

مدل‌سازی ریاضی و بررسی پایداری حرکت کایت مولد در فضا

مشکل تولید انرژی از منابع فسیلی به علت محدودیت منابع، آلودگی زیاد و تخریب محیط‌زیست، باعث جلب توجه پژوهشگران به سمت منابع تجدیدپذیر از قبیل انرژی‌های بادی، خورشیدی، هیدروالکتریک، زمین‌گرمایی و ... شده است. در این راستا یکی از ایده‌های جدید جهت تولید انرژی الکتریکی از انرژی تجدیدپذیر باد، ایده کایت‌مولد (kiteGen) است. این پروژه اولین بار در شهر تورینو ایتالیا شروع شد. در این روش جهت تولید حداکثر انرژی نیاز به کنترل مسیر صحیح است و لازمه کنترل صحیح، داشتن یک مدل ریاضی دقیق و تحلیل صحیح دینامیکی از آن است. این مقاله به مدل‌سازی ریاضی و بررسی کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری حرکت کایت حول یک مسیر نامی که در منابع دیگر پیشنهاد شده است می‌پردازد. نتایج این مدل‌سازی نشان می‌دهد که حرکت کایت حول مسیر ذکر شده کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر و در نتیجه حرکت کایت در فضا پایدارپذیر است.

صدرا پور طاهری^۱

دانشجوی کارشناسی ارشد

علی رحمانی هنزکی^۲

استادیار

حسین دریجانی^۳

استادیار

واژه‌های راهنما: انرژی بادی، مدل‌سازی ریاضی، دینامیک، کنترل‌پذیری، مشاهده‌پذیری، پایداریپذیر

۱- مقدمه

یکی از راه‌حل‌های غلبه بر مشکلات ناشی از به‌کارگیری منابع فسیلی (از جمله هزینه‌های زیاد، آلودگی محیط‌زیست و محدودیت منابع) جایگزین کردن منابع تجدیدپذیر ارزان و قابل‌دسترسی هست. اگرچه فناوری استفاده از منابع تجدیدپذیر هنوز به حدی نرسیده که بتوان از منابع فسیلی به‌طور کامل صرف‌نظر کرد، اما این روند روزبه‌روز در حال رشد بوده و امید است تا در سال‌های آینده استفاده از منابع فسیلی به‌طور کامل منسوخ شود [۱-۲]. در اینجا به معرفی یک دسته جدید از مولدهای الکتریکی بادی که روند تولید انرژی در این دستگاه در دو فاز کشش و بازیابی است، پرداخته می‌شود و هرکدام از آن‌ها به‌طور

^۱ نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

pourtaheri.sadra@yahoo.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران a.rahmani@srttu.edu

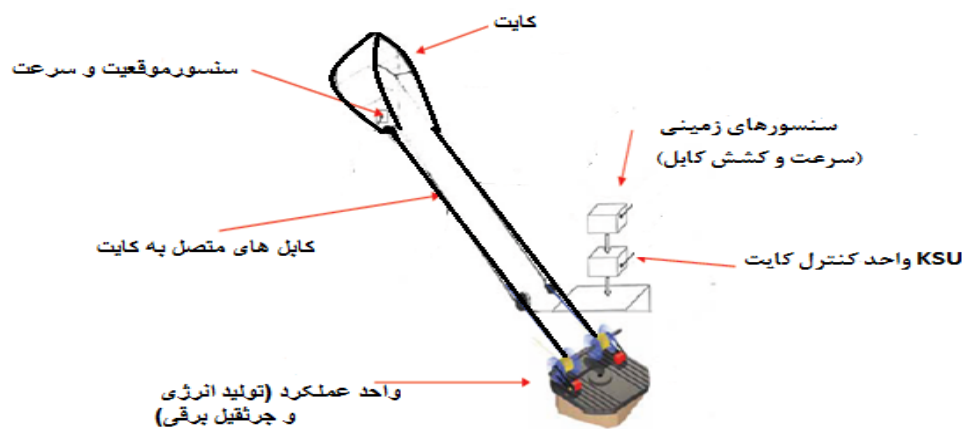
^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۷/۲۸، تاریخ پذیرش: ۹۴/۴/۲۲

