

حل تحلیلی جریان و انتقال حرارت در مبدل حرارتی سه لوله‌ای نیمه متخلخل مرکب از اوپراتور و کندانسور

در این تحقیق استفاده از فوم فلزی جهت بهبود عملکرد یک مبدل حرارتی سه لوله‌ای مرکب از کندانسور و اوپراتور مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور با بکارگیری بستر نیمه متخلخل، ضمن افزایش انتقال حرارت، امکان کنترل افت فشار نیز برای طراح فراهم شده است. برای ارزیابی عملکرد این مبدل ابتدا به کمک روش حل تحلیلی روابط هیدرولیکی و حرارتی حاکم بر مسئله بدست آمده و سپس جهت اعتبارسنجی، مدل سازی عددی در نرم افزار آنسیس-فلونت انجام گرفته است. نتایج نشان داد که عملکرد مبدل حرارتی سه لوله‌ای در حالت نیمه متخلخل دارای رشد چشمگیر سه برابری نسبت به حالت غیر متخلخل می‌باشد. همچنین مقدار تخلخل ۰/۹۷ بعنوان نقطه بهینه عملکردی و شعاع تخلخل بی بعد ۱/۷۸ بعنوان شعاع بحرانی هیدرولیکی ارائه گردید.

سید سعید
گل‌باغی ماسوله^۱
دانشجوی دکتری

محمد نیکیان^۲
استادیار

مهرانگیز قاضی^۳
استادیار

واژه‌های راهنما: مبدل حرارتی سه لوله‌ای، محیط نیمه متخلخل، فوم فلزی، حل تحلیلی، معیار عملکرد

۱- مقدمه

فوم‌های فلزی بعنوان یکی از انواع بسترهای متخلخل روز بروز در صنایع و رشته‌های مختلف مهندسی توسعه می‌یابد. از جمله کاربردهای مهم فوم‌های فلزی استفاده از آن در مبدل‌های حرارتی می‌باشد. استفاده از یک مبدل حرارتی سه لوله‌ای تقویت شده با فوم فلزی بعنوان ایده‌ای نو در این تحقیق مطرح شده است. در لوله داخلی و کانال بیرونی این مبدل، مبردهای در حال تغییر فاز و در کانال حلقوی میانی سیال هوا در بستر نیمه متخلخل جریان دارد. طرح پیشنهادی سه هدف اساسی را دنبال می‌کند: دفع حرارت از کندانسور، جذب حرارت از اوپراتور و استفاده از هوای خروجی برای سیستم‌های تهویه مطبوع و فرآیندهای صنعتی. به عبارت دیگر با ترکیب کندانسور و اوپراتور از سیکل‌های ترمودینامیکی مختلف و هدایت بخشی از حرارت اتلافی به جریان هوای ورودی به هواساز می‌توان بازده حرارتی کل سیستم را افزایش داد. استفاده این طرح در کندانسور آبشاری ارائه شده توسط امامی فر [۱] یکی از کاربردهای این مبدل سه لوله‌ای می‌باشد. با توجه به وجود مبرد در حال تغییر فاز در لوله داخلی و فضای حلقوی بیرونی، ساختار پیشنهادی مورد بررسی می‌تواند به یک فضای

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد تاکستان، دانشگاه آزاد اسلامی، تاکستان، ایران saeed.golbaghi@iau.ac.ir

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تاکستان، دانشگاه آزاد اسلامی، تاکستان، ایران

Mohammad.Nikian@iau.ac.ir

^۳ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تاکستان، دانشگاه آزاد اسلامی، تاکستان، ایران mhrghazi@tiau.ac.ir

حلقوی نیمه‌متخلخل با شرایط مرزی دما ثابت، ساده شود. استفاده از فوم‌های فلزی باعث افزایش میزان انتقال حرارت در مبدل حرارتی می‌گردد. اما از طرفی دیگر موجب افزایش قابل توجه افت فشار نیز خواهد شد. بنابراین جهت بهبود عملکرد مبدل حرارتی می‌باید افت فشار جریان را به حداقل رساند. استفاده از بسترهای نیمه‌متخلخل یکی از راهکارهای تقویت نرخ انتقال حرارت همراه با ایجاد افت فشار قابل قبول می‌باشد که بر اساس آن می‌توان ضخامت طراحی را محاسبه نمود.

عمده مقالات ارائه شده برای انتقال حرارت در بسترهای متخلخل بر مبنای شار حرارتی ثابت در دیواره‌ها می‌باشد. از جمله بارگای و ردی [۲] که انتقال حرارت را در ناحیه در حال توسعه بین دو صفحه تخت موازی و نیمه‌متخلخل بروش عددی بدست آوردند. همچنین فنایی و رضاپور [۳] با استفاده از نرم افزار کامسول پارامترهای هیدرولیکی-حرارتی را در یک لوله پر از فوم فلزی، در معرض تابش خورشید مورد بررسی قرار دادند. در خصوص جریان تحت شرایط مرزی دما ثابت مقالات کمتری ارائه شده است و هندسه جریان در این تحقیقات عمدتاً متشکل از دو صفحه تخت موازی نامحدود می‌باشد. در این زمینه مندال [۴] به روش تحلیلی معادله سرعت و توزیع دما را بین دو صفحه تخت موازی و پر از ماده متخلخل بدست آورد. این مقاله از معدود تحقیقاتی است که در آن دمای ثابت دو دیواره نابرابر با یکدیگر در نظر گرفته شده است. در تحقیقی متفاوت ساتيامورتی و بارگای [۵] مشخصه‌های حرارتی جریان سیال را در این هندسه تحت دمای ثابت برابر در بستر نیمه‌متخلخل بررسی کردند. برای این منظور از روش تحلیلی در حل پروفیل سرعت و از روش عددی برای بدست آوردن پروفیل دما و عدد نوسلت استفاده گردید. همچنین مغربی و همکاران [۶] به روش عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری را در ناحیه توسعه‌یافته بین دو صفحه تخت موازی هم‌دما مورد بررسی قرار دادند. محیط کاملاً متخلخل و مدل حرارتی تعادلی از ویژگی‌های این تحقیق است. پس از آن ارمغانی و همکاران [۷] در مقاله‌ای مشابه پارامترهای حرارتی را در این هندسه مورد مطالعه قرار دادند که در نظر گرفتن مدل عدم تعادل حرارتی در معادلات انرژی از تمایزات مهم این تحقیق می‌باشد. همچنین در ادامه ارمغانی و همکاران [۸] در مقاله‌ای متفاوت تاثیر مدل‌های مختلف توزیع شار حرارتی را نیز مورد بررسی قرار دادند. در انتها ایلمن و همکاران [۹] نتایج حرارتی را برای جریان اجباری در یک کانال تخت کاملاً متخلخل با دیواره‌های دما ثابت بدست آوردند. فرض تخلخل متغیر از ویژگی‌های متمایز این مقاله محسوب می‌شود.

تعداد کمی از تحقیقات نیز در زمینه جریان در لوله‌های دما ثابت با بستر متخلخل وجود دارد. از جمله کیم و همکاران [۱۰] که انتقال حرارت جابجایی اجباری را در یک لوله نیمه‌متخلخل برای حالت دما ثابت، بروش عددی بررسی کردند. برای این منظور در مرز بین دو محیط از شرط پیوستگی تنش برشی و پیوستگی شار هدایتی شعاعی استفاده نمودند. همچنین هومن و اجلالی [۱۱] به روش عددی، انتقال حرارت اجباری را در شرایط در حال توسعه حرارتی در داخل یک لوله کاملاً متخلخل و دما ثابت از نظر قانون اول و دوم ترمودینامیک مورد بررسی قرار دادند. معادله انرژی در حالت تعادل حرارتی و با در نظر گرفتن اتلافات لزجت ارائه گردید. همچنین برای دو حالت حدی با نفوذپذیری بسیار بالا و پایین، حل میدان سرعت، دما و تولید آنتروپی به روش تحلیلی انجام گرفت. در ادامه معرفت و همکاران [۱۲] بصورت عددی جابجایی اجباری را در یک لوله نیمه‌متخلخل دما ثابت مورد مطالعه قرار دادند. بمنظور تشکیل هر دو ناحیه در حال توسعه و توسعه یافته، از لوله‌ای با طول به اندازه کافی بزرگ استفاده گردید. همچنین ضخامت بهینه در ازای افت فشار قابل قبول و با

هدف افزایش نرخ انتقال حرارت پیشنهاد شد. پس از آن دهقان و همکاران [۱۳] اثرات مدل حرارتی غیرتعادلی را در ناحیه توسعه یافته حرارتی از یک لوله دما ثابت کاملاً متخلخل به روش تحلیلی بررسی کردند و روابط سرعت و اختلاف دمای بی‌بعد سیال و جامد را تحت عنوان شدت عدم تعادل حرارتی با استفاده از روش پرتربیشن بدست آوردند. روابط مجزایی در این مقاله برای دمای سیال و جامد در مدل غیرتعادلی ارائه نگردید. در تحقیقی متفاوت وانگ و همکاران [۱۴] از طرح ماده متخلخل غیرهمگن در داخل لوله استفاده کردند و بسترهای متخلخل با قطر حفره یا تخلخل متغیر را در یک لوله دما ثابت در نظر گرفتند. نویسندگان برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت از نرم افزار انسیس-فلوئنت استفاده نمودند. در انتها نوری بروجردی و سید هاشمی [۱۵] بصورت عددی جریان اجباری مغشوش را در ناحیه در حال توسعه حرارتی از یک لوله دما ثابت نیمه‌متخلخل مورد بررسی قرار دادند. در خصوص جریان در هندسه حلقوی با شرایط مرزی دما ثابت، مقالات بسیار اندکی موجود است. میترویچ و مالتیک [۱۶] توزیع دما و عدد نوسلت را در جریان کاملاً توسعه یافته هیدرولیکی در فضای حلقوی با شرایط مرزی دما ثابت نابرابر و بدون ماده متخلخل بررسی کردند. برای این منظور بترتیب از روش حل تحلیلی و عددی برای نواحی توسعه یافته و در حال توسعه حرارتی استفاده نمودند. در ادامه میترویچ و مالتیک [۱۷] انتقال حرارت جابجایی اجباری آرام را در یک کانال حلقوی کاملاً متخلخل تحت شرایط مرزی دما ثابت نابرابر بروش عددی بررسی کردند و در این راستا مدل جریان داری-برینکمن و مدل انرژی تعادل حرارتی را بکار گرفتند. اخیراً ایوبی ایوبلو و همکاران [۱۸] نیز پارامترهای حرارتی را در کانال نیمه‌متخلخل حلقوی عمودی با لوله‌های دما ثابت نابرابر مورد مطالعه قرار دادند. نویسندگان نوع انتقال حرارت را برخلاف مقاله حاضر از نوع جابجایی طبیعی در نظر گرفتند.

در انتها لازم بذکر است که نتایج تجربی نیز برای پارامترهای حرارتی در محیط‌های متخلخل ارائه شده است. همانند نیکیان و همکاران [۱۹] که جریان دو فازی را در محیط متخلخل لوله و کانال مستطیلی تحت شار ثابت مورد بررسی قرار دادند. اما بر خلاف حالت شار ثابت، نتایج تجربی در کانال‌های دما ثابت اندک می‌باشد. مقاله نظری و همکاران [۲۰] برای جریان اجباری در لوله دما ثابت کاملاً متخلخل از معدود تحقیقات آزمایشگاهی منتشر شده در این خصوص می‌باشد.

اهمیت بهینه‌سازی مصرف انرژی در صنعت، یکی از دلایل اصلی پیشنهاد طرح مبدل حرارتی سه لوله‌ای نیمه‌متخلخل می‌باشد. استفاده از مبدل حرارتی سه لوله‌ای برای جریان بخار سرد خروجی از اواپراتور و مایع داغ خروجی از کندانسور اخیراً توسط توین و همکاران [۲۱] پیشنهاد شده است. اما یکی از تمایزات عمده طرح حاضر ترکیب دو جریان در حال تغییر فاز و جریان سیال هوا در یک مبدل حرارتی یکپارچه می‌باشد. بگونه‌ای که ضمن تبادل حرارتی بین دو سیکل تبرید مختلف، قسمتی از حرارت سیکل اول توسط سیال واسط هوا جذب شده و از اتلاف حرارت در کندانسور سیکل دوم کاسته می‌شود. علاوه بر این بواسطه انتقال هوای خروجی از مبدل به هواساز، بازده کلی سیستم نیز بهبود می‌یابد.

