

## طرح کنترل مقاوم تطبیقی مستقل از مدل جدید برای کنترل بالگرد 3-DOF با به کارگیری تخمین تاخیر در زمان

در این مقاله یک کنترل کننده مدل‌غزشی تطبیقی مبتنی بر تخمین تاخیر زمانی برای هلیکوپتر سه درجه آزادی در حضور اغتشاشات و انواع ناپیوستگی و اشباع در عملگر ارائه شده است. در این طرح کنترلی بهره‌ی سوچینگ مدل‌غزشی به منظور بهبود تعقیب مسیر مرجع و کاهش چترینگ به صورت تطبیقی تعیین می‌شود. در قانون تطبیق از همسایگی کوچک و دلخواه متغیر لغزش به صورتی که مشتقات بهره‌ی تطبیقی با متغیرهای لغزشی نسبت معکوس دارند، استفاده شده است. در این رویکرد برای پرهیز از بکارگیری مدل از رویکرد تأخیر زمانی استفاده شده است. رویکرد تأخیر زمانی با ایجاد یک سیگنال مناسب، سبب حذف دینامیک سیستم می‌شود. پایداری UBB حلقه بسته‌ی سیستم نیز نشان داده شده است. اثربخشی رویکرد با شبیه سازی روی بالگرد سه درجه آزادی بررسی شده است.

میرابوالفضل مختاری<sup>۱</sup>  
استادیار

واژه‌های راهنما: تخمین تاخیر زمانی، کنترل مد لغزشی، کنترل تطبیقی، بالگرد سه درجه آزادی، کنترل مستقل از مدل

### ۱- مقدمه

با افزایش تقاضا برای هواپیماهای بدون سرنشین (پهپادها) در هر دو کاربرد نظامی و غیرنظامی، مانند نظارت بر مرز، تشخیص آتش‌سوزی جنگل‌ها و بازرسی از خطوط برق توجه زیادی به تجزیه و تحلیل و کنترل بالگردها جلب شده است. در میان انواع مختلف پهپادها، بالگردهای چند موتوره به دلیل سادگی و قیمت مقرون به صرفه توجه بیشتری را در جامعه صنعتی و دانشگاهی به خود جلب کرده‌اند. به عنوان نمونه‌ای از بالگردهای چند موتوره، بالگرد کوادروتور، یک سیستم نسبتاً ساده و آسان برای پرواز است. در میان مطالعات قبلی، تعدادی از تکنیک‌های کنترل برای تحقق یافتن کنترل یک بالگرد استفاده شده است [۱-۴]. یک مدل مبتنی بر روش کنترل فازی [۵]، الگوریتم کنترل بر مبنای کنترل مدل‌غزشی [۶] و الگوریتم کنترل غیرخطی اشباع تو در تو برای حل مسئله پایداری زمان واقعی مینی روتورکرافت با سه یا چهار روتور پیشنهاد شده است [۷-۹].

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، استادیار، گروه آموزشی خلبانی، دانشکده مهندسی و پرواز، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران  
s.abolfazl.mokhtari@aut.ac.ir

به منظور ساخت یک بستر آزمایش برای اجرای تکنیک‌های کنترل خطی و غیرخطی که به تازگی توسعه یافته‌اند، یک دستگاه بالگرد 3-DOF توسط شرکت کوانسر برای استفاده آزمایشگاهی ساخته شده است. ویژگی‌های خاص این دستگاه مانند غیرخطی بودن، عدم قطعیت، دینامیک‌های مدل نشده، اغتشاشات، نویز اندازه‌گیری و ...، تضمین می‌کند که این دستگاه یک بستر آزمایشگاهی ایده‌آل است. در [۱۰-۱۴] یک مدل بالگرد 3-DOF به طور گسترده برای تأیید روش طراحی کنترل استفاده شده است. در [۱۴]، یک کنترل کننده فیدبک حالت بهینه بر اساس خطی سازی مدل در امتداد مسیرهای مورد نظر بالگرد 3-DOF طراحی شده است. مطالعه ارائه شده در [۱۵] ارزیابی تجربی یک روش کنترل فیدبک تطبیقی بر اساس شبکه عصبی را برای بالگرد مدل آزمایشگاهی ارائه می‌دهد. در [۱۳]، کنترل کننده بهینه مبتنی بر SDRE، تکنیک‌های MRAC<sup>۲</sup> و SMC<sup>۳</sup> به مدل ریاضی غیرخطی یک بالگرد 3-DOF به منظور کنترل تعقیب اعمال شده است. SMC به عنوان یکی از طرح‌های کنترل مقاوم غیرخطی، کاملاً تثبیت شده، ساده و بسیار کاربردی است [۱۶]، [۱۷]. ویژگی برجسته SMC مقاومت در برابر دینامیک‌های ناشناخته سیستم و اغتشاشات است. اگر بهره‌های سوئیچینگ SMC نسبت به حد بالای عدم قطعیت‌ها یا ترم‌های مدل نشده بزرگ‌تر انتخاب شده باشند، پایداری مقاوم به صورت ایده‌آل محقق می‌شود. در حقیقت، حد بالای عدم قطعیت‌ها ناشناخته می‌باشند، بنابراین بهره‌های سوئیچینگ به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده تا طیف وسیعی از عدم قطعیت‌ها را پوشش دهند. چنین بهره‌های بزرگ سوئیچینگ ممکن است باعث چترینگ شوند، که در آن سیستم دینامیکی به دلیل نقص فیزیکی در دستگاه‌های سوئیچینگ و تاخیرهای زمانی که اغلب در سیستم‌های واقعی رخ می‌دهد، در اطراف سطح لغزش نوسان می‌کند [۱۸، ۱۹].

