

# مطالعه تأثیر دیواره طیفی بر انتقال حرارت ترکیبی تابش - جابجایی داخل کانال مستطیلی به روش عددی

محمد امیدپناه<sup>۱</sup>

مربی

کار حاضر به مطالعه عددی انتقال حرارت ترکیبی تابش - جابجایی، داخل کانال مستطیلی دو بعدی می‌پردازد. سیال عامل گاز تابشی شامل مخلوطی از هوا، دی اکسید کربن و بخار آب می‌باشد. دیواره پایین کانال غیرخاکستری از جنس سیلیکون یا ژرمانیوم و دیواره بالای کانال خاکستری فرض می‌شود. معادله انرژی در جریان گاز به صورت عددی با روش تفاضل محدود حل و برای محاسبه ترم تابشی در معادله انرژی از حل عددی معادله انتقال تابش به روش جهات مجزا استفاده شده که گسسته سازی آن با روش حجم محدود انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد تأثیرپذیری توزیع شار تابشی از رفتار طیفی بیشتر از شار جابجایی است، بطوری که اختلاف بین رفتار طیفی و معادل خاکستری در مورد سیلیکون بیشتر از ژرمانیوم می‌باشد که دلیل آن تغییرات شدید ضریب صدور سیلیکون با طول موج می‌باشد. بعلاوه دیده شد که ازدیاد درصد مولی گازهای تابشی دی اکسید کربن و بخار آب در هوا، افزایش شارحرارتی کل دیواره کانال را به دنبال دارد.

سید عبدالرضا گنجعلیخان

نسب<sup>۲</sup>

استاد

واژه های راهنما: انتقال حرارت جابجایی، تشعشع، روش راستاهای مجزا، دیواره طیفی

## ۱- مقدمه

ترکیب مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی با سایر مکانیزم‌های انتقال حرارت در بسیاری از وسایل و کاربردهای مهندسی از قبیل تجهیزات تولید توان، پره‌های توربین‌های گازی، مبدل‌های حرارتی، محفظه‌های احتراق و خنک کاری وسایل الکترونیکی نقش و اهمیت بسزایی دارد. در شبیه سازی این گونه سیستم‌ها، برای دستیابی به نتایج دقیق، بایستی جریان گاز را مانند یک محیط شرکت کننده در انتقال حرارت تشعشعی در نظر گرفت و تمام پدیده‌های انتقال حرارت شامل جابجایی، هدایت و تشعشع را به طور همزمان مورد بررسی و مطالعه قرار داد. از طرفی در مورد انتقال حرارت ترکیبی جابجایی تابشی محیط‌هایی که در معرض سطوح مرزی با رفتار طیفی هستند بدلیل کاربردهای مهندسی زیاد، ضروری است که مطالعاتی صورت گیرد.

<sup>۱</sup> مربی، دپارتمان مهندسی مکانیک، دانشکده شهید صدوقی، دانشگاه فنی و حرفه ای استان یزد، ایران

M.omidpanah@tvu.ac.ir

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران ganj110@uk.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۸/۰۵، تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۲/۰۳

در کار حاضر دیواره های غیرخاکستری از دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون مدنظر می باشند. ژرمانیوم و سیلیکون مواد نیمه رسانایی هستند که در تراشه های الکترونیکی، چیپست های کامپیوتری، صفحات خورشیدی، میکرو پروسورها، میکروکنترلرها و رباتها تحت انتقال حرارت قرار می گیرند، بدین علت تحلیل انتقال حرارت این مواد با هندسه کانال از اهمیت بسزایی برخوردار است.

ویسکانتا [۱] نشان داد زمانی که جریان سیال همانند یک محیط شرکت کننده در انتقال حرارت تشعشی رفتار می کند، خواص تشعشی آن که عبارتند از جذب، صدور و پخش تشعشع با سایر مکانیزم های انتقال حرارت از پیچیدگی های خاص برخوردار است، به دلیل اینکه معادله انرژی علاوه بر ترم های هدایت و جابجایی، به معادله حاکم بر پدیده تابش نیز وابسته می شود.

در بسیاری از مطالعات انجام شده از تحلیل همزمان تشعشع با سایر مکانیزم های انتقال حرارت به دلیل پیچیدگی های محاسباتی صرفه نظر شده است؛ اما بسیاری از پدیده های فیزیکی وجود دارند که انتقال حرارت تابشی در آنها نقش مهمی ایفا می کند که به عنوان مثال می توان محفظه های احتراق و کوره ها را نام برد. به دلیل پیچیدگی های فیزیک تابش، حل تحلیلی معادله تابش حتی با فرضیات ساده کننده نیز دشوار است، بنابراین تجزیه و تحلیل پدیده تابش از طریق روش های عددی صورت می پذیرد. خلاصه ای از مدل های تابشی موجود در متون، در مودست [۲] و سیگل و هاول [۳] جمع آوری شده است.

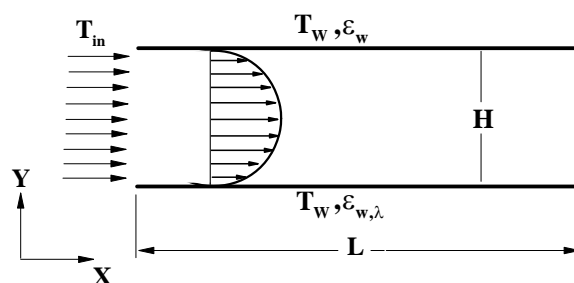
از جمله مطالعاتی که پدیده تابش را به صورت عددی مورد بررسی قرار داده است می توان به مطالعه انتقال حرارت تابشی بین دو صفحه عمودی با استفاده از روش  $P_1$  اشاره کرد که توسط لاریت [۴] انجام شده است. چای و پاتانکار [۵]، میشرا و رای [۶] و کیم و همکاران [۷] از روش حجم محدود (FVM) برای حل ترم تابشی معادله انرژی استفاده کردند. از جمله مطالعاتی که روش انتقال مجزا (DTM) را برای حل معادله انتقال تابشی به کار گرفته اند می توان مطالعه لاکوود و شاه [۸] و اناند و میشرا [۹] را نام برد. روش مونت کارلو، روشی است که برای حل معادله انتقال تشعشع توسط ویسکانتا [۱۰] و منحوس و ویسکانتا [۱۱] به کار گرفته شده است. یکی از شناخته ترین و قوی ترین روش ها برای حل معادله انتگرالی - دیفرانسیلی انتقال تشعشع روش جهات مجزا (DOM) می باشد. از ویژگی های روش جهات مجزا قابلیت سازگاری با روش های عددی موجود برای تحلیل انتقال حرارت جابجایی و جریان سیال، انعطاف پذیری در هندسه های مختلف و قابلیت اتصال ساده آن به معادله انرژی برای حل مسائل کاربردی مهندسی است.