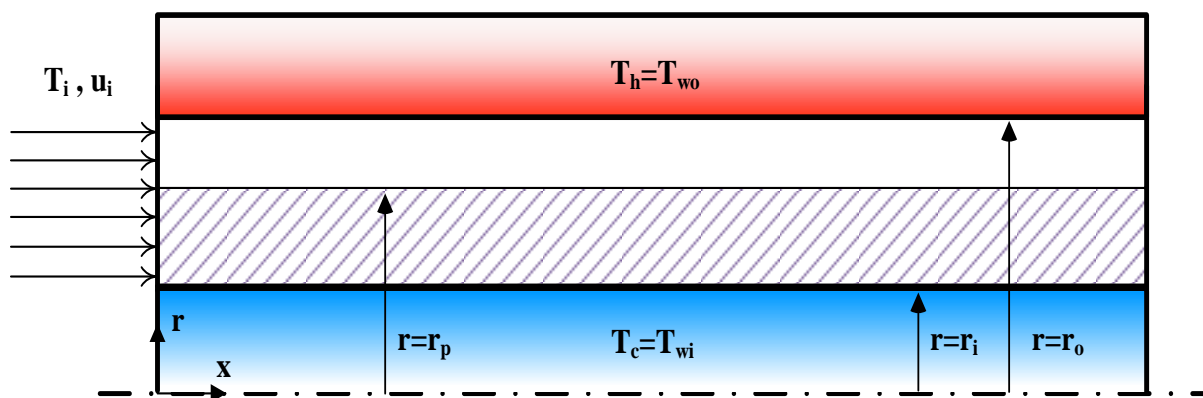
در تحقیق حاضر انتقال حرارت جابجایی اجباری سیال در فضای حلقوی نیمه‌متخلخل با مدل انرژی غیرتعادلی و شرایط مرزی دما ثابت نابرابر بررسی شده است که با توجه به مرور تحقیقات گذشته، این بررسی تاکنون در هیچیک از منابع قابل دسترس منتشر نشده است. برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی در هر دو فضای آزاد و متخلخل از روش تحلیلی استفاده شده است. دستگاهی شامل شش معادله دیفرانسیل متشکل از

روابط بنیادین حاکم بر جریان و انتقال حرارت و سه معادله کمکی توسعه یافتگی همراه با شرایط مرزی کوپل شده بین محیطی تشکیل گردید. برای بدست آوردن پارامترهای تجربی و تحلیلی مورد استفاده در این معادلات همچون قطر پیوندهای شبکه فوم فلزی و ضرایب هدایت موثر سیال و جامد از آخرین روابط تصحیح شده موجود در مقالات استفاده شده است. همچنین معادله مومنتوم براساس مدل داریسی-برینکمن بیان شده که در آن اثر اصطکاک سیال با فوم فلزی و همچنین با دیواره جامد در قالب ایجاد لایه مرزی در نظر گرفته شده است.

2- هندسه مسئله و معادلات حاکم

شکل (۱) مقطع طولی از یک مبدل حرارتی سه لوله‌ای نیمه‌متخلخل را نشان می‌دهد. بعلت تقارن هندسی، نیمی از این مقطع نمایش داده شده است. مبردی در لوله داخلی در دمای T_c در حال تغییر فاز از مایع به گاز می‌باشد. در نتیجه این دمای ثابت به سطح داخلی لوله تحمیل می‌شود ($T_{wi} = T_c$). در فضای حلقوی بیرونی نیز چگالش مبردی دیگر در دمای T_h باعث تحمیل این دما بر سطح لوله می‌شود ($T_{wo} = T_h$). ضخامت لوله‌ها ناچیز فرض می‌گردد در نتیجه دمای دو طرف لوله‌ها یکسان می‌باشد. لایه‌ای از فوم فلزی بر روی لوله داخلی قرار گرفته است. جریان سیال با دمای ثابت $T_{wo} \leq T_i \leq T_{wi}$ و سرعت یکنواخت u_i به فضای حلقوی میانی وارد می‌شود و پس از طی طول مشخصی نهایتاً به توسعه یافتگی هیدرولیکی و حرارتی می‌رسد. شعاع داخلی و بیرونی کانال حلقوی مورد بررسی و شعاع تخلخل بترتیب برابر r_i ، r_o و r_p می‌باشد.

عمده سیال از داخل ناحیه آزاد عبور می‌کند و عبور سیال از ناحیه متخلخل بعلت وجود پیوندهای سه بعدی پیچیده در فوم فلزی، کمتر است. بنابراین حتی اگر سرعت سیال در ورودی کانال بزرگ باشد، همچنان در ناحیه متخلخل بطور نسبی دارای مقدار کوچکی است. بعبارت دیگر با وجود آنکه فوم فلزی دارای تخلخل بالایی است اما ساختار سه بعدی آن همراه با مسیر جریان پیچ در پیچ آن باعث می‌گردد که در مقایسه با دیگر مواد متخلخل، دارای نفوذپذیری کمتری باشد. ترم درگ فورچهایمر (درگ فشاری) در سرعت‌های پایین تاثیر کمی بر جریان سیال دارد بنابراین می‌توان آن را از معادله مومنتوم حذف نمود. بهمین دلیل در ارائه معادله مومنتوم سیال از مدل داریسی-برینکمن استفاده شده است که در آن علاوه بر در نظر گرفتن اصطکاک سیال با محیط متخلخل (ترم داریسی)، اصطکاک سیال با دیواره جامد (ترم برینکمن) نیز در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- مقطع طولی مبدل حرارتی سه لوله‌ای نیمه‌متخلخل

جریان سیال در فضای حلقوی، اجباری، آرام، تراکم ناپذیر، کاملاً توسعه یافته هیدرولیکی و حرارتی و پایدار فرض شده است. همچنین هوا بعنوان سیال عامل در فضای حلقوی جریان دارد که با فرض اختلاف دمایی کوچک دو مبرد، می توان خواص ترموفیزیکی آن را ثابت فرض نمود. علاوه بر موارد بیان شده فرضیات زیر بر مسئله حاکم است:

- بستر متخلخل از سیال در حال جریان، اشباع (پر) شده است.
 - بستر متخلخل همگن و همسانگرد از جنس فوم فلزی سلول باز با تخلخل و هدایت بالا و از نوع سلول دوازده وجهی می باشد.
 - از ضخامت لوله ها صرف نظر می شود.
 - لوله ها دارای ضریب هدایت بسیار بالا می باشند و مقاومت حرارتی تماسی بین فوم فلزی و لوله داخلی قابل صرف نظر کردن است.
- معادلات حاکم بر محیط نیمه متخلخل متشکل از معادلات پیوستگی، مومنتوم [۲۲] و انرژی سیال و جامد [۲۲] می باشد. با توجه به مدل جریان داری برینکمن و مدل انرژی غیرتعدالی روابط حاکم به شکل زیر ارائه می گردد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{dp}{dx} + \frac{\mu_f}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\mu_f}{K} u = 0 \quad : \quad r_i \leq r \leq r_p \quad (2)$$

$$-\frac{dp}{dx} + \mu_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = 0 \quad : \quad r_p \leq r \leq r_o \quad (3)$$

$$k_{fe} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + h_{sf} \alpha_{sf} (T_s - T_f) = \rho_f c_{fu} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad : \quad r_i \leq r \leq r_p \quad (4)$$

$$k_{se} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT_s}{dr} \right) - h_{sf} \alpha_{sf} (T_s - T_f) = 0 \quad : \quad r_i \leq r \leq r_p \quad (5)$$

$$k_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) = \rho_f c_{fu} \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad : \quad r_p \leq r \leq r_o \quad (6)$$

در یک کانال حلقوی، شرایط مرزی دما ثابت نابرابر همراه با شرط توسعه یافتگی حرارتی منجر به گرادیان دمایی صفر در راستای محوری کانال خواهد شد. در نتیجه معادله انرژی فاز سیال در محیط متخلخل و غیرمتخلخل به روابط زیر خلاصه می گردد:

$$k_{fe} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT_f}{dr} \right) + h_{sf} \alpha_{sf} (T_s - T_f) = 0 \quad : \quad r_i \leq r \leq r_p \quad (7)$$

$$k_f \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT_f}{dr} \right) = 0 \quad : \quad r_p \leq r \leq r_o \quad (8)$$

همچنین با توجه به شرط توسعه یافتگی هیدرولیکی و حرارتی روابط زیر برای گرادیان سرعت، فشار و دما برقرار است:

$$\frac{du}{dx} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{dp}{dx} = \text{cte} \quad (10)$$

$$\frac{d\theta_f}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{T_f - T_w}{T_b - T_w} \right) = 0 \quad (11)$$

از معادله پیوستگی همراه با شرط توسعه یافتگی هیدرولیکی و شرط عدم لغزش در دیوارها، می‌توان نتیجه گرفت که مولفه شعاعی سرعت برابر صفر می‌باشد ($v = 0$) [۲۳]. در کنار معادلات بنیادین ارائه شده، روابط تجربی و تحلیلی زیر جهت تعیین پارامترهای ساختاری ماده متخلخل مورد نیاز است. در این تحقیق فوم فلزی با سلول دوازده وجهی بعنوان ماده متخلخل در نظر گرفته شده است. پارامترهای ساختاری و حرارتی فوم فلزی شامل قطر حفره [۲۳]، قطر فیبر [۲۴]، نفوذپذیری [۲۴، ۲۵]، سطح مخصوص [۲۴، ۲۵]، ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی [۲۴، ۲۵] و ضرایب هدایت موثر سیال و جامد بر اساس اصلاحیه بومسما و پولیکاکس [۲۶] بترتیب از روابط (۱۲)، (۱۳)، (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و (۲۴) بدست می‌آید.

$$d_p = \frac{0.0254}{\omega} \quad (12)$$

$$\frac{d_f}{d_p} = 1.18 \sqrt{\frac{(1-\varepsilon)}{3\pi}} \left(\frac{1}{1 - e^{(\varepsilon-1)/0.04}} \right) \quad (13)$$

$$K = 0.00073(1 - \varepsilon)^{-0.224} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{-1.11} d_p^2 \quad (14)$$

$$\alpha_{sf} = \frac{3\pi d_f (1 - e^{-((1-\varepsilon)/0.04)})}{(0.59d_p)^2} \quad (15)$$

$$h_{sf} = \begin{cases} 0.76Re_d^{0.4}Pr^{0.37}k_f/d & (1 \leq Re_d \leq 40) \\ 0.52Re_d^{0.5}Pr^{0.37}k_f/d & (40 \leq Re_d \leq 10^3) \\ 0.26Re_d^{0.6}Pr^{0.37}k_f/d, & (10^3 \leq Re_d \leq 2 \times 10^5) \end{cases} \quad (16)$$

$$d = (1 - e^{(\varepsilon-1)/0.04})d_f \quad (17)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sqrt{2}(2 - \frac{3\sqrt{2}}{4}e^3 - 2\varepsilon)}{\pi(3 - 2\sqrt{2}e - e)}}, \quad e = 0.16 \quad (18)$$

$$R_A = \frac{4\lambda}{(2e^2 + \pi\lambda(1 - e))k_s + (4 - 2e^2 - \pi\lambda(1 - e))k_f} \quad (19)$$

$$R_B = \frac{(e - 2\lambda)^2}{(e - 2\lambda)e^2k_s + (2e - 4\lambda - (e - 2\lambda)e^2)k_f} \quad (20)$$

$$R_C = \frac{\sqrt{2} - 2e}{(\sqrt{2}\pi\lambda^2)k_s + (2 - \sqrt{2}\pi\lambda^2)k_f} \quad (21)$$

$$R_D = \frac{2e}{e^2k_s + (4 - e^2)k_f} \quad (22)$$

$$k_e = \frac{\sqrt{2}}{2(R_A + R_B + R_C + R_D)} \quad (23)$$

$$k_{se} = k_e|_{k_f=0} \quad , \quad k_{fe} = k_e|_{k_s=0} \quad (24)$$

شرط عدم لغزش سیال و شرط مرزی دما ثابت در دیواره‌ها، شرایط مرزی حکمفرما بر دامنه حل می‌باشد. همچنین با فرض هدایت بالای لوله داخلی در محل اتصال به فوم فلزی می‌توان دمای سیال و جامد را در سطح لوله داخلی برابر در نظر گرفت. در نتیجه:

$$u|_{r_i} = 0 \quad \text{and} \quad u|_{r_o} = 0 \quad (25)$$

$$T_f|_{r_i} = T_s|_{r_i} = T_{wi} \quad (26)$$

$$T_f|_{r_o} = T_{wo} \quad (27)$$

با توجه به اینکه بین محیط متخلخل و غیرمتخلخل مرز مشترک وجود دارد، لازم است شرایط مرزی بین محیطی جهت تعیین پاسخ حل معادلات تعریف گردد. این شرایط مرزی مطابق با روابط (۲۸) تا (۳۲) بترتیب عبارتند از: پیوستگی سرعت سیال، پیوستگی تنش برشی، پیوستگی دما، پیوستگی شار حرارتی و تبادل حرارتی غیرتعادلی فاز جامد در مرز بین دو محیط [۲۷].

