

طراحی مشاهده گر تطبیقی و کنترل کننده تحمل پذیر عیب تطبیقی مد لغزشی بهینه H_∞ برای هلیکوپتر سه درجه آزادی در حضور عیب و اشباع عملگر

میرابوالفضل مختاری^۱
استادیار

کاظم ایمانی^۲
استادیار

در این مقاله یک مشاهده گر تطبیقی^۳ H_∞ بهینه مبتنی بر نامساوی ماتریسی خطی^۴ (LMI) به منظور تخمین عیب^۵ (FE) به همراه یک کنترل کننده تحمل پذیر عیب (FTC) تطبیقی مد لغزشی^۶ (ASM)، H_∞ بهینه مبتنی بر (LMI) برای جبران عیب پیشنهاد شده است. در این رویکرد، حالت های سیستم و اثر انواع عیب های (عیب جمع شونده، کاهش کارایی و قفل شدن عملگر) اتفاق افتاده در عملگر، ناپیوستگی در دینامیک سیستم و عملگرها در حضور اغتشاش خارجی و نویز، توسط مشاهده گر تطبیقی تخمین زده شده است. علاوه بر موارد ذکر شده، در این کار به پدیده اشباع توجه شده است. از آنجایی که در عمل، به ازای سیگنال های کنترلی بزرگ، عملگرها دچار اشباع می شوند، پدیده اشباع عملگرها در این کار مدل سازی شده و اثر اشباع توسط مشاهده گر تخمین زده شده است. در انتها، نتایج شبیه سازی بر روی دینامیک هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر به منظور نشان دادن اثر بخشی رویکرد پیشنهادی، نمایش شده است.

واژه های راهنما : هلیکوپتر سه درجه آزادی، مشاهده گر تطبیقی، LMI، ASMC، تخمین عیب، کنترل تحمل پذیر عیب

۱- مقدمه

قابلیت اطمینان برای سیستم های کنترل پرواز امری بسیار مهم و حیاتی است، زیرا این سیستم ها در کاربردهای عملی ممکن است از عیب های سیستمی خاصی چون: عیب در محرک، عیب در حسگر و عیب در اجزای مختلف سیستم آسیب ببینند. رخداد هر یک از عیب های ذکر شده، مانع دستیابی سیستم های کنترل پرواز به کارهای محول شده ی قبلی می شود و سبب کاهش عملکرد وسیله ی پروازی تحت کنترل آن ها می گردد.

^۱ استادیار، گروه آموزشی خلبانی، دانشکده مهندسی و پرواز، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران
s.abolfazl.mokhtari@aut.ac.ir

^۲ استادیار، گروه آموزشی خلبانی، دانشکده مهندسی و پرواز، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران
imani_ka@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۰۵

^۳ Adaptive Observer

^۴ Linear Matrix Inequality

^۵ Fault Estimation

^۶ Adaptive Sliding Mode Controller

در سال‌های اخیر حفظ عملکرد مقاوم سیستم‌های پروازی، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است و موجب ورود آن‌ها به حوزه‌هایی چون: تخمین عیب^۱ (FE) و کنترل تحمل پذیر عیب (FTC) شده است. برای نمونه می‌توان به [۱، ۲] و منابع موجود در آن‌ها اشاره کرد. رویکردهای FE با هدف تخمین عیب طراحی می‌شوند. سیستم‌های FTC نیز با به کارگیری تخمین عیب انجام گرفته توسط FE، عمل جبران عیب و بازسازی سیستم تحت کنترل را انجام می‌دهند [۳]. وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین^۲ (UAVs)، به دلیل اندازه کوچک خود، قابلیت فرود و برخاست عمودی و پرواز انعطاف پذیر، کاربردهای فراوانی در حوزه نظامی و غیر نظامی دارند [۴]. رویکردهای کنترلی متنوعی برای این قبیل پهپادها به کار گرفته شده است، برای نمونه می‌توان به [۵-۹] اشاره کرد. از جانبی دیگر، با توجه به حساسیت بیشتر در مسئله ایمنی و قابلیت اطمینان پهپادها، طراحی FE و FTC برای سیستم‌های کنترلی پهپادهای بدون سرنشین مافوق صوت، توجه بسیاری از پژوهشگران را در سال‌های اخیر به خود جلب کرده است. نمونه‌ای از این کارها را می‌توان در [۱۰-۱۳] مشاهده کرد. پیاده‌سازی کنترل تحمل پذیر عیب، در اکثر سیستم‌های بدون سرنشین به دلیل تعداد کم محرک‌ها یا حسگرها بسیار چالش برانگیز است. البته در این مورد نیز، استثنائاتی در مورد سیستم‌های هگزوروتور^۳ و اکتوروتور^۴ وجود دارد. سیستم‌های مذکور از عملگرهای افزونه بهره می‌برند.

در این مطالعه تمام حالت‌های سخت‌افزاری افزونه به صورت هوشمندانه به منظور بررسی قابلیت‌های سیستم تخمین عیب و کنترل تحمل پذیر عیب کنار گذاشته شده است. همچنین در این پژوهش، مدل هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر^۵ با موتورهای جفت که در [۱۴] مدل‌سازی شده است، مورد استفاده قرار گرفته است. مدل اشاره شده، توسط بسیاری از محققان به عنوان یک نمونه‌ی تحقیقاتی-آزمایشگاهی استاندارد استفاده شده است. نمونه‌ی مذکور دارای دینامیک صلب با جفت موتور در دو طرف آن است. همچنین محققان بسیاری، به منظور تأیید طرح‌های کنترلی پیشنهادی خود، تمرکزشان را بر استفاده از این مدل، معطوف ساخته‌اند، از جمله‌ی این موارد می‌توان به [۸ و ۱۵-۲۰] اشاره کرد. علاوه بر این، مدل مذکور همچنین می‌تواند نماینده‌ی یک سیستم پروازی بدون سرنشین با بدنه‌ی صلب باشد. در این سیستم هیچ‌گونه افزونگی سخت‌افزاری وجود ندارد. از این رو، سیستم‌های تخمین عیب و کنترل تحمل پذیر عیب برای این نمونه باید بر مبنای عدم استفاده از افزونگی، طراحی و تحلیل گردند. رویکردهای متفاوت تخمین عیب و کنترل تحمل پذیر عیب برای مدل هلیکوپتر کوانسر سه درجه آزادی در سال‌های اخیر ارائه شده است که به عنوان نمونه می‌توان به [۲۱-۲۶] اشاره کرد. در این زمینه، چن و همکاران در [۲۱] یک مشاهده گر مد لغزشی تطبیقی به منظور تخمین عیب عملگر برای یک مدل هلیکوپتر غیرخطی لپ‌شیتز^۶، بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی پیشنهاد داده‌اند. در کار آن‌ها، عیب‌ها با خطاهای در نهایت محدود^۷ (UUB) تخمین زده شده و کنترل

¹ Fault estimation

² Unmanned aerial vehicles

³ hexrotor

⁴ octorotor

⁵ Quanser

⁶ Lipschitz

⁷ Uniformly ultimately bounded

تحمل‌پذیر عیب آن‌ها در خارج از این محدوده انجام شده است. آلفونسو^۱ و گالوو^۲ نیز با در نظر گرفتن سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی به صورت خطی و با فرض وجود عدم قطعیت، اغتشاش خارجی و عیب محرک در سیستم هلیکوپتر، یک رویکرد کنترل تحمل‌پذیر عیب پیش‌بین مدل را بهبود داده‌اند. اما شایان ذکر است که در کنترل پیش بین مدل بهینه‌سازی به صورت آنلاین است، علاوه بر این، کار آن‌ها تخمین عیب را شامل نمی‌شود. نویسندگان اثر قبلی در [۲۳-۲۵] از کنترل‌کننده‌های تحمل‌پذیر عیب تطبیقی در سیستم‌های هلیکوپتر غیر خطی سه درجه آزادی دارای نایقینی به استثنای تخمین عیب به کار برده‌اند. شایان ذکر است که رویکردهای به کار رفته توسط آن‌ها، نمی‌توانند اطلاعات صریح عیب (موقعیت، اندازه و زمان رخداد) را که برای تعمیر و نگهداری سیستم مفید هستند، ارائه دهند. یک رویکرد کنترل تحمل‌پذیر عیب تعقیب‌کننده‌ی خروجی مبتنی بر تخمین عیب نیز در [۲۶] برای یک هلیکوپتر سه درجه آزادی خطی در حضور اغتشاش و عیب‌های محرک نوسانی و دریافت توسعه داده شده است. در کار این نویسندگان، تخمین عیب توسط یک مشاهده‌گر مد لغزشی با مرتبه بالاتر بدست می‌آید و کنترل تحمل‌پذیر عیب بر اساس یک کنترل‌کننده مد لغزشی پس‌گام^۳ و بر اساس تجزیه سیستم بدست می‌آید. رویکردهای تخمین عیب متنوعی نیز برای هلیکوپترهای سه درجه آزادی چند عامله در [۱۷، ۲۷] به کار رفته است.

طی یک کار پژوهشی، یک مشاهده‌گر با ورودی نامعلوم (UIO) خطی و کنترل‌کننده‌ی تحمل‌پذیر عیب به صورت یکپارچه در [۲۰] به منظور تخمین عیب در حضور نایقینی و اغتشاشات خارجی بر اساس خروجی سیستم برای مدل هلیکوپتر سه درجه آزادی خطی توسعه داده شده است. نویسندگان اثر قبل، نیز در [۲۸] یک مشاهده‌گر UIO غیرخطی و کنترل‌کننده‌ی تحمل‌پذیر عیب یکپارچه برای مدل دینامیکی هلیکوپتر سه درجه آزادی غیر خطی در حضور نایقینی و عیب عملگر پیشنهاد کرده‌اند. با توجه به این‌که، در کار این نویسندگان اثر عیب در سیستم به عنوان یک حالت در نظر گرفته می‌شود از این رو لزوماً عیب باید مشتق‌پذیر باشد، بنابراین در کار آن‌ها عیب مشتق‌ناپذیر، با یک تابع مشتق‌پذیر تقریب زده شده است. انجام تقریب در این صورت موجب ایجاد خطای بیشتر در تخمین عیب می‌شود. از جانبی دیگر مشتق عیب به صورت آنی در دسترس نیست از این رو آن‌ها به ناچار از مشتق عیب با تأخیر استفاده کرده‌اند.