از جمله مطالعاتی که این روش را برای حل ترم تابشی معادله انرژی به کار گرفتند می توان به مطالعه خلیل و ترولاو [۱۲]، مزرهاب و همکاران [۱۳]، فایولند [۱۴]، یوسل و همکاران [۱۵ و ۱۶] و میشرا و همکاران [۱۷] و موفکر و همکاران [۱۸] در هندسه های مختلف اشاره کرد. چو و همکاران تأثیر انتقال حرارت تشعشی بر انتقال حرارت جابجایی ترکیبی را، در کانالهای افقی [۱۹] و شیبدار [۲۰] بررسی کردند. بحرینی و همکاران [۲۱] آنالیز معکوس انتقال حرارت ترکیبی جابجایی و تابش در یک کانال دو بعدی با سطح مقطع متغیر را به انجام رساندند. در این مطالعه سیال مورد نظر در کانال بصورت محیط خاکستری با جذب و صدور و پخش همگن در نظر گرفته شده است. پایان و سروری [۲۲] طراحی معکوس مرزی سیستم های حرارتی ترکیب جابجایی - تابش را مورد مطالعه قرار دادند.

هدف از طراحی آنها ایجاد یک توزیع دما و شار حرارتی یکنواخت روی سطح طراحی بین دو صفحه موازی با بهینه‌سازی توان گرمکن‌های موجود روی سطح گرمکن بوده است. رحمتی و جمالی [۲۳] تعامل جابجایی آزاد و تشعشع سطحی درون محفظه پر شده با هوا با دو جزء داغ افقی متصل به دیواره‌های عمودی آن بصورت عددی بررسی کردند. در این مطالعه اثرات عدد رایلی و ضریب صدور بر روی عدد ناسلت تشعشعی و جابجایی مورد بررسی قرار گرفت. در تمامی مطالعاتی که ذکر شد، دیواره‌ها خاکستری-پخشی فرض شده‌اند از این رو ضریب جذب و صدور دیواره‌ها به جهت یا طول موج بستگی نداشت؛ اما در بسیاری از کاربردهای عملی خواص تشعشعی سطوح به طول موج وابسته است که چنین سطوحی پخشی-طیفی نامیده می‌شوند. بررسی تحقیقات مشابه پیشین نشان می‌دهد که تا بحال در مورد انتقال حرارت ترکیبی جابجایی تابش در جریان داخل کانال، با تأکید بر رفتار طیفی سطوح مطالعه قابل ذکری انجام نشده است. لذا در کار حاضر، تأثیر رفتار طیفی دیواره کانال برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون، بر روی رفتار حرارتی جریان جابجایی گاز تابشی در داخل کانال مطالعه شده است. در این راستا با فرض توزیع سرعت معلوم، با حل عددی معادله انرژی همراه معادله انتقال حرارت تابشی، میدان دمای گاز با لحاظ رفتار طیفی سطح مرزی و همین طور جایگزینی آن با سطح خاکستری معادل بدست آمده است. بعلاوه سعی شده تا تأثیر جنس گاز تابشی بر شار حرارتی دیواره‌ها نیز مورد مطالعه قرار گیرد.

## ۲- بیان مسأله

هندسه مورد مطالعه، یک کانال مستطیلی دوبعدی به طول  $L$  و ارتفاع  $H$  با  $\frac{L}{H} = 6$  می‌باشد. جریان گاز در ورودی کانال با پروفیل سرعت توسعه یافته و سهمی شکل فرض شده و از آنجا که خواص ترموفیزیکی گاز متغیر و به عنوان تابعی از دما می‌باشد لذا با تغییر دانسیته و در پی آن ثابت نبودن سرعت متوسط گاز در طول کانال،  $U_m$ ، ویژگی توسعه یافتگی به معنای مکانیک سیالاتی از جریان سیال صلب می‌شود. شماتیکی از هندسه مورد مطالعه در شکل (۱) نشان داده شده است. دمای سیال ورودی  $T_{in} = 298 K$  بوده و دیواره بالا خاکستری و دیواره پایین غیرخاکستری و از جنس سیلیکون یا ژرمانیوم است و تمامی سطوح مرزی در دمای  $T_w$  قرار دارند. سیال عامل داخل کانال، گاز تابشی است که مخلوطی از هوا، دی اکسید کربن و بخار آب فرض می‌شود.



شکل ۱- شماتیکی از هندسه مورد مطالعه

## ۲-۱- معادلات حاکم

جریان داخل کانال آرام، توسعه یافته با توزیع سرعت سهموی  $\frac{u}{u_m} = 6\frac{y}{H}(1 - \frac{y}{H})$  فرض می‌شود [۲۴]. معادله انرژی به صورت معادله (۱) قابل بیان است:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot q_r \quad (1)$$

معادله انرژی به روش تفاضل محدود گسسته سازی می‌شود و ترم دیورژانس شار تابشی از حل معادله انتقال تشعشع قابل محاسبه است که به صورت رابطه زیر بیان می‌شود [۲].

$$\nabla \cdot q_r = \sigma_a (4\pi I_b(\vec{r}) - G(\vec{r})) \quad (2)$$

که در معادله (۲)،  $G(\vec{r})$  تشعشع برخوردی است که به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$G(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (3)$$

برای دستیابی به میدان شدت تابشی و در نتیجه بدست آوردن  $\nabla \cdot q_r$  لازم است معادله انتقال تشعشع حل شود. از آنجایی که دیواره پایین کانال به صورت طیفی فرض شده است و ضریب صدور آن تابعی از طول موج می‌باشد بنابراین معادله انتقال تشعشع (RTE) بایستی برای هر باند از طول موج نوشته و حل گردد. شکل طیفی این معادله برای یک محیط جذب کننده، صادر کننده و پخش کننده خاکستری می‌تواند به صورت معادله (۴-الف) بیان گردد [۲]:

$$s \cdot \nabla I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) = \sigma_a(\vec{r}) I_{b\lambda}(\vec{r}) - \beta(\vec{r}) I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}') \phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}') d\Omega' \quad (4-f)$$

که  $I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})$  شدت تشعشع در واحد طول موج در مکان  $\vec{r}$  و جهت  $\vec{s}$ ،  $I_{b\lambda}(\vec{r})$  شدت تشعشعی جسم سیاه بر واحد طول موج در مکان  $\vec{r}$  و در دمای محیط می‌باشد.  $\sigma_a$  و  $\sigma_s$  به ترتیب ضرایب جذب و پخش محیط خاکستری بوده و  $\beta = \sigma_s + \sigma_a$  ضریب میرایی نام دارد.  $\phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}')$  تابع پخش فازی است که بیان کننده میزان انحراف شدت تشعشع از جهت ورودی  $\vec{s}$  به جهت خروجی  $\vec{s}'$  است که در مطالعه حاضر به صورت همگن فرض شده است.

برای سطوح طیفی انعکاسی، شرط مرزی تشعشعی به صورت زیر است:

$$I_{w,\lambda}(\vec{r}_w, \vec{s}) = \varepsilon_{w,\lambda} I_{b\lambda}(\vec{r}_w) + \frac{(1 - \varepsilon_{w,\lambda})}{\pi} \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{n}_w \cdot \vec{s}'| d\Omega' \quad (4-b)$$

$I_{w,\lambda}(\vec{r}_w, \vec{s})$  شدت تشعشعی است که دیواره را ترک می‌کند،  $\varepsilon_{w,\lambda}$  ضریب صدور طیفی دیواره و  $n$  برداریکه عمود بر دیواره می‌باشد.