$$u|_{r_p^+} = u|_{r_p^-} \quad (28)$$

$$\mu_f \frac{du}{dr} \Big|_{r_p^+} = \frac{\mu_f}{\varepsilon} \frac{du}{dr} \Big|_{r_p^-} \quad (29)$$

$$T_f|_{r_p^+} = T_f|_{r_p^-} \quad (30)$$

$$k_f \frac{dT_f}{dr} \Big|_{r_p^+} = \left(k_{se} \frac{dT_s}{dr} + k_{fe} \frac{dT_f}{dr} \right) \Big|_{r_p^-} \quad (31)$$

$$-k_{se} \frac{dT_s}{dr} \Big|_{r_p^-} = h_{sf}(T_s|_{r_p^-} - T_f|_{r_p^+}) \quad (32)$$

پارامترهای سرعت محوری و مولفه شعاعی مکان به شکل زیر بی بعد می شوند:

$$U = \frac{u}{u_m} \quad (33)$$

$$R = \frac{r}{r_i} \quad (34)$$

که u_m سرعت میانگین سیال در مقطع حلقوی است. با بی بعد کردن ترم سرعت و مولفه شعاعی مکان، معادلات بی بعد مومنوم سیال در محیط متخلخل و غیر متخلخل به شکل زیر بدست می آید:

$$R^2 \frac{d^2 U}{dR^2} + R \frac{dU}{dR} - s^2 R^2 (U + P) = 0 \quad : \quad 1 \leq R \leq R_p \quad (35)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{dU}{dR} \right) = \frac{P}{Da} \quad : \quad R_p \leq R \leq R_o \quad (36)$$

در معادله (۳۵) s یک پارامتر بی بعد است. بعلا اینکه رابطه s از پارامترهای ساختاری بستر متخلخل و هندسه جریان تشکیل شده است، در بعضی از مقالات تحت عنوان ضریب شکل نامگذاری شده است.

$$s = \sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}} \quad (37)$$

در رابطه (۳۷)، Da عدد دارسی می باشد که بر حسب شعاع داخلی کانال حلقوی تعریف می گردد:

$$Da = \frac{K}{r_i^2} \quad (38)$$

همچنین P در معادلات (۳۵) و (۳۶) یک پارامتر بی بعد و معرف افت فشار در واحد طول کانال می باشد:

$$P = \frac{K}{\mu u_m} \times \frac{dp}{dx} \quad (39)$$

شرایط مرزی بی بعد برای معادلات مومنوم عبارتند از:

$$U|_{R=1} = 0 \quad (۴۰)$$

$$U|_{R=R_o} = 0 \quad (۴۱)$$

$$U|_{R_p^+} = U|_{R_p^-} \quad (۴۲)$$

$$\frac{dU}{dR}\bigg|_{R_p^+} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{dU}{dR}\bigg|_{R_p^-} \quad (۴۳)$$

همچنین دمای بی‌بعد سیال و جامد در معادلات انرژی نسبت به دیواره داخلی مطابق زیر تعریف می‌گردند:

$$\theta_f(r) = \frac{T_f(r) - T_{wi}}{T_b - T_{wi}} \quad (۴۴)$$

$$\theta_s(r) = \frac{T_s(r) - T_{wi}}{T_b - T_{wi}} \quad (۴۵)$$

با توجه به روابط بالا معادلات انرژی بی‌بعد فاز سیال و جامد به شکل زیر بدست می‌آید.

$$k_{re} \left(\frac{d^2\theta_f}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta_f}{dR} \right) + Bi_e(\theta_s - \theta_f) = 0 \quad : \quad 1 \leq R \leq R_p \quad (۴۶)$$

$$k_{re} \left(\frac{d^2\theta_f}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta_f}{dR} \right) + Bi_e(\theta_s - \theta_f) = 0 \quad : \quad 1 \leq R \leq R_p \quad (۴۷)$$

$$\frac{d^2\theta_f}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta_f}{dR} = 0 \quad : \quad R_p \leq R \leq R_o \quad (۴۸)$$

در رابطه (۴۶) و (۴۷) Bi_e عدد بیوت موثر و k_{re} نسبت ضریب هدایت موثر دو فاز می‌باشد.

$$Bi_e = \frac{h_{sf} \alpha_{sf} r_i^2}{k_{se}} \quad (49)$$

$$k_{re} = \frac{k_{fe}}{k_{se}} \quad (50)$$

همچنین فرم بی بعد شرایط مرزی حرارتی عبارتند از:

$$\theta_f|_{R=R_o} = \frac{T_{wo} - T_{wi}}{T_b - T_{wi}} = \theta_{wo} \quad (51)$$

$$\theta_f|_{R=R_p^-} = \theta_f|_{R=R_p^+} \quad (52)$$

$$\left(\frac{d\theta_s}{dR} + k_{re} \frac{d\theta_f}{dR} \right) \Big|_{R_p^-} = k_r \frac{d\theta_f}{dR} \Big|_{R_p^+} \quad (53)$$

$$-\frac{d\theta_s}{dR} \Big|_{R_p^-} = \frac{k_r}{2R_f} Nu_{sf} (\theta_s|_{R_p^-} - \theta_f|_{R_p^+}) \quad (54)$$

در روابط بالا، نسبت ضریب هدایت فاز سیال، شعاع بی بعد فیبر و عدد نوسلت محلی به ترتیب برابر است با:

$$k_r = \frac{k_f}{k_{se}} \quad (55)$$

$$R_f = \frac{r_f}{r_i} \quad (56)$$

$$Nu_{sf} = \frac{h_{sf} d_f}{k_f} \quad (57)$$

3- حل تحلیلی

جهت بدست آوردن روابط سرعت نیاز به حل معادلات مومنتوم در هر دو محیط متخلخل و غیرمتخلخل می باشد. علاوه بر آن افت فشار نیز در این معادلات بعنوان یک پارامتر مجهول ایفای نقش می کند که برای

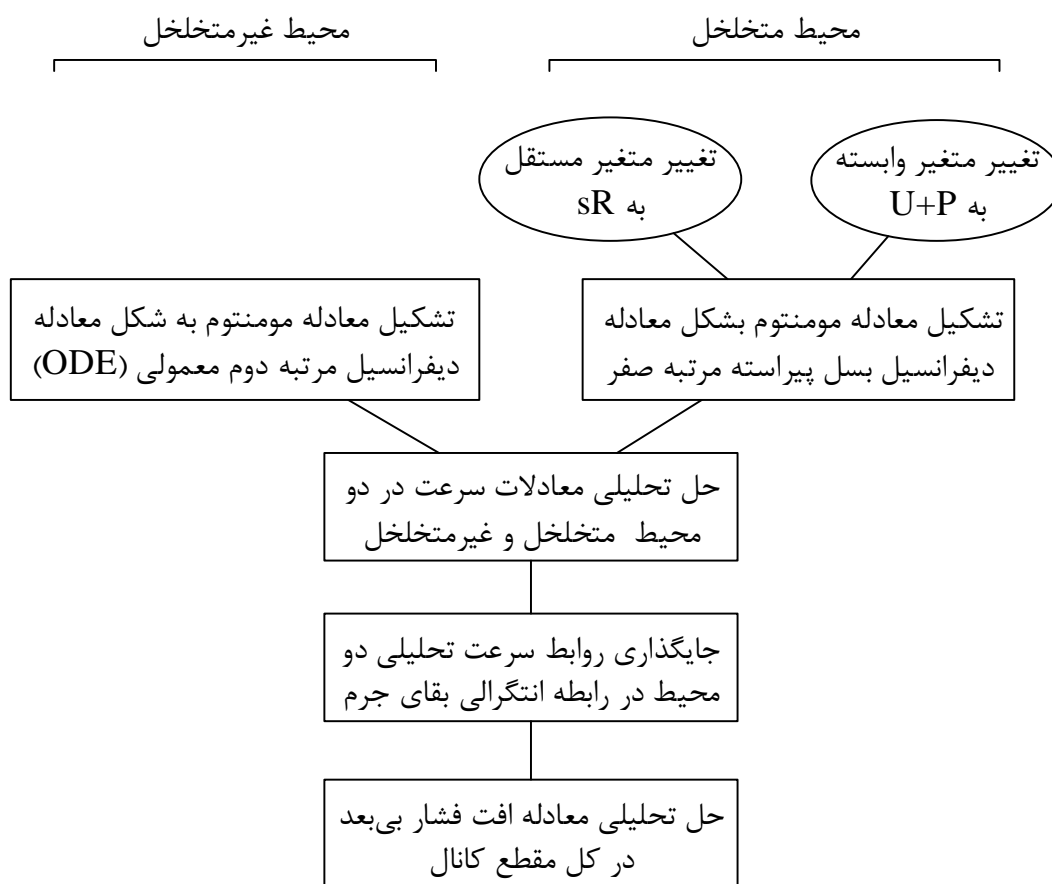
بدست آوردن آن نیاز به یک معادله دیگر می‌باشد. برای این منظور از معادله پیوستگی به شکل رابطه انتگرالی استفاده می‌شود. همچنین جهت بدست آوردن مقادیر ثابت موجود در پاسخ‌های نامعین از شرایط مرزی و شرایط بین محیطی که روابط دو ناحیه را با یکدیگر کوپل می‌کند، استفاده می‌گردد. فرایند کلی حل در شکل (۲) نشان داده شده است.

با طی مراحل ارائه شده در این شکل، پاسخ‌های تحلیلی سرعت بی‌بعد در ناحیه متخلخل و غیر متخلخل بترتیب برابر روابط (۵۸) و (۵۹) می‌باشند.

$$U = P[C_3 I_0(sR) + C_4 K_0(sR) - 1] \quad : 1 < R < R_p \quad (58)$$

$$U = P \left[\frac{1}{4Da} R^2 + C_1 \ln(R) + C_2 \right] \quad : R_p < R < R_o \quad (59)$$

در این روابط افت فشار بی‌بعد در ناحیه توسعه یافته و ثابت حل معادلات دیفرانسیل C_4 مطابق با معادلات (۶۰) و (۶۱) بدست می‌آید و ثابت‌های دیگر بر اساس روابط (۶۲) تا (۶۴) به ثابت C_4 وابسته هستند.



شکل ۲- فرآیند حل تحلیلی سرعت و فشار بی‌بعد

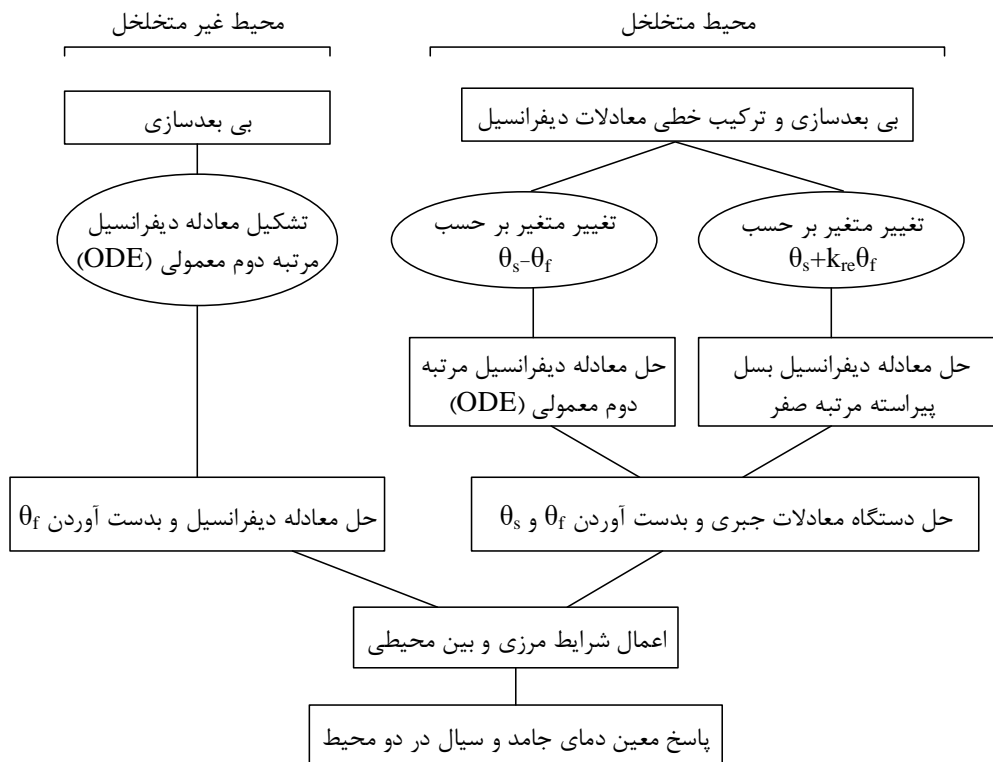
$$P = \frac{R_o^2 - 1}{\left\{ \begin{aligned} &\frac{2C_3}{S} (R_p I_1(sR_p) - I_1(s)) - \frac{2C_4}{S} (R_p K_1(sR_p) + K_1(s)) \\ &+ 1 - R_p^2 + \frac{R_o^4 - R_p^4}{8Da} + C_1 (R_o^2 \ln(R_o) - R_p^2 \ln(R_p)) + (C_2 - \frac{C_1}{4}) (R_o^2 - R_p^2) \end{aligned} \right\}} \quad (60)$$

