_0} &= (\dot{x} - b_0 \dot{\theta}_0 \cos \theta_0) \vec{i} + (\dot{y} - b_0 \dot{\theta}_0 \sin \theta_0) \vec{j} \end{aligned} \quad (3)$$

و بردار سرعت چرخهای چپ و راست ربات پیرو نیز با مشتق گیری از رابطه (۲) به صورت بدست می آید:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{r_1} &= (\dot{x} + d \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + b_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1) \vec{i} + (\dot{y} - d \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + b_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1) \vec{j} \\ \vec{v}_{l_1} &= (\dot{x} + d \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - b_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1) \vec{i} + (\dot{y} - d \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - b_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1) \vec{j} \end{aligned} \quad (4)$$

لذا با توجه به روابط بدست آمده و انتخاب بردار مختصات $\vec{q} = [x \ y \ \theta_0 \ \theta_1 \ \theta_{r_1} \ \theta_{l_1} \ \theta_{r_0} \ \theta_{l_0}]^T$ ، قیود غیرهولونومیک عدم لغزش جانبی و طولی چرخ‌های ربات کشنده-پیرو به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} -\dot{x}\sin\theta_1 + \dot{y}\cos\theta_1 - d\dot{\theta}_1 &= 0 \\ \dot{x}\cos\theta_1 + \dot{y}\sin\theta_1 + b_2\dot{\theta}_1 - r\dot{\theta}_{r_1} &= 0 \\ \dot{x}\cos\theta_1 + \dot{y}\sin\theta_1 - b_2\dot{\theta}_1 - r\dot{\theta}_{l_1} &= 0 \\ -\dot{x}\sin\theta_0 + \dot{y}\cos\theta_0 &= 0 \\ \dot{x}\cos\theta_0 + \dot{y}\sin\theta_0 + b_1\dot{\theta}_0 - r\dot{\theta}_{r_0} &= 0 \\ \dot{x}\cos\theta_0 + \dot{y}\sin\theta_0 - b_1\dot{\theta}_0 - r\dot{\theta}_{r_0} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

همچنین رابطه قیود غیرهولونومیک در فرم ماتریسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A\vec{q} = 0 \quad (6)$$

که در آن ماتریس A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 & b_2 & -r & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 & -b_2 & 0 & -r & 0 & 0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta_0 & \sin\theta_0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & -r & 0 \\ \cos\theta_0 & \sin\theta_0 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \quad (7)$$

لذا ماتریس فضای پوچی A نیز با ماتریس S نمایش داده شده و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\theta_0 & \frac{r}{2}\cos\theta_0 \\ \frac{r}{2}\sin\theta_0 & \frac{r}{2}\sin\theta_0 \\ \frac{r}{2b_0} & -\frac{r}{2b_0} \\ \frac{r}{2d}\sin(\theta_0 - \theta_1) & \frac{r}{2d}\sin(\theta_0 - \theta_1) \\ \frac{d\cos(\theta_0 - \theta_1) + b_1\sin(\theta_0 - \theta_1)}{2d} & \frac{d\cos(\theta_0 - \theta_1) + b_1\sin(\theta_0 - \theta_1)}{2d} \\ \frac{d\cos(\theta_0 - \theta_1) - b_1\sin(\theta_0 - \theta_1)}{2d} & \frac{d\cos(\theta_0 - \theta_1) - b_1\sin(\theta_0 - \theta_1)}{2d} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

اکنون، معادله سینماتیک ربات کشنده-پیرو با در نظر گرفتن روابط قبل، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\vec{q} = S \cdot v \quad (۹)$$

که در آن $v = [\dot{\theta}_{r_0} \quad \dot{\theta}_{l_0}]$ بردار سرعت چرخهای محرک کشنده می‌باشد. از طرفی با توجه به قیود غیرهولونومیک حاکم بر ربات کشنده-پیرو، از اصل ضرایب لاگرانژ برای استخراج معادلات ربات به صورت زیر ارایه می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_k} \right) = f_k - \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{ik} \quad (۱۰)$$