## ۲-۲- روش حل عددی

در این مقاله بمنظور حل معادله انرژی، فرم اختلاف محدود این معادله با انتگرال گیری از آن روی حجم کنترل های دیفرانسیلی به ابعاد  $\Delta X, \Delta Y$  بدست می آید.

در این راستا از تکنیک هیبریدی (Hybrid method) جهت محاسبه شار روی سطوح حجم کنترل و فرم اختلاف محدود مرکزی (Central finite difference) برای ترم های پخشی (Diffusion terms) بهره برده شده است و سپس فرم مجزا شده معادله به روش خط به خط (line by line) به صورت عددی حل می شود. این محاسبات در قالب یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن انجام می گیرد. بر اساس مطالعه صورت گرفته برای نیل به جوابهایی که مستقل از اندازه شبکه مجزا شده محاسباتی باشد با تعداد نقاط محاسباتی متعددی برنامه اجرا شده و سرانجام شبکه بهینه باندازه  $(60 \times 20)$  انتخاب گردیده است. در روند انجام محاسبات عددی که به روش تکرار تا رسیدن به جواب همگرا شده ادامه پیدا می نماید ملاک همگرایی کوچکتر شدن ترم باقیمانده در معادله انرژی به مقداری کمتر از  $10^{-4}$  مد نظر بوده است. نکته اساسی دیگری که در حل معادله انرژی بایستی مورد توجه قرار داد خطی سازی ترم تابشی است که بصورت چشمه حرارتی در معادله انرژی نقش ایفا می کند. قابل ذکر است که بدلیل وجود ترم شدت تابشی جسم سیاه  $I_b$  در جمله  $S_t = \nabla \cdot q_r$  که با دمای محیط با توان ۴ رابطه مستقیم دارد ماهیت معادله بالانس انرژی بشدت غیر خطی شده که پیچیدگی قابل توجهی را در حل عددی این معادله باعث می شود. در کار حاضر جهت برطرف نمودن این مشکل، ترم تابشی معادله انرژی خطی سازی شده است. بدین ترتیب که ترم چشمه تابشی بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$S_t = S_c + S_p T \quad (5-الف)$$

که در این معادله  $S_c$  ترم ثابت و معلوم بوده و  $S_p$  ضریب دمای مجهول می باشد. از آنجا که محاسبات بصورت تکراری تا رسیدن به جواب همگرا شده انجام میشود اگر  $T^*$  را دمای محاسبه شده در مرحله موجود روند تکراری در نظر بگیریم بر اساس بسط سری تیلور ترم چشمه  $S_t$  حول مقدار معلوم آن خواهیم داشت:

$$S_t = S_t^* + \left(\frac{\partial S_t}{\partial T}\right)^* (T - T^*) \quad (5-ب)$$

لذا با توجه معادله (5-الف) جهت محاسبه ترم چشمه، مقادیر  $S_c$  و  $S_p$  به صورت زیر قابل محاسبه می باشند.

$$S_c = S_t^* - \left(\frac{\partial S_t}{\partial T}\right)^* T^* \quad (5-ج)$$

$$S_p = \left(\frac{\partial S_t}{\partial T}\right)^* \quad (5-د)$$

در مورد محاسبات تابشی، یکی از روشهایی که به طور متداول برای حل معادلات انتقال حرارت تشعشعی (RTE) در کاربردهای مهندسی به کار می رود، روش جهات مجزا است که در کار حاضر نیز از آن بهره برده شده است. اساس روش جهات مجزا، بر نمایش مجزا از تغییرات زاویه ای شدت تشعشع قرار دارد.

که به این ترتیب ترم انتگرالی معادله انتقال تابش بصورت  $\int_{4\pi} f(\vec{s}) d\Omega \cong \sum_{i=1}^n w_i f(\vec{s}_i)$  مدل می‌شود. علاوه بر سادگی روش حل، یکی دیگر از ویژگی‌های روش جهات مجزا، قابلیت اتصال آن به معادله انرژی، شامل هدایت و جابجایی است که کاربرد این مسئله عملی را موجب می‌شود. روش جهات مجزا بر اساس یک فرآیند پیشروی تکراری با استفاده از روش حجم محدود برای حل معادله انتقال تشعشع در یک محیط جذب‌کننده، صادرکننده و منحرف‌کننده توسعه یافته است. فرآیند پیشروی به طور صریح در جهت‌های مختلف انجام می‌شود و با استفاده از یک روش تکراری، نتایج تصحیح شده و فرآیند تکرار تا رسیدن به همگرایی مناسب ادامه می‌یابد. قابل ذکر است که در کار حاضر از تقریب  $S_4$  روش جهات مجزا با لحاظ ۱۲ جهت استفاده شده است. لازم به ذکر است که از ارائه جزئیات روش جهات مجزا برای طولانی نشدن متن مقاله صرف نظر شده است [۲]. همانگونه که قبلاً ذکر شد معادله انتقال تشعشع بایستی در هر باند که دیواره طراحی ضریب صدور ثابتی دارد حل گردد. با در نظر گرفتن این نکته مقدار  $I_{b\lambda}$  در معادله (۴) به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$I_{b\lambda} = \Delta F I_b = \Delta F \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (۶)$$

$$\Delta F = F(0 \rightarrow \lambda_2 T) - F(0 \rightarrow \lambda_1 T) \quad (۷)$$

$$F(0 \rightarrow \lambda_1 T) = \frac{\int_0^{\lambda_1} e_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} e_{b\lambda} d\lambda} \quad (۸)$$

که از طریق سری زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$F(0 \rightarrow \lambda T) = \frac{15}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nv}}{n} \left( v^3 + \frac{3v^2}{n} + \frac{6v}{n^2} + \frac{6}{n^3} \right) \quad (۹)$$

در روابط ۸ و ۹،  $e_{b\lambda}$  تابع جسم سیاه پلانک،  $v = \frac{C_2}{\lambda T}$  و  $C_2 = 14388 \mu\text{mk}$  می‌باشد. با این روش معادله انتقال تشعشع (۴) برای بدست آوردن توزیع شدت تشعشعی طیفی درون محیط تأثیر گذار به دست آمده و تشعشع برخوردی  $G$  در هر گره محاسباتی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$G = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{m=1}^{N_m} w_k I_{p,k}^m \quad (۱۰)$$

که برای محاسبه ترم تشعشعی سمت راست معادله انرژی نیاز است. در معادله بالا  $N_k$  تعداد جهات و  $N_m$  تعداد باندهایی است که RTE در آن حل می‌شود. علاوه بر این شار حرارتی تشعشعی روی دیواره طیفی از معادله زیر قابل محاسبه است:

$$Q_R = \sum_{m=1}^{N_m} \pi (\varepsilon_{w,\lambda} I_{b\lambda}(\vec{r}) - \frac{\varepsilon_{w,\lambda}}{\pi} \sum_{\vec{n} \cdot \vec{s} < 0}^{N_k} I_{\lambda} |\vec{n} \cdot \vec{s}| d\Omega) \quad (۱۱)$$