$$C_4 = \frac{I_0(s) \left[\frac{R_p^2 - R_o^2}{4Da} - \frac{R_p^2}{2Da} \ln\left(\frac{R_p}{R_o}\right) + 1 \right] + \left[\frac{sR_p I_1(sR_p)}{\varepsilon} \ln\left(\frac{R_p}{R_o}\right) - I_0(sR_p) \right]}{K_0(s) \left[\frac{sR_p I_1(sR_p)}{\varepsilon} \times \ln\left(\frac{R_p}{R_o}\right) - I_0(sR_p) \right] + I_0(s) \left[\frac{sR_p K_1(sR_p)}{\varepsilon} \times \ln\left(\frac{R_p}{R_o}\right) + K_0(sR_p) \right]} \quad (61)$$

$$C_3 = \frac{1 - K_0(s)C_4}{I_0(s)} \quad (62)$$

$$C_1 = \frac{sR_p I_1(sR_p)}{\varepsilon} C_3 - \frac{sR_p K_1(sR_p)}{\varepsilon} C_4 - \frac{R_p^2}{2Da} \quad (63)$$

$$C_2 = -\ln(R_o)C_1 - \frac{1}{4Da} R_o^2 \quad (64)$$



شکل ۳- فرآیند حل تحلیلی دمای بی بعد سیال و جامد

از ویژگی‌های حل تحلیلی میدان دما در محیط متخلخل کوپل بودن دمای سیال و جامد در دستگاه معادلات انرژی می‌باشد. برای رفع این پیچیدگی می‌باید معادلات را به گونه‌ای با یکدیگر ترکیب نمود که به یک دستگاه معادلات غیرکوپل شده تبدیل گردد. در این روش هر یک از معادلات جدید بصورت مجزا قابل حل خواهند بود. در محیط غیرمتخلخل حل تحلیلی دمای سیال به علت معمولی بودن معادله دیفرانسیل به آسانی قابل انجام است. جهت بدست آوردن مقادیر ثابت حاصل از حل دستگاه معادلات دیفرانسیل از شرایط مرزی و بین محیطی استفاده شده است. شرایط مرزی بین محیطی از جمله پیوستگی شار حرارتی و پیوستگی دمای سیال خود از عوامل کوپل کننده روابط حرارتی دو محیط می‌باشد. فرایند کلی حل تحلیلی دمای بی‌بعد سیال و جامد در شکل (۳) نشان داده شده است.

با استفاده از روش حل تحلیلی بیان شده، توزیع دمای بی‌بعد سیال و جامد در دو محیط متخلخل و غیرمتخلخل بترتیب مطابق با روابط زیر می‌باشد.

$$\theta_f = \left(\frac{k_r E_1}{k_{re} + 1} \right) \ln(R) - \left(\frac{F_1}{k_{re} + 1} \right) I_K(R) \quad (65)$$

$$\theta_s = \left(\frac{k_r E_1}{k_{re} + 1} \right) \ln(R) + \left(\frac{k_{re} F_1}{k_{re} + 1} \right) I_K(R) \quad (66)$$

$$\theta_f(R) = E_1 \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) + \theta_{wo} \quad (67)$$

که در این روابط مقادیر ثابت E_1 و F_1 ، تابع ترکیبی بس، مشتق آن و ضریب t برابر است با:

$$E_1 = \frac{\left[\frac{k_r}{2R_f} Nu_{sf}(k_{re} + 1) + k_{re} \frac{I'_K(R_p)}{I_K(R_p)} \right] \theta_{wo}}{\frac{k_r}{(k_{re} + 1) R_p} + \ln\left(R_p \frac{k_{re}(k_r - k_{re} - 1)}{k_{re} + 1} R_o^{k_{re}} \right) \frac{I'_K(R_p)}{I_K(R_p)} + \frac{k_r}{2R_f} Nu_{sf} \ln\left(R_p^{k_r - k_{re} - 1} R_o^{k_{re} + 1} \right)} \quad (68)$$

$$F_1 = E_1 \left[\frac{\ln\left(R_p^{k_r - k_{re} - 1} R_o^{k_{re} + 1} \right)}{I_K(R_p)} \right] - \frac{(k_{re} + 1)\theta_{wo}}{I_K(R_p)} \quad (69)$$

$$I_K(R) = I_0(tR) - \frac{I_0(t)}{K_0(t)} K_0(tR) \quad (70)$$

$$I'_K(R) = \frac{dI_K(R)}{dR} = tI_1(tR) + t \frac{I_0(t)}{K_0(t)} K_1(tR) \quad (71)$$

$$t = \sqrt{\frac{Bi_e(k_{re} + 1)}{k_{re}}} \quad (72)$$

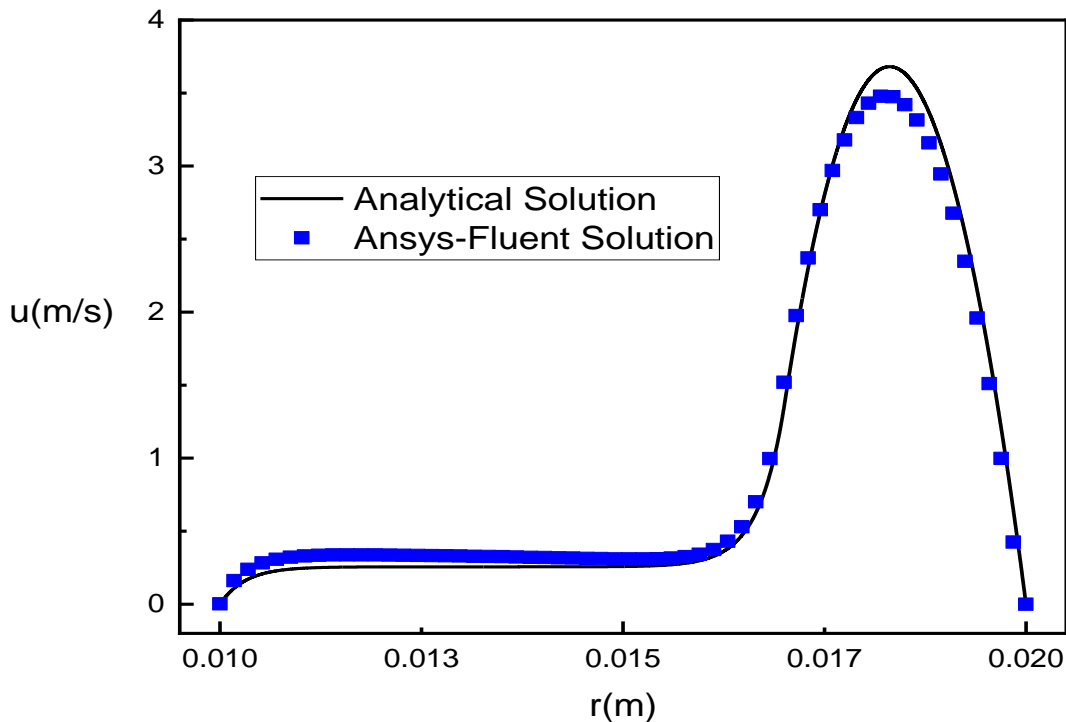
4- نتایج و بحث

4-1- اعتبارسنجی نتایج

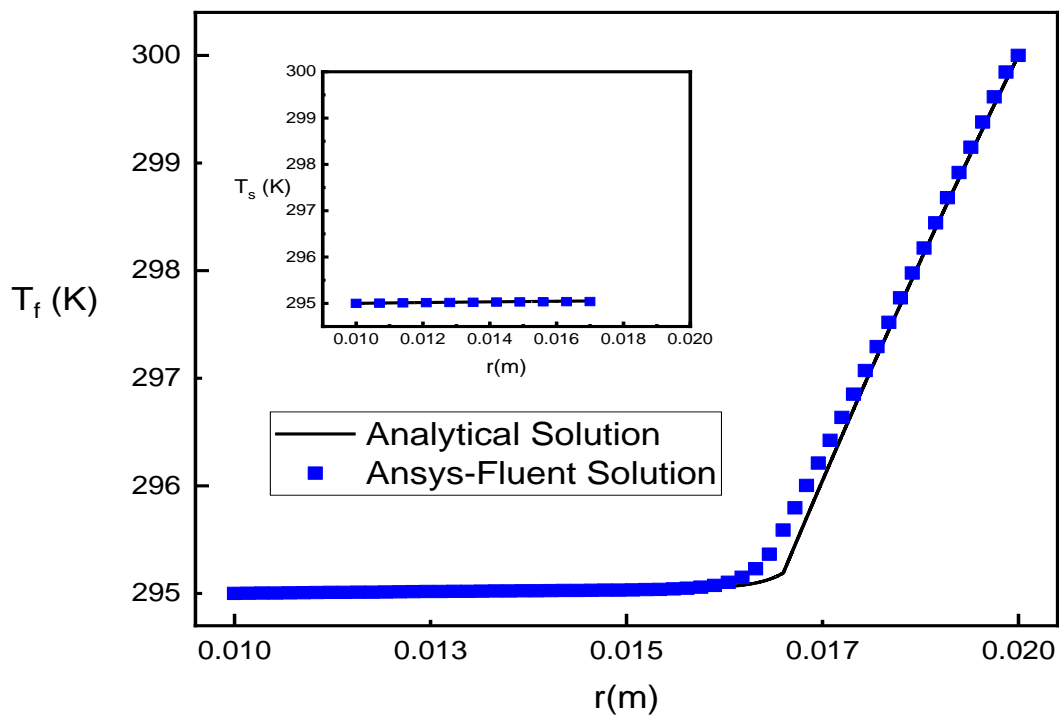
از آنجایی که کار عددی یا تحلیلی مشابهی در خصوص حل پارامترهای حرارتی در جریان حلقوی نیمه‌متخلخل با شرط مرزی دما ثابت نابرابر و مدل حرارتی غیرتعدلی وجود ندارد، لذا از شبیه‌سازی عددی بوسیله نرم‌افزار انسیس-فلوئنت جهت اعتبارسنجی نتایج این تحقیق استفاده می‌گردد. شعاع لوله داخلی و خارجی، شعاع تخلخل و طول لوله بترتیب ۱، ۲، ۱/۷ و ۵۰ سانتیمتر فرض می‌گردد. عدد رینولدز جریان هوا در ورودی برابر ۱۵۰۰ در نظر گرفته شده است تا آرام بودن جریان علاوه بر ناحیه متخلخل در ناحیه آزاد سیال نیز تضمین گردد. خواص فیزیکی و شرایط مرزی سیال و فوم فلزی در جدول (۱) ارائه شده است. جهت حل عددی سرعت و انتقال حرارت ابتدا هندسه جریان در نرم‌افزار گمبیت بصورت سه بعدی شبکه‌بندی گردید. همچنین بمنظور بررسی استقلال شبکه، هندسه جریان با شبکه‌های ۳۰×۶۰×۸۰×۴۰۰، ۲۰×۴۰×۶۰×۸۰۰ و ۱۰×۲۰×۴۰×۴۰۰ سلولی ایجاد شد و سپس شبکه‌های حاصل به نرم‌افزار فلوئنت وارد گردید. طول کانال نسبت به شعاع لوله‌ها به اندازه‌ای بزرگ در نظر گرفته شد که ناحیه توسعه‌یافته هیدرولیکی و حرارتی در آن تشکیل گردد. نتایج نشان داد که تطابق خوبی بین خروجی‌های سه شبکه وجود دارد. در انتها شبکه ۲۰×۴۰×۶۰×۸۰۰ برای شبیه‌سازی انتخاب گردید که در آن تعداد سلول‌ها در راستای شعاعی برای ناحیه متخلخل و غیر متخلخل بترتیب ۴۰ و ۲۰ و در راستای محیطی و طولی بترتیب ۶۰ و ۸۰۰ می‌باشد. معیار ارزیابی باقیمانده‌ها برای معادلات پیوستگی و مومنتوم ۰/۰۰۱ و برای معادله انرژی ۱۰^{-۶} در نظر گرفته شد.