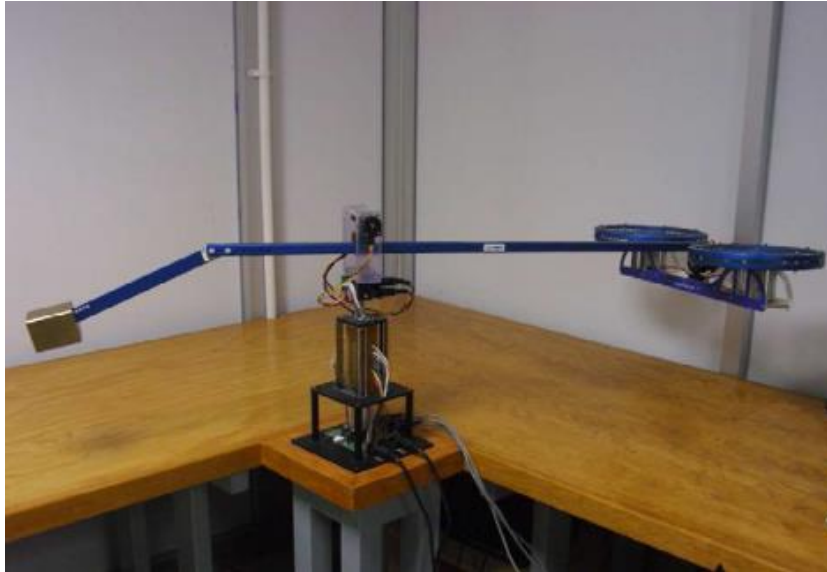
چترینگ منجر به مشکلات جدی مانند اتلاف حرارت زیاد در مدارهای برقی و سایش زیاد قطعات مکانیکی متحرک می‌شود. کاهش چترینگ در SMC و برآورده کردن اهداف کنترلی داده شده، چالش‌های زیادی را در مسئله کنترل ایجاد کرده است. به منظور مواجهه با این چالش، کنترل مد لغزشی تطبیقی<sup>۴</sup> (ASMC) ایجاد شده است تا راه حل اساسی را برای مشکلات چترینگ فراهم کند، که بهره‌های سوئیچینگ تطبیقی آن‌ها بدون در نظر گرفتن حد بالا در شرایط نامشخص تنظیم شوند. برخی از رویکردها برای طراحی ASMC استفاده شده است که نیاز به دانش از حد بالا در شرایط نامشخص را از بین می‌برد. ASMC ها برای استفاده در مواردی که حدود بالا ناشناخته و بدون ساختار باشند، طراحی شده‌اند [۲۰، ۲۱]. این ASMC ها به دلیل در نظر گرفتن حدود بالا بدون ساختار ممکن است نتایج محافظه کارانه‌ای ارائه دهند. به منظور ارائه یک رویکرد دیگر، ASMC ها با حدود بالای پارامتریزه شده با در نظر گرفتن حدود بالای ناشناخته و ساختار یافته، برای کاهش نتایج محافظه کارانه پیشنهاد شدند. در این ASMC ها به دلیل کاهش نیافتن بهره‌های سوئیچینگ، امکان چترینگ وجود دارد [۲۲، ۲۳].

<sup>1</sup> State Dependent Riccati Equation

<sup>2</sup> Model Reference Adaptive Control

<sup>3</sup> Sliding Model Control

<sup>4</sup> Adaptive Sliding Mode Control



شکل ۱- سیستم بالگرد سه درجه آزادی

در این مقاله، دینامیک هلی کوپتر سه درجه آزادی همراه با عدم قطعیت در مدل، اغتشاشات خارجی و پدیده‌ی عملی اشباع در عملکرد مورد مطالعه قرار گرفته است. به منظور کنترل سیستم هلی کوپتر و غلبه بر موارد نامطلوب مذکور، یک طرح جدید ASMC مستقل از مدل و ساده با تطبیق سریع و دارای توانایی قدرتمند برای تعقیب و کاهش چترینگ پیشنهاد شده است. رویکرد پیشنهادی جدید به دلیل بهره‌گیری از تخمین مدل (TDE)، روش کنترلی را بر خلاف روش‌های مرور شده مبتنی بر مدل از به کارگیری مدل و احتیاج به مدل‌سازی دقیق مستقل می‌سازد. علاوه بر این، با توجه به پدیده‌ی غیر قابل اجتناب چترینگ در کنترل‌کننده‌های مرسوم مد لغزشی، در این رویکرد از بهره‌های سوئیچینگ تطبیقی برای جلوگیری از رخداد این پدیده علیرغم وجود خطای تعقیب ناچیز استفاده شده است. قانون تطبیق ASMC پیشنهادی تضمین می‌کند که متغیرهای لغزشی به یک همسایگی کوچک از سطح لغزش وارد می‌شوند و سپس در اطراف آن باقی می‌مانند. برای رسیدن به تطبیق سریع یا همگرایی سریع به سطح لغزش، مشتقات بهره‌های سوئیچینگ با دور بودن متغیرهای لغزشی از سطح لغزش متناسب خواهند بود. از سوی دیگر، هنگامی که متغیرهای لغزشی نزدیک به سطح لغزشی قرار می‌گیرند، مشتقات بهره‌های سوئیچینگ برای کاهش چترینگ به طور معکوس با آنها متناسب خواهند بود. با وجودی که بهره‌های سوئیچینگ برای رسیدن به عملکرد و قابلیت تعقیب خوب، تا حدی بزرگ به دست می‌آیند، چترینگ خیلی تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد، زیرا سرعت تطبیق بالا است. به همین علت، قانون تطبیق ASMC پیشنهادی عملکرد خوب تعقیب را با اثر چترینگ کوچکی در اختیار دارد. برای به دست آوردن دینامیک خطای دلخواه و از بین بردن عدم قطعیت از طریق جبران‌سازی فیدبک، ASMC پیشنهادی با یک روش کنترل جایابی قطب (PPC) و تخمین زمان تاخیر (TDE) کار می‌کند. از این رو، این تکنیک باعث افزایش کارایی روی مسائلی می‌شود که با طرح کنترلی می‌توان آن‌ها را طراحی کرد. با این حال، تکنیک TDE باعث ایجاد خطایی به نام خطای TDE می‌شود، زیرا تخمین یک مرحله نمونه‌گیری به

<sup>1</sup> Time Delay Estimation

<sup>2</sup> Pole Placement Control

تعویق می‌افتد. خوشبختانه، می‌دانیم که این خطاها محدود می‌مانند و در این مقاله نشان داده شده که توسط ASMC پیشنهاد شده حذف می‌شوند. مشخص شده است که تکنیک‌های کمکی PPC و TDE به بهبود عملکرد ASMC پیشنهاد شده کمک می‌کنند. خطای تعقیب طرح پیشنهادی ASMC، ترکیب شده با تکنیک‌های PPC و TDE، تضمین می‌شود که به طور<sup>۱</sup> UUB با باند کوچک دلخواه با استفاده از رویکرد مبتنی بر لیاپانوف، محدود خواهد ماند. اثربخشی مناسب تعقیب و تطبیق سریع ASMC پیشنهاد شده در شبیه‌سازی بر روی سیستم بالگرد 3-DOF در حضور اغتشاشات و عدم قطعیت نشان داده شده است. مطالب باقی مانده از این مقاله به شرح زیر مرتب شده است: در بخش دوم مدل دینامیکی بالگرد 3-DOF به تفصیل ارائه شده است. در بخش سوم، یک نسخه جدید از ASMC برای یک بالگرد 3-DOF توسعه داده می‌شود. در بخش چهارم، مطالعه شبیه‌سازی برای بررسی اثر بخشی الگوریتم کنترلی پیشنهاد شده بر روی بالگرد انجام شده است. در بخش پنجم با خلاصه‌ای از مقاله نتیجه‌گیری انجام می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی بالگرد سه درجه آزادی