که در آن n تعداد قید سیستم، λ_i ضرایب لاگرانژ، f_k نیروهای تعمیم یافته و L تفاوت انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم می‌باشد. به منظور استفاده از رابطه (۱۰) انرژی جنبشی سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \left(\frac{1}{2} m_0 v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_0^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{w_0} v_{R_0}^2 + \frac{1}{2} I_{w_0} \dot{\theta}_{R_0}^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{w_0} v_{L_0}^2 + \frac{1}{2} I_{w_0} \dot{\theta}_{L_0}^2 \right) + \dots \quad (۱۱)$$

$$\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{w_1} v_{R_1}^2 + \frac{1}{2} I_{w_1} \dot{\theta}_{R_1}^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{w_1} v_{L_1}^2 + \frac{1}{2} I_{w_1} \dot{\theta}_{L_1}^2 \right)$$

لازم به ذکر است که در رابطه بالا، اینرسی و جرم چرخهای ربات در نظر گرفته شده و با انتخاب مناسب مختصات تعمیم یافته، معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن دینامیک چرخها استخراج می‌شود. همچنین انرژی پتانسیل سیستم برابر با صفر بوده و بنابراین معادلات دینامیک سیستم در فرم ماتریسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (۱۲)$$

که در آن M ماتریس اینرسی سیستم، V بردار نیروهای غیرخطی، E ماتریس ضرایب گشتاور ورودی چرخهای کشنده، τ گشتاور ورودی چرخهای کشنده و A ماتریس قید می‌باشد. مقادیر مربوط به رابطه (۱۲) به صورت زیر تعریف می‌شود:

که در آن مقادیر ماتریس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}\bar{M}(q) &= S^T M(q) S \\ \bar{V}(q, \dot{q}) &= S^T (M \dot{S} v + V(q, \dot{q})) \\ \bar{E}(q) &= S^T E(q)\end{aligned}\quad (18)$$

۳- کنترل خطی سازی ورودی-خروجی ربات متحرک

در این بخش به منظور کنترل موقعیت ربات متحرک چرخدار کشنده-پیرو، از روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی استفاده می‌شود [۱۶]. شماتیک بلوک دیاگرام کنترلی در شکل (۲) نشان داده شده است. لذا بردار خروجی سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

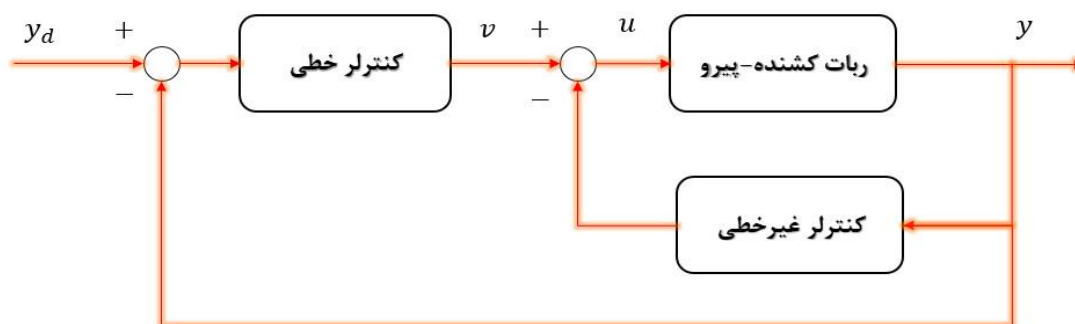
$$z = h(q) = \begin{bmatrix} x + a_0 \cos \theta_0 \\ y + a_0 \sin \theta_0 \end{bmatrix}\quad (19)$$

در ادامه با مشتق گیری پیاپی از رابطه (۱۹) به اثر ورودی گشتاور در معادلات مشخص خواهد شد.

$$z^{(n)} = v = L_f^n h(x(t)) + L_g L_f^{n-1} h(x(t)) u(t)\quad (20)$$

ورودی جدید مشتق مرتبه آن از خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شود که با u نمایش داده می‌شود و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u = A^{-1}(v - B)\quad (21)$$



شکل ۲ شماتیک بلوک دیاگرام کنترلی به روش خطی سازی ورودی-خروجی

که در آن A ماتریس ضرایب گشتاور و B ترم های حاصل از رابطه (۲۱) و v خروجی به منظور ردیابی مسیر مطلوب به صورت زیر تعریف می شود:

$$v = \begin{bmatrix} k_1(x_d - x) + k_2(\dot{x}_d - \dot{x}) + \ddot{x}_d \\ k_3(y_d - y) + k_4(\dot{y}_d - \dot{y}) + \ddot{y}_d \end{bmatrix} \quad (22)$$