جدول ۱- شرایط مرزی و خواص سیال و ماده متخلخل

دمای ورودی K	سرعت ورودی m/s	دمای لوله داخلی K	دمای لوله خارجی K	فشارنسبی خروجی atm	لزجت دینامیکی Pa.s
۲۹۷	۱/۱۶۷	۲۹۵	۳۰۰	۰	۱/۸۴۴×۱۰ ^{-۵}
ضریب هدایت هوا W/m.C	ضریب هدایت فوم W/m.C	چگالی هوا kg/m ³	تخلخل	چگالی حفره PPI	نفوذپذیری m ²
۰/۰۲۶	۲۶۰	۱/۱۸	۰/۹۵	۱۰	۹/۶۵۳۶×۱۰ ^{-۸}



شکل ۴- پروفیل سرعت بر حسب مختصه شعاعی در کانال نیمه‌متخلخل



شکل ۵- توزیع دمای سیال و جامد در محیط متخلخل و غیر متخلخل

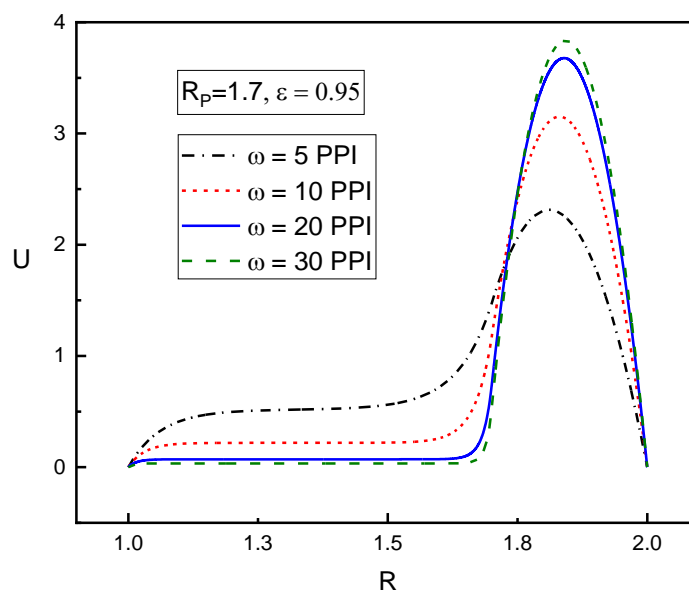
در شکل (۴) پروفیل سرعت سیال بر حسب مختصه شعاعی کانال مشاهده می‌شود. برای اطمینان از توسعه‌یافتگی هیدرولیکی ناحیه ترسیم، سطح مقطع مورد بررسی در وسط کانال در نظر گرفته شد. تطابق

نسبتاً خوبی بین نمودار پروفیل سرعت تحلیلی و نقاط حاصل از حل نرم افزار فلونت وجود دارد. اختلاف اندک پروفیل سرعت در دو روش را می توان به تفاوت شرایط مرزی بین محیطی نسبت داد. جهت محاسبه پارامترهای حرارتی، یک کد UDF برای محاسبه روابط دقیق ضرایب هدایت موثر سیال و جامد، سطح مخصوص و همچنین ضریب انتقال حرارت جابجایی محلی بر اساس آخرین روابط موجود در تحقیقات نوشته شد. شکل (۵) توزیع دمای سیال و جامد را در راستای شعاعی در دو محیط متخلخل و غیر متخلخل نشان می دهد. همانطور که از شکل مشخص است در این مورد نیز تطابق خوبی بین خروجی برنامه فلونت و حل تحلیلی وجود دارد. همچنین دمای بالک سیال در برنامه فلونت و در روش حل تحلیلی بترتیب برابر ۲۹۷/۰۶ و ۲۹۷/۰۹ کلوین محاسبه گردید که نشان دهنده تطابق مناسب بین حل عددی و تحلیلی می باشد.

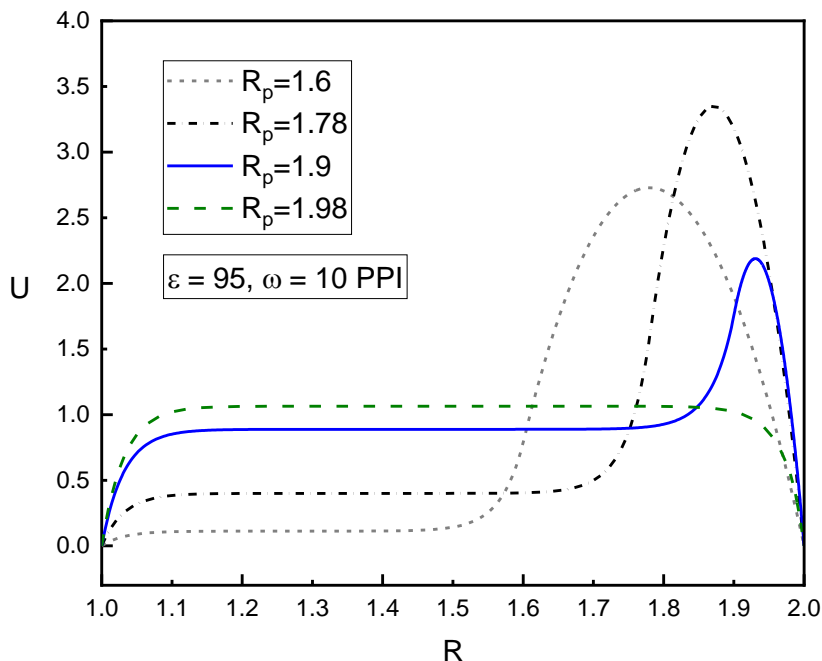
۴-۲- نتایج هیدرولیکی و حرارتی

شکل (۶) تغییرات پروفیل سرعت بی بعد سیال را در مقادیر مختلف چگالی حفره نشان می دهد. با افزایش چگالی حفره نفوذپذیری فوم فلزی کاهش و مقاومت جریان افزایش می یابد، در نتیجه سرعت سیال در ناحیه متخلخل کم می شود. با توجه به قانون بقای جرم، کاهش سرعت در ناحیه متخلخل باعث افزایش سرعت در ناحیه غیرمتخلخل می گردد.

در شکل (۷) پروفیل سرعت بی بعد سیال در مقادیر مختلف شعاع بی بعد تخلخل ترسیم شده است. با افزایش شعاع تخلخل تغییری در رفتار کلی پروفیل سرعت ایجاد نمی شود اما در یک شعاع تخلخل مشخص، روند تغییرات ماکزیمم پروفیل های سرعت سیال در ناحیه غیرمتخلخل از افزایشی به کاهشی تغییر می یابد. شعاع تخلخلی که در آن ماکزیمم پروفیل سرعت سیال در ناحیه غیرمتخلخل به حداکثر مقدار خود نسبت به دیگر منحنی ها می رسد، نقطه بحرانی نامیده می شود. این تغییر روند بعلاقی تقابل دو نیروی مقاومت هیدرولیکی در ناحیه غیرمتخلخل و مقاومت اصطکاکی در ناحیه متخلخل می باشد. برای بدست آوردن شعاع تخلخل بی بعد بحرانی، منحنی ماکزیمم پروفیل های سرعت بر حسب شعاع تخلخل در شکل (۸) ترسیم شده است.

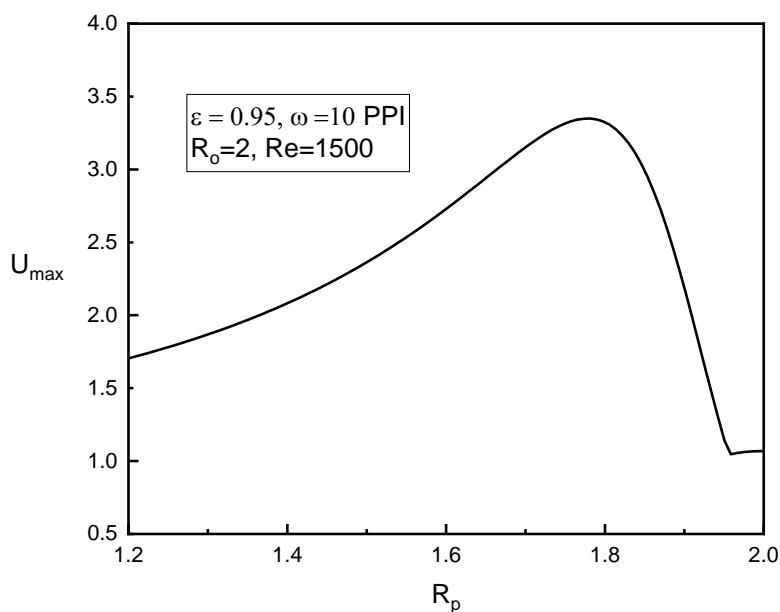


شکل ۶- تغییرات پروفیل سرعت بی بعد در مقادیر مختلف چگالی حفره



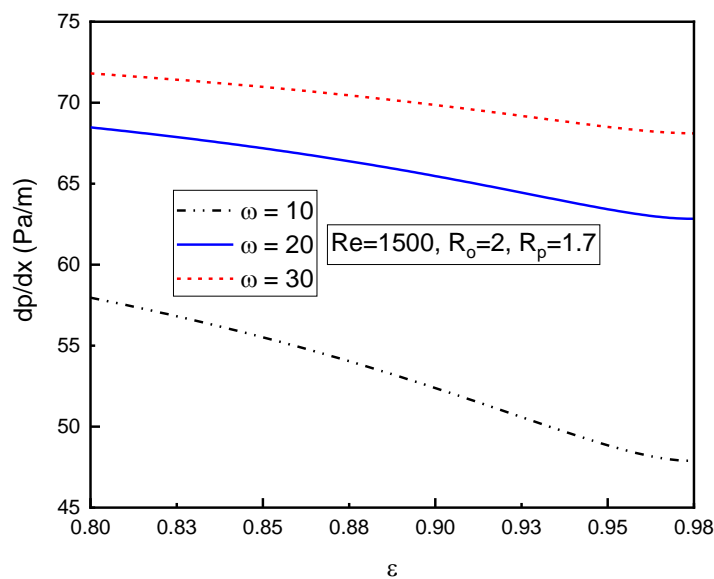
شکل ۷- تاثیر شعاع تخلخل بر پروفیل سرعت بی‌بعد

مطابق با شکل (۸) منحنی بدست آمده شامل سه ناحیه می‌باشد. در ناحیه اول، با افزایش شعاع تخلخل، سرعت ماکزیمم سیال که در ناحیه غیرمتخلخل واقع است، افزایش می‌یابد. در ناحیه دوم یعنی پس از نقطه $R_{p,cr} = 1.78$ روند تغییرات معکوس می‌گردد و با افزایش ضخامت بستر متخلخل سرعت ماکزیمم سیال که بازهم در ناحیه غیرمتخلخل واقع است، کاهش می‌یابد. اما در مقادیر بسیار بالای شعاع تخلخل، ناحیه بسیار کوچکی بوجود می‌آید که در آن مقدار سرعت ماکزیمم تغییر چندانی نمی‌کند. این ناحیه مربوط به حالتی است که پیک سرعت از محیط غیرمتخلخل به محیط متخلخل منتقل شده است.

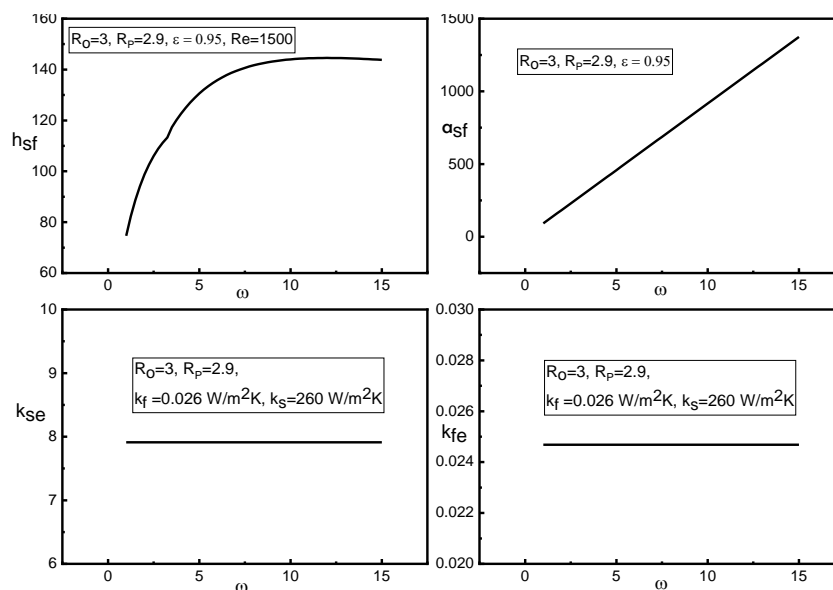


شکل ۸- بیشینه سرعت بر حسب شعاع بی‌بعد تخلخل

شکل (۹) تغییرات افت فشار سیال در واحد طول کانال را بر حسب تخلخل نشان می‌دهد. منحنی‌ها در سه مقدار مختلف از چگالی حفره ترسیم شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش تخلخل افت فشار کاهش می‌یابد. زیرا با افزایش تخلخل قطر پیوندهای شبکه فوم فلزی کاهش یافته و در نتیجه سطح تماس فوم و سیال و بتبع آن اصطکاک جریان کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش چگالی حفره نفوذپذیری کاهش یافته و در نتیجه افت فشار افزایش می‌یابد. در مقادیر بالای چگالی حفره تاثیر تخلخل بر افت فشار کم می‌شود بگونه‌ای که در چگالی حفره $\omega = 30PPI$ تغییرات گرادیان فشار از $\varepsilon = 0.80$ تا $\varepsilon = 0.975$ برابر $3.7Pa/m$ می‌باشد در حالیکه این تغییرات برای چگالی حفره $\omega = 10PPI$ برابر $10Pa/m$ است. حداقل و حداکثر افت فشار در محدوده پارامترهای ساختاری فوم‌های فلزی و در هندسه مفروض در این تحقیق بترتیب برابر $48Pa/m$ و $72Pa/m$ می‌باشد.