در این مقاله، کنترل یک بالگرد 3-DOF ساخته شده توسط شرکت کوانسر مورد مطالعه قرار گرفته است (شکل ۱). بدنه سیستم بالگرد 3-DOF از یک بازوی کوچک که در انتهای آن یک پروانه قرار دارد، و همچنین بازوی بالگرد که بدنه را به یک پایه ثابت متصل می‌کند، تشکیل شده است. این سیستم نمی‌تواند حرکت انتقالی از خود به نمایش بگذارد، اما می‌تواند آزادانه حول سه محور بچرخد. موقعیت بالگرد با حرکات در راستای محورهای رول (roll)، پیچ (pitch) و یاو (yaw) مشخص می‌شود. حرکت رول مربوط به چرخش بدنه بالگرد برای بازوی آن می‌باشد، حرکت یاو مربوط به چرخش بازوی بالگرد حول محور عمودی و حرکت پیچ مربوط به چرخش بازوی بالگرد حول محور افقی است. متغیرهای کنترلی، ولتاژ ورودی دو موتور متصل به پروانه‌های بالگرد هستند که حرکات بالگرد را هدایت می‌کنند. با توجه به مکانیزم زیر تحریک سیستم بالگرد 3-DOF، از سه درجه آزادی دینامیک بالگرد تنها دو درجه از آن به شکل همزمان قابل کنترل است. در این مقاله، حرکات رول و پیچ بررسی می‌شوند، در حالی که حرکت یاو می‌تواند آزادانه تغییر کند. معادلات زیر، دینامیک رول و پیچ بالگرد 3-DOF را ارائه می‌دهد [۲۴].

$$\ddot{\alpha} = \frac{K_f L_a}{J_\alpha} \cos(\beta)(V_f + V_b) - \frac{mgL_a}{J_\alpha} \sin(\alpha + \alpha_0) + \varepsilon_\alpha \quad (1)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{K_f L_h}{J_\beta} (V_f - V_b) + \varepsilon_\beta \quad (2)$$

در این روابط اغتشاشات و نامعینی‌ها به وسیله متغیرهای  $\varepsilon_\alpha$  و  $\varepsilon_\beta$  مشخص شده‌اند. هم‌چنین بقیه متغیرها به صورت زیر می‌باشند.

<sup>1</sup> Uniformly Ultimately Bounded

<sup>2</sup> propeller

<sup>3</sup> Under Actuated

جدول ۱- پارامترهای سیستم بالگرد 3-DOF

مقدار	تعریف	سمبل
$0.91 \text{ kg.m}^2$	ممان اینرسی حول محور ارتفاع	$J_\alpha$
$0.0364 \text{ kg.m}^2$	ممان اینرسی حول محور گام	$J_\beta$
$0.66 \text{ m}$	فاصله از محور ارتفاع تا مرکز جسم بالگرد	$L_a$
$0.177 \text{ m}$	فاصله از محور گام تا هر کدام از موتورها	$L_h$
$1.01 \text{ kg}$	جرم موثر بالگرد	$m$
$9.81 \text{ m/s}^2$	ثابت شتاب گرانش	$g$
$0.5 \text{ N/V}$	ثابت نیروی رانش پروانه	$K_f$
$ V_f  \leq 15$	ورودی ولتاژ موتور جلو	$V_f$
$ V_b  \leq 15$	ورودی ولتاژ موتور عقب	$V_b$

با در نظر گرفتن  $q_1 = \alpha$  و  $q_2 = \beta$ ، و برای سادگی مدل دینامیکی بالگرد مورد نظر  $q = [q_1, q_2]^T$  در نظر گرفته شده و معادلات (۱) و (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند.

$$\ddot{q} = f(q) + g(q)u_s + d(t) \quad (۳)$$

که در آن ورودی کنترلی  $u_s = [V_f, V_b]^T$  با در نظر گرفتن اشباع در عملگر به شکل  $|V_f| \leq V_{fmax}$ ،  $|V_b| \leq V_{bmax}$  که در آن  $V_{fmax}$  و  $V_{bmax}$  پارامترهای اسکالر حدود بالای اشباع در عملگر هستند. علاوه بر این، اغتشاشات  $d(t) = [\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta]^T$  و  $f(q)$  و  $g(q)$  ماتریس‌های غیر خطی مدل هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$f(q) = \begin{pmatrix} -\frac{g}{J_\alpha} mL_a \sin(q_1 + \alpha_0) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

$$g(q) = \begin{pmatrix} \frac{L_a}{J_\alpha} K_f \cos(q_2) & \frac{L_a}{J_\alpha} K_f \cos(q_2) \\ \frac{L_h}{J_\beta} K_f & -\frac{L_h}{J_\beta} K_f \end{pmatrix} \quad (۵)$$

با در نظر گرفتن ورودی کنترلی دارای اشباع به شکل مجموع دو ترم به صورت یک ترم ناشی از طراحی ورودی کنترلی بدون در نظر گرفتن اشباع و ترم دوم نیز تاثیرات نامطلوب غیرخطی اشباع می‌توان ورودی اشباع رو به شکل  $u_s = u + \Delta u$  باز نویسی کرد.

با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترهای مدل و رابطه مربوط به  $u_s$ ، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\ddot{q} = f(q) + \Delta f(q) + g(q)u + \Delta g(q)u + g(q)\Delta u + d(t) \quad (۶)$$

فرض زیر برای دینامیک سیستم بالگرد (۳) در نظر گرفته می‌شود.

فرض ۱. بردار  $d(t) = [\varepsilon_\theta, \varepsilon_\phi]^T$  اغتشاشات خارجی را نمایش می‌دهد، که در این مقاله یکنواخت محدود فرض شده است، به طوری که برای یک مقدار ثابت  $\varepsilon^+ > 0$  وجود دارد:  $\|d(t)\| < \varepsilon^+$ .

### ۳- طراحی کنترل مد لغزشی تطبیقی بر مبنای TDE

دینامیک کلی یک بالگرد 3-DOF با در نظر گرفتن اغتشاشات خارجی، عدم قطعیت مدلسازی و اثر اشباع در عملگر ارائه شده در رابطه (۶) به منظور طراحی کنترل کننده پیشنهادی به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{q} = f(q) + \Delta f(q) + \Delta g(q)u + g(q)\Delta u + d(t) + (g(q) - \bar{M}^{-1})u + \bar{M}^{-1}u \quad (۷)$$

که  $\bar{M}$  یک ماتریس ثابت است و مقدار آن برای تضمین پایداری تعیین می‌شود. برای نشان دادن رابطه (۷) به یک فرم متراکم و ساده به فرم زیر می‌رسیم:

$$\ddot{q}(t) = \Gamma(t) + \bar{M}^{-1}u \quad (۸)$$

که در آن

$$\Gamma(t) = f(q) + \Delta f(q) + \Delta g(q)u + g(q)\Delta u + d(t) + (g(q) - \bar{M}^{-1})u \quad (۹)$$

هدف کنترلی در این مقاله این است که  $q$  دقیقاً  $q_d$  مرجع را دنبال کند، که به این معنی است که خطای تعقیب  $e(t) = q_d(t) - q(t)$  تا حد ممکن سرکوب شود. برای رسیدن به چنین هدف کنترلی باید ابتدا متغیر لغزشی زیر تعریف شود:

$$s(t) = \dot{e}(t) + K_s e(t) \quad (۱۰)$$

که  $K_s$  یک ماتریس قطری مثبت معین است. با لحاظ کردن متغیر لغزشی  $s(t)$  قانون کنترلی به شکل زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\bar{u} = -\bar{M}\hat{\Gamma}(t) + \bar{M}(\ddot{q}_d(t) + K_s \dot{e}(t) + \beta s(t)) \quad (۱۱)$$

که  $\beta$  یک پارامتر اسکالر مثبت طراحی می‌باشد. لازم به ذکر است که  $\bar{u}$  در (۱۱) از ورودی کنترل واقعی  $u$  در (۸) متمایز است که با ارائه یک ورودی کنترل اضافی به  $\bar{u}$  تعیین می‌شود.