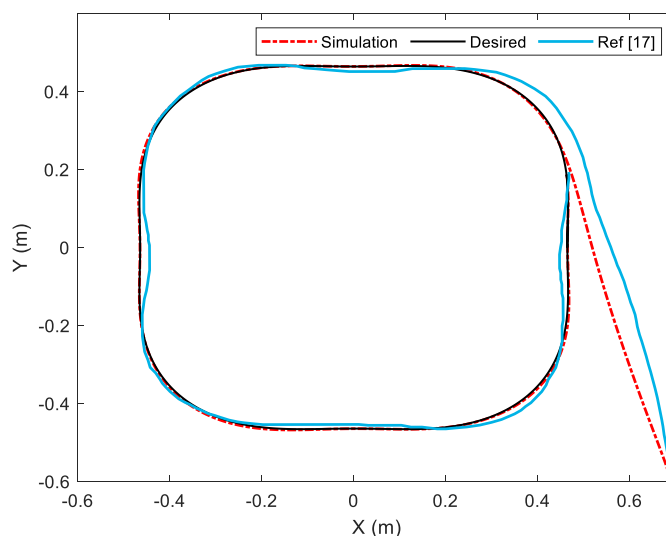
۴- شبیه سازی و نتایج

در این بخش، به شبیه سازی و ارزیابی نتایج حرکت ربات متحرک چرخدار کشنده-پیرو با استفاده از کنترل کننده خطی ساز ورودی-خروجی پرداخته می شود. به منظور شبیه سازی حرکت ربات متحرک، پارامترهای فیزیکی و مقادیر مربوط به آن در جدول (۱) ارائه شده است.

در شبیه سازی اول، به منظور صحت سنجی روابط دینامیکی استخراج شده برای ربات متحرک کشنده-پیرو، ردیابی مسیر مشخصی توسط ربات انجام شده و با مرجع [۲۰] مقایسه می شود. در شکل (۳) مسیر ردیابی شده توسط کشنده ربات متحرک نشان داده شده است.

جدول ۱ مشخصات فیزیکی ربات کشنده-پیرو

واحد	مقدار	پارامتر ربات
Kg	$m_0 = 0.9$ $m_1 = 0.33$	جرم کشنده و پیرو
kg.m ²	$I_0 = 0.0035$ $I_1 = 0.00078$	ممان اینرسی کشنده و پیرو
kg.m ²	$I_{w_0} = 0.00005$ $I_{w_1} = 0.00005$	ممان اینرسی چرخ ها
m	$r = 0.026$	شعاع چرخ ها
m	$a_0 = 0.029$ $a_1 = 0$	فاصله چرخ ها تا مرکز ربات



شکل ۳ ردیابی مسیر مشخص توسط کشنده ربات متحرک

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، مدل‌سازی دینامیکی و روش کنترلی پیشنهادی قابلیت ردیابی مسیر مطلوب را داشته و همچنین مطابق با نتایج مرجع [۱۷]، ربات کشنده به خوبی مسیر تعیین شده را طی کرده است. از طرفی در شبیه‌سازی دوم به حرکت نقطه به نقطه ربات متحرک کشنده-پیرو پرداخته می‌شود. در این شبیه‌سازی شرایط اولیه ربات را مبدا مختصات $\vec{x}_{start} = [0 \ 0]^T$ و نقطه نهایی $\vec{x}_{Goal} = [1 \ 1]^T$ در نظر گرفته شده می‌شود. مسیر حرکت پیموده شده توسط ربات متحرک در شکل (۴) نشان داده شده است. مطابق با شکل (۴)، کشنده و پیرو ربات متحرک به خوبی و در مدت ۴ ثانیه، از نقطه شروع به پایان رسیده‌اند. از طرفی با توجه به زاویه جهت‌گیری اولیه و انتهای رباتهای متحرک و قیود غیرهولونومیک حاکم بر سیستم، مسیر حرکت رباتهای کشنده و پیرو به صورت منحنی است. از طرفی گشتاور محرک وارد بر چرخهای کشنده ربات نیز برای ایجاد این حرکت در شکل (۵) نشان داده شده است.