شکل ۹- تاثیر تخلخل و چگالی حفره بر گرادیان فشار



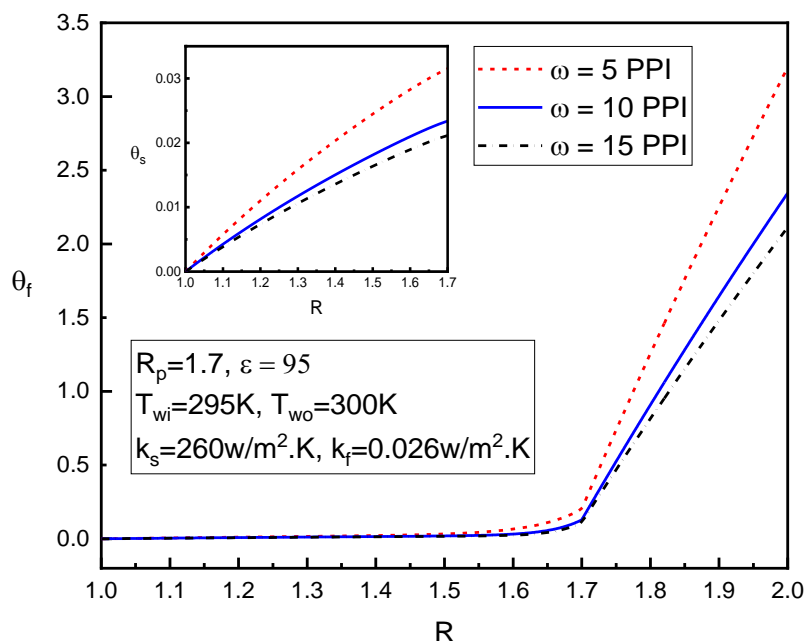
شکل ۱۰- تغییر ضریب جابجایی محلی، سطح مخصوص و ضریب هدایت موثر سیال و جامد بر حسب چگالی حفره

شکل (۱۰) تغییر ضریب جابجایی محلی، سطح مخصوص و ضرایب هدایت موثر سیال و جامد را بر حسب چگالی حفره نشان می‌دهد. این تغییرات همراه با تغییر دمای بالک سیال موجب روند افزایشی یا کاهش دمای بی‌بعد سیال و جامد می‌گردد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش چگالی حفره بعلاوه افزایش سطح تماس سیال و جامد، ضریب جابجایی محلی و سطح مخصوص افزایش می‌یابد. اما ضرایب هدایت موثر سیال و جامد مستقل از چگالی حفره می‌باشند.

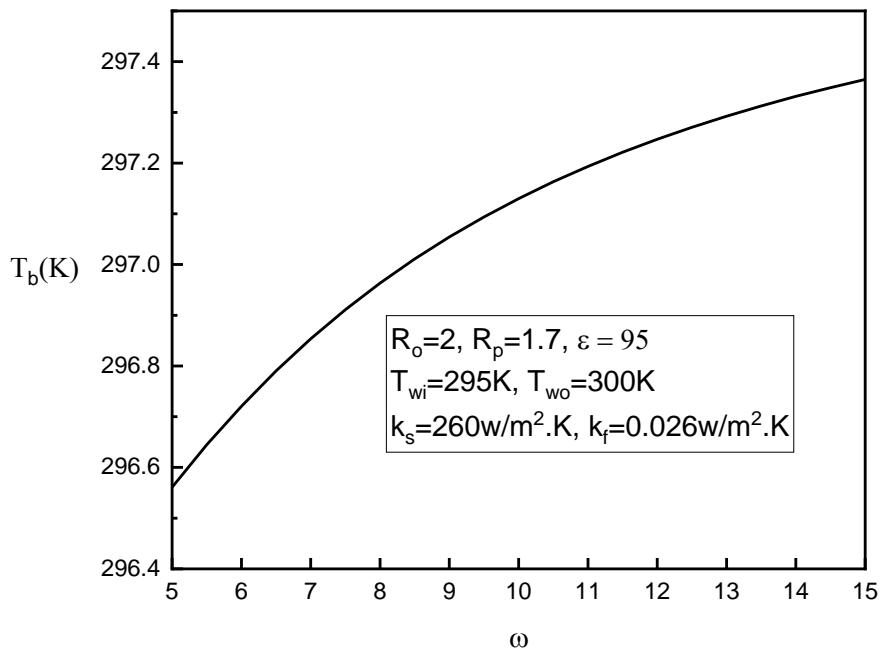
شکل (۱۱) تاثیر چگالی حفره را بر توزیع دمای بی‌بعد سیال و جامد در بستر نیمه‌متخلخل نشان می‌دهد. مطابق با شکل با افزایش چگالی حفره دمای بی‌بعد سیال در ناحیه متخلخل کاهش می‌یابد. در ناحیه غیرمتخلخل نیز بتبعیت از ناحیه متخلخل و براساس تحمیل شرایط مرزی بین محیطی، تغییرات دمای بی‌بعد سیال با چگالی حفره از همین روند پیروی می‌کند. بعلاوه اختلاف دمای بسیار اندک سیال و جامد در مدل غیرتعدالی، دمای فوم فلزی نیز روندی مشابه دمای سیال خواهد داشت. بعبارت بهتر با افزایش چگالی حفره دمای بی‌بعد فوم فلزی کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه در این شکل کوچک شدن تاثیر چگالی حفره در مقادیر بالا، بر دمای بی‌بعد سیال و جامد می‌باشد. علت فیزیکی رشد اندک دمای سیال در بستر متخلخل، ضریب هدایت بالای فوم فلزی و سطح تماس بسیار بالای آن با سیال می‌باشد که باعث اختلاف دمای ناچیز سیال نسبت به دمای دیواره داخلی خواهد شد. از آنجایی که تغییر دمای بی‌بعد وابسته به تغییر دو پارامتر فیزیکی دمای با بعد و دمای بالک سیال است و تغییر چگالی حفره بر هر دوی آن تاثیر می‌گذارد، در نتیجه نحوه تغییر دمای بی‌بعد، وابسته به اثر تجمعی این دو پارامتر خواهد بود.

شکل (۱۲) تغییرات دمای بالک سیال را بر حسب چگالی حفره نشان می‌دهد. دمای بالک سیال برابر است با:

$$T_b = \frac{\int u T_f dA}{\int u dA} = \frac{\int_{r_i}^{r_o} r u T_f dr}{\int_{r_i}^{r_o} r u dr} = \frac{\int_{r_i}^{r_p} r u T_f dr + \int_{r_p}^{r_o} r u T_f dr}{\int_{r_i}^{r_o} r u dr} \quad (73)$$



شکل ۱۱- تاثیر چگالی حفره بر پروفیل دمای بی‌بعد سیال و جامد



شکل ۱۲- تغییرات دمای بالک سیال برحسب چگالی حفره

مطابق با نتایج بدست آمده با افزایش چگالی حفره دمای بالک سیال افزایش می‌یابد. علت این مسئله آن است که با افزایش چگالی حفره نفوذپذیری سیال در ناحیه متخلخل کم شده و سیال بیشتری از ناحیه غیرمتخلخل عبور می‌کند. در نتیجه افزایش سرعت سیال در ناحیه غیرمتخلخل بعنوان عامل غالب باعث رشد دمای بالک سیال می‌شود. نسبت حداکثر تغییرات دمای بالک برحسب چگالی حفره به اختلاف دمای دو دیواره حدود ۱۶ درصد می‌باشد.

شکل (۱۳) تغییرات شار حرارتی لوله‌های داخلی و بیرونی را برحسب چگالی حفره نشان می‌دهد. شار حرارتی کل در دیواره مجاور بستر متخلخل از رابطه (۷۴) بدست می‌آید.

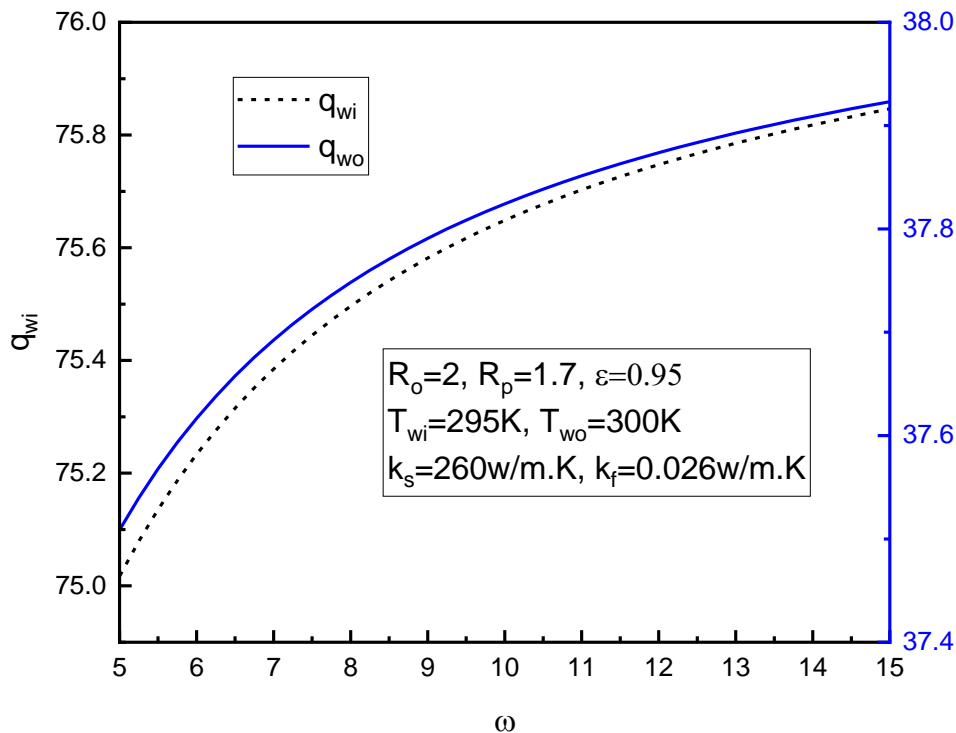
بعلت ضریب هدایت بالای جامد نسبت به سیال، بیشترین تغییرات شار حرارتی کل ناشی از تغییرات جزء جامد ($k_{se} \frac{dT_s}{dr}$) می‌باشد. مطابق با رابطه (۱۲) و (۱۳) قطر فیبر، رابطه معکوس با چگالی حفره دارد. بنابراین با افزایش چگالی حفره، قطر فیبر کاهش می‌یابد و این مسئله باعث افزایش گرادیان حرارتی جامد می‌گردد. از طرفی ضرایب هدایتی موثر سیال و جامد مستقل از چگالی حفره می‌باشد. در نتیجه شار حرارتی کل در لوله داخلی با رشد چگالی حفره افزایش می‌یابد. همچنین در ناحیه توسعه یافته حرارتی از فضای حلقوی، نرخ حرارت دفع شده از دیواره بیرونی معادل با نرخ حرارت جذب شده از دیواره داخلی است. بنابراین نسبت شار حرارتی دو دیواره با معکوس نسبت مساحت‌های آنها برابر می‌باشد. نسبت مساحت‌های دو دیواره دارای مقداری مثبت است، لذا روند تغییرات شار حرارتی در دیواره بیرونی مشابه دیواره داخلی، افزایشی خواهد بود. ضریب جابجایی سیال نسبت به لوله داخلی و بیرونی از روابط زیر بدست می‌آید.