مختصر بیان خواهد شد. در انتها نیز به بررسی مشاهده‌پذیری، کنترل‌پذیری و درنهایت به بررسی پایداریپذیری حرکت کایت مولد حول مسیر نامی پرداخته می‌شود. کایت مولد از یک بادبادک که توسط یک مجموعه کابل به یک قرقره متصل است تشکیل می‌شود. جریان باد باعث اوج گرفتن کایت یا بادبادک شده و آن‌هم یک نیروی کششی قابل توجه را در کابل ایجاد می‌نماید. این نیرو با به گردش درآوردن یک قرقره و در نتیجه مولد الکتریکی متصل به آن باعث تولید انرژی الکتریکی می‌گردد. فاز تولید انرژی تا انتهای مرحله کشش ادامه داشته و سپس با تغییر وضعیت کایت، قرقره اقدام به جمع نمودن کابل و در نتیجه پایین کشیدن کایت می‌کند. از آنجاکه مقاومت هوا در وضعیت جمع نمودن کایت بسیار کمتر از مرحله اوج‌گیری آن است، اختلاف انرژی گرفته‌شده (در مرحله اوج‌گیری) و انرژی صرف شده (در مرحله بازیابی) مثبت و قابل توجه است. از آنجاکه این کایت‌ها در ارتفاع بالا قابل استفاده است، مقدار انرژی قابل دریافت بیشتر از برج‌های بادی است. همچنین این کایت‌ها ارزان‌تر بوده و نیاز به سرمایه‌گذاری کمتری دارند.

۲- فاز کشش و بازیابی

انرژی در این دستگاه در فاز اول که کشش است تولید می‌شود. در این مرحله حرکت طناب‌های متصل به کایت توسط باد قرقره که طناب‌ها دور آن پیچیده شده است به حرکت درآورده و این قرقره باعث به حرکت درآوردن مولدی که متصل به آن است، می‌شود. زمانی که طناب‌ها به حداکثر کشش خود برسند، مرحله اول به اتمام رسیده و مرحله دوم که در واقع فاز بازیابی است شروع می‌شود.



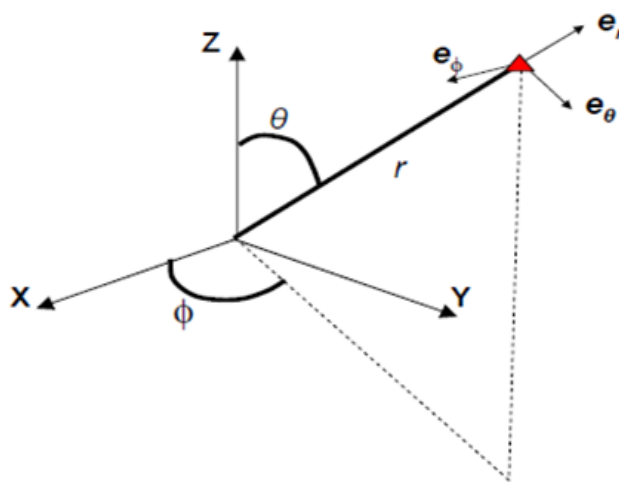
شکل ۱- یک شمای کلی از کایت مولد [۳]

در مرحله بازیابی تقریباً در حدود دوازده درصد انرژی تولیدی در مرحله رفت صرف برگرداندن کایت به حالت اولیه می‌شود. عمل بازیابی توسط جرثقیل‌های برقی به نام وینچ انجام می‌شود. شکل (۱) یک نمای کلی از کایت مولد را نشان می‌دهد [۳].

۳- تحلیل دینامیکی و مدل سازی ریاضی حرکت کایت در فضا

تحلیل دینامیکی دستگاه مطابق با آنچه در شکل (۲) نمایش داده شده است در دستگاه مختصات کروی انجام می شود. در این تحلیل کایت به صورت یک جرم متمرکز در فضا در نظر گرفته می شود، و تحلیل دینامیکی با استفاده از قانون دوم نیوتن انجام می پذیرد [۴-۱].