شار حرارتی جابجایی در دیواره مرزی به صورت معادله (۱۲) نوشته می‌شود.

$$Q_C = -k \frac{\partial T_w}{\partial y} \quad (۱۲)$$

و شار حرارتی کلی به صورت زیر حساب می‌شود:

$$Q_T = Q_C + Q_R \quad (13)$$

قابل ذکر است که در این مقاله، مقدار ضریب صدور خاکستری معادل برای دیواره پایینی کانال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon(T) = \frac{1}{E_b(T)} \int_0^\infty \varepsilon(\lambda, T) e_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda \cong \sum_{m=1}^M \varepsilon_m \Delta F_m(T) \quad (14)$$

در مطالعه حاضر، ضریب جذب پلانک، که به عنوان ضریب جذب متوسط در محاسبات استفاده می‌شود، توسط روش خط به خط محاسبه می‌شود. این ضریب دردمای  $T_{avg}$  با استفاده از داده‌های پایگاه HITRAN2008 در بازه  $150 < \eta < 9300 \text{ cm}^{-1}$  و با استفاده از  $457500$  خط ضریب جذب بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\kappa_P = \frac{\int_0^\infty I_{b\eta} \kappa_\eta d\eta}{\int_0^\infty I_{b\eta} d\eta} = \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^\infty I_{b\eta} \kappa_\eta d\eta \quad (15)$$

ذکر این نکته ضروری است که بدلیل وجود  $100$  درجه اختلاف دما در داخل سیستم حرارتی مورد مطالعه و نظر به وابستگی خواص ترموفیزیکی گاز به دما، به منظور نیل به جوابهایی قابل اعتماد، ضریب هدایت حرارتی، ویسکوزیته و دانسیته گاز به عنوان خواصی متغیر با دما لحاظ شده اند. در این راستا از جداول ترمودینامیکی موجود در مراجع که خواص بسیاری از گازها از جمله هوا، دی اکسید کربن و بخار آب را در دماهای متفاوت داده استفاده شده است [۲۵].

بمنظور انجام شبیه سازی عددی، در محدوده دمایی کار حاضر برای هر کدام از خواص ترموفیزیکی گاز، تابعی بر حسب دما منطبق گردیده (Curve fit) و در نهایت با بکارگیری قاعده کیز (Kays Rule)، خواص ترمودینامیکی مخلوط گازی بر اساس معادله زیر محاسبه شده است:

$$\phi_{mixture} = \sum_{i=1}^3 y_i \phi_i \quad (16)$$

که در معادله فوق  $\phi$  خاصیت مورد نظر و  $y_i$  کسر مولی هر کدام از اجزای گازی می‌باشند. ضمناً از آنجا که دانسیته گاز نیز در طول جریان با تغییر دما ثابت باقی نمی‌ماند لذا در پروفیل سهمی سرعت در هر مقطع محوری  $\frac{U}{U_m} = 6 \frac{y}{H} (1 - \frac{y}{H})$  به منظور برقراری بقای جرم، مقدار سرعت متوسط  $U_m(x)$  براساس بقای جرم تصحیح میگردد. قابل ذکر است که بدیهی است بدلیل اثر تغییر خواص با دما، پروفیل سرعت کمی از حالت سهمی فاصله میگیرد اما از آنجا که معادلات جریان حل نشده اند در کار حاضر از فرض توزیع سهمی اما با در نظر گرفتن سرعت میانگین متغیر در هر مقطع محوری استفاده شده است.

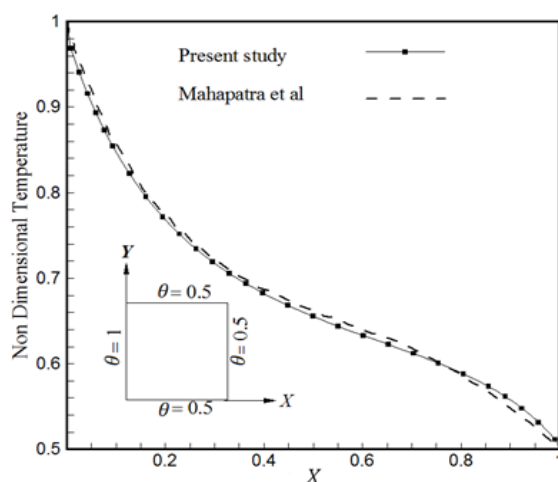
### ۳- اعتبارسنجی نتایج

برای بررسی درستی و کارآمدی برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرترن، نتایج حاصل از مطالعه کنونی با نتایج مطالعات پیشین مقایسه می‌شود. بدین منظور نتایج کار حاضر با مسئله انتقال حرارت مرکب تشعشی و هدایت انجام شده توسط ماهاپاترا [۲۶] مقایسه شده است. مسئله مورد مطالعه یک محفظه مربعی با طول

$L$  و دیواره های سیاه و دما ثابت است و دمای دیوار سمت چپ از دمای سایر دیواره ها بیشتر است. چگونگی تغییرات دما در صفحه میانی محفظه ( $y = L/2$ )، در طول محور افقی ( $x$ ) و مقایسه با نتایج مرجع [۲۶] در شکل (۲) نشان داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می شود، سازگاری خوبی بین نتایج عددی حاضر و نتایج گزارش شده در مرجع [۲۶] وجود دارد.

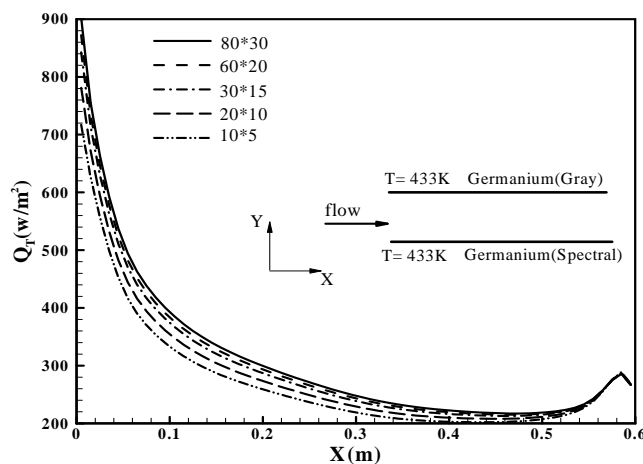
#### ۴- استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

برای دستیابی به نتایج عددی دقیق تر و عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی و همچنین کاهش زمان انجام محاسبات، تلاش می شود شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شود. در این راستا شار حرارتی کل بر روی دیواره پایین کانال برای حالتی که دمای دیواره  $T_w = 333 K$  و از جنس ژرمانیوم می باشد به ازاء شش شبکه محاسباتی به دست آمده و نتایج به صورت شکل (۳) گزارش شده اند. براساس نتایج شکل (۳)، که توزیع شار حرارتی کل روی دیواره طیفی را در انتقال حرارت ترکیبی جابجایی تابشی داخل کانال را نشان می دهد شبکه به عنوان  $60 \times 20$  شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شده است.