$$h_i = \frac{q_{wi}}{T_b - T_{wi}} \quad (75)$$

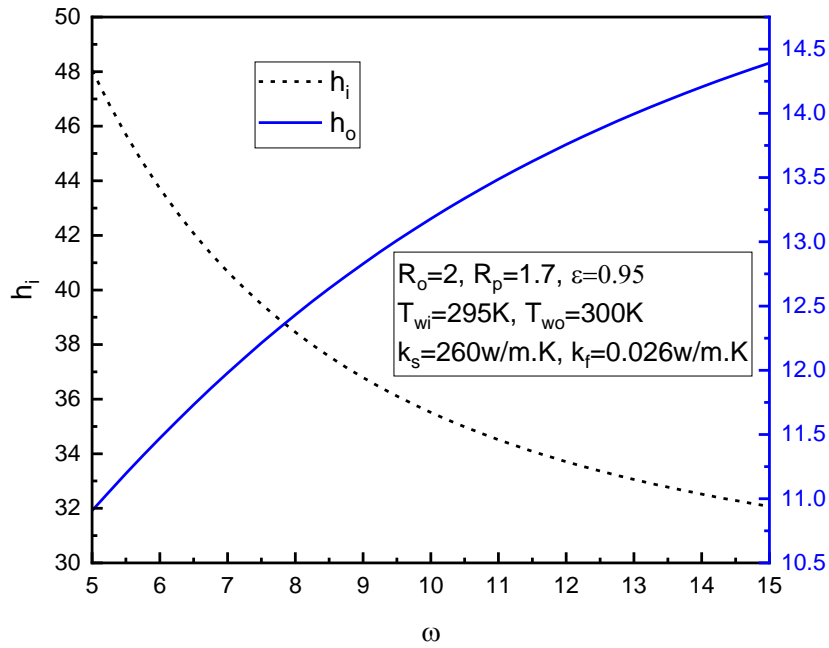
$$h_o = \frac{q_{wo}}{T_{wo} - T_b} \quad (76)$$

$$q_{wi} = k_{fe} \left. \frac{dT_f}{dr} \right|_{r=r_i} + k_{se} \left. \frac{dT_s}{dr} \right|_{r=r_i} \quad (74)$$

شکل (۱۴) تاثیر چگالی حفره را بر ضرایب جابجایی نشان می‌دهد. از آنجایی که در کانال‌های متخلخل برخلاف کانال‌های غیرمتخلخل هر دو عامل شار حرارتی دیواره و دمای بالک می‌تواند همزمان تغییر کند، در نتیجه تجمیع رفتار فیزیکی این دو عامل علت روند تغییرات ضریب جابجایی خواهد بود. مطابق با رابطه (۷۵) ضریب جابجایی در لوله داخلی با شار حرارتی رابطه مستقیم و با دمای بالک سیال رابطه معکوس دارد. بررسی عددی نتایج نشان می‌دهد که تغییرات دمای بالک سیال پارامتر غالب در تغییرات ضریب جابجایی لوله داخلی است. از طرفی مطابق با شکل (۱۲) منحنی دمای بالک سیال نسبت به چگالی حفره صعودی می‌باشد. بنابراین ضریب جابجایی در لوله داخلی بر حسب چگالی حفره روند نزولی خواهد داشت. برخلاف لوله داخلی، در لوله بیرونی مطابق با رابطه (۷۶) روند تغییرات ضریب جابجایی با روند تغییرات هر دو پارامتر شار حرارتی و دمای بالک سیال رابطه مستقیم دارد و با توجه به بررسی‌های عددی، در این حالت نیز تغییرات دمای بالک سیال نقش غالب را در تغییرات ضریب جابجایی دارد. بنابراین با افزایش چگالی حفره منحنی ضریب جابجایی در لوله بیرونی صعودی خواهد بود.



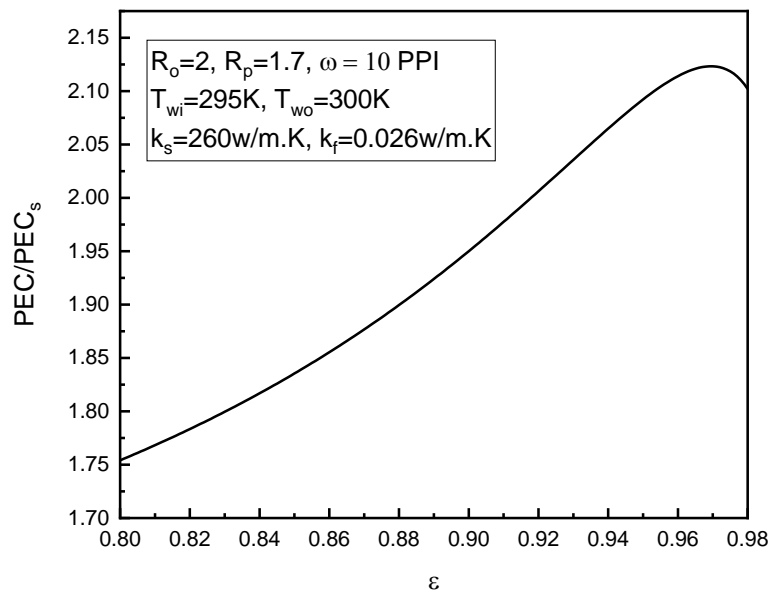
شکل ۱۳- تغییرات شارحرارتی لوله‌های داخلی و بیرونی برحسب چگالی حفره



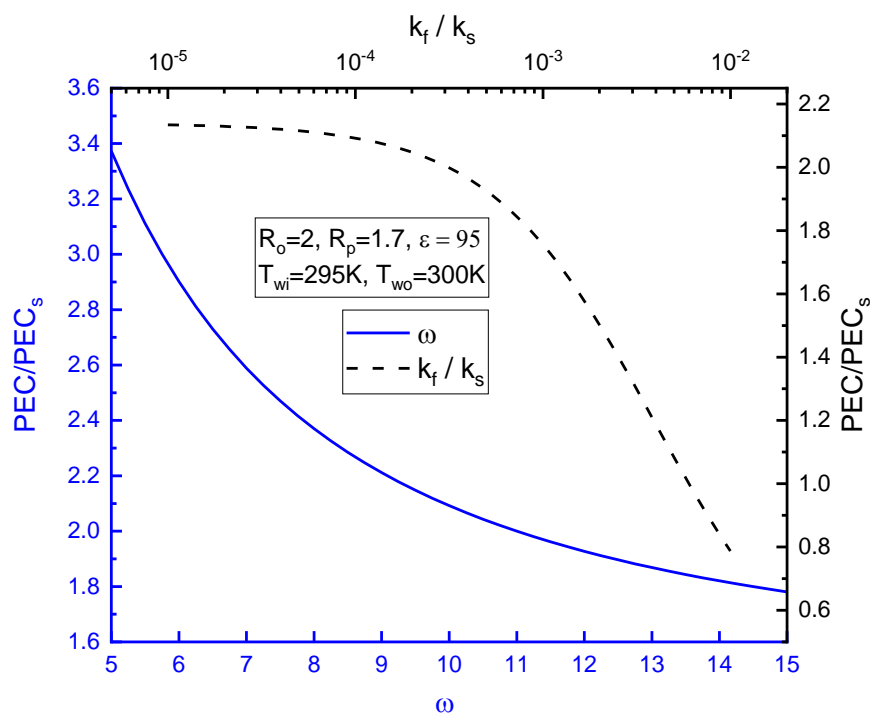
شکل ۱۴- تاثیر چگالی حفره بر ضرایب انتقال حرارت جابجایی

از آن جایی که یکی از اهداف اصلی این تحقیق، ارزیابی میزان بهبود عملکرد مبدل حرارتی تقویت شده با فوم فلزی نسبت به حالت بدون فوم است. لذا از معیار عملکرد نسبی زیر برای ارزیابی میزان بهبود عملکرد مبدل حرارتی استفاده می‌شود. در این رابطه f ضریب اصطکاک داری، j ضریب کولبرن و PEC معیار ارزیابی عملکرد می‌باشد.

$$\frac{PEC}{PEC_s} = \frac{j/f^{1/3}}{(j/f^{1/3})_s} \tag{77}$$



شکل ۱۵- عملکرد نسبی مبدل حرارتی بر حسب تخلخل



شکل ۱۶- عملکرد نسبی مبدل حرارتی بر حسب چگالی حفره و نسبت هدایت

شکل (۱۶) عملکرد نسبی مبدل حرارتی نیمه‌متخلخل را بر حسب چگالی حفره و نسبت هدایت نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود عملکرد مبدل حرارتی در تمام محدوده ترسیمی بر حسب چگالی حفره، نسبت به مبدل حرارتی غیرمتخلخل بهبود می‌یابد. همچنین با افزایش چگالی حفره معیار عملکرد نسبی مبدل حرارتی کاهش می‌یابد. علت این رفتار از افزایش سطح تماس سیال و جامد بواسطه رشد چگالی حفره نشأت می‌گیرد. زیرا افزایش سطح تماس باعث کاهش اصطکاک و انتقال حرارت جابجایی می‌گردد و با توجه به اینکه در بسترهای متخلخل عمدتاً اصطکاک عامل مهمتری محسوب می‌شود، در نهایت عملکرد کلی مبدل حرارتی کاهش می‌یابد. تغییرات نسبی معیار عملکرد در محدوده ترسیمی در حدود ۹۰٪ می‌باشد. همچنین با کاهش نسبت هدایت، بدون تغییر در رفتار هیدرولیکی مبدل، ضریب هدایت فوم فلزی می‌تواند افزایش یابد. در نتیجه انتقال حرارت ماده متخلخل با جداره کانال تشدید و عملکرد نسبی مبدل حرارتی بهبود می‌یابد. عمده رشد عملکرد نسبی مبدل از نسبت هدایت 10^{-2} تا حدود 10^{-4} می‌باشد و پس از آن رشد عملکرد بصورت نسبی اندک و تدریجی می‌باشد. عملکرد نسبی مبدل از 10^{-2} تا 10^{-5} نزدیک به $2/7$ برابر می‌شود که نشان دهنده تأثیری چشمگیر نسبت هدایت بر افزایش عملکرد نسبی مبدل حرارتی می‌باشد.

شکل (۱۷) منحنی نسبت هدایت را بر حسب تخلخل بهینه نشان می‌دهد. مطابق با شکل با افزایش نسبت هدایت مقدار تخلخل بهینه کاهش می‌یابد. دلیل فیزیکی این رفتار رشد انتقال حرارت فوم فلزی بواسطه افزایش نسبت هدایت می‌باشد. از آنجایی که می‌دانیم در مقادیر بالای تخلخل اثر حرارتی بر اثر اصطکاکی غالب است. در نتیجه با افزایش انتقال حرارت، دامنه این برتری بزرگتر و تخلخل بهینه در مقدار کوچکتری حاصل می‌گردد. همچنین با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که منحنی عملکرد نسبی تنها در محدوده تقریبی $\frac{k_f}{k_s} < 1.5 \times 10^{-3}$ دارای نقطه ماکزیمم نسبی می‌باشد.

۵- جمع بندی

در این مقاله جریان و انتقال حرارت در فضای حلقوی از یک مبدل سه لوله‌ای نیمه‌متخلخل مرکب از کندانسور، اوپراتور و سیال عامل مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر حاصل گردید:

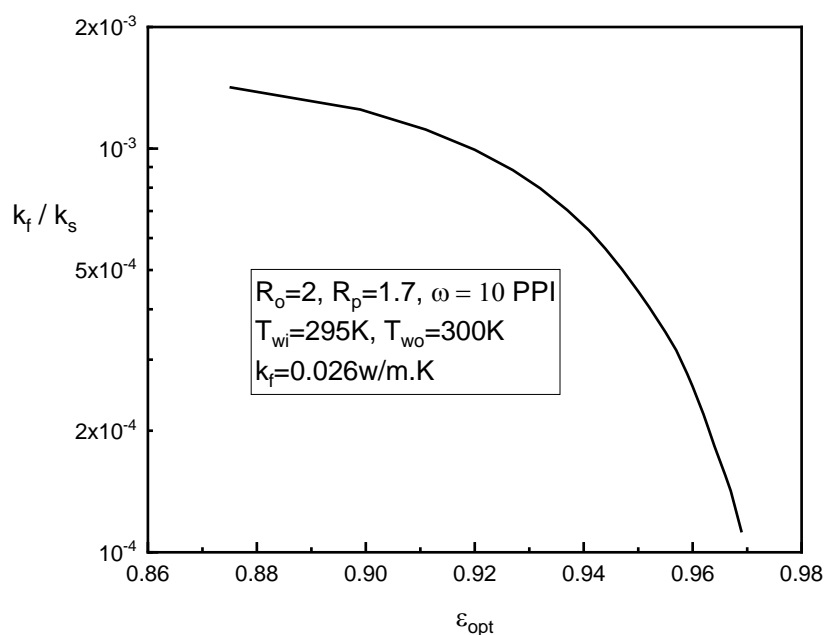
- در شعاع تخلخل بحرانی $R_{p,cr} = 1.78$ ماکزیمم سرعت سیال در فضای حلقوی نیمه‌متخلخل بوجود می‌آید.
- در مقادیر بالای چگالی حفره، تغییرات تخلخل در محدوده فوم‌های فلزی تاثیر چشمگیری بر مقدار افت فشار ندارد.