$\hat{\Gamma}$  نیز تخمینی از  $\Gamma$  در رابطه (۸) بوده و می‌تواند از اندازه‌گیری یک نمونه تاخیر یافته  $\Gamma$  به دست آید، که این کار تکنیک TDE نامیده می‌شود. به عبارت دیگر داریم:

$$\hat{\Gamma}(t) = \Gamma(t - L) = \ddot{q}(t - L) - \bar{M}^{-1}u(t - L) \quad (12)$$

که در آن  $L$  زمان نمونه برداری است و دومین معادله برآمده از رابطه (۸) می‌باشد. با جایگذاری (۱۲) در (۱۱) داریم:

$$\bar{u} = -\bar{M}\ddot{q}(t - L) + \bar{u}(t - L) + \bar{M}(\ddot{q}_d(t) + K_s\dot{e}(t) + \beta s(t)) \quad (13)$$

که  $\bar{u}$  کنترل جایابی قطب (PPC) نامیده می‌شود. با جایگذاری قانون کنترلی (۱۳) در (۸) و جایگذاری متغیر لغزشی (۱۰) به جای  $S(t)$  و مرتب کردن رابطه خواهیم داشت:

$$\ddot{e}(t) + K_d\dot{e}(t) + K_p e(t) + \Gamma(t) - \hat{\Gamma}(t) = 0 \quad (14)$$

اگر بتوانیم  $\Gamma(t) - \hat{\Gamma}(t) = 0$  بدست آوریم، یا دقیقاً  $\Gamma(t)$  را تخمین بزنیم، خطای تعقیب  $e(t)$  در (۱۴) به صفر می‌رسد و همچنین سرعت همگرایی آن می‌تواند با انتخاب مناسب  $K_s$  و  $\beta$  برای به دست آوردن قطب دلخواه اصلاح شود. در این مقاله، فقط PPC ساده برای پایدارسازی یک سیستم خطی که از طریق تکنیک TDE بدست می‌آید، انتخاب می‌شود. اگر زمان نمونه گیری  $L$  به اندازه کافی کوچک باشد، تخمین در (۱۲) نشان می‌دهد که  $\hat{\Gamma}(t)$  می‌تواند به اندازه کافی به  $\Gamma(t)$  نزدیک باشد. با این حال، در واقع،  $\Gamma(t)$  را نمی‌توان حتی برای دوره نمونه برداری کوچک  $L$  دقیقاً تخمین زد. به این دلیل که خطا بین  $\Gamma(t)$  و  $\hat{\Gamma}(t)$ ، به نام خطای TDE، به علت نویزهای اندازه‌گیری ذاتی و غیرخطی‌گری برای یک دوره نمونه برداری محدود نیز اجتناب ناپذیر می‌باشد. لازم است که با استفاده از یک الگوریتم کنترل ویژه، چنین خطاهای TDE سرکوب شود. در این بخش یک نسخه جدید ASMC پیشنهاد می‌شود و به قانون کنترل در (۱۳) اضافه شده که به شرح زیر است:

$$u(t) = -\bar{M}\ddot{q}(t - L) + u(t - L) + \bar{M}(\ddot{q}_d(t) + K_s\dot{e}(t) + \beta s(t)) + \bar{M}(\hat{K}(t) * \text{sgn}(s(t))) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵) بخش اول TDE، بخش دوم PPC و در نهایت بخش آخر همان ASMC اضافه شده می‌باشد. قانون تطبیق نیز به شکل زیر می‌باشد:

$$\dot{\hat{k}}_i(t) = \begin{cases} \varphi_i \cdot (\alpha_i^{-1} \cdot |s_i(t)|)^{\theta(t)} \cdot \theta(t) & \text{if } \hat{k}_i(t) > 0 \\ \varphi_i \cdot \alpha_i^{-1} \cdot |s_i(t)| & \text{if } \hat{k}_i(t) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

$\alpha_i$  و  $\varphi_i$  پارامترهای قابل تنظیم برای رسیدن به سرعت تطبیق لازم می‌باشند و  $\theta(t)$  در آن به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\theta(t) = \|S(t)\|_{\infty} - \varepsilon$$

$\varepsilon$  ثابت مثبتی می‌باشد که در طراحی تعیین می‌شود و تاثیر بالایی بر سرعت تطبیق بهره سوئیچینگ دارد. همانطور که در رابطه (۱۶) دیده می‌شود، به حد بالای نایقینی و ترم‌های مدل نشده، نیاز نیست. برای  $\hat{K}_i$  قانون تطبیق دو فرم متفاوت بر مبنای خروجی تابع نرم بینهایت  $S(t)$  خواهد داشت:

$$\|S(t)\|_{\infty} \geq \varepsilon, \quad \|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$$

وقتی که  $\|S(t)\|_{\infty} \geq \varepsilon$ ، تا زمان رسیدن به بازه  $\|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$  افزایش خواهد یافت. وقتی  $\hat{K}_i$  افزایش یابد متغیر لغزش با سرعت بیشتری به سمت یک همسایگی از سطح لغزش خواهد رفت. وقتی متغیر لغزش وارد یک همسایگی سطح لغزش شود،  $\|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$ ، تا زمانی که متغیر لغزش در محدوده همسایگی باقی بماند بهره سوئیچینگ  $\hat{K}_i$  کاهش می‌یابد. علاوه بر این، کاهش سرعت بهره‌های سوئیچینگ سریع‌تر می‌شود و سپس سرعت تطبیق مربوطه نیز افزایش می‌یابد، زیرا قانون تطبیقی پیشنهادی (۹) هنگامی که  $\|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$ ، با معکوس متغیر لغزش متناسب است. به همین دلیل، حتی اگر بهره‌های سوئیچینگ به طور موقت برای مقدار کوچک  $\varepsilon$  بر روی مقدار بالا حفظ شوند، قانون تطبیقی پیشنهادی چترینگ را کاهش می‌دهد. می‌توان گفت که قانون تطبیقی پیشنهادی، به دلیل داشتن بهره زیاد و سرعت تطبیق سریع عملکرد تعقیب بهتر و کاهش چترینگ را به طور همزمان فراهم می‌کند.