یک موضوع بسیار مهم دیگر که سیستم‌های موجود از آن رنج می‌برد مسئله‌ی رخداد اشباع در محرک است. محرک‌ها در واقعیت دارای یک حد آستانه هستند و اعمال مقادیر بیشتر از حد آستانه‌ی آن‌ها به منظور افزایش دقت سیستم، سبب به اشباع رفتن عملگر و عدم کارکرد درست سیستم می‌شود. پدیده‌ی اشباع محرک در سیستم‌های پروازی اکثراً تابعی از طراحی سیستم در هواپیماهای واقعی است. رخداد این موضوع در هواپیماهای با اندازه‌ی واقعی موضوعی غیر قابل اغماض است. از این رو، لازم است مطالعه‌ی درباره تأثیر اشباع محرک بر عملکرد کنترل تحمل‌پذیر عیب برای یک هواپیمای بدون سرنشین انجام گیرد. در سال‌های اخیر مسئله‌ی اشباع محرک برای هلیکوپترهای سه درجه آزادی در [۲۹] با استفاده از یک روش کنترل مبتنی بر وارونگی و توسط ژانگ و همکاران در [۳۰] با یک جبران‌کننده ضد باد مورد توجه قرار گرفته است. با این حال، آنها به

¹ Alfonso

² Galvão

³ backstepping

- رخداد عیب محرک توجه نکرده‌اند. در [۲۸] به موضوع اشباع به همراه عیب در عملگر توجه شده است. اما فرض شده است که عیب باید مشتق پذیر باشد. از این رو در این مقاله موارد مهم زیر پوشش داده شده است:
۱. طراحی مشاهده گر تطبیقی H_∞ بهینه مبتنی بر LMI در حضور اغتشاش خارجی و عدم اطلاع از حد بالای آن و طراحی کنترل کننده‌ی تحمل پذیر عیب H_∞ بهینه تطبیقی مد لغزشی مبتنی بر LMI.
 ۲. تخمین حالت‌های سیستم و انواع عیب جمع شونده‌ی نوسانی و دریافت، کاهش کارایی و قفل شدن عملگر.
 ۳. مدل سازی اشباع در عملگر و تخمین آن توسط مشاهده گر.
 ۴. عدم لزوم فرض مشتق پذیری عیب. بر خلاف [۲۸] که در آن لازم است مشتق عیب در حالت‌های سیستم قرار گیرد و این موضوع سبب محدودیت در پیاده سازی عملی می شود.
 ۵. تخمین نایقینی دینامیک سیستم و عملگر.
 ۶. محاسبه‌ی بهینه بهره‌های مشاهده گر و کنترل کننده.
 ۷. ارائه‌ی الگوریتم به منظور به کارگیری آسان رویکرد پیشنهادی و افزایش دقت تخمین مشاهده گر.
 ۸. به کارگیری تخمین‌های صورت گرفته شده توسط مشاهده گر در کنترل کننده‌ی تحمل پذیر عیب و بازسازی سیستم.
 ۹. به کارگیری رویکردهای ذکر شده در حضور نویز بر روی سیستم حساس هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر. ساختار مقاله به صورت روند پیش رو طبقه بندی شده است: در بخش ۱، مقدمه بیان شده است. در بخش ۲، نکات و لم‌های مورد استفاده ارائه شده است. در بخش ۳، دینامیک سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر بیان گردیده است. در بخش ۴، مشاهده گر تطبیقی طراحی شده است. در بخش ۵، الگوریتم طراحی مشاهده گر ارائه گردیده است. در بخش ۶، کنترل کننده‌ی تحمل پذیر عیب تطبیقی مد لغزشی طراحی شده است. بخش ۷، نتایج شبیه سازی به منظور نشان دادن اثر بخشی رویکردهای پیشنهادی نمایش داده شده است.

۲- نکات و لم‌های مورد استفاده در اثبات

لم ۱ [۳۱]. (نامساوی ریلی^۱) یک ماتریس متقارن غیر تکین $Q \in R^{n \times n}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید که λ_{min} و λ_{max} به ترتیب حداقل و حداکثر مقادیر ویژه Q باشند. تحت این شرایط، برای هر $x \in R^n$ داریم:

$$\lambda_{min}(Q)\|x\|^2 \leq x^T Q x \leq \lambda_{max}(Q)\|x\|^2$$

لم ۲ [۳۲]. فرض کنید که D, S و F ماتریس‌های حقیقی و با ابعاد مناسب هستند و ماتریس F نیز شرط $F^T F \leq I$ را برآورده سازد. برای هر پارامتر عددی $\varepsilon > 0$ و بردارهای $x, y \in R^n$ داریم:

$$2x^T D F S y \leq \varepsilon^{-1} x^T D D^T x + \varepsilon y^T S^T S y$$

لم ۳. (مور-پنروز معکوس مجازی^۲) فرض کنید که $m, n \in \mathbb{N}$ و $C \in R^{m \times n}$ باشد. اگر C مرتبه کامل باشد یعنی $rank(C) = m \leq n$ است، وجود دارد یک $C C^T$ که تکین نیست، سپس C^\dagger یک مور پنروز معکوس مجازی برای C است. بدین معنی که $C C^\dagger = I_m$ است و فرم بسته‌ی زیر را خواهیم داشت:

¹ Rayleigh inequality

² Moore-Penrose pseudo inverse

$$C^\dagger = C^T(CC^T)^{-1}$$

لم ۴ [۳۱]. (خلیل) فرض کنید که $f(x, t) : [a, b] \times D \rightarrow R^m$ برای برخی از محدوده‌ها پیوسته و $D \subset R^n$ باشد فرض کنید که $[\partial f / \partial x]$ وجود داشته باشد و بر روی $[a, b] \times D$ پیوسته باشد. سپس f به صورت محلی لیپشیتز خواهد بود در x بر روی $[a, b] \times D$ و برای یک مجموعه محدب $W \subset D$ یک ثابت $L \geq 0$ وجود دارد که $\|\varphi(x, t)\| \leq L$ روی $[a, b] \times W$. سپس برای هر $x, y \in W$ و $t \in [a, b]$,

$$\|\varphi(x, t) - \varphi(y, t)\| \leq L_\varphi \|x - y\|,$$

۳- فرمولاسیون دینامیک هلیکوپتر سه درجه آزادی

در این مقاله حرکت گام^۱ و ارتفاع^۲ سیستم غیر خطی هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر مطابق شکل (۱) که در [۱۴] استخراج شده است به کار گرفته شده است. دینامیک این سیستم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} J_\varepsilon \ddot{\varepsilon} &= K_f L_a \cos(p) (F_f + F_b) - m_h g L_a \sin(\varepsilon) + w_\varepsilon \\ J_p \ddot{p} &= K_f L_h (F_f - F_b) + w_p \end{aligned} \quad (۱)$$

که پارامترهای فیزیکی به کار رفته در آن عبارت‌اند از: ε زاویه ارتفاع، p زاویه گام، F_f و F_b به ترتیب ولتاژ کنترلی موتورهای جلو و عقب، J_p و J_ε به ترتیب ممان اینرسی محورهای ارتفاع و گام، K_f نیروی پروانه، m_h جرم هلیکوپتر، L_a فاصله در راستای محور حرکت و بدنه هلیکوپتر، L_h فاصله بین محور گام و هر موتور، g ثابت گرانش زمین، w_p و w_ε اغتشاش‌های خارجی نامعلوم و محدود هستند. بردارهای حالت سیستم به صورت، $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (\varepsilon, p, \dot{\varepsilon}, \dot{p})^T$ ، بردارهای ورودی به صورت $(F_f, F_b)^T = u = (u_1, u_2)^T$ و بردار خروجی نیز به صورت $y = (\varepsilon, p, \dot{\varepsilon}, \dot{p})^T$ تعریف شده است. فرض کنید که موتورهای جلو و عقب به ترتیب از اشباع و عیب‌های نامعلوم محرک‌ها که به ترتیب عبارت‌اند از: f_{a1} و f_{a2} رنج می‌برند. عیب‌هایی که ممکن است در محرک‌های سیستم کنترل پرواز یا هلیکوپتر رخ دهند، از نوع عیب‌های نوسانی [۳۳] یا عیب دریافت [۳۴] هستند. ورودی کنترلی و عیب که به عملگر اعمال می‌شود مطابق شکل (۲) قابل نمایش است. در این صورت، ورودی کنترلی و عیب پس از عبور از عملگر دارای محدوده‌ی اشباع، به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$u_i = \text{sat}(u_{ideali} + f_{ai}) \quad i = 1, 2 \quad (۲)$$

که در آن u_{ideal} ورودی کنترلی ایده‌آل طراحی شده است و $\text{sat}(\cdot)$ نشان‌دهنده‌ی تابع اشباع است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

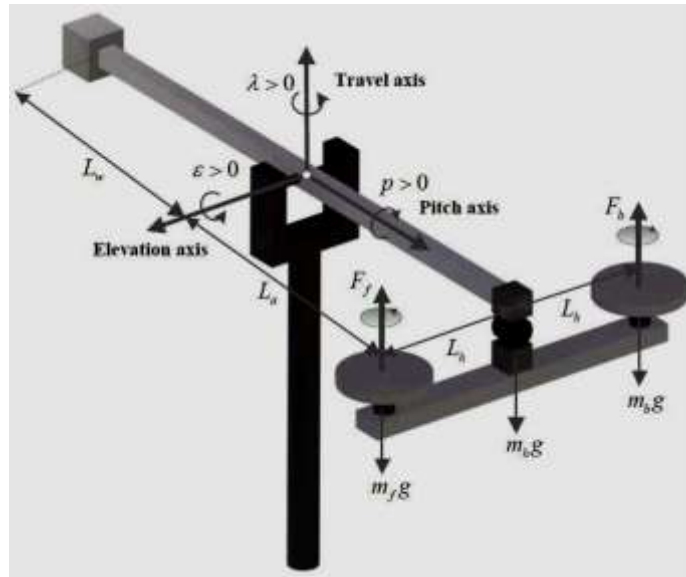
$$\text{sat}(r) = \begin{cases} \text{sign}(r)u_{max}, & |r| \geq u_{max} \\ r & |r| < u_{max} \end{cases} \quad (۳)$$