- عملکرد نسبی مبدل حرارتی سه لوله‌ای با افزودن بستر متخلخل بهبود چشمگیری می‌یابد بگونه‌ای که معیار عملکرد مبدل نیمه‌متخلخل می‌تواند حتی تا سه برابر عملکرد مبدل بدون ماده متخلخل افزایش یابد.

- کاهش نسبت هدایت و چگالی حفره از مهمترین عوامل بهبود عملکرد نسبی یک مبدل حرارتی نیمه‌متخلخل می‌باشد.

- منحنی عملکرد نسبی برحسب تخلخل به ازای $\frac{k_f}{k_s} = 10^{-4}$ دارای نقطه بهینه $\varepsilon_{opt} = 0.97$ می‌باشد. نقطه بهینه به ازای مقادیر مختلف نسبت هدایت تغییر می‌کند و منحنی عملکرد نسبی تنها در محدوده تقریبی $\frac{k_f}{k_s} < 1.5 \times 10^{-3}$ دارای ماکزیمم نسبی خواهد بود.

- با توجه به نتایج بدست آمده استفاده از فوم‌های فلزی تخلخل بالا در مبدل‌های حرارتی سه لوله‌ای نیمه‌متخلخل توصیه می‌گردد. طراح می‌تواند با توجه به اهمیت افت فشار در مبدل حرارتی، ضخامت ماده متخلخل را تغییر دهد.



شکل ۱۷- منحنی نسبت هدایت بر حسب تخلخل بهینه

مراجع

- [1] Emamifar, A., "Energy, Exergy and Economic Analysis of an Improved Hybrid Cascaded Compression-absorption Refrigeration System", *Iranian Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 22(4), pp. 172-204, (2021).
- [2] Bhargavi, D., and Kumar Reddy, J.S., "Effect of Heat Transfer in the Thermally Developing Region of the Channel Partially Filled with a Porous Medium: Constant Wall Heat Flux", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 130, pp. 484-495, (2018).
- [3] Fanaee, S.A., and Rezapour, M., "Analysis of the Fluid-thermal Regime with the Developed Brinkman Model in a Porous Coil for Solar Energy Application", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 19(4), pp. 855-863, (2019).
- [4] Mondal, P.K., "Thermodynamically Consistent Limiting Forced Convection Heat Transfer in a Asymmetrically Heated Porous Channel: An Analytical Study", *Transport in Porous Media*, Vol. 100(1), pp. 17-37, (2013).
- [5] Satyamurty, V.V., and Bhargavi, D., "Forced Convection in Thermally Developing Region of a Channel Partially Filled with a Porous Material and Optimal Porous Fraction", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49(2), pp. 319-332, (2010).
- [6] Maghrebi, M.J., Nazari, M., and Armaghani, T., "Forced Convection Heat Transfer of Nanofluids in a Porous Channel", *Transport in Porous Media*, Vol. 93(3), pp. 401-413, (2012).
- [7] Armaghani, T., Chamkha, A.J., Maghrebi, M., and Nazari, M., "Numerical Analysis of a Nanofluid Forced Convection in a Porous Channel: A New Heat Flux Model in LTNE Condition", *Journal of Porous Media*, Vol. 17(7), pp. 637-646, (2014).
- [8] Armaghani, T., Maghrebi, M.J., Chamkha, A.J., and Al-Mudhaf, A.F., "Forced Convection Heat Transfer of Nanofluids in a Channel Filled with Porous Media under Local Thermal Non-equilibrium Condition with Three New Models for Absorbed Heat Flux", *Journal of Nanofluids*, Vol. 6(2), pp. 362-367, (2017).
- [9] Abelman, S., Parsa, A.B., and Sayehvand, H.-O., "Nanofluid Flow and Heat Transfer in a Brinkman Porous Channel with Variable Porosity", *Quaestiones Mathematicae*, Vol. 41(4), pp. 449-467, (2018).
- [10] Kim, W.T., Hong, K.H., Jhon, M.S., VanOsdol, J.G., and Smith, D.H., "Forced Convection in a Circular Pipe with a Partially Filled Porous Medium", *KSME International Journal*, Vol. 17(10), pp. 1583-1595, (2003).
- [11] Hooman, K., and Ejlali, A., "Entropy Generation for Forced Convection in a Porous Saturated Circular Tube with Uniform Wall Temperature", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34(4), pp. 408-419, (2007).
- [12] Maerefat, M., Mahmoudi, S.Y., and Mazaheri, K., "Numerical Simulation of Forced Convection Enhancement in a Pipe by Porous Inserts", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 32(1), pp. 45-56, (2011).

- [13] Dehghan, M., Jamal-Abad, M.T., and Rashidi, S., "Analytical Interpretation of the Local Thermal Non-equilibrium Condition of Porous Media Imbedded in Tube Heat Exchangers", *Energy Conversion and Management*, Vol. 85, pp. 264-271, (2014).
- [14] Wang, B., Hong, Y., Hou, X., Xu, Z., Wang, P., Fang, X., and Ruan, X., "Numerical Configuration Design and Investigation of Heat Transfer Enhancement in Pipes Filled with Gradient Porous Materials", *Energy Conversion and Management*, Vol. 105, pp. 206-215, (2015).
- [15] Nouri-Borujerdi, A., and Seyyed-Hashemi, M.H., "Numerical Analysis of Thermally Developing Turbulent Flow in Partially Filled Porous Pipes", *Scientia Iranica*, Vol. 22, pp. 835-843, (2015).
- [16] Mitrović, J., and Maletić, B., "Effect of Thermal Asymmetry on Heat Transfer in a Laminar Annular Flow", *Chemical Engineering and Technology*, 28(10), pp. 1144-1150, (2005).
- [17] Mitrovic, J., and Maletic, B., "Effect of Thermal Asymmetry on Laminar Forced Convection Heat Transfer in a Porous Annular Channel", *Chemical Engineering and Technology*, Vol. 29(6), pp. 750-760, (2006).
- [18] Ayoubi Ayoubloo, K., Ghalambaz, M., Armaghani, T., Noghrehabadi, A., and Chamkha, A.J., "Pseudoplastic Natural Convection Flow and Heat Transfer in a Cylindrical Vertical Cavity Partially Filled with a Porous Layer", *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, Vol. 30(3), pp. 1096-1114, (2020).
- [19] Nikian, M., Shokouhmand, H., Khayat, M., and Mohammadzadeh, A., "Experimental Investigation of Two-phase Mist Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Journal of Porous Media*, Vol. 16(8), pp. 695-707, (2013).
- [20] Nazari, M., Ashouri, M., Kayhani, M.H., and Tamayol, A., "Experimental Study of Convective Heat Transfer of a Nanofluid through a Pipe Filled with Metal Foam", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 88, pp. 33-39, (2015).
- [21] Tuyen, V., Van Hap, N., and Phu, N.M., "Thermal-hydraulic Characteristics and Optimization of a Liquid-to-suction Triple-tube Heat Exchanger", *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 19, pp. 100635, (2020).
- [22] Lu, W., Zhao, C.Y., and Tassou, S.A., "Thermal Analysis on Metal-foam Filled Heat Exchangers, Part I: Metal-foam Filled Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49(15), pp. 2751-2761, (2006).
- [23] Baytaş, A.C., and Baytaş, A.F., "*Entropy Generation in Porous Media*", In Ingham, D.B., and Pop, I., (Editors), *Transport Phenomena in Porous Media III*, Chapter 8, pp. 201-226, Oxford, (2005).
- [24] Xu, H.J., Qu, Z.G., and Tao, W.Q., " Numerical Investigation on Self-coupling Heat Transfer in a Counter-flow Double-pipe Heat Exchanger Filled with Metallic Foams ", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 66(1), pp. 43-54, (2014).
- [25] Alhusseny, A.N.M., Nasser, A., and Al-zurfi, N.M.J., "*High-porosity Metal Foams: Potentials, Applications, and Formulations*", In Ghrib, T.H., (Editor), *Porosity - Process*,

Technologies and Applications, Chapter 8, pp. 181-200, London, <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.70451>, (2018).

[26] Boomsma, K., and Poulikakos, D., "Corrigendum for the Paper: K. Boomsma, D. Poulikakos, "On the Effective Thermal Conductivity of a Three-dimensionally Structured Fluid-saturated Metal Foam", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 827–836]", (2001).

[27] Xu, Z.G., and Gong, Q., "Numerical Investigation on Forced Convection of Tubes Partially Filled with Composite Metal Foams under Local Thermal Non-equilibrium Condition", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 133, pp. 1-12, (2018).

فهرست نمادهای انگلیسی

- Bi_e : عدد بیوت موثر
 c_1, c_2, c_3, c_4 : پارامترهای بی بعد رابطه سرعت
 c_f : ظرفیت حرارتی ویژه سیال ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
 d : قطر فیبر با اعمال ضریب شکل (m)
 d_f : قطر فیبر (m)
 d_p : قطر حفره (m)
 Da : عدد دارسی
 e : عدد ثابت رابطه ضریب هدایت موثر
 E_1, F_1 : پارامترهای بی بعد رابطه دما
 f : ضریب اصطکاک دارسی
 h : ضریب انتقال حرارت جابجایی ($Wm^{-2}K^{-1}$)
 I_K : تابع ترکیبی بسل
 j : j -فاکتور جهت ارزیابی عملکرد
 K : نفوذپذیری (m^2)
 k : ضریب هدایت ($Wm^{-1}K^{-1}$)
 k_r : نسبت ضریب هدایت فاز سیال
 k_{re} : نسبت ضریب هدایت موثر دوفاز
 Nu : عدد نوسلت
 p : فشار (Pa)
 P : فشار بی بعد
 PEC : معیار ارزیابی عملکرد سطح تقویت شده
 PEC_s : معیار ارزیابی عملکرد سطح صاف
 Pr : عدد پرانتل

q : شار حرارتی (Wm^{-2})

R : مختصه بی بعد شعاعی

r : مختصه شعاعی (m)

R_D, R_C, R_B, R_A : پارامترهای رابطه ضریب هدایت موثر (m^2KW^{-1})

R_f : شعاع بی بعد فیبر

Re_d : عدد رینولدز بر مبنای قطر d

s : ضریب شکل بی بعد

t : پارامتر بی بعد تابع ترکیبی بس

T : دما (K)

T_b : دمای بالک سیال (K)

U : سرعت بی بعد سیال در راستای محوری

u : سرعت سیال در راستای محوری (ms^{-1})

u_m : سرعت میانگین سیال در فضای حلقوی (ms^{-1})

v : سرعت سیال در راستای شعاعی (ms^{-1})

x : مختصه محوری (m)

نمادهای یونانی

α_{sf} : سطح مخصوص فوم فلزی (m^{-1})

ε : تخلخل

θ : دمای بی بعد

λ : پارامتر بی بعد رابطه ضریب هدایت موثر

μ : لزجت دینامیکی سیال ($kgm^{-1}s^{-1}$)

ρ : چگالی (kgm^{-3})

ω : چگالی حفره (PPI)

زیر نویس ها

e : موثر

f : سیال

fe : موثر سیال

i : لوله داخلی

o : لوله بیرونی

p : متخلخل

s : جامد

se : موثر جامد

sf : بین جامد و سیال

w_i : سطح کوچکتر فضای حلقوی

w_o : سطح بزرگتر فضای حلقوی

Abstract

Due to the growing importance of energy consumption optimization in the industry, a triple-tube heat exchanger composed of a condenser and evaporator was proposed in this study. Also, the heat exchanger is partly filled with metal foam for improving performance. So that in addition to heat transfer enhancement, the pressure drop does not exceed the value expected by the designer. A system of six differential equations is formed under the coupled interfacial boundary conditions; accordingly, the dimensionless relations of velocity and temperature for fluid and solid are analytically obtained using continuity, momentum, and energy equations in porous and clear regions. In the solution method, first by normalizing, linear combination, and the variable change method, the differential equations are decoupled, and then by forming the Bessel differential equations, the solutions are obtained in terms of the modified Bessel functions of the first and second kind. In the porous medium, the local thermal non-equilibrium and the Darcy-Brinkman models are used in the energy and momentum equations, respectively. Also, to validate the analytical solutions, numerical simulation using Ansys-Fluent software with UDF coding was employed. The results showed that at high values of pore density, the effect of porosity on pressure drop is relatively small. The porosity 0.97 as the optimum performance point and the dimensionless porosity radius 1.78 as the critical hydraulically point was obtained. One of the most important results of this research is that the performance of the partly porous triple-tube heat exchanger improves significantly nearly three times compared to the non-porous one.