#### ۴- تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته

اثبات UUB بودن قانون تطبیق ارائه شده را به شکل یک قضیه و اثبات آن آورده شده است ولی قبل از آن به ارائه دو لم می‌پردازیم که برای اثبات قضیه مورد نیاز می‌باشند. لم ۱) اگر بهره کنترل  $\bar{M}$  در رابطه (۱۵) به گونه‌ای انتخاب شود که برای همه زمان‌های مثبت شرط زیر را برآورده کند [۲۴]:

$$\|I - M^{-1}(q(t))\bar{M}\|_2 < 1 \quad (۱۷)$$

آنگاه خطای TDE به مقدار  $\Gamma_i^*$  برای  $i = 1, 2$  محدود خواهد بود، یعنی  $|\Gamma_i(t) - \hat{\Gamma}_i(t)| \leq \Gamma_i^*$  و همچنین به ازای  $L \rightarrow 0$ :

$$\|\ddot{q}(t-l) - \ddot{q}(t)\|_2 \rightarrow 0$$

لم ۲) برای یک ربات نشان داده شده با معادلات (۸) کنترل شده با رابطه‌های (۱۵) و (۱۶)، بهره سوئیچینگ دارای حد بالایی به اندازه  $\hat{K}_i^*$  برای تمام زمان‌های مثبت خواهد بود، یعنی  $\hat{K}_i < \hat{K}_i^*$  برای  $t \geq 0$  [۲۵]. در ادامه قضیه اصلی ارائه دهنده اثبات پایداری سیستم حلقه بسته ارائه می‌شود.



قضیه) برای یک بالگرد ارائه شده با رابطه (۸) کنترل شده با رابطه‌های (۱۵) و (۱۶)، متغیر لغزش در یک زمان محدود وارد یک همسایگی از سطح لغزش خواهد شد،  $\|S(t)\|_\infty < \varepsilon$ ، سپس تضمین خواهد شد که برای آن لحظه به بعد پایدار UUB به شکل روبرو خواهد بود.

$$\|S(t)\|_2 < \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^n \tilde{K}_M} \quad (18)$$

که بیشترین مقدار  $\tilde{K}_M$   $\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\varphi_i} (\Gamma_i^* - \hat{K}_i(t))^2$  می‌باشد. اثبات) تابع کاندید لیاپانوف به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(t) = \frac{1}{2} S^T(t) S(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\varphi_i} (\Gamma_i^* - \hat{K}_i(t))^2 \quad (19)$$

با مشتق گرفتن از رابطه (۱۹) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V}(t) = S^T(t) \dot{S}(t) - \sum_{i=1}^2 \frac{\alpha_i}{\varphi_i} (\Gamma_i^* - \hat{K}_i(t)) \dot{\hat{K}}_i(t) \quad (20)$$

سپس با جاگذاری رابطه (۸) و (۱۰) در (۲۰):

$$\dot{V}(t) = S^T(t) (-N(t) - \hat{\Gamma}(t) + \delta(t)) - \Lambda(t) \quad (21)$$

که در آن

$$\Lambda(t) = \sum_{i=1}^n (\Gamma_i^* - \hat{K}_i(t)) \dot{\hat{K}}_i(t)$$

$$\delta(t) = -\bar{M}^{-1} \tau(t) + \ddot{q}_d(t) + K_s \dot{e}(t)$$

و خطای TDE نیز  $N(t) = \Gamma(t) - \hat{\Gamma}(t)$  می‌باشد. از جایگذاری (۱۰) و (۱۵) در معادله (۲۱) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^n S_i(t) \left( -N_i(t) - \beta S_i(t) - \hat{K}_i(t) \operatorname{sgn}(S_i(t)) \right) - \Lambda(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^2 |S_i(t)| |N_i(t)| - \sum_{i=1}^2 |S_i(t)| \hat{K}_i(t) - \beta \sum_{i=1}^2 S_i^2 - \Lambda(t) \\ &= \sum_{i=1}^2 \left( |S_i(t)| - \frac{\alpha_i}{\varphi_i} \dot{\hat{K}}_i(t) \right) - \beta (\Gamma_i^* - \hat{K}_i(t)) - \beta \sum_{i=1}^2 S_i^2 \end{aligned} \quad (22)$$

دو حالت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\|S(t)\|_{\infty} \geq \varepsilon, \quad \|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$$

در حالت  $\|S(t)\|_{\infty} \geq \varepsilon$  از رابطه (۲۲) می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\dot{V}(t) \leq -\beta \sum_{i=1}^n S_i^2 \quad (23)$$

نامساوی (۲۳) به این معنی می‌باشد که  $V(t)$  کاهشی و محدود خواهد بود.  $0 \leq V(t) \leq V(0) < \infty$ . همچنین از معادله (۲۳) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(t) \leq -\beta \sum_{i=1}^n S_i^2 \leq -\beta \varepsilon^2 \quad (24)$$

که به این معنی است که در یک زمان محدود، متغیر لغزشی وارد یک همسایگی کوچک از سطح لغزش می‌شود. با این حال بعد از وارد شدن متغیر لغزشی به همسایگی کوچک  $\|S(t)\|_{\infty} < \varepsilon$  در یک زمان محدود، ممکن است در ادامه به سمت داخل یا خارج همسایگی حرکت نماید، زیرا غیر مثبت بودن مشتق لیاپانوف در این همسایگی اثبات نشده است، اما در صورت خروج از همسایگی طبق معادله (۲۴) دوباره به داخل همسایگی باز می‌گردد. حد بالای  $\|S(t)\|_2$  از زمانی که برای دفعه اول وارد همسایگی کوچک حول سطح لغزش می‌شود مد نظر است. برای شروع از رابطه (۱۹) مشخص است که:

$$\frac{1}{2} \|S(t)\|_2^2 \leq V(t) \leq \frac{1}{2} \|S(t)\|_2^2 + \frac{1}{2} (\Gamma_i^* - \tilde{K}_i(t))^2 \quad (25)$$

در نتیجه با استفاده از لم ۲:

$$V(t) < \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{K}_M \quad (26)$$

با استفاده از (۲۵) و (۲۶):

$$\frac{1}{2} \|S(t)\|_2^2 < \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{K}_M \quad (27)$$

و به این معنی است که:

$$\|S(t)\|_2 < \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^n \tilde{K}_M} \quad (28)$$

معادله (۲۸) UUB بودن متغیر لغزش را نتیجه می‌دهد. علیرغم حرکت متغیر لغزش به بیرون و درون همسایگی کوچک به خاطر وجود جذب از معادله (۲۳)، محدود بودن آن با معادله (۲۸) تضمین می‌شود. حد بالای معادله (۲۸) را نیز می‌توان با تغییر پارامترهای  $\varphi_i$  و  $\alpha_i$  و  $\varepsilon$  اصلاح کرد.