همانطور که در شکل (۵) نشان داده شده است، موتورهای چرخهای کشنده برای غلبه بر اینرسی سکون کل سیستم، در ابتدا گشتاورهای زیادی اعمال می‌کنند. همچنین با توجه به انحنای مسیر، چرخ راست ربات بایستی گشتاور بیشتری اعمال کند.

از طرفی، در شبیه‌سازی دیگری به ردیابی مسیر مرجع ربات متحرک با استفاده از کنترل‌کننده ربات پرداخته می‌شود. مسیر در نظر گرفته شده به منظور ردیابی توسط ربات کشنده-پیرو به صورت (۲۳) تعریف می‌شود:

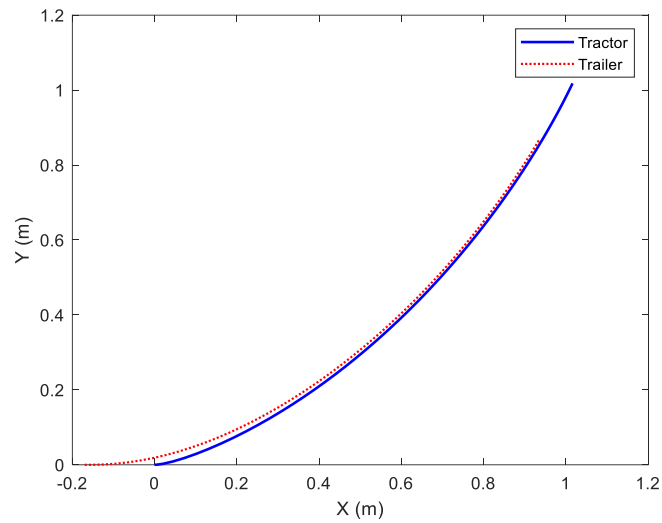
$$\begin{aligned} x_d &= 0.2 \left(20 + \cos\left(\frac{36}{50}t\right) \right) \left(\cos\left(\frac{6}{50}t\right) \right) \\ y_d &= 0.2 \left(20 + \cos\left(\frac{36}{50}t\right) \right) \left(\sin\left(\frac{6}{50}t\right) \right) \end{aligned} \quad (23)$$

مدت زمان شبیه‌سازی برای ردیابی مسیر ۵۰ ثانیه و شرایط اولیه برای ربات $x = [1 \ 1.5 \ \frac{\pi}{4} \ \frac{\pi}{4} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ در نظر گرفته شده است. ردیابی مسیر مرجع توسط ربات در شکل (۶) نشان داده شده است.

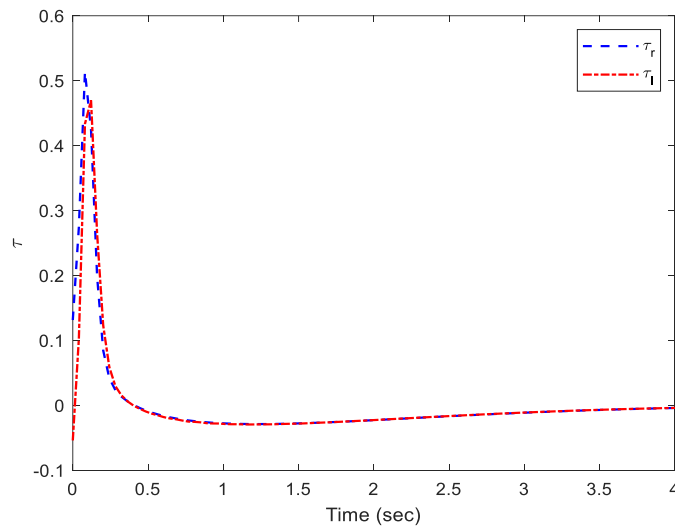
همانطور که در شکل دیده می‌شود، موقعیت اولیه ربات از مسیر مطلوب به علت شرایط اولیه انتخابی فاصله دارد. اما با استفاده از کنترلگر خطی‌ساز ورودی-خروجی، ربات در کمترین زمان به ردیابی مسیر مرجع پرداخته است. خطای ردیابی ربات کشنده-پیرو نسبت به زمان در شکل (۷) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۷)، پس از گذشت حدود ۱۰ ثانیه از زمان حرکت، خطای ردیابی مسیر مرجع به سمت صفر میل می‌کند و ربات متحرک کشنده-پیرو به خوبی به ردیابی کامل مسیر مطلوب رسیده‌است. همچنین گشتاور وارد بر چرخ‌های ربات کشنده به منظور ردیابی مسیر در شکل (۸) نشان داده شده است.