شکل (۲) دو دستگاه کروی (محلی)، کارتیزین (مرجع) و ارتباط بین این دو دستگاه از طریق بردارهای یکه e_θ, e_φ, e_r که در امتداد محورهای r, θ, φ و X, Y, Z دستگاه کارتیزین را نشان می دهد. بردارهای یکه e_θ, e_φ, e_r جهت گیری دستگاه مختصات کروی و توصیف حرکت کایت مولد در فضا را بر عهده دارند. رابطه (۱) ارتباط بردارهای یکه در دستگاه کروی و بردارهای یکه در دستگاه کارتیزین را تعریف می نماید.



شکل ۲- نمایش دستگاه مختصات مرجع و کروی

$$\begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\varphi \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi & \sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

همچنین با نوشتن قانون دوم نیوتن برای کایت در دستگاه مختصات کروی، معادلات حرکت کایت در مختصات کروی، به شکل دسته معادلات شماره (۲) به دست می آید. که در این معادله m جرم کایت، r طول طناب متصل به کایت، θ و φ به ترتیب زوایای کایت با محورهای عمودی و افقی می باشد، این معادلات بیان گر قانون دوم نیوتن که، حاصل ضرب جرم جسم در شتاب آن، و بیان کننده نیرو است می باشد. در این معادلات مولفه های نیروهای وارده به جسم در امتداد سه محور r, θ و φ را نشان می دهد.

$$\begin{aligned} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) &= F_r \\ m(r\ddot{\theta} - r\dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + 2\dot{r}\dot{\theta}) &= F_\theta \\ m(r\ddot{\varphi} \sin \theta + 2r\dot{\varphi}\dot{\theta} \cos \theta + 2\dot{r}\dot{\varphi} \sin \theta) &= F_\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

در این معادلات، نیروهای خارجی وارد بر کایت شامل برآیند نیروهای وزن و آئرو دینامیک به ترتیب در سه راستای θ ، φ و θ می‌باشند، که هر کدام از این نیروها به ترتیب در جهت طول طناب متصل به کایت، محوری که در جهت افزایش زاویه θ و محوری که از ضرب خارجی بردار یک در جهت طول طناب و θ می‌باشند. نیروی وزن که در اثر در نظر گرفتن جرم خود کایت ظاهر می‌شود و نیروی آئرو دینامیک برآ آنقدر نسبت به سایر نیروها بزرگتر می‌باشد که به راحتی می‌توان از این نیرو به عنوان نیروی موثر در پرواز کایت استفاده کرد و از سایر نیروها صرف‌نظر کرد [۲].

$$F^{tot} = F^{gra} + F^{aer} = -mg \cos \theta e_r + mg \sin \theta e_\theta + L e_n + D e_l \quad (۳)$$

با توجه به معادله (۳) نیروها در دستگاه کروی به شکل زیر قابل بیان می‌باشند.

$$F_\theta = F^{tot} e_\theta; F_\varphi = F^{tot} e_\varphi; F_r = F^{tot} e_r \quad (۴)$$

۴- نیروهای آئرو دینامیکی و جهت‌گیری آن‌ها

همان‌گونه که در آئرو دینامیک بیان می‌شود، این نیروهای حاصل از حرکت یک متحرک در هوا شامل نیروهای برآ^۱ و نیروی پسا^۲ است که با نماد L و D و به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{aligned} L &= 0.5 \rho A C_d |V_e|^2 \\ D &= 0.5 \rho A C_l |V_e|^2 \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن ρ چگالی سیال (در اینجا هوا)، A سطح مؤثر کایت، C_d و C_l به ترتیب ضرایب پسا و برآ است و در نهایت $|V_e|$ سرعت مؤثر است که به صورت زیر نمایش داده می‌شود

$$V_e = V - V_k \quad (۶)$$

که در آن V_k سرعت کایت در فضا است و در مختصات کروی به صورت زیر در فضا نمایش داده می‌شود:

$$V_k = (r\dot{\theta})e_\theta + (r\dot{\varphi} \sin \theta)e_\varphi + \dot{r}e_r \quad (۷)$$