شکل ۲- مقایسه دمای محاسبه شده در وسط محفظه با حل عددی ماهاپاترا و همکاران [۲۶]

$$(\omega = 0.5, \varepsilon_w = 0.5, \tau = 1)$$

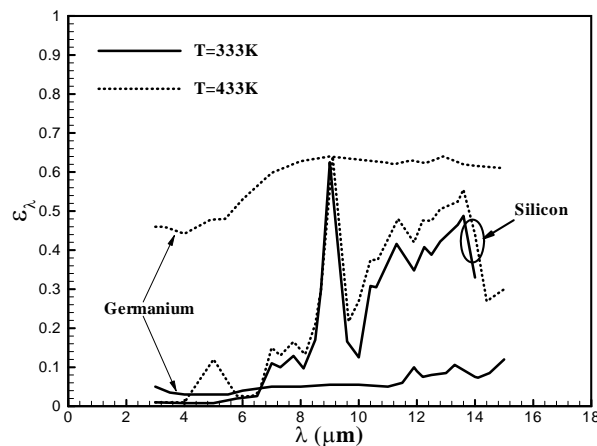


شکل ۳- شار حرارتی کل روی دیواره طیفی در اندازه های مختلف شبکه محاسباتی

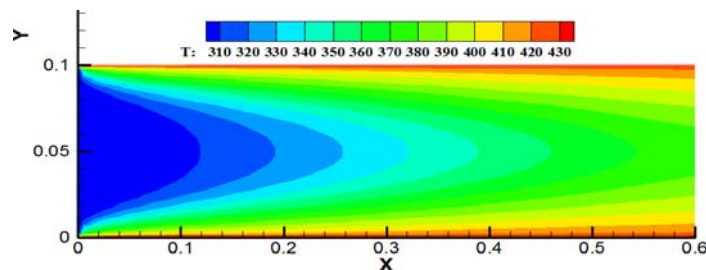


## ۵- بررسی نتایج

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت مرکب جابجایی-تابش جریان گاز در یک کانال مستطیلی دو بعدی با سطوح خاکستری و طیفی بررسی شده است. دیواره بالایی کانال خاکستری با ضریب صدور  $\varepsilon_w = 0.8$  فرض می شود در حالی که دیواره پایین کانال غیرخاکستری بوده که ضریب صدور آن تابعی از طول موج و دماست. گاز داخل کانال تابشی و مخلوطی از هوا، دی اکسید کربن و بخار آب می باشد. هدف، بررسی اثر طیفی بودن دیواره بر توزیع شار حرارتی دیواره غیرخاکستری کانال و همچنین بررسی تأثیر درصدهای مولی گازهای تشکیل دهنده بر رفتار حرارتی سیستم می باشد. دیواره پایین کانال از جنس سیلیکون و یا ژرمانیوم در نظر گرفته شده است که در دو دمای  $333K$  و  $433K$  قرار دارند. دلیل انتخاب این دو ماده بر این اساس است که ضریب صدور این دو ماده که به طول موج و دما وابسته است در مراجع گزارش گردیده به طوری که شکل (۴) ضریب صدور آنها را برای دو دمای  $333K$  و  $433K$  نشان می دهد [۲۷]. گاز تابشی مخلوطی از هوا، دی اکسید کربن و بخار آب فرض شده است و همانگونه که اشاره شد برای محاسبه ضریب جذب مخلوط گاز از داده های پایگاه HITRAN2008 استفاده شده است، برای حالتی که دمای دیواره  $T_w = 333K$  است  $T_{avg} = 320K$  و برای حالتی که  $T_w = 433K$  فرض می شود  $T_{avg} = 400K$  است که از این دما برای محاسبه ضریب جذب مخلوط گاز استفاده می شود. شایان ذکر است که در تمامی موارد بررسی شده عدد رینولدز جریان ورودی معادل  $Re = 400$  در نظر گرفته شده که در محدوده جریان آرام می باشد.



شکل ۴- ضریب صدور طیفی سیلیکون و ژرمانیوم [۲۷]



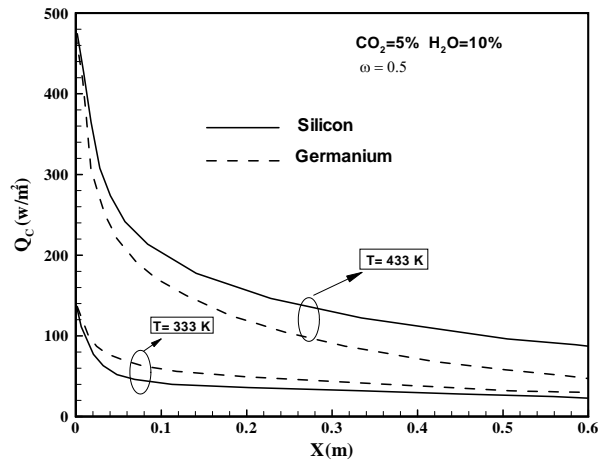
شکل ۵- میدان دما در جریان داخل کانال

در ابتدا به منظور نمایش رفتار حرارتی جریان جابجایی گازهای تابشی در شکل (۵) میدان دما در کل ناحیه محاسباتی به تصویر کشیده شده است. همانطور که مشاهده میشود گاز با دمای یکنواخت 298K وارد کانال شده و بواسطه انتقال حرارت با دیواره های گرم کانال افزایش دما پیدا میکند. بدیهی است که با پیشروی جریان در طول کانال و کاهش گرادیان دمای سیال روی سطوح که در شکل نیز مشخص است، از شدت انتقال حرارت انجام شده کم میشود که این موضوع در اشکال بعدی ارائه شده بیشتر موشکافی میشود.