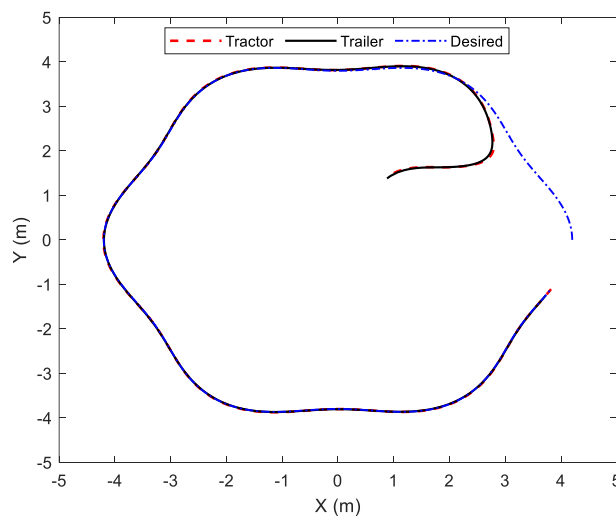
همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، به علت شرایط اولیه انتخاب شده برای ربات کشنده-پیرو در مقایسه با مسیر مرجع، همانگونه که انتظار می‌رود در ابتدای حرکت میزان گشتاور بیشتری به منظور جبران این فاصله و ردیابی مسیر مرجع نیاز می‌باشد.



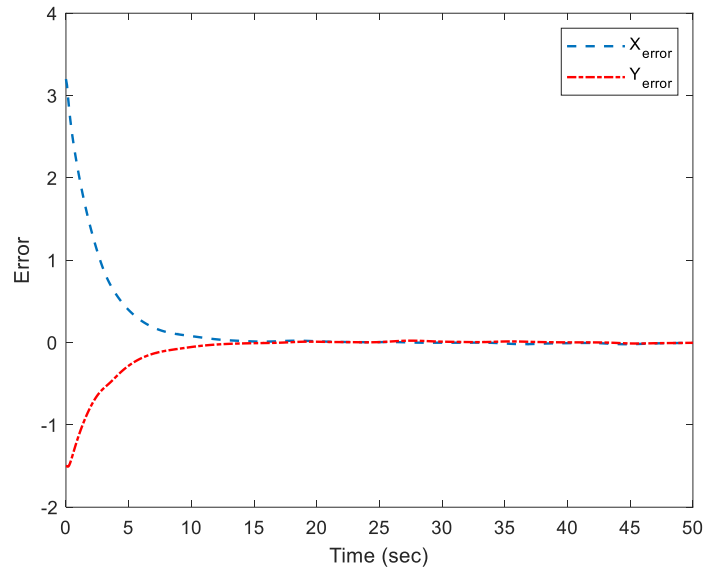
شکل ۴ مسیر پیموده شده توسط کشنده و پیرو



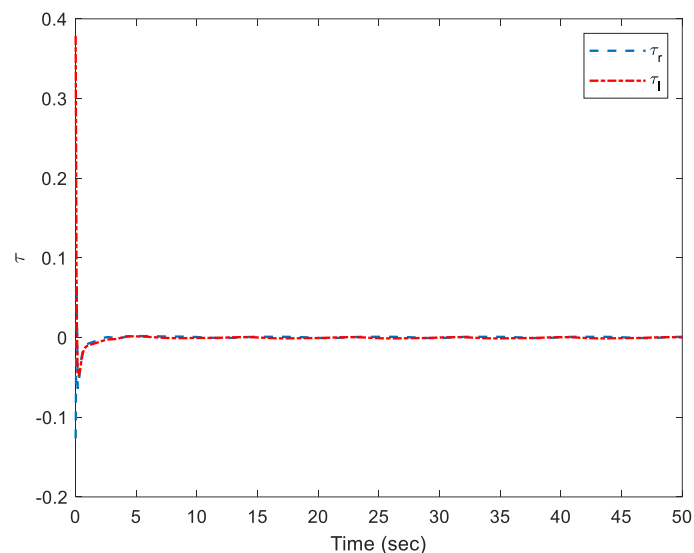
شکل ۵ گشتاور چرخ راست و چپ به منظور حرکت نقطه به نقطه ربات متحرک کشنده-پیرو