در این رابطه، V سرعت باد است که به صورت فرضی در جهت محور X دستگاه کارتزین انتخاب شده است و با استفاده از رابطه زیر می‌توان این سرعت را در دستگاه کروی به صورت زیر بیان کرد:

$$V = v e_x = v A_1 \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\varphi \\ e_r \end{bmatrix} = v \cos \theta \cos \varphi e_\theta - v \sin \varphi e_\varphi + v \sin \theta \cos \varphi e_r \quad (۸)$$

از این رو مقدار سرعت مؤثر برابر خواهد بود با

$$|V_{(e)}| = [(v \cos \theta \cos \varphi - r\dot{\theta})^2 + (v \sin \varphi + r\dot{\varphi} \sin \theta)^2 + (v \sin \theta \cos \varphi - \dot{r})^2]^{0.5} \quad (۹)$$

^۱ Lift

^۲ Drag

همان طور که می‌دانیم نیروی پسا همواره در جهت سرعت نسبی و نیروی برآ عمود بر پسا و رو به بالا است. پس می‌توان نوشت:

$$e_l = \frac{v_e}{|v_e|} \quad (10)$$

اگرچه می‌توان در فضا بی‌شمار بردار عمود بر یک بردار رسم کرد، اما در اینجا بردار عمود بر سطح زمین و رو به بالا مدنظر است. از این رو بردار یکه e_t وقتی که روی کایت به سمت باد است، از سمت چپ به راست نوک بال تعریف می‌شود [۴]. بدین صورت جهت نیروی برآ را می‌توان به صورت حاصل ضرب خارجی بردار e_l در e_t معرفی کرد.

$$e_n = e_l \times e_t \quad (11)$$

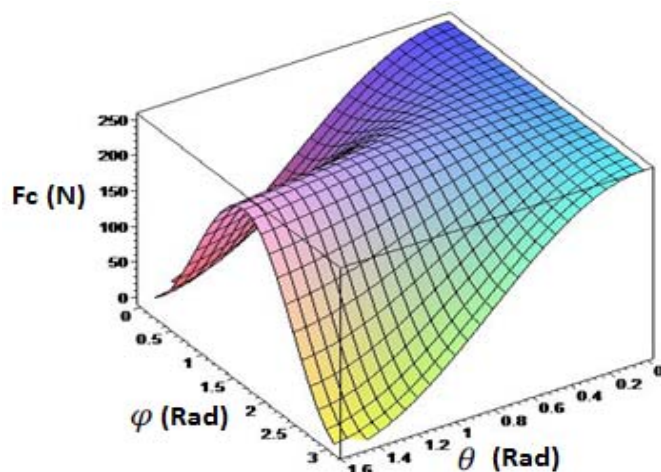
با تکمیل معادلات دینامیکی می‌توان پایداری کایت را مورد تحلیل و بررسی قرارداد.

۵- پایداری کایت حول مسیر نامی

جهت بررسی پایداری کایت ابتدا باید ماتریس‌های کنترل‌پذیری را با استفاده از معادلات دینامیکی به دست آورد. اما در اینجا به علت آن که معادلات به دست آمده غیرخطی است ابتدا معادلات باید حول یک مسیر نامی خطی شده و سپس با به دست آوردن ماتریس‌های کنترل‌پذیری به بررسی کنترل‌پذیری، مشاهده‌پذیری و در نهایت به بررسی پایداری آن پرداخت. مسیر نامی منتخب جهت خطی سازی مسیری است که کشش کابل‌های متصل به کایت در حالتی که زوایای θ و φ ثابت می‌باشند، ماکزیمم باشد. کشش کابل دستگاه از رابطه زیر به صورت به دست می‌آید.

$$F_c = F_r + m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) \quad (12)$$