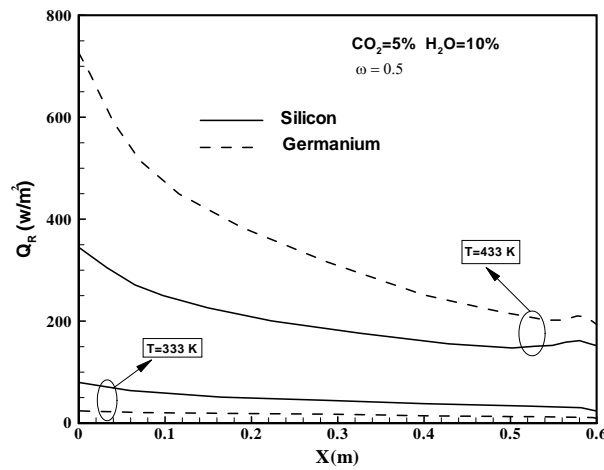
شکل (۶-الف) توزیع شارحرارتی جابجایی بر روی دیواره پایین کانال را برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون در دو دمای 333K و 433K نشان می دهد، در این حالت درصد مولی دی اکسید کربن ۵٪ و بخار آب ۱۰٪ فرض شده است. شار حرارتی جابجایی بر روی دیواره پایین و در ابتدای دیواره مقدار ناچیزی را به خود اختصاص داده و با کاهش گرادیان دمایی روی دیواره در راستای جریان رشد نزولی داشته و در انتهای صفحه به کمترین مقدار خود می رسد. همانگونه که شکل نشان می دهد، با افزایش دمای دیواره کانال شارحرارتی جابجایی برای هر دو جنس سیلیکون و ژرمانیوم افزایش یافته است؛ اما در حالتی که دمای دیواره کانال  $T_w = 333 K$  است شارحرارتی جابجایی برای هر دو جنس سیلیکون و ژرمانیوم مقادیر به هم نزدیکی دارند. در شکل (۶-ب) تغییرات شارحرارتی تشعشی برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون در دو دمای 333K و 433K نشان داده شده است. شار حرارتی تابشی در ابتدای صفحه بیشترین مقدار خود را داشته ولی به دلیل کم شدن اختلاف دمای سطح و دمای متوسط سیال در راستای جریان، بصورت نزولی تغییر نموده و کمترین مقدار شار تابشی در انتهای صفحه اتفاق می افتد.

شکل (۶-ج) نشان می دهد شارحرارتی تشعشی ژرمانیوم در دمای دیواره 333K مقداری نزدیک به صفر دارد، در این مورد با توجه به شکل (۴) که مقدار ضریب صدور طیفی را برای دو جنس سیلیکون و ژرمانیوم نشان می دهد، می توان دریافت که اندازه ضریب صدور دیواره طیفی ژرمانیوم در دمای دیواره 333K بسیار کم بوده که موجب می شود شارحرارتی تشعشی کوچک باشد، اما با توجه به اینکه در دمای دیواره 433K مقدار ضریب صدور در تمامی طول موج برای ژرمانیوم بیشتر می شود، بنابراین موجب افزایش شارحرارتی تشعشی در این دما می شود که شکل (۶-ب) بیانگر همین موضوع می باشد. همچنین تغییرات شارحرارتی تشعشی برای حالتی که دیواره کانال از جنس سیلیکون است در دو دمای 333K و 433K با یکدیگر مقایسه شده و در شکل (۶-ب) نشان داده شده است و نشان می دهد که با افزایش دمای سطح، شار تابشی روی دیواره پایین کانال افزایش می یابد.

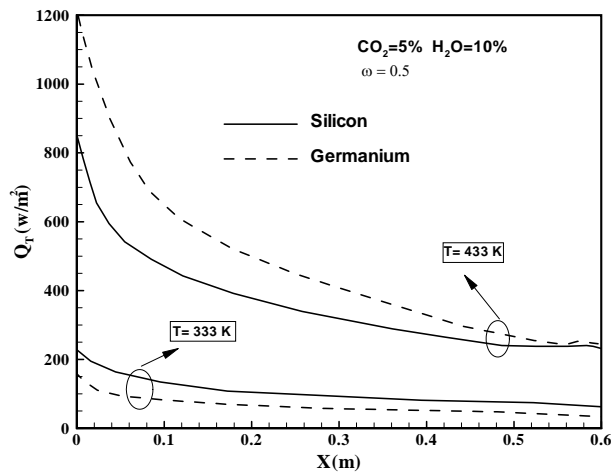
شکل (۶-ج) توزیع شارحرارتی کل بر روی دیواره طیفی کانال را برای دو جنس سیلیکون و ژرمانیوم در دو دمای مورد بررسی نشان می دهد. همانطور که از شکل (۶-ج) برمی آید برای حالتی که دمای دیواره کانال 333K است تغییر چندانی در توزیع شارحرارتی کل برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون وجود ندارد، اما با افزایش دمای دیواره به 433K توزیع شارحرارتی کل برای حالتی که دیواره از جنس ژرمانیوم است بعلاوه بهره مندی از ضریب صدور تابشی بیشتر، افزایش می یابد.



الف- شار حرارتی جابجایی



ب- شار حرارتی تابشی

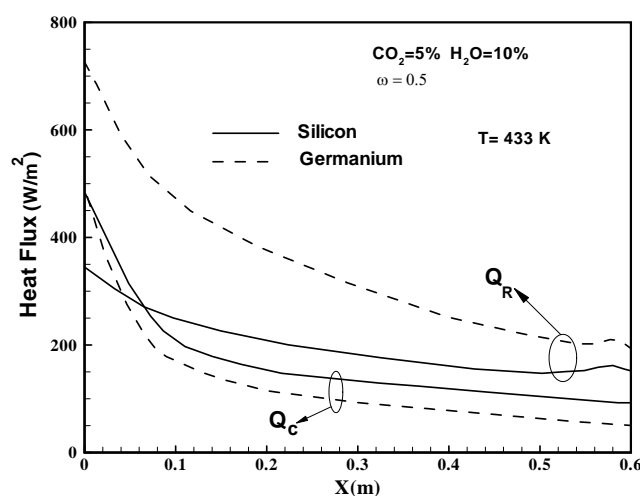


ج- شار حرارتی کل

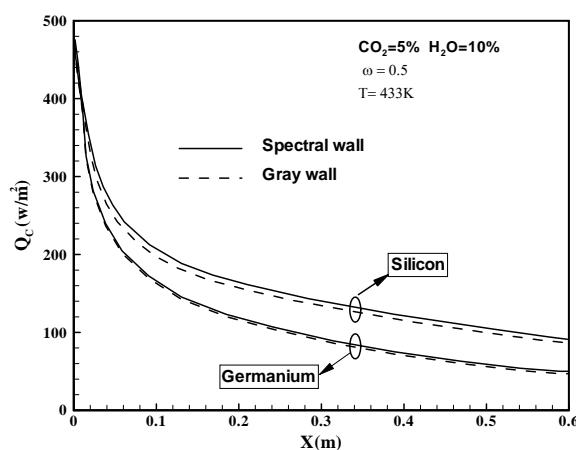
شکل ۶- توزیع شار حرارتی روی دیواره طیفی

به منظور نمایش بهتر و مقایسه مستقیم بین شار حرارتی جابجایی و تابشی روی دیواره، در شکل (۷) توزیع این دو شار حرارتی برای هر دو جنس سیلیکون و ژرمانیوم با رفتار طیفی در دمای دیواره  $433K$  بر حسب محور  $X$  رسم شده است. این شکل بیانگر غلبه شار تابشی به جابجایی در بیشتر نواحی دیواره بوده به نحوی که به واسطه بیشتر بودن ضریب صدور ژرمانیوم نسبت به سیلیکون در دمای  $433 K$  و در تمامی محدوده طول موج، شار تابشی ژرمانیوم بمراتب بیشتر از سیلیکون می باشد.