## ۵- شبیه سازی

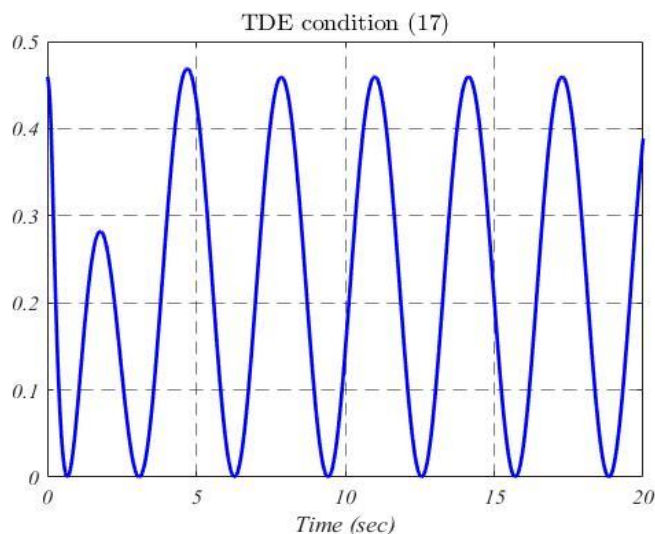
به منظور بررسی اثر بخشی طرح کنترلی پیشنهاد شده برای بالگرد 3-DOF مطالعه شبیه سازی انجام شده است. پارامترهای به کار رفته در دینامیک بالگرد مطابق جدول (۱) در نظر گرفته شده‌اند. به منظور بررسی مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی اغتشاشات زیر در شبیه سازی اعمال شده‌اند.

$$\varepsilon_\alpha = 0.2 \sin(5t) \quad , \quad \varepsilon_\beta = 0.2 \sin(5t)$$

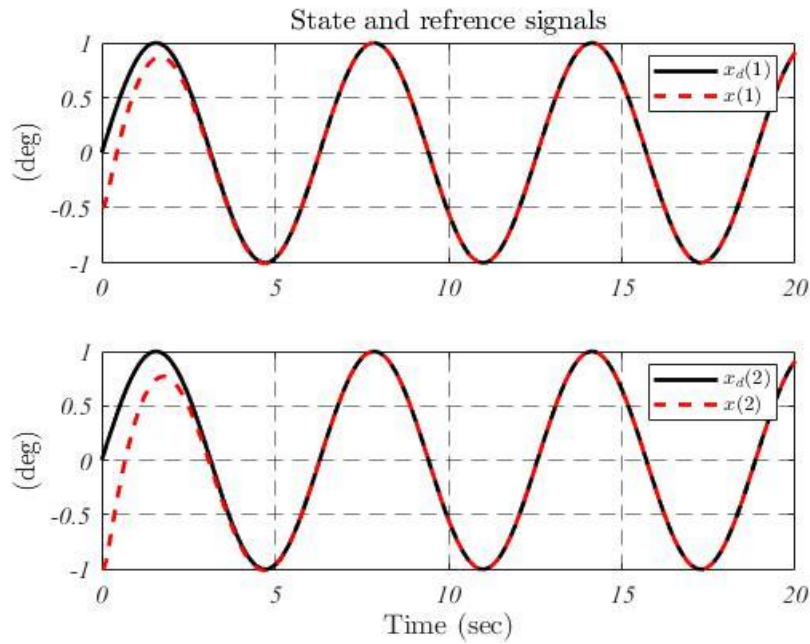
پارامترهای کنترل کننده به منظور کنترل مناسب بالگرد در ادامه آورده می‌شوند.  $k_s = \text{diag}(1,1)$  و  $\beta = \text{diag}(1,1)$  انتخاب می‌شوند. به منظور بررسی پدیده اشباع در عملگر، نیز حد بالای ورودی کنترلی  $V_{fmax} = V_{bmax} = 15$  در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، به منظور محدود ماندن خطای تخمین تاخیر زمانی، پارامتر  $\bar{M}$  به گونه‌ای انتخاب شده است که نامعادله (۱۷) برقرار باشد.

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1.38 & 0.2 \\ 1.38 & -0.2 \end{bmatrix}$$

در شکل (۲)، سمت چپ نامعادله (۱۷) به ازای  $\bar{M}$  انتخابی رسم شده است. هدف کنترلی در این مقاله تعقیب مسیر مرجع توسط حالت‌های سیستم با دقت مناسب است. در این مطالعه مسیر مرجع در نظر گرفته شده یک مسیر سینوسی برای هر دو حالت رول و پیچ است. شرایط اولیه در نظر گرفته شده برای بالگرد  $x(0) = [-0.5, -1]^T$  است. در شکل (۳) مسیر مرجع به همراه حالت‌های رول و پیچ رسم شده است.

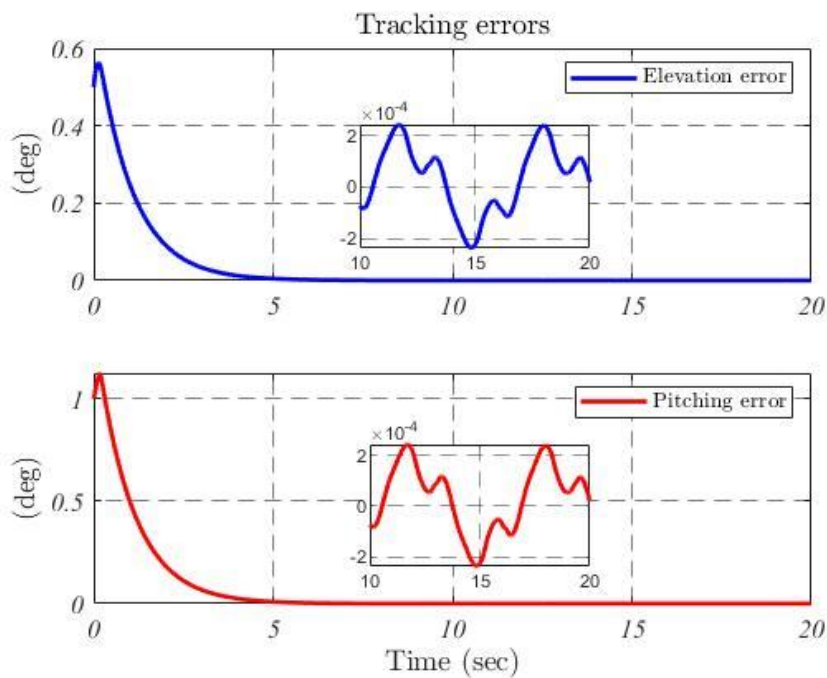


شکل ۲- برآورده شدن شرط موجود در رابطه (۱۷)

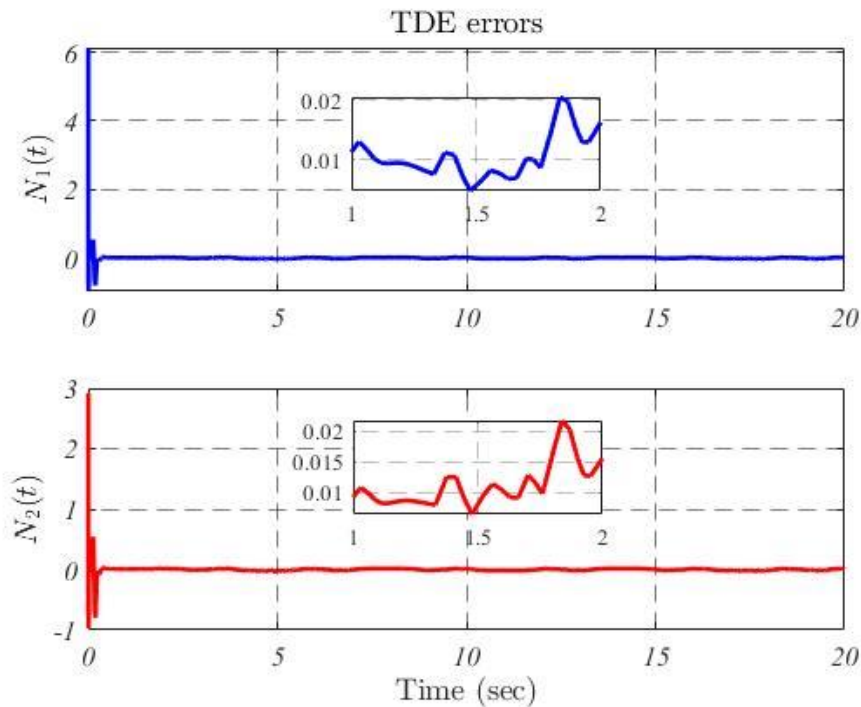


شکل ۳- مسیر مرجع به همراه حالت‌های رول و پیچ با شرایط اولیه قابل مشاهده در نمودار