که در آن r به عنوان ورودی به عملگر و u_{max} حداکثر ولتاژ اعمالی به عملگر است. ورودی کنترلی u سیستم (۱) می‌تواند به صورت زیر باز نویسی شود:

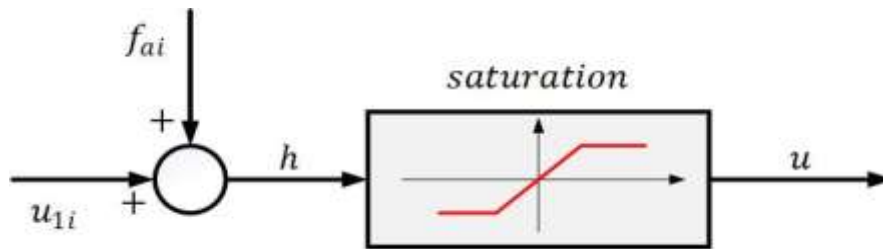
$$u = u_{ideal} + f_u \quad (۴)$$

¹ Pitch

² Elevation



شکل ۱- دیاگرام بدنه‌ی آزاد هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر [۱۴]



شکل ۲- مدل عملگر در حضور رخداد عیب و اشباع

که در آن بردار ورودی کنترلی طراحی شده است و $f_u = (f_{u1}, f_{u2})^T$ بردار عیب ترکیبی عملگر است که به صورت $f_{ui} = u_i - u_{ideali}$ تعریف می‌شود و در آن $i = 1, 2$ است. نکته ۱: در واقعیت، محرک‌های هلیکوپتر ممکن است، از قفل شدن و یا کاهش بخشی از کارایی خود رنج ببرند [۳۴، ۳۵]. در این حالت، ورودی‌های کنترلی اعمال شده به هلیکوپتر به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$u_i = \text{sat}(\rho_i u_{ideali} + u_{si}), \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

که در آن ρ_i بیانگر از دست رفتن بخشی از کارایی عملگر است و دارای یک مقدار در بازه‌ی $[0, 1]$ است. u_{si} نیز نشان‌دهنده‌ی قفل شدن عملگر نام است. مدل عملگر (۵) می‌تواند به طور مجدد به صورت زیر بازنویسی شود:

$$u = u_{ideal} + f_u \quad (6)$$

که در آن بردار ورودی کنترلی طراحی شده است و $f_u = (f_{u1}, f_{u2})^T$ بردار عیب ترکیبی عملگر است که به صورت $f_{ui} = u_i - u_{ideali}$ تعریف می‌شود که در آن $i = 1, 2$ است. از آنجایی که (۴) و (۶) به یک فرمولاسیون منتهی شدند، رویکرد تخمین عیب و کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهاد شده در این مقاله می‌تواند بدون هیچ تغییری به طور مستقیم برای تخمین و جبران اثر عیب جمع‌شونده، اشباع، قفل شدن و از بین رفتن بخشی از کارایی عملگرها استفاده شود.

مطابق با مطالب بیان شده در فوق، مدل فضای حالت معادله‌ی (۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)(u_{ideal} + f_u) + \varphi(x) + \Delta\varphi(x) + Dd \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $d = (d_1, d_2)^T$ و

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & b_1 \\ b_2 & b_2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \varphi(x) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_1(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = I, \quad \Delta A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,1\sin(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Delta B &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,1\cos(t) & 0 \\ 0 & 0,1\cos(t) \end{pmatrix}, \quad \Delta\varphi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,2\cos(t) \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

که در آن $d_2 = w_p/J_p$ ، $d_1 = w_\varepsilon/J_\varepsilon + b_1(\cos(x_2) - 1)u_{ideal1} + f_{u1} + u_{ideal2} + f_{u2}$ ، $g_1(x) = -m_hgL_a\sin(x_1)/J_\varepsilon$ ، $b_2 = K_fL_h/J_p$ و $b_1 = K_fL_a/J_\varepsilon$ است. در رابطه‌ی (۷)، d یک عدم قطعیت محدود در سیستم است که از اغتشاشات خارجی ناشی می‌شود.

نکته ۲: سیستم (۷) مشاهده‌پذیر و کنترل‌پذیر است.

نکته ۳: مطابق لم‌های ذکر شده، تابع غیر خطی $\varphi(x)$ شرط لیپ شیتز را با رابطه‌ی $L_\varphi = (m_hgL_a)/J_\varepsilon$ برآورده می‌کند.

۴- طراحی مشاهده‌گر تطبیقی

در این بخش یک مشاهده‌گر تطبیقی مبتنی بر LMI به منظور تخمین حالت‌های سیستم و عیب طراحی شده است، برای این منظور فضای حالت ارائه شده از سیستم در معادله‌ی (۷) مطابق زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu_{ideal} + \varphi(x) + Dd + Ef_A \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (۸)$$

که در آن $f_A = \Delta Ax + Bf_u + \Delta B(u_{ideal} + f_u) + \Delta\varphi(x)$ است. در این مقاله فرض می‌شود که $\|f_A\| \leq f_1$ و $f_A \neq 0$

دینامیک مشاهده‌گر تطبیقی نیز به صورت زیر می‌تواند نوشته شود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu_{ideal} + \varphi(\hat{x}) + Ef_A - L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \quad (۹)$$

که در آن $\hat{x} \in R^n$ تخمین حالت های سیستم است. $L \in R^{n \times p}$ بهره ی مشاهده گر تطبیقی می باشد و باید به گونه ای انتخاب شود که $(A - LC)$ ماتریسی پایدار باشد. خطاهای تخمین نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$e_x = \hat{x}(t) - x(t), \quad e_y = \hat{y}(t) - y(t), \quad e_f = \hat{f}_A(t) - f_A(t) \quad (10)$$

بر اساس روابط (۸)، (۹) و (۱۰)، مشتق خطاهای تخمین نسبت به زمان به صورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= (A - LC)e_x + E e_f + (\varphi(\hat{x}(t)) - \varphi(x(t))) - Dd \\ \dot{e}_f &= \hat{f}_A - \dot{f}_A \end{aligned} \quad (11)$$

با توجه به فرمول بندی فوق، اکنون ما آماده ارائه نتایج مهم این مقاله هستیم. در ادامه یک رویکرد جدید الگوریتم وار جهت بهبود کارایی تخمین عیب پیشنهاد گردیده است و پایداری دینامیک های خطا نیز با استفاده از قضیه ی زیر تضمین شده است:

قضیه ۱: برای هر پارامتر مثبت δ, α و μ ، دینامیک های خطا در معادله ی (۱۱) پایدار با کارایی $\|G_d\|_\infty < H_\infty$ است، اگر ماتریس مثبت معین P و پارامترهای مثبت G, ε و γ وجود داشته باشند به طوری که:

$$E^T P = FC \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & \pi_5 \\ * & \pi_5 & \pi_6 & 0 & 0 \\ * & * & \pi_7 & 0 & 0 \\ * & * & * & \pi_8 & 0 \\ * & * & * & * & \pi_9 \end{pmatrix} < 0 \quad (13)$$

که در آن $\pi_3 = \pi_2 = \delta^{-1} A^T P E - C^T Y^T E + 2PE$ ، $\pi_1 = PA + A^T P - YC - C^T Y^T + \varepsilon L_f^2 I$ ، $\pi_4 = P$ ، $\pi_5 = -PD$ ، $\pi_7 = -\alpha^2 I$ ، $\pi_6 = \delta^{-1} E^T P D$ ، $\pi_5 = -2 \delta^{-1} E^T P E + \gamma E^T E + \delta^{-1} \mu^{-1} G$ ، $\pi_8 = -\varepsilon I$ و $\pi_9 = -\gamma (L_f^2 I)^{-1}$ است. پس از حل ماتریس تحقق پذیر فوق با استفاده از حل کننده ی Yalmip متلب، ماتریس بهره ی مشاهده گر L بدست می آید. قانون تطبیق به کار گرفته شده در این مقاله جهت تخمین عیب نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\dot{\hat{f}}_A = -\Gamma F(\dot{e}_y - \delta e_y) \quad (14)$$

$$L = P^{-1} Y \quad (15)$$

که در آن $\Gamma \in R^{n \times n}$ ماتریس مثبت معین و نرخ یادگیری است و δ یک پارامتر مثبت به منظور ایجاد یک درجه آزادی برای طراحی مشاهده گر در قضیه (۱) است.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = e_x^T P e_x + \delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} e_f \quad (16)$$

در این صورت، مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{V}(t) = \dot{e}_x^T P e_x + e_x^T P \dot{e}_x + 2 \delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} \dot{e}_f \quad (17)$$

با جایگذاری (۱۱)، (۱۲) و (۱۴) در (۱۷) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e_x^T (P(A - LC) + (A - LC)^T P) e_x + 2e_x^T P E e_f + 2e_x^T P (\varphi(\hat{x}(t)) - \varphi(x(t))) \\ &\quad - 2e_x^T P D d - 2 \delta^{-1} e_f^T E^T P (\dot{e}_x - \delta e_x) - 2 \delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} \dot{f}_A \end{aligned} \quad (18)$$

مطابق با (۱۱) می توان نشان داد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & e_x^T (P(A-LC) + (A-LC)^T P) e_x + 2e_x^T P E e_f + 2e_x^T P (\varphi(\hat{x}(t)) - \varphi(x(t))) \\ & - 2e_x^T P D d \\ & - 2\delta^{-1} e_f^T E^T P ((A-LC)e_x + E e_f + (\varphi(\hat{x}(t)) - \varphi(x(t)))) - Dd \\ & - \delta e_x) - 2\delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} f_A \end{aligned} \quad (19)$$