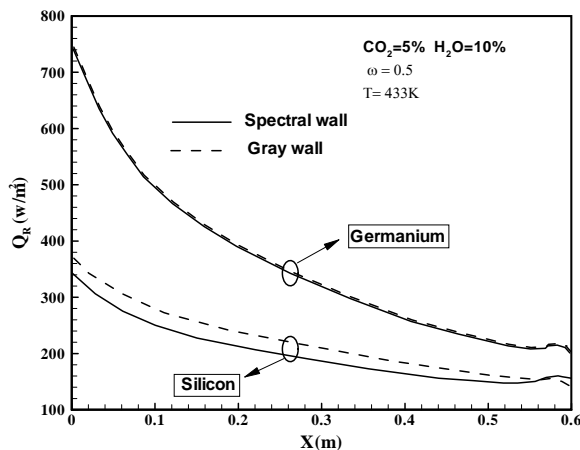
در شکل (۸) توزیع شار حرارتی برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون و دمای دیواره  $433K$ ، با فرض خاکستری و طیفی بودن سطح، مقایسه شده است. برای هر حالت توزیع شار حرارتی جابجایی، تشعشعی و کل رسم و مقایسه شده اند.



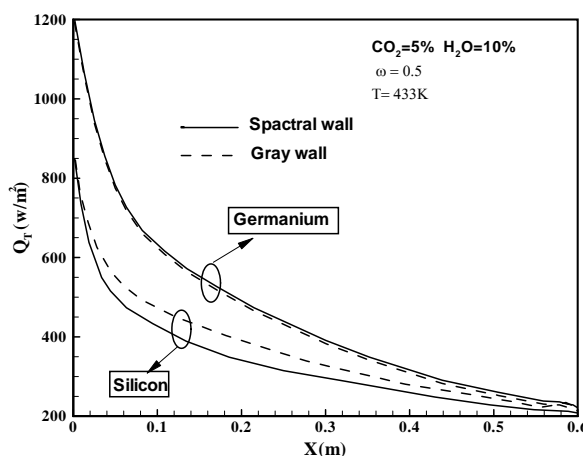
شکل ۷- توزیع شار جابجایی و تابشی روی دیواره طیفی



الف- شار حرارتی جابجایی



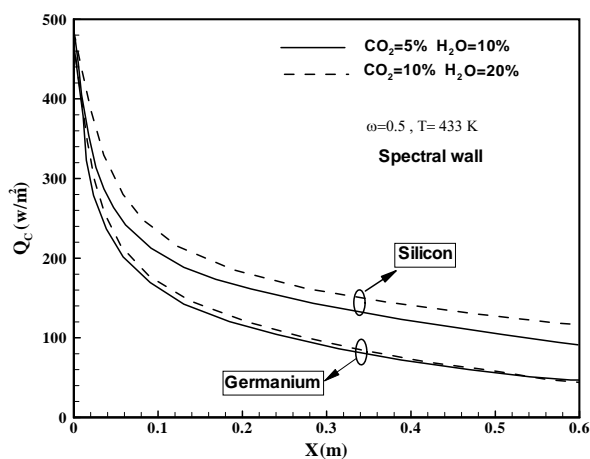
ب- شار حرارتی تابشی



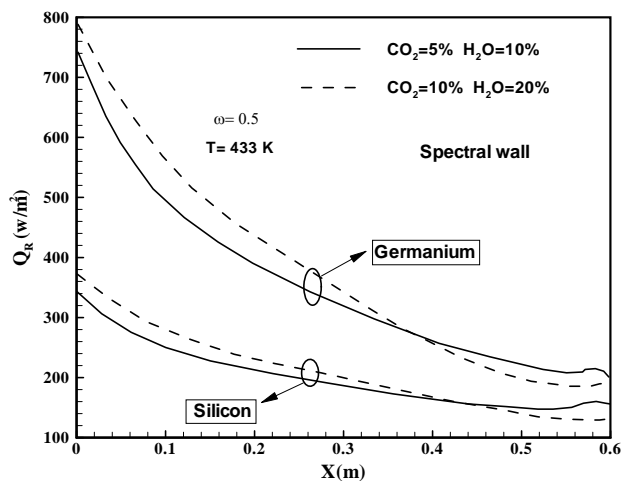
ج- شار حرارتی کل

شکل ۸- توزیع شار حرارتی برای دو حالت دیواره خاکستری و طیفی

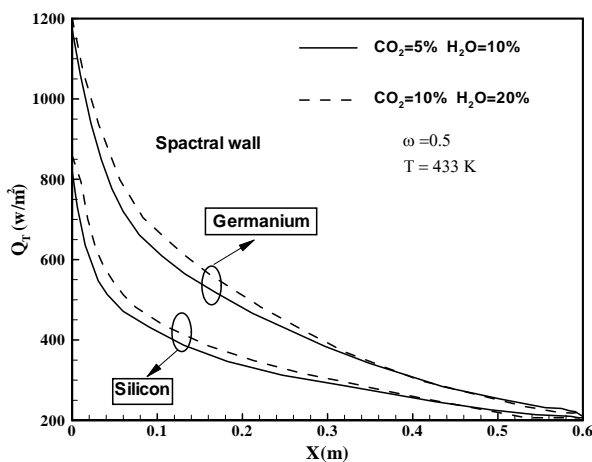
شکل‌های (۸-الف) و شکل (۸-ب) نشان‌دهنده این واقعیت هستند که رفتار طیفی سطح، تأثیر چندانی بر شار حرارتی جابجایی و تابشی ندارد؛ بطوریکه این دو شار حرارتی در دو حالت طیفی و سطح خاکستری معادل، بهم نزدیک می‌باشند بطوریکه اختلاف رفتار طیفی و معادل خاکستری در مورد سیلیکون بیشتر از ژرمانیوم می‌باشد که دلیل آن تغییرات شدید ضریب صدور سیلیکون با طول موج می‌باشد. به بیان دیگر در نظر گرفتن معادل خاکستری برای سطوحی که رفتار شدید طیفی از خود نشان می‌دهند همراه با خطای بیشتر خواهد بود. بعلاوه شکل (۸) نشان می‌دهد که تفاوت بین سطح طیفی و خاکستری بیشتر در توزیع شار تابشی نسبت به شار جابجایی ظاهر می‌شود و در نهایت توزیع شار حرارتی کل در شکل (۸-ج) رسم شده است که بار دیگر، بر نقش کم رفتار طیفی سطوح بر شار حرارتی دیواره تأکید دارد.



الف- شار حرارتی جابجایی



ب- شار حرارتی تابشی



ج- شار حرارتی کل

شکل ۹- اثر درصد مولی گازهای تابشی بر شار حرارتی دیواره طیفی

به منظور بررسی تأثیر درصد‌های مولی گازهای تشکیل دهنده بر شار حرارتی دیواره طیفی، مقایسه‌ای بین دو مخلوط هوا با درصد‌های متفاوت ( $\text{CO}_2=5\%$  ;  $\text{H}_2\text{O}=10\%$ ) و ( $\text{CO}_2=10\%$  ;  $\text{H}_2\text{O}=20\%$ ) برای دو جنس ژرمانیوم و سیلیکون در دمای دیواره  $433\text{K}$  انجام شده است و نتایج به صورت توزیع شار حرارتی جابجایی، تشعشعی و کل گزارش شده‌اند. ذکر این نکته لازم است که دو گاز دی اکسید کربن و بخار آب بصورت فعال در پدیده انتقال حرارت تابشی شرکت دارند؛ بطوریکه مخلوط هوا با درصد‌های بیشتر  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  دارای ضریب جذب و نشر بالاتری خواهد بود.