با توجه به این که در این مسئله کشش کابل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، تغییرات کشش کابل (با طول ثابت) بر حسب زوایای ثابت در شکل (۳) نشان داده می‌شود. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود محورهای روی صفحه افقی بر حسب رادیان است و به ترتیب بیان‌کننده زوایای φ و θ است. محور عمودی نیز مقادیر کشش کابل را بر حسب نیوتن بیان می‌کند. به راحتی از این شکل می‌توان دریافت که ماکزیمم کشش کابل در $(\theta=0)$ و مستقل از مقدار φ است. در این حالت کایت به صورت عمود رو به بالا حرکت می‌کند. بنابراین مسیر نامی منتخب را $(\theta = \frac{\pi}{4})$ ، $(\varphi = \frac{\pi}{4})$ و $(r = 100)$ در نظر می‌گیریم و خطی‌سازی را حول این مسیر انجام می‌شود.



شکل ۳- نمودار نیروی کشش کابل کایت برحسب θ و φ و برای طول ثابت طناب

با تغییر متغیرهای

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta & \dot{x}_1 &= \dot{\theta} = x_2 \\ x_2 &= \dot{\theta} & \dot{x}_2 &= \ddot{\theta} \\ x_3 &= \varphi & \dot{x}_3 &= \dot{\varphi} = x_4 \\ x_4 &= \dot{\varphi} & \dot{x}_4 &= \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad \text{و} \quad \frac{d}{dt}(x_i) \rightarrow \quad (13)$$

و با توجه به معادله (۲) می‌توان مقادیر مشتق دوم r ، θ و φ به دست آورد و در معادلات فضای حالت جایگزین کرد.

$$\ddot{r} = \frac{1}{m} F_r + r\dot{\theta}^2 + r\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m} F_\theta + r\dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta - 2\dot{r}\dot{\theta} \quad (15)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{F_\varphi}{m} - 2r\dot{\varphi}\dot{\theta} \cos \theta - 2\dot{r}\dot{\varphi} \sin \theta \right) \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt}(x_i) = f_i \quad (17)$$

۶- کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری

نمایش سیستم با معادلات فضای حالت به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (18)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (19)$$

سیستم داده شده با معادلات (۱۹) و (۱۸) را کنترل پذیر حالت گویند، اگر برای هر زمان t_0 ، بتوان یک بردار ورودی $u(t)$ را به گونه ای پیدا کرد که هر حالت اولیه $x(t_0)$ را به هر حالت نهایی $x(t_1)$ در زمان محدود انتقال دهد.

سیستم داده شده با معادلات (۱۷) و (۱۸) را بر $t_0 < t < T$ مشاهده پذیر حالت می گویند، اگر برای هر t_0 و T ، هر بردار حالت $x(t_0)$ را بتوان از داده های بردار خروجی $y(t)$ بر روی $t_0 < t < T$ تعیین کرد. به عبارت دیگر سیستمی را کاملاً مشاهده پذیر گویند که در آن هر انتقال حالت سیستم در نهایت بر خروجی تأثیر گذارد.

بدین ترتیب به راحتی می توان ماتریس های کنترل پذیری و مشاهده پذیری را به دست آورد.

$$\mathbf{A} = \frac{d}{dx_i}(f_j); i, j = 1, 2, 3 \quad (20)$$

$$\mathbf{B} = \frac{d}{du}(f_i); i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

حال با در نظر گرفتن زاویه φ به عنوان ورودی و r و θ و φ به عنوان خروجی ها

$$h_1 = r; h_2 = \theta; h_3 = \varphi \quad (22)$$

$$\mathbf{C} = \frac{d}{dx_i}(h_j); i, j = 1, 2, 3 \quad (23)$$

$$\mathbf{D} = \frac{d}{du}(h_i); i = 1, 2, 3 \quad (24)$$

با استفاده از معادلات شماره (۱۶)، (۱۷)، (۱۹) و (۲۰) به راحتی ماتریس ها به صورت زیر به دست می آیند.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.54 & -37.71 & -3186 & 44.64 & 3186 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.001467 & 0.1422 & 0.0549 & 13.5 & 0.4466 & -2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.00432 & -0.2844 & 0.0288 & -5.4 & -0.0288 & 16.2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.217 \\ 0 \\ -0.217 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Co = \text{rank}[\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^3\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^4\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^5\mathbf{B}] \quad (25)$$

$$Ob = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ CA^5 \end{bmatrix} \quad (26)$$

با نوشتن معادلات (۲۵) و (۲۶) مشاهده می‌شود که هر دو ماتریس Co و Ob از مرتبه کامل بوده پس سیستم حول یک مسیر با r ، θ و φ ثابت قابل کنترل بوده و پایدارپذیر است.