فرض کنید که $\tilde{\varphi}(x) = \varphi(\hat{x}(t)) - \varphi(x(t))$ باشد سپس می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & e_x^T (P(A-LC) + (A-LC)^T P) e_x + 2e_x^T P E e_f + 2e_x^T P \tilde{\varphi}(x) - 2e_x^T P D d \\ & - 2\delta^{-1} e_f^T E^T P (A-LC) e_x - 2\delta^{-1} e_f^T E^T P E e_f - 2\delta^{-1} e_f^T E^T P \tilde{\varphi}(x) \\ & + 2\delta^{-1} e_f^T E^T P D d + 2e_f^T E^T P e_x - 2\delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} f_A \end{aligned} \quad (20)$$

با استفاده از لم های ۲ و ۴ بدست می آید:

$$\begin{aligned} 2e_x^T P \tilde{\varphi}(x) & \leq e_x^T (\varepsilon^{-1} P P + \varepsilon L_f^2 I) e_x \\ -2e_f^T E^T P \tilde{\varphi}(x) & \leq e_f^T (\theta^{-1} E^T E) e_f + e_x^T (\theta L_f^2 P B B^T P) e_x \\ -2\delta^{-1} e_f^T \Gamma^{-1} f_A' & \leq e_f^T (\delta^{-1} \mu^{-1} G) e_f + \delta^{-1} \mu f_A'^T \Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1} f_A' \\ & \leq e_f^T (\delta^{-1} \mu^{-1} G) e_f + \delta^{-1} \mu f_1^2 \lambda_{\max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1}) \end{aligned} \quad (21)$$

کارایی H_∞ می تواند به صورت زیر حاصل شود:

$$J = \int_0^\infty (-\alpha^2 d^T d) dt < 0 \quad (22)$$

تحت شرایط اولیه صفر، می توان نوشت:

$$\begin{aligned} J & = \int_0^\infty (-\alpha^2 d^T d + \dot{V}(t)) dt - \int_0^\infty (\dot{V}(t)) dt < 0 \\ & = \int_0^\infty (-\alpha^2 d^T d + \dot{V}(t)) dt - V(\infty) + V(0) \\ & \leq \int_0^\infty (-\alpha^2 d^T d + \dot{V}(t)) dt \end{aligned}$$

برای برآورده کردن شرط (۲۲) باید شرط زیر برآورده شود:

$$J_1 = -\alpha^2 d^T d + \dot{V}(t) < 0 \quad (23)$$

با تعریف $\xi = \begin{pmatrix} e_x \\ e_f \\ d \end{pmatrix}$ و با استفاده از (۲۰)، (۲۱) و (۲۳) می توان نوشت:

$$J_1 = \xi^T \begin{pmatrix} T_1 & T_2 & T_3 \\ * & T_4 & T_5 \\ * & * & T_6 \end{pmatrix} \xi + \delta^{-1} \mu f_1^2 \lambda_{\max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1}) < 0 \quad (24)$$

که در آن

$$\begin{aligned} T_2 & = \delta^{-1} A^T P E - C^T Y^T E + T_1 = P A + A^T P - Y C - C^T Y^T + \varepsilon L_f^2 I + (\varepsilon^{-1} + \theta L_f^2) P B B^T P \\ T_6 & = -\alpha^2 I \text{ و } T_5 = \delta^{-1} E^T P D, T_4 = -2\delta^{-1} E^T P E + \theta^{-1} E^T E + \delta^{-1} \mu^{-1} G, T_3 = P \cdot 2PE \end{aligned}$$

سپس با تعریف $\gamma = \theta^{-1}$ و با استفاده از لم مکمل شور، همچنین با فرض T به عنوان یک ماتریس مثبت معین حاصل می شود:

$$-T = \begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & \pi_4 \\ * & \pi_5 & \pi_6 & 0 & 0 \\ * & * & \pi_7 & 0 & 0 \\ * & * & * & \pi_8 & 0 \\ * & * & * & * & \pi_9 \end{pmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\Delta = \delta^{-1} \mu f_1^2 \lambda_{\max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1})$$

$$\Sigma = \lambda_{\min}(T)$$

با استفاده از (۲۴) و (۲۵) اثبات می‌شود:

$$J_1 < -\Sigma \|\xi\|^2 + \Delta < 0 \quad \text{if} \quad \Delta < \Sigma \|\xi\|^2$$

باتوجه به رابطه‌ی فوق، خطای تخمین دینامیک غیر خطی (۱۱) پایدار است.

۵- الگوریتم طراحی مشاهده گر تطبیقی

در الگوریتم زیر، روند طراحی مشاهده گر تطبیقی مبتنی بر LMI خلاصه شده است:

- گام ۱. محاسبه‌ی ثابت لپ شیتز L_f ، برای سیستم غیر خطی $\varphi(x)$.
- گام ۲. انتخاب عددهای مثبت δ, μ, α و حل LMI تحقق پذیر (۲۵) با استفاده از Yalmip متلب و بدست آوردن ماتریس‌های P و L .
- گام ۳. انتخاب ماتریس مثبت معین Γ و محاسبه قانون تطبیق مشاهده گر تطبیقی (۱۴).
- گام ۴. انجام شبیه‌سازی. در صورتی که خطای تخمین در شبیه‌سازی قابل قبول نباشد، به گام دو برگشته و روند به طور مجدد تکرار شود.

۶- طراحی کنترل تحمل پذیر عیب تطبیقی مد لغزشی

سطح لغزش برای سیستم (۸) مطابق [۳۶] به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$S = N\hat{x} \quad (26)$$

که در آن $S \in R^m$ ، $\hat{x} \in R^n$ ، تخمین حالت سیستم x و $N = B^+ - Y(I_n - BB^+)$ با $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ و یک ماتریس دلخواه $Y \in R^{m \times n}$ است.

مشتق S نیز نسبت به زمان به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{S} = N A x(t) + u(t) + N \varphi(x) + N E f_A(t) + N \dot{e}_x \quad (27)$$

ورودی کنترلی نیز به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$u_{ideal} = u_l + u_n \quad (28)$$

که در آن u_l فیدبک خطی است و به صورت $u_l = -K_x \hat{x} - B^+ E f_A$ ، تعریف می‌شود. $K_x \in R^{m \times n}$ و قابل تعیین است. بخش غیر خطی u_n نیز به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$u_n = \begin{cases} -\rho_s \frac{S}{\|S\|} & S \neq 0 \\ 0 & S = 0 \end{cases}$$

که در آن $\rho_s(t) = \hat{\eta}_s + \varphi_s + \varepsilon_s$ ، $\varepsilon_s > 0$ ثابت‌های طراحی هستند. $\hat{\eta}_s > 0$ بیان کننده‌ی تخمین η_s که به صورت $\eta_s = \|N\|f_0 + \|ND\|d_0 + \|B^+E\|(\bar{f}_A + \|\hat{f}_A\|) + \|K_x\|e_{x0} + N\bar{e}_{x0}$ تعریف می‌شود، که در آن f_0 ، e_{x0} و \bar{e}_{x0} به ترتیب مقادیر نامعلوم فرض شده برای حد بالای $\varphi(x, t)$ ، $\|e_x\|$ و $\|e'_x\|$ هستند. قانون تطبیق $\dot{\hat{\eta}}_s$ نیز به صورت زیر است:

$$\dot{\hat{\eta}}_s = \sigma \|S\| \quad \hat{\eta}_s(0) \geq 0$$

که در آن σ نرخ یادگیری است و در دست طراح است. خطای تخمین η_s به صورت $\tilde{\eta}_s = \eta_s - \hat{\eta}_s$ تعریف می‌شود. در ادامه پایداری سیستم غیر خطی اثبات شده است.

تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_s(t) = \frac{1}{2} (S^T S + \frac{1}{\sigma} \tilde{\eta}_s^2 \tilde{\eta}_s)$$

با مشتق گرفتن از تابع لیپانوف فوق نسبت به زمان و با استفاده از رابطه‌ی (۲۷) و (۲۸) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s(t) &= S^T \dot{S} + \frac{1}{\sigma} \tilde{\eta}_s^2 \dot{\tilde{\eta}}_s \\ &\leq (\omega_s \|x\| + \eta_s - \rho_s(t)) \|S\| - \tilde{\eta}_s \|S\| \\ &\leq (\omega_s \|x\| - \varphi_s - \varepsilon_s) \|S\| \end{aligned}$$

که در آن $\omega_s = \|NA - K_x\|$ است. با انتخاب $\varphi_s > \omega_s \varphi_s$ که در آن $\varphi_s > 0$ است، در ادامه، شرط لغزش و رسیدن به آن برآورده می‌شود. شرط لغزش نیز به صورت $S^T \dot{S} \leq -\varepsilon_s \|S\|$ در مجموعه‌ی $\Omega_s = \{x: \|x\| \leq \varphi_s\}$ تعریف می‌شود. بنابراین، اگر $x(0) \in \Omega_s$ باشد، کنترل کننده‌ی (۲۸) تضمین می‌کند برای همه‌ی $t > \|S(0)\|/\varepsilon_s$ که $S = \dot{S} = 0$ است.