شکل ۶ مقایسه مسیر طی شده توسط ربات در مقایسه با مسیر مرجع



شکل ۷ خطای ردیابی مسیر مرجع کشنده ربات متحرک



شکل ۸ گشتاور چرخ چپ و راست ربات کشنده به منظور ردیابی مسیر مرجع

۵- نتیجه گیری

در این مقاله به استخراج معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو و کنترل مسیر حرکت ربات با استفاده از روش کنترلی خطی سازی ورودی- خروجی پرداخته شده است. بدین منظور ابتدا با فرض عدم لغزش طولی و جانبی چرخها، قیود سینماتیکی و غیرهونومیک سیستم بدست آمد. برای استخراج معادلات دینامیکی با در نظر گرفتن اینرسی و دینامیک چرخها، انرژی جنبشی چرخهای کشنده و پیرو در تابع لاگرانژ در نظر گرفته شده و از اصل ضرایب لاگرانژ برای بدست آوردن معادلات نهایی ربات متحرک کشنده-پیرو استفاده شد. سپس از روش کنترلی خطی سازی ورودی-خروجی استفاده شد و کنترل مسیر حرکت نقطه به نقطه و ردیابی مسیر انجام شد. شبیه سازی های متنوعی انجام پذیرفت و مسیر حرکت ربات به گونه ای انجام

پذیرفت که قيود غیرهولونومیک بر سیستم را ارضا کند. همچنین گشتاور ورودی کنترل کننده چرخها بسته به نوع مسیر، متغیر بوده است. از طرفی شبیه‌سازی‌های انجام شده با در نظر گرفتن معادلات جدید استخراج شده، صحت‌سنجی و کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] Chen, Z., Liu, Y., He, W., Qiao, H., and Ji, H., "Adaptive-neural-network-based Trajectory Tracking Control for a Nonholonomic Wheeled Mobile Robot with Velocity Constraints", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 68(6), pp. 5057-5067, (2020).
- [2] Ebrahimi, M.S., and Sadedel, M., "Simulation and Control of Omni-directional Mobile Robot", *The Iranian Journal of Mechanical Engineering*, doi: 10.30506/ijmep.2021.532612.1801, Vol 24(1), pp. 181-207, (2022). (in Persian)
- [3] Ben Jabeur, C., and Seddik, H., "Design of a PID Optimized Neural Networks and PD Fuzzy Logic Controllers for a Two-wheeled Mobile Robot", *Asian Journal of Control*, Vol. 23(1), pp. 23-41, (2021).
- [4] Yousuf, B.M., Khan, A.S., and Khan, S.M., "Dynamic Modeling and Tracking for Nonholonomic Mobile Robot using PID and Back Stepping", *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, Vol. 3(3), pp. 71, (2021).
- [5] Nazemizadeh, M., Rahimi, H.N., and Khoiy, K.A., "Trajectory Planning of Mobile Robots using Indirect Solution of Optimal Control Method in Generalized Point-to-point Task", *Frontiers of Mechanical Engineering*, Vol. 7(1), pp. 23-28, (2012).
- [6] Mirzaeinejad, H., and Shafei, A.M., "Nonlinear Predictive Control for Trajectory Tracking of a Mobile Manipulator", *The Iranian Journal of Mechanical Engineering*, doi: 10.30506/ijmep.2020.113453.1626, Vol. 23(2), pp. 66-95, (2021). (in Persian)
- [7] Huang, J., Wen, C., Wang, W., and Jiang, Z.P., "Adaptive Output Feedback Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robot", *Automatica*, Vol. 50(3), pp. 821-831, (2014).
- [8] Azzabi, A., and Nouri, K., "Design of a Robust Tracking Controller for a Nonholonomic Mobile Robot Based on Sliding Mode with Adaptive Gain", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, doi.org/10.1177/1729881420987082, Vol. 18(1), pp. 1-18, (2021).
- [9] Nakamura, Y., Ezaki, H., and Chung, W., "Design of Steering Mechanism and Control of Nonholonomic Trailer Systems", *Journal of the Robotics Society of Japan*, Vol. 17(6), pp. 839-847, (1999).
- [10] Altafini, C., "Some Properties of the General N-trailer", *International Journal of Control*, Vol. 74(4), pp. 409-424, (2001).
- [11] Matsushita, K., and Murakami, T., "Nonholonomic Equivalent Disturbance Based Backward Motion Control of Tractor-trailer with Virtual Steering", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55(1), pp. 280-287, (2008).