۷- نتیجه‌گیری

از مباحث ارائه شده مشاهده می‌شود که به راحتی می‌توان با به کارگیری دستگاه کایت‌مولد، جایگزین خوبی برای سوخت‌های فسیلی جهت تامین انرژی مورد نیاز بشر یافت. با توجه به محاسبات انجام شده در قسمت‌های فوق نتیجه می‌شود که پرواز دستگاه کایت مولد در مسیری که در آن متغیرهای r ، θ و φ ثابت است قابل کنترل بوده و این پرواز در این مسیر پایدار است و یک کنترل صحیح می‌تواند دستگاه را در حالت تعادل نگه دارد.

مراجع

- [1] Canale, M., and Fagiano, L., "Power Kites for Wind Energy Generation Fast Predictive Control of Tethered Airfoils", IEEE Control Systems Magazine, December, (2007).
- [2] Argatov, I., Rautakorpi, P., and Silvennoinen, R., "Estimation of the Mechanical Energy Output of the Kite Wind Generator", Vol. 34, No. 6, pp. 1525–1532, (2009).
- [3] Canale, M., Fagiano, L., Milanese, M., and Ippolito, M., "Kitegen Project: Control as Key Technology for a Quantum Leap in Wind Energy Generators", American Control Conference, 9-13 July, New York, USA, pp. 3522 – 3528, (2007).
- [4] Diehl, M., "Real-time Optimization for Large Scale Nonlinear Processes", Ph.D. Thesis, University of Heidelberg, Germany, (2001).
- [5] Canale, M., Fagiano, L., Ippolito, M., and Milanese, M., "Control of Tethered Airfoils for a New Class of Wind Energy Generator", Proc. 45th IEEE Conf. Decision and Control, 13-15 Dec., San Diego, USA, pp. 4020 – 4026, (2006).
- [6] Fagiano, L., Milanese, M., and Piga, D., "High Altitude Wind Generation", IEEE TRANS on Energy Conversion, Vol. 25, No. 1, pp. 168-180, (2010).

فهرست نشانه های انگلیسی

A : سطح مؤثر کایت

A, B, C ، و D : ماتریس های ضرایب معادلات فضای حالت

C_d و C_l : به ترتیب ضرایب پسا و برآ

F^{aer} و F^{gra} : به ترتیب نیروهای آئرو دینامیک و نیروهای گرانشی

F_c : نیروی کشش کابل کایت

F_r, F_θ و F_φ : نیروهای خارجی وارد بر کایت، در دستگاه کروی شامل نیروهای وزن و آئرو دینامیک

L و D : به ترتیب نیروهای برآ و نیروی پسا

V : سرعت باد

V_k : سرعت کایت در فضا

V_e : بردار سرعت مؤثر کایت شامل اختلاف سرعت کایت و سرعت باد

ρ : چگالی هوا

Abstract

The drawback of energy production from fossil fuels, which is due to resource limitations, high pollution and degradation of the environment, causes to attract researchers' attention to renewable sources of energy such as wind, solar, hydroelectric, geothermal, etc. In this article, one of the new ideas for generating electrical energy from wind called KiteGen is investigated. The project began in Torino, Italy for the first time. To produce the maximum energy, it is necessary to properly control the trajectory of kite, which needs a precise mathematical model and dynamic analysis of the kite behavior. This paper presents mathematical modeling and study of controllability and observability of Kite moving along the path that has been suggested somewhere else. The results of this research show that the kite around the path is controllable and observable, and thus the kite is stable in space.