تحلیل پایداری سیستم که مربوط به مد لغزشی است، را در نظر بگیرید. اکنون، فرض کنید سیستم از قبل کنترل شده است تا در مد لغزشی (۲۶) باقی بماند، در این صورت، قانون کنترل معادل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u_{ideal} = -(NAx + N\varphi(x) + NDd) + u_l \quad (29)$$

اکنون با جایگذاری قانون کنترل معادل (۲۹) در (۸)، فرم حلقه بسته (۸) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{x} = (I_n - BN)Ax + (I_n - BN)\varphi(x) + (I_n - BN)Dd - BK_x \hat{x} - BB^+ E \hat{f}_A + E f_A \quad (30)$$

با تعریف $\theta_1 = I_n - BN$ و اضافه کردن ترم‌های $\pm BK_x e_x$ و $\pm E e_f$ به رابطه‌ی (۳۰)، می‌توان نشان داد:

$$\dot{x} = (\theta A - BK_x)x + \theta_1 f \varphi(x) + \theta_1 Dd - BK_x e_x - E e_f \quad (31)$$

اکنون با جایگذاری قانون کنترلی (۲۹) در (۹)، فرم حلقه بسته (۹) نیز به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} - BN Ax - BN \varphi(x) - BNDd - BK_x \hat{x} - BB^+ E \hat{f}_A + f(\hat{x}, t) + E \hat{f}_A(t) - LC e_x \quad (32)$$

سپس با اضافه کردن ترم‌های $\pm BNAe_x$ و $\pm BN\tilde{\varphi}(x)$ به (۳۲) می‌توان به فرم نهایی زیر رسید:

$$\dot{\hat{x}} = (\theta_1 A - BK_x)\hat{x} + \theta_1 \varphi(\hat{x}) + BN\tilde{\varphi}(x) - BNDd + (BNA - LC)e_x \quad (33)$$

بر اساس معادلات (۳۰) و (۳۳) دینامیک خطا به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{e}_x = (A - LC)e_x + \tilde{\varphi}(x) - Dd + Ee_f \quad (34)$$

قضیه ۲: با انتخاب γ_2 ، خطای سیستم حلقه بسته‌ی (۳۱)، پایدار با کارایی H_∞ ، $\|G_d\|_\infty < \gamma_2$ خواهد شد، اگر ماتریس مثبت معین و متقارن P_1 ، عددهای مثبت γ_1 وجود داشته باشند، به طوری که:

$$\begin{pmatrix} Q_{1,1} & P_1\theta_1 D & P_1\theta_1 \\ * & -\gamma_2^2 I & 0 \\ * & * & -\gamma_1 I \end{pmatrix} < 0 \quad (35)$$

$$M = P_1 B K_x \quad (36)$$

که در آن $Q_{1,1} = P_1\theta_1 A + A^T\theta_1^T P_1 - M - M^T + \gamma_1^{-1} P_1\theta_1\theta_1^T P_1 + \gamma_1 L_\varphi^2 I$ است. با توجه به اینکه اثبات شد که خطای تخمین دینامیک (۱۱) پایدار است، لذا در ادامه نیازی به استفاده‌ی مجدد از e_x و e_f برای اثبات پایداری وجود ندارد.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_1(t) = x^T P_1 x \quad (37)$$

مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{V}_1(t) = \dot{x}^T P_1 x + x^T P_1 \dot{x} \quad (38)$$

با جایگذاری (۳۱) در (۳۸) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & x^T (P_1(\theta_1 A - BK_x) + (\theta_1 A - BK_x)^T P_1) x + 1 P_1 \theta_1 \varphi(x) + 2x^T P_1 \theta_1 D d - \\ & 2x^T P_1 B K_x e_x - 2x^T P_1 E e_f \end{aligned} \quad (39)$$

با استفاده از لم ۴ می‌توان نشان داد:

$$2x^T P_1 \theta_1 \varphi(x) \leq x^T (\gamma_1^{-1} P_1 \theta_1 \theta_1^T P_1 + \gamma_1 L_\varphi^2 I) x \quad (40)$$

کارایی H_∞ ، $\|G_d\|_\infty < \gamma_2$ می‌تواند به صورت زیر بدست آید:

$$W = \int_0^\infty (-\gamma_2^2 d^T d) dt < 0 \quad (41)$$

تحت شرایط اولیه‌ی صفر، حاصل می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^\infty (-\gamma_2^2 d^T d + \dot{V}_1(t)) dt - \int_0^\infty (\dot{V}_1(t)) dt < 0 \\ &= \int_0^\infty (-\gamma_2^2 d^T d + \dot{V}_1(t)) dt - V_1(\infty) + V_1(0) \end{aligned}$$

$$\leq \int_0^{\infty} (-\gamma_2^2 d^T d + \dot{V}(t)) dt$$

برای برآورده کردن شرط (۴۱) باید شرط زیر برآورده شود:

$$W_1 = -\gamma_2^2 d^T d + \dot{V}(t) < 0 \quad (42)$$

با تعریف $\xi_1 = \begin{pmatrix} x \\ d \end{pmatrix}$ و با استفاده از (۳۹)، (۴۰) و (۴۲) می توان نوشت:

$$W_1 = \begin{pmatrix} P_1 \theta_1 A + A^T \theta_1^T P_1 - M - M^T + \gamma_1^{-1} P_1 \theta_1 \theta_1^T P_1 + \gamma_1 L_{\phi}^2 I & P_1 \theta_1 D \\ * & -\gamma_2^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad (43)$$

با استفاده از لم مکمل شور می توان رابطه ی (۴۳) را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\begin{pmatrix} Q_{1,1} & P_1 \theta_1 D & P_1 \theta_1 \\ * & -\gamma_2^2 I & 0 \\ * & * & -\gamma_1 I \end{pmatrix} < 0 \quad (44)$$

مطابق با (۴۴) اثبات شد که خطای سیستم حلقه بسته پایدار است.

۷- شبیه سازی

در این بخش شبیه سازی های مربوط به سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی کوانسر با وجود عیب در یک یا چند محرک، به منظور تأیید کارایی مشاهده گر تطبیقی توسعه داده شده و کنترل کننده ی طراحی شده انجام شده است. پارامترهای سیستم هلیکوپتر سه درجه آزادی در جدول (۱) داده شده است. با توجه به محدودیت های مکانیکی، زاویه ارتفاع در بازه ی $\pm 31.75^\circ$ محدود شده و زاویه گام در محدوده ی $\pm 32^\circ$ محدود می شود. محدوده ی ولتاژ موتورهای جلو و عقب $\pm 12V$ است. اغتشاش خارجی که به سیستم هلیکوپتر اعمال می شود به صورت: $W_p = 0.01 \sin(5t)$ و $W_e = 0.01 \sin(10t)$ فرض می شود. برای ارزیابی عملکرد سیستم، یک نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس 0.0012 به اندازه گیری خروجی اضافه شده است. با انتخاب پارامترهای $\delta = 0.4$ ، $\mu = 8.8969 \times 10^{-4}$ ، $\alpha = 0.2$ ، $\gamma_2 = 0.2$ و با حل LMI (۲۵) و (۴۴) پارامترهای مشاهده گر و کنترل کننده به صورت $\varepsilon = 0.0213$ ، $\gamma = 8.8969 \times 10^{-4}$ ، $G = 2.2002 \times 10^{-4}$ ، $\gamma_1 = 0.02 \cdot 10^{-4}$

جدول ۱- پارامترهای هلیکوپتر سه درجه آزادی [۲۸]

مقدار	پارامتر
0.91 kg.m ²	J_e
0.0364 kg.m ²	J_p
0.5 N/V	K_f
1.01 kg	m_h
0.66 m	L_a
0.177 m	L_h
9.81 m/s ²	g

$$P = \begin{pmatrix} 0.259954377 & -0.00000000078 & 0.050045 & 0 \\ -0.00000000078 & 0.202646233 & 0 & 0.0203 \\ 0.050045 & 0 & 0.0299 & 0 \\ 0 & 0.0203 & 0 & 0.0022768 \end{pmatrix},$$

$$L = 10^3 \times \begin{pmatrix} 0.004768 & 0 & -0.001046 & 0 \\ 0 & 0.305533 & 0 & -0.020611 \\ -0.0037422 & 0 & 0.0079671 & 0 \\ 0 & -2.70424 & 0 & 0.2079839 \end{pmatrix},$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.001499 & 0 & 0.000001231 & 0 \\ 0 & 0.00068835785 & 0 & 0.00000025 \\ 0.000001231 & 0 & 0.000000001 & 0 \\ 0 & 0.00000025 & 0 & 0.000000001 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} -0.1 & -0.1 & 1.3788 & 0.2056 \\ -0.1 & -0.1 & 1.3788 & -0.2056 \end{pmatrix}, K_x = \begin{pmatrix} 7.071 & 7.071 & 8.3366 & 7.27381 \\ 7.071 & -7.071 & 8.3366 & -7.27381 \end{pmatrix}$$

پارامترهای دیگر نیز به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\varphi_s = 0.001, \varepsilon_s = 0.01, \sigma = 0.1 \text{ و } \Gamma = 400 \times \text{diag}(1,1,1,1)$$

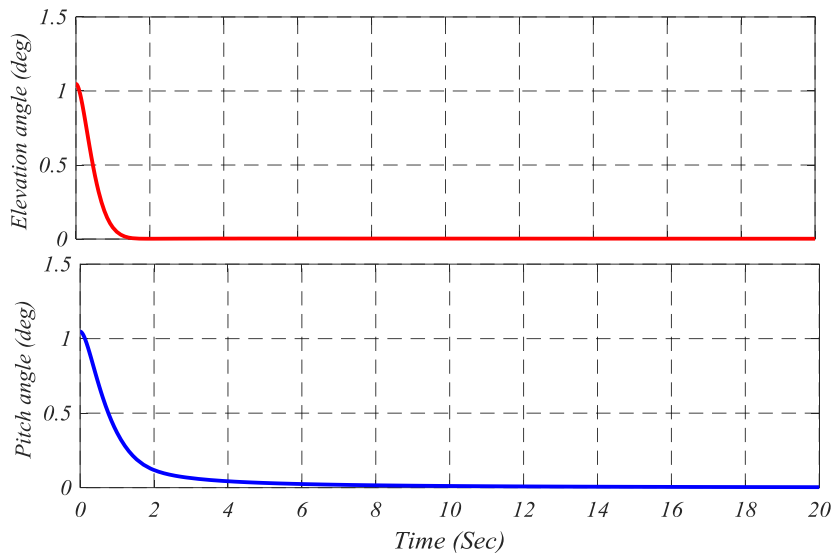
شبیه سازی در سه مرحله انجام شده است، در هر سه مرحله، $p(0) = 1^\circ$ و $\varepsilon(0) = 1^\circ$ و بقیه ی پارامترها، دارای مقادیر اولیه ی، صفر هستند. در تمامی این مراحل، یک فیلتر پایین گذر مرتبه اول با تابع تبدیل $1/(2\pi f_0 s + 1)$ و با فرکانس $f_0 = 7\text{Hz}$ جهت فیلتر نویز استفاده شده است.