- [12] Khalaji, A.K., and Moosavian, S.A.A., "Robust Adaptive Controller for a Tractor-trailer Mobile Robot", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 19(3), pp. 943-953, (2013).
- [13] Kayacan, E., Kayacan, E., Ramon, H., and Saeys, W., "Learning in Centralized Nonlinear Model Predictive Control: Application to an Autonomous Tractor-trailer System", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 23(1), pp. 197-205, (2014).
- [14] Khalaji, A.K., and Moosavian, S.A.A., "Stabilization of a Tractor-trailer Wheeled Robot", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 30(1), pp. 421-428, (2016).
- [15] Khanpoor, A., Khalaji, A.K., and Moosavian, S.A.A., "Modeling and Control of an Underactuated Tractor-trailer Wheeled Mobile Robot", Robotica, Vol. 35(12), pp. 2297-2318, (2017).
- [16] Tarvirdizadeh, B., Spanogianopoulos, S., and Alipour, K., "Control of Nonholonomic Electrically-driven Tractor-trailer Wheeled Robots Based on Adaptive Partial Linearization", 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics, October 23-25, Tehran, Iran, pp. 331-336, (2018).
- [17] Kassaeiyan, P., Tarvirdizadeh, B., and Alipour, K., "Control of Tractor-trailer Wheeled Robots Considering Self-collision Effect and Actuator Saturation Limitations", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 127, pp. 388-411, (2019).
- [18] Binh, N.T., Tung, N.A., Nam, D.P., and Quang, N.H., "An Adaptive Backstepping Trajectory Tracking Control of a Tractor Trailer Wheeled Mobile Robot", International Journal of Control, Automation and Systems, Vol. 17(2), pp. 465-473, (2019).
- [19] Slotine, J.-J. E., and Li, W., "Applied Nonlinear Control", 1th Edition, Vol. 199, No. 1, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, (1991).
- [20] Alipour, K., Robot, A.B., and Tarvirdizadeh, B., "Dynamics Modeling and Sliding Mode Control of Tractor-trailer Wheeled Mobile Robots Subject to Wheels Slip", Mechanism and Machine Theory, Vol. 138, pp. 16-37, (2019).

Abstract

In recent years, development and research on wheeled mobile tractor-trailer robots have been extensively increased. Development of such robot is due to increasing maximum load capacity and reducing fabrication and maintenance costs. In this paper, nonlinear dynamic modeling of the tractor-trailer and its motion control are performed. To do this, governing equations of the mobile tractor-trailer robot are firstly derived taken into account nonholonomic constraints of wheels. Assuming lateral and longitudinal non-slippage of the robot wheels, nonholonomic kinematic constraints of the mobile robot are obtained. For dynamic modeling, the Lagrange principle is implemented and the final form of the nonlinear equations of the tractor-trailer robot is derived. Also, the nonlinear dynamics of the system is presented in state-space form and the input-output linearization control method is employed to control point-to-point motion and trajectory tracking. Various simulations are done and the results demonstrate the correctness of the derived nonlinear dynamics and the applicability of the proposed method to control the wheeled mobile robot. Simulations show the nonholonomic constraints of wheels of the tractor and the trailer has a prominent effect on the point-to-point motion of the mobile robot. Moreover, the obtained results indicate the capability of the proposed modeling procedure for the future researches in this field.