در شکل (۳) انطباق مناسب سیگنال‌های حالت با مسیر مرجع قابل مشاهده است. با توجه به این مسئله که در لحظه اولیه شرایط اولیه متفاوت با مسیر مرجع به بالگرد داده شده است، لیکن در ادامه با توجه به عملکرد مطلوب کنترل اعمال شده، خطاهای کنترلی به کمتر از  $2.2 \times 10^{-4}$  می‌رسند. به منظور لغو عدم قطعیت‌ها، اغتشاشات و دینامیک‌های غیر خطی مدل بالگرد از تکنیک تاخیر زمانی استفاده شده است. خطای تخمین تاخیر زمانی در شکل (۵) رسم شده است. همانطور که در شکل رسم شده است، پس از گذر ۱ ثانیه مقدار خطا به کمتر از ۰/۰۲ رسیده است.

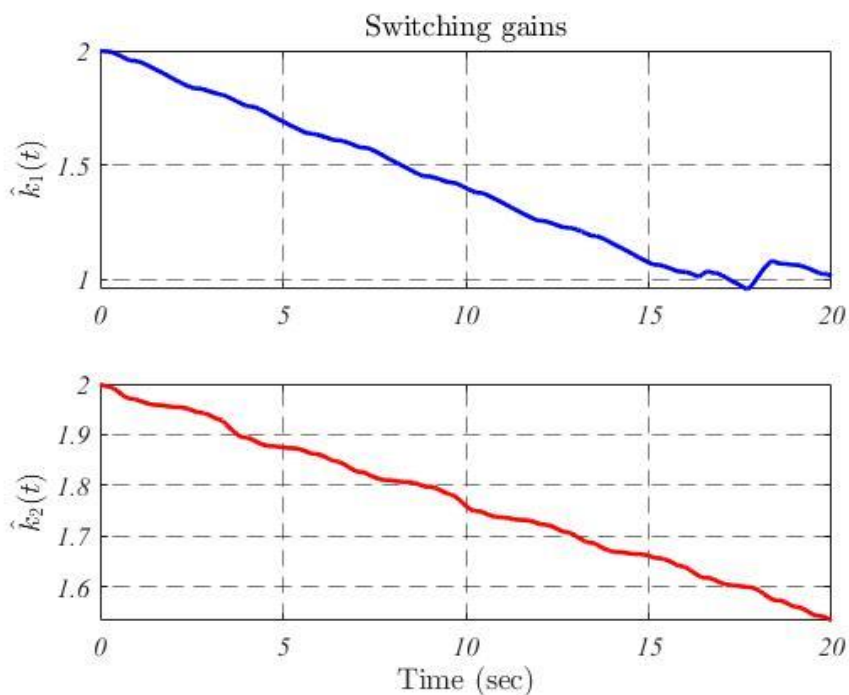


شکل ۴- خطای تعقیب حالت‌های بالگرد

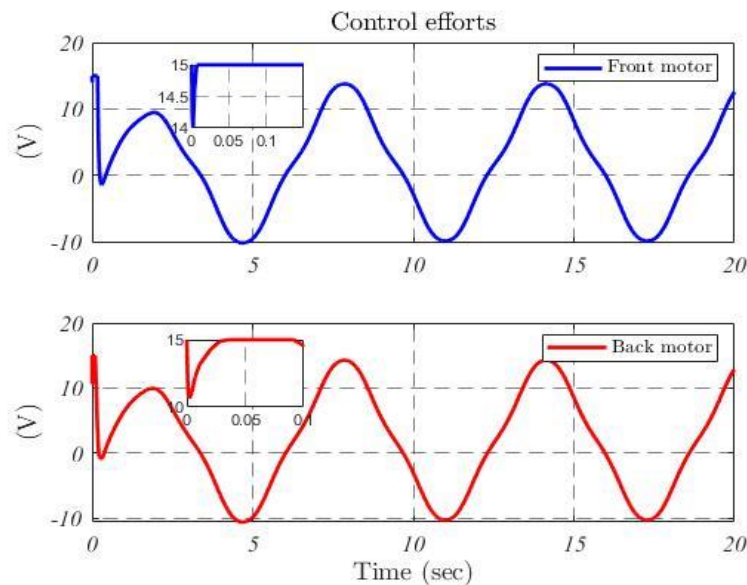


شکل ۵- خطای تخمین TDE

به منظور سرکوب خطای TDE در الگوریتم کنترلی از یک قانون کنترل مد لغزشی استفاده شده است. به دلیل عدم داشتن هر گونه دانش در مورد حد بالا و همچنین عدم انتخاب مقادیر محافظه کارانه برای گین سویچینگ، از یک قانون تطبیق بهره گرفته شده است. این قانون تطبیق در شکل (۶) رسم شده است. در نهایت نیز ورودی کنترلی  $u_s$  به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی نیز در شکل (۷) رسم شده است.



شکل ۶- بهره سویچینگ تطبیقی



شکل ۷- ورودی کنترلی اعمال شده به بالگرد  $u_s$

همانگونه که در شکل (۷) دیده می شود، ورودی کنترلی  $u_s$  عاری از چترینگ و دارای سیگنالی کاملاً هموار است. علاوه بر این اثرات اشباع در عملگر نیز در قانون کنترلی مشاهده می شود. با این حال، با اعمال چنین ورودی کنترلی اشباع شده‌ای به بالگرد، همانطور که در شکل‌های (۳ و ۴) قابل مشاهده است، علیرغم شرایط موجود مانند اغتشاشات خارجی و ... اهداف کنترلی به شکل مناسبی به دست آمده‌اند.

## ۶- نتیجه گیری

با توجه به اهمیت خاص بالگردها به دلیل کاربردهای فراوان نظامی و غیرنظامی یک کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی به همراه تکنیک TDE برای بالگرد 3-DOF توسعه داده شده است. یکی از مهمترین مزیت‌های این کنترل کننده مستقل از مدل بودن است که این کنترل کننده را در عمل به شدت کاربردی کرده است. به دلیل به کارگیری تکنیک TDE در ساختار کنترل، کنترل کننده نسبت به عدم قطعیت‌های مدلسازی و اغتشاشات خارجی در حضور پدیده عملی اشباع در عملگر مقاوم است. همچنین به منظور حذف خطای تخمین تاخیر زمانی کنترل مد لغزشی به کار رفته است. طراحی تطبیقی بهره سوییچینگ این مزیت را به همراه داشته است که به دانش اولیه نسبت به حد بالای اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها نیاز نبوده و مقدار گین سوییچینگ به شکل محافظه کارانه نیز انتخاب نمی شود. نتایج به دست آمده از اعمال کنترل کننده پیشنهادی بر دینامیک بالگرد در بخش شبیه سازی موید آن است که کنترل کننده به خوبی بالگرد را در حضور شرایط ذکر شده در بالا کنترل نموده است.