مرحله ی اول: کنترل کننده ی طراحی شده در حالت بدون عیب مورد ارزیابی واقع شده است. مطابق شکل (۳) مشاهده می شود که کنترل کننده به خوبی عمل تنظیم را انجام داده است و نقطه ی صفر را دنبال کرده است. کنترل کننده نیز توانسته است که سیستم را پایدار کند. تلاش کنترلی نیز در شکل (۴) نمایش داده شده است.

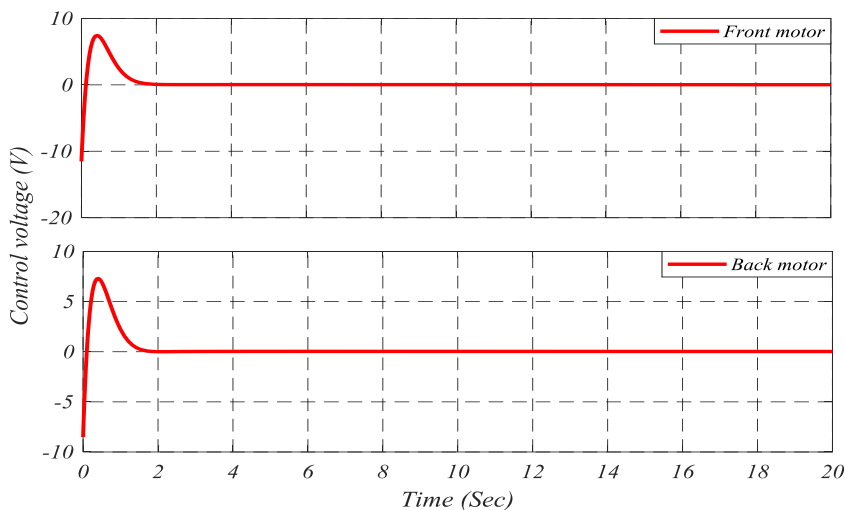
سناریوی دوم: در این مرحله فرض شده است که محرک عقب هلیکوپتر سالم است، در حالی که عملگر جلو دارای یک عیب محرک به صورت زیر است:

$$f_{a1}(t) = \begin{cases} 0.1t + 0.08t^2 & 0s < t \leq 10s \\ 2 \cos(0.5\pi(t - 10)) + 7 & 10s < t \leq 20s \end{cases}$$

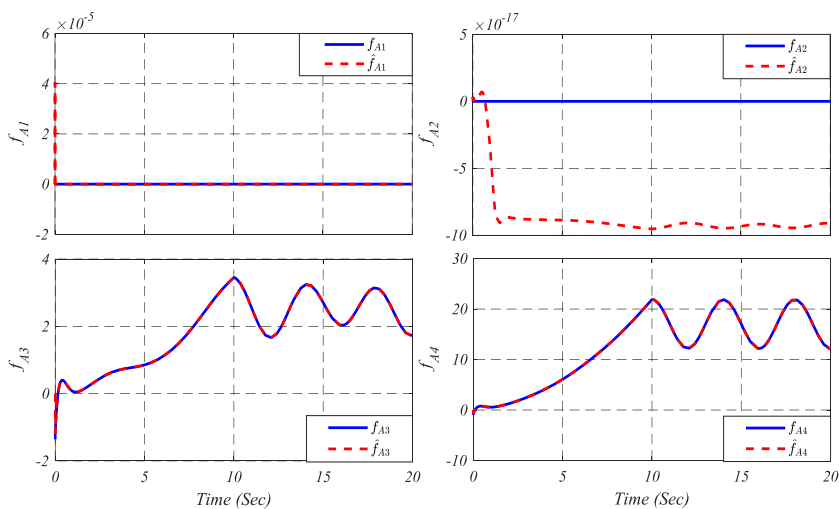
در این مرحله، کارایی مشاهده گر و کنترل کننده در حضور عیب مذکور در فوق، نایقینی و پدیده ی اشباع مورد ارزیابی قرار گرفته است. عیب و خطای عیب تخمین زده شده که در آن پدیده ی اشباع و نایقینی وجود دارد، به ترتیب مطابق شکل (۵) و (۶) نتیجه شده است. مشاهده می شود که اثر عیب به خوبی تخمین زده شده است. پاسخ های زاویه ای و تلاش کنترلی نیز به ترتیب در شکل (۷) و (۸) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۷)، می توان پی برد که رویکرد پیشنهادی در حضور عیب محرک، عدم قطعیت و اشباع توانسته است هر دو زاویه ی ارتفاع و گام را پایدار کند.



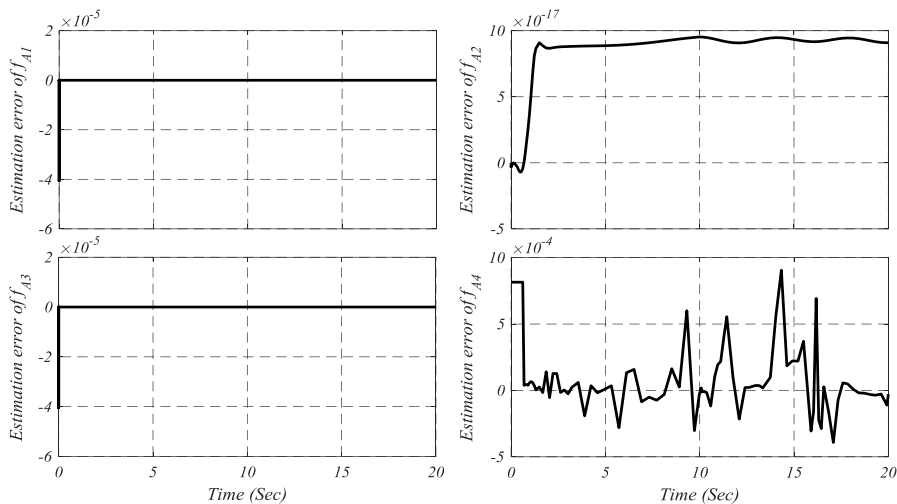
شکل ۳- پاسخ زاویه‌ها مرحله‌ی اول



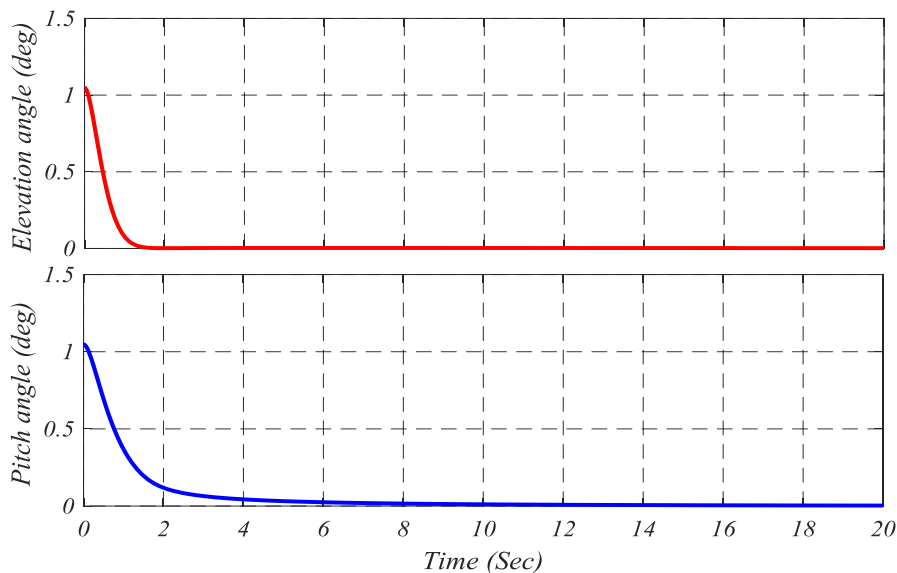
شکل ۴- تلاش کنترلی مرحله‌ی اول



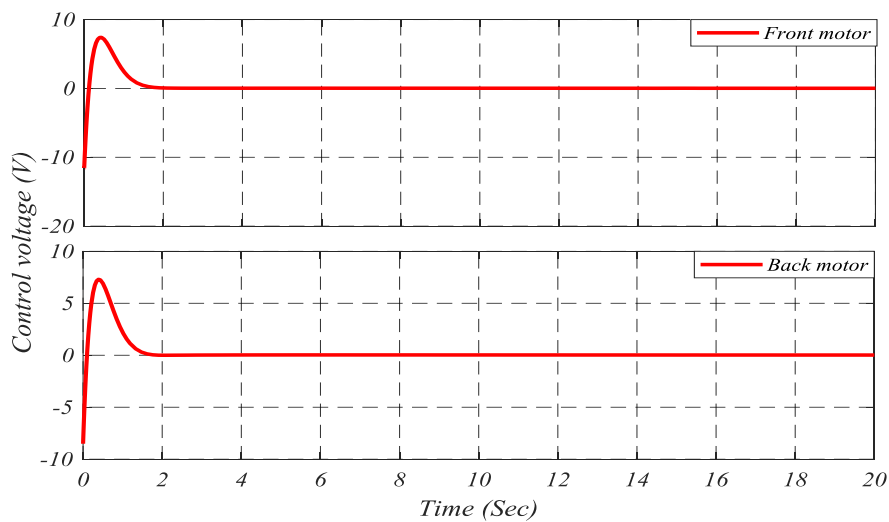
شکل ۵- تخمین عیب در مرحله‌ی دوم



شکل ۶ - خطای تخمین عیب در مرحله‌ی دوم



شکل ۷ - پاسخ زاویه‌ای در مرحله‌ی دوم



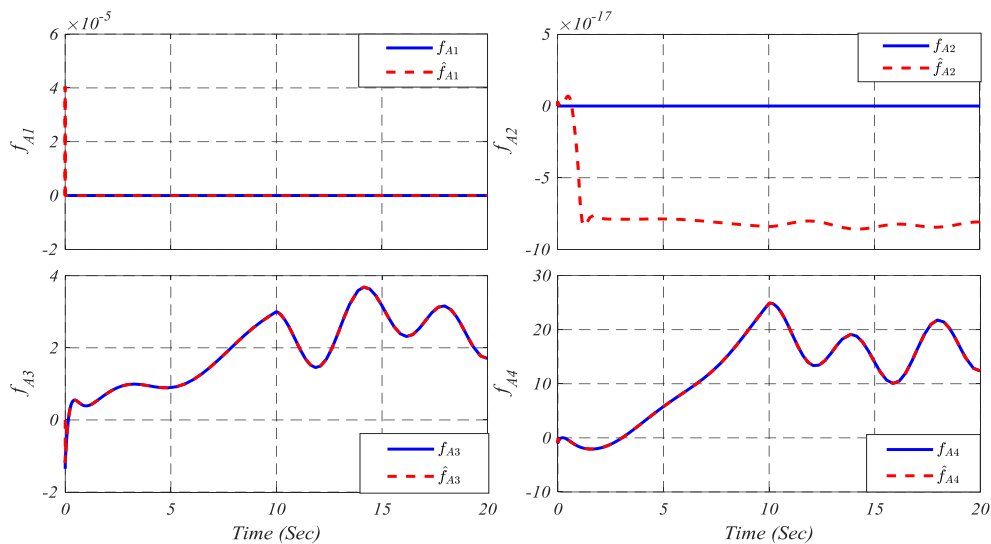
شکل ۸ - تلاش کنترلی در مرحله‌ی دوم

مرحله سوم: در این مرحله فرض شده است که، محرک‌های جلو و عقب به ترتیب از عیب‌های نوسانی f_{a1} ، f_{a2} و پدیده‌ی اشباع رنج می‌برند. عیب‌های f_{a1} و f_{a2} به صورت زیر تعریف شده‌اند:

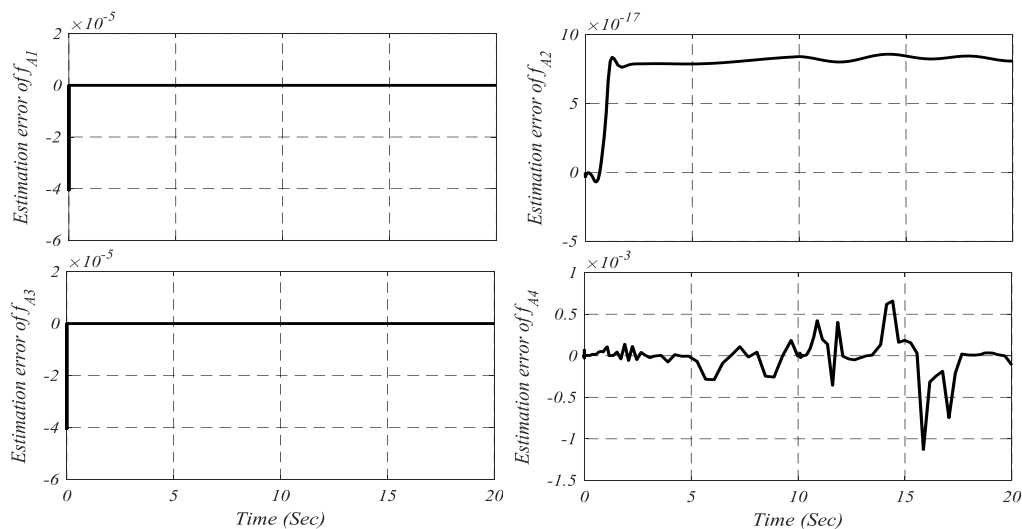
$$f_{a1}(t) = \begin{cases} 0.1t + 0.08t^2 & 0s < t \leq 10s \\ 2 \cos(0.5\pi(t - 10)) + 7 & 10s < t \leq 20s \end{cases}$$

$$f_{a2}(t) = \sin(0.5t) + 0.5 \sin(t) \quad 0s < t \leq 20s$$

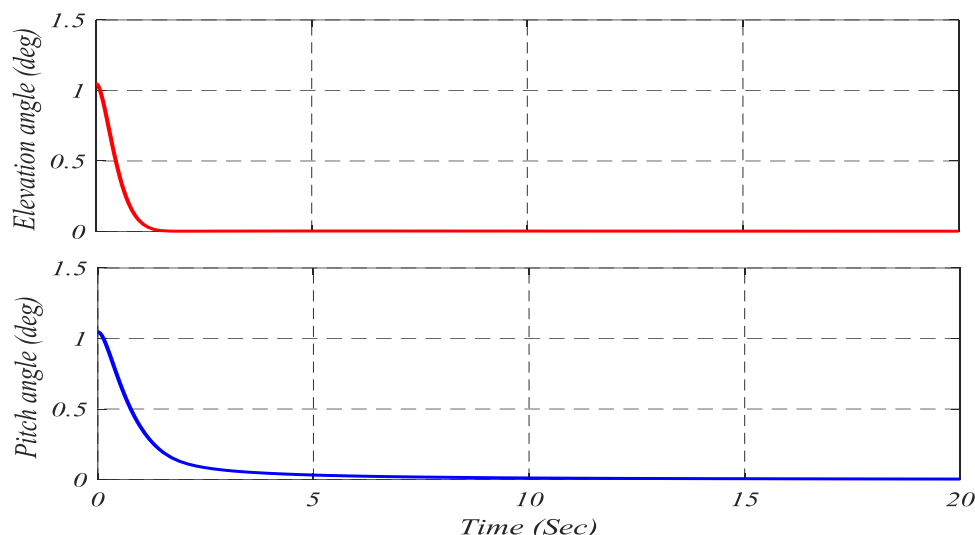
در این مرحله، عیب و خطای عیب تخمین زده شده که در برگیرنده‌ی نایقینی، اشباع در عملگر و عیب‌های نوسانی در عملگرهای جلو و عقب است و مقدار ناچیزی دارد، به ترتیب مطابق شکل (۹) و (۱۰) نتیجه شده است. پاسخ‌های زاویه‌ای و تلاش کنترلی به ترتیب در شکل (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده است. در این مرحله نیز، مشاهده‌گر و کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی علی‌رغم حضور عدم قطعیت، اشباع و عیوب مختلف در هر دو محرک توانسته است که سیستم را پایدار کند.



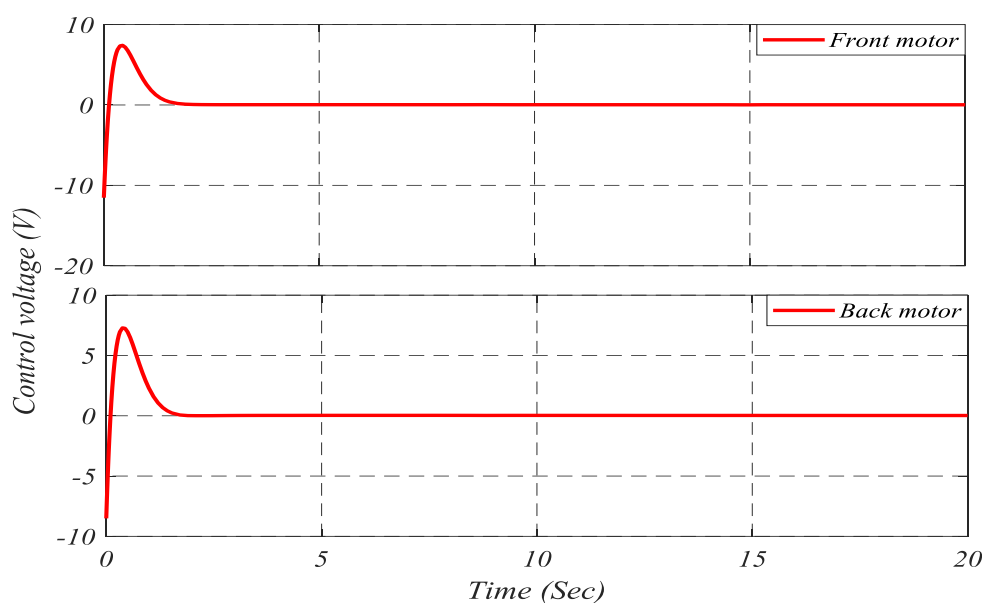
شکل ۹- تخمین عیب در مرحله‌ی سوم



شکل ۱۰- خطای تخمین عیب در مرحله‌ی سوم



شکل ۱۱- پاسخ زاویه‌ای در مرحله سوم



شکل ۱۲- تلاش کنترلی در مرحله سوم

۸- نتیجه گیری

در این مقاله، مدل دینامیکی هلیکوپتر سه درجه آزادی مورد مطالعه قرار گرفت. رفتار رخداد عیب‌های مختلف (عیب جمع‌شونده، کاهش کارایی و قفل شدن عملگر)، نایقینی در دینامیک سیستم و عدم قطعیت دینامیک عملگر در حضور اغتشاشات خارجی در حضور اشباع در عملگر و نویز در این پژوهش مدل‌سازی گردید. در انتها مشاهده گر و کنترل کننده تطبیقی H_∞ بهینه مبتنی بر LMI توسعه داده شد. مطابق نتایج شبیه‌سازی ارائه شده مشاهده می‌شود که خطای تخمین عیب مرتبه‌ی کوچکی دارد و رویکرد پیشنهادی به خوبی توانسته است که در حضور پدیده‌های عملی: عیب، نایقینی و اشباع نقش ایفا کند و کارایی سیستم را حفظ کند. این رویکرد نیز، با توجه به الگوریتم ارائه شده، قادر به تنظیم مجدد، جهت تخمین عیب با مراتب دقت بالا می‌باشد. به عنوان یک گام رو به جلو و کار تحقیقاتی جدید در آینده،

می‌توان بر روی بررسی رخداد عیب در حسگرها و مسئله‌ی تأخیر زمانی در سیستم‌های تمرکز کرد و تأثیر این رویدادها را نیز مورد مطالعه قرار داد.