## مراجع

- [1] Marconi, L., and Naldi, R., "Robust Full Degree-of-freedom Tracking Control of a Helicopter", *Automatica*, Vol. 43, No. 11, pp. 1909-1920, (2007).

- [2] Vilchis, J., "Nonlinear Modelling and Control of Helicopters. Automatica", Vol. 39(9), (2003).
- [3] Kadmiry, B., and Driankov, D., "A Fuzzy Gain-scheduler for the Attitude Control of an Unmanned Helicopter", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 12, No. 4, pp. 502-515, (2004).
- [4] Baranyi, P., and Yam, Y., "Case Study of the TP-model Transformation in the Control of a Complex Dynamic Model with Structural Nonlinearity", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 53, No. 3, pp. 895-904, (2006).
- [5] Tanaka, K., Ohtake, H., and Wang, H., "A Practical Design Approach to Stabilization of a 3-DOF RC Helicopter", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 2, pp. 315-325, (2004).
- [6] Zheng, E.H., Xiong, J.J., and Luo, J.L., "Second Order Sliding Mode Control for a Quadrotor UAV", ISA Transactions, Vol. 53(4), pp. 1350-1356, (2014).
- [7] Lozano, R., Sanchez, A., Salazar-Cruz, S., Fantoni, I., and Torres, J., "Discrete-time Stabilization of Integrators in Cascade: Real-time Stabilization of a Mini-rotorcraft", In Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, 13-15 December, San Diego, CA, USA, pp. 6265-6270, (2006).
- [8] Salazar-Cruz, S., Kendoul, F., Lozano, R., and Fantoni, I., "Real-time Stabilization of a Small Three-rotor Aircraft", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 44, No. 2, pp. 783-794, (2008).
- [9] Castillo, P., Lozano, R., and Dzul, A., "Stabilization of a Mini-rotorcraft Having Four Rotors", In 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 28 September - 02 October, Sendai, Japan, pp. 2693-2698, (2004).
- [10] Andrievsky, B., Peaucelle, D., and Fradkov, A.L., "Adaptive Control of 3DOF Motion for LAAS Helicopter Benchmark: Design and Experiments", In 2007 American Control Conference, 09-13 July, New York, NY, USA, pp. 3312-3317, (2007).
- [11] Hamood, M.A., Akmeliawati, R., and Legowo, A., "Multiple-surface Sliding Mode Control for 3DOF Helicopter", In 2011 4th International Conference on Mechatronics (ICOM), 17-19 May, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 1-5, (2011).
- [12] Liu, H., Lu, G., and Zhong, Y., "Robust LQR Attitude Control of a 3-DOF Laboratory Helicopter for Aggressive Maneuvers", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 60, No. 10, pp. 4627-4636, (2012).
- [13] Kocagil, B.M., Arıcan, A.Ç., Güzey, Ü.M., Özcan, S., and Salamci, M.U., "Controller Designs for Nonlinear Systems with Application to 3 DOF Helicopter Model", Gazi University Journal of Science Part A: Engineering and Innovation, Vol. 4, No. 3, pp. 47-66, (2017).

- [14] Kiefer, T., Graichen, K., and Kugi, A., "Trajectory Tracking of a 3DOF Laboratory Helicopter under Input and State Constraints", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 18, No. 4, pp. 944-952, (2009).
- [15] Kutay, A., Calise, J., Idan, M., and Hovakimyan, N., "Experimental Results on Adaptive Output Feedback Control using a Laboratory Model Helicopter", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 13, No. 2, pp. 196-202, (2005).
- [16] Edwards, C., and Spurgeon, S., "*Sliding Mode Control: Theory and Applications*", CRC Press, London, England, pp. 150-210, (1998).
- [17] Utkin, V.I., and Chang, H.-C., "Sliding Mode Control on Electro-mechanical Systems", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 8, pp. 10-15, (2009).
- [18] Levant, A., "Sliding Order and Sliding Accuracy in Sliding Mode Control", *International Journal of Control*, Vol. 58, No. 6, pp. 1247-1263, (1993).
- [19] Utkin, V., and Lee, H., "Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems", In *International Workshop on Variable Structure Systems*, 05-07 June, Alghero, Italy, pp. 346-350, (2006).
- [20] Huang, Y.-J., Kuo, T.-C., and Chang, S.-H., "Adaptive Sliding-mode Control for Nonlinear systems with Uncertain Parameters", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Vol. 38, No. 2, pp. 534-539, (2008).
- [21] Plestan, F., Shtessel, Y., Brégeault, V., and Poznyak, A., "Sliding Mode Control with Gain Adaptation—Application to an Electropneumatic Actuator", *Control Engineering Practice*, Vol. 21, No. 5, pp. 679-688, (2013).
- [22] Zhihong, M., O'day, M., and Yu, X., "A Robust Adaptive Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators", *Journal of Intelligent and Robotic systems*, Vol. 24, No. 1, pp. 23-41, (1999).
- [23] Neila, R., and Tarak, D., "Adaptive Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators", *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 8, No. 2, pp. 215-220, (2011).
- [24] Wang, X., Li, Z., He, Z., and Gao, H., "Adaptive Fast Smooth Second-order Sliding Mode Control for Attitude Tracking of a 3-DOF Helicopter", *Electrical Engineering and Systems Science*, Vol. 1, No. 3, pp. 1-10, (2020).
- [25] Lee, J., Chang, P.H., and Jin, M., "Adaptive Integral Sliding Mode Control with Time-delay Estimation for Robot Manipulators", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 64, No. 8, pp. 6796-6804, (2017).



**Abstract**

In this paper, a model-independent adaptive sliding mode control method based on time-delay estimation (TDE) for a three degrees of freedom (3-DOF) helicopter in the presence of external disturbances and types of uncertainties is presented. In this approach, the switching gain of sliding mode is determined adaptively in order to increase the efficiency in tracking the reference path and reduce the chattering. In the adaptation law which causes rapid convergence to the sliding surface, a small and arbitrary neighborhood of sliding mode polynomials is used. In this neighborhood, it is considered that the derivatives of the adaptive gain are inversely proportional to the sliding variables. In this approach, to avoid using the dynamic model that is accompanied by modeling error, the time delay estimation approach has been used. In the time delay estimation, creating a time delay signal eliminates system dynamics and uncertainties. The uniformly ultimately bounded (UUB) stability of the closed-loop system is also shown. Finally, the efficiency of the proposed approach is investigated by studying the simulation on a 3-DOF helicopter.