مراجع

- [1] Edward, C., Lombearts, T., and Smaili, H., "*Fault Tolerant Flight Control—a Benchmark Challenge*", Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, pp.110-132, (2010).
- [2] Zolghadri, A., Henry, D., Cieslak, J., Efimov, D., and Goupil, P., "*Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control and Guidance for Aerospace Vehicles*", Part of the book series: Advances in Industrial Control (AIC), Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, pp. 32-56, (2014).
- [3] Patton, R., "*Fault-Tolerant Control. Encyclopedia of Systems and Control*", Encyclopedia of Systems and Control, Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, pp.135-154, (2015).
- [4] Minh-Duc, H., Hamel, T., Morin, P., and Samson, C., "Introduction to Feedback Control of Underactuated VTOL Vehicles: A Review of Basic Control Design Ideas and Principles", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 33, No. 1, pp. 61-75, (2013).
- [5] Liu, Z., He, Y., Yang, L., and Han, J., "Control Techniques of Tilt Rotor Unmanned Aerial Vehicle Systems: A Review", Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 30, No. 1, pp. 135-148, (2017).
- [6] Chen, M., Ge, S., and Ren, B., "Robust Attitude Control of Helicopters with Actuator Dynamics using Neural Networks", IET Control Theory & Applications, Vol. 4, No. 12, pp. 2837-2854, (2010).
- [7] Alexis, K., Nikolakopoulos, G., and Tzes, A., "Model Predictive Quadrotor Control: Attitude, Altitude and Position Experimental Studies", IET Control Theory & Applications, Vol. 6, No. 12, pp. 1812-1827, (2012).
- [8] Zhan, L., Jinyong, Y., Xing, X., and Huijun, G., "Robust Output-Feedback Attitude Control of a Three-degree-of-freedom Helicopter via Sliding-mode Observation Technique", IET Control Theory & Applications, Vol. 9, No. 11, pp. 1637-1643, (2015).
- [9] Carlos, I., Aldo, J., and Anand, S., "Attitude Control of Quadrotors based on Fractional Sliding Modes: Theory and Experiments", IET Control Theory & Applications, Vol. 10, No. 7, pp. 825-832, (2016).
- [10] George, V., Liang, T., Graham, D., Luis, G., "From Mission Planning to Flight Control of Unmanned Aerial Vehicles: Strategies and Implementation Tools", Annual Reviews in Control, Vol. 29, No. 1, pp. 101-115, (2005).

- [11] Guillaume J.J. D., "Fault-tolerant Flight Control and Guidance Systems: Practical Methods for Small Unmanned Aerial Vehicles", Springer Science and Business Media, Berlin, Heidelberg, Germany, pp. 158-164 (2009).
- [12] Qi, X., Theilliol, D., Qi, J., and Zhang, Y., Han, J., Song, D., Wang, L., and Xia, Y., "Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Methods for Manned and Unmanned Helicopters: a Literature Review", Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 9-11 Oct, London, England, pp. 132-139, (2013).
- [13] Kimon, P.V., George J.V., "*Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*", Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, pp. 121-152, (2015).
- [14] Apkarian, J., "*3-DOF Helicopter Reference Manual*", Quanser Consulting Inc, Canada, pp.25-112, (2006).
- [15] Zheng, B., and Zhong, Y., "Robust Attitude Regulation of a 3-DOF Helicopter Benchmark: Theory and Experiments", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 58, No. 2, pp. 660-670, (2010).
- [16] Castañeda, H., Plestan, F., Chriette, A., and León-Morales, J., "Continuous Differentiator based on Adaptive Second-Order Sliding-mode Control for a 3-DOF Helicopter", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 63, No. 9, pp. 5786-5793, (2016).
- [17] Yang, H., Jiang, B., Liu, H., Yang, H., and Zhang, Q., "Attitude Synchronization for Multiple 3-DOF Helicopters with Actuator Faults", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 24, No. 2, pp. 597-608, (2019).
- [18] Shan, J., Liu, H., and Nowotny, S., "Synchronised Trajectory-Tracking Control of Multiple 3-DOF Experimental Helicopters", IEE Proceedings-control Theory and Applications, Vol. 152, No. 6, pp. 683-692, (2005).
- [19] Meza-Sánchez, M., Aguilar, L.T., and Orlov, Y., "Output Sliding Mode-based Stabilization of Underactuated 3-DOF Helicopter Prototype and its Experimental Verification", Journal of the Franklin Institute, Vol. 352, No. 4, pp. 1580-1594, (2015).
- [20] Lan, J., and Patton, R. J., "A New Strategy for Integration of Fault Estimation within Fault-tolerant Control", Automatica, Vol. 69, pp. 48-59, (2016).
- [21] Chen, F., Zhang, K., Jiang, B., and Wen, C., "Adaptive Sliding Mode Observer-based Robust Fault Reconstruction for a Helicopter with Actuator Fault", Asian Journal of Control, Vol. 18, No. 4, pp. 1558-1565, (2016).
- [22] Afonso, R.J.M., and Galvão, R.K.H. "Predictive Control of a Helicopter Model with Tolerance to Actuator Faults", Control and Fault-tolerant Systems (SysTol) conference: IEEE, Oct 6-8, Nice, France, pp. 744-751, (2010).
- [23] Chen, F., Hou, R., Jiang, B., and Tao, G., "Study on Fast Terminal Sliding Mode Control for a Helicopter via Quantum Information Technique and Nonlinear Fault Observer", Int. J. Innovative Comput. Inf. Control, Vol. 9, No. 8, pp. 3437-3447, (2013).

- [24] Zheng, W., Fuyang, C., and Bin, J., "An Improved Nonlinear Model and Adaptive Fault-Tolerant Control for a Twin Rotor Helicopter", in Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference: IEEE, July 28-30, Nanjing, China, pp. 3208-3212, (2014).
- [25] Chen, M., Shi, P., and Lim, C.C., "Adaptive Neural Fault-tolerant Control of a 3-DOF Model Helicopter System", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Vol. 46, No. 2, pp. 260-270, (2015).
- [26] Alejandra, F., Jérôme, C., David, H., Ali, Z., and Leonid, M.F., "Output Tracking of Systems Subjected to Perturbations and a Class of Actuator Faults based on HOSM Observation and Identification", Automatica, Vol. 59, pp. 200-205, (2015).
- [27] Yang, H., Jiang, B., Yang, H., and Liu, H. H., "Synchronization of Multiple 3-DOF Helicopters under Actuator Faults and Saturations with Prescribed Performance", ISA transactions, Vol. 75, pp. 118-126, (2018).
- [28] Lan, J., Patton, R.J., and Zhu, X., "Integrated Fault-Tolerant Control for a 3-DOF Helicopter with Actuator Faults and Saturation", IET Control Theory & Applications, Vol. 11, No. 14, pp. 2232-2241, (2017).
- [29] Kiefer, T., Graichen, K., and Kugi, A., "Trajectory Tracking of a 3DOF Laboratory Helicopter Under Input and State Constraints", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 18, No. 4, pp. 944-952, (2009).
- [30] Zewei, Z., Liang, S., and Yao, Z., "Attitude Tracking Control of a 3-DOF Helicopter with Actuator Saturation and Model Uncertainties", 34th Chinese Control Conference (CCC),: IEEE, July 28-30, Hongzhou, China, pp. 5641-5646. (2015).
- [31] Hasan, K.K., "*Nonlinear Systems*", 2nd editon, Upper Saddle River, New Jersey, USA, pp.45-87, (2002).
- [32] Hadi, A., Mohammad, J. K., "LMI- based Adaptive Output Feedback Fault-Tolerant Controller Design for Nonlinear Systems", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 31, No. 12, pp. 1885-1902, (2017).
- [33] Philippe, G., "Oscillatory Failure Case Detection in the A380 Electrical Flight Control System by Analytical Redundancy", Control Engineering Practice, Vol. 18, No. 9, pp. 1110-1119, (2010).
- [34] Yuan-Xin, L., and Guang-Hong, Y., "Robust Adaptive Fault-Tolerant Control for a Class of Uncertain Nonlinear Time Delay Systems", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Vol. 47, No. 7, pp. 1554-1563, (2016).
- [35] Yuan-Xin, L., and Guang-Hong, Y., "Adaptive Fuzzy Decentralized Control for a Class of Large-Scale Nonlinear Systems with Actuator Faults and Unknown Dead Zones," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Vol. 47, No. 5, pp. 729-740, (2016).

- [36] Vadim. U., "*Sliding Modes in Control and Optimization*", Part of the book series: Communications and Control Engineering, Springer Science & Business Media, Berlin, Heidelberg, Germany, pp. 234-267, (2013).

فهرست نمادهای انگلیسی

\mathcal{E} : زاویه ارتفاع

p : زاویه گام

F_f : ولتاژ کنترلی موتور جلو

F_b : ولتاژ کنترلی موتور عقب

$J_\mathcal{E}$: ممان اینرسی محور ارتفاع

J_p : ممان اینرسی محور گام

K_f : نیروی پروانه

m_h : جرم هلیکوپتر

L_a : فاصله در راستای محور حرکت و بدنه هلیکوپتر

L_h : فاصله بین محور گام و هر موتور

g : ثابت گرانش زمین

$W_\mathcal{E}$: اغتشاش خارجی نامعلوم و محدود

W_p : اغتشاش خارجی نامعلوم و محدود

Abstract

In this paper, an optimized H_∞ adaptive observer-based on linear matrix inequality (LMI) for fault estimation (FE) with an H_∞ adaptive sliding mode (ASM) fault-tolerant controller (FTC) based on (LMI) to fault compensation It is proposed. In this approach, the states of the system and the effects of various faults (additive fault, loss of efficiency and stuck faults) occurring in the actuator, uncertainty in the dynamic of the system, and actuator dynamics in the presence of external disturbance and noise are estimated by the adaptive observer. Moreover, the phenomenon of saturation has been addressed in this work. The simulation results are shown on the 3-DOF Quanser helicopter dynamics in order to indicate the effectiveness of the proposed approach.