همانگونه که از شکل (۹-الف) برمی‌آید، شار حرارتی جابجایی در حالتی که دیواره طیفی از جنس ژرمانیوم است با تغییر درصد‌های مولی گازهای تشکیل دهنده تغییر قابل ملاحظه‌ای نخواهد داشت؛ اما در حالتی که دیواره طیفی سیلیکون است، با افزایش درصد مولی گازهای تشکیل دهنده که شامل دی اکسید کربن و بخار آب است نرخ انتقال حرارت جابجایی اندکی افزایش می‌یابد ولی بدلیل اینکه مقدار ضریب صدور دیواره طیفی برای حالتی که جنس دیواره ژرمانیوم و در دمای  $T_w = 433\text{K}$  می‌باشد (با توجه به شکل (۴)) بیشتر از سیلیکون است؛ بنابراین شار حرارتی تشعشعی برای دیواره طیفی از جنس ژرمانیوم نسبت به دیواره سیلیکونی تغییرات بیشتری را با افزایش درصد‌های مولی گازهای تشکیل دهنده خواهد داشت شکل (۹-ب) و از آنجا که انتقال حرارت غالب انتقال حرارت تشعشعی است بنابراین همین رفتار در نرخ انتقال حرارت کل وجود دارد که شکل (۹-ج) بیانگر این موضوع است.

## ۶- نتیجه گیری

در کار حاضر سعی شده است که تأثیر رفتار طیفی سطوح بر شار حرارتی دیواره‌ها شامل شار حرارتی جابجایی و تابشی مورد بررسی قرار گیرد. محیط تابشی مورد نظر، مخلوط هوا با دو گاز دی اکسید کربن و بخار آب می‌باشد و در این محیط انتقال حرارت ترکیبی جابجایی-تابش اتفاق می‌افتد. برای تعیین توزیع دما و در پی آن توزیع شار حرارتی دیواره‌ها، معادله انرژی به همراه معادله انتقال تابش بصورت عددی حل شده‌اند. نتایج بدست آمده با در نظر گرفتن سطح طیفی و سطح خاکستری معادل آن با ضریب جذب پلانک با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که رفتار طیفی سطوح تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر شار حرارتی جابجایی و تابشی دیواره‌ها ندارد.

## مراجع

- [1] Viskanta, R., "Overview of Convection and Radiation in High Temperature", International Journal of Engineering Science, Vol. 36, pp. 1677-1699, (1998).
- [2] Modest, M.F., "Radiative Heat Transfer", Academic Press, San Diego, Second Edition, (2003).
- [3] Siegel, R., and Howell, J.R., "Thermal Radiation Heat Transfer", Hemisphere, Washington, Wash, USA, 3rd Edition, (1992).

- [4] Lauriat, G., "Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, No. 4, pp. 609-615, (1982).
- [5] Chai, J.C., Lee, H.S., and Patankar, S.V., "Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 3, pp. 419-425, (1994).
- [6] Mishra, S.C., and Roy, H.K., "Solving Transient Conduction-radiation Problems using the Lattice Boltzmann Method and the Finite Volume Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 223, pp. 89-107, (2007).
- [7] Kim, M.Y., Baek, S.W., and Lee, C.Y., "Prediction of Radiative Heat Transfer Between Two Concentric Spherical Enclosures with the Finite Volume Method", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 4820-4828, (2008).
- [8] Lockwood, F.C., and Shah, N.G., "A New Radiation Solution Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures", *Symposium (International) on Combustion*, Vol. 18, pp. 1405-1414, (1981).
- [9] Anand, N., and Mishra, S. C., "The Discrete Transfer Method Applied to the Radiative Heat Transfer in a Variable Refractive Index Semitransparent Medium", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 102, pp. 432-440, (2006).
- [10] Viskantaand, R., and Grosh, R. J., "Heat Transfer in a Thermal Radiation Absorbing and Scattering Medium", *International Developments in Heat Transfer Part IV*, pp. 820-828, (1961).
- [11] Menguc, M. P., and Viskanta, R., "Radiation Heat Transfer in Combustion Systems", *Energy Combustion Science*, Vol. 13, pp. 97-160, (1987).
- [12] Khalil, E.E., and Truelove, J. S., "Calculation of Radiative Heat Transfer in a Large Gas Fired Furnace", *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 4, pp. 353-365, (1977).
- [13] Mezrhab, A., Lemonnier, D., Meftah, S., and Benbrik, A., "Numerical Study of Double Diffusion Convection Coupled to Radiation in a Square Cavity Filled with a Participating Gray Gas", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 41, pp. 195501-195517, (2008).
- [14] Fiveland, W. A., "Discrete Ordinates Solution of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures", *Journal Heat Transfer*, Vol. 106, No. 4, pp. 699-706, (1984).
- [15] Yucel, A., Acharya, S., and Williams, M.L., "Natural Convection and Radiation in a Square Enclosure", *Numerical Heat Transfer, Part A: Application*, Vol. 15, pp. 261-278, (1989).
- [16] Yucel, A., Acharya, S., and Williams, M.L., "Natural Convection of a Radiating Fluid in Square Enclosure with Perfectly Conducting Walls", *Sadhana*, Vol. 19, pp. 751-764, (1994).



- [17] Mishra, S.C., Roy, H.K., and Misra, N., "Discrete Ordinate Method with a New and a Simple Quadrature Scheme", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 101, pp. 249–262, (2006).
- [18] Moufekkik, F., Moussaoui, M.A., Mezrhab, A., Naji, H., and Lemonnier, D., "Numerical Prediction of Heat Transfer by Natural Convection and Radiation in an Enclosure Filled with an Isotropic Scattering Medium", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 113, pp. 1689–1704, (2012).
- [19] Chiu, H., Jang, J., and Yan, W., "Mixed Convection Heat Transfer in Horizontal Rectangular Ducts with Radiation Effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 15, pp. 2874-2882, (2007).
- [20] Chiu, J., Jang, W., and Yan W., "Mixed Convection Heat Transfer in Inclined Rectangular Ducts with Radiation Effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 5, pp. 1085-1094, (2008)
- [21] Bahreini, S., Gandjalikhan Nassab, S.A., and Moein Addini, M., "Inverse Boundary Design Problem of Combined Radiation-convection Heat Transfer in Laminar Recess Flow", *International Journal of Engineering-Transactions C: Aspects*, Vol. 29, No. 3, pp. 394-402, (2016).
- [۲۲] سمیرا پایان، سید مسعود حسینی سروری، "طراحی معکوس مرزی کانالهای دو بعدی با جابجایی اجباری - تابش"، هفدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، تهران، دانشکده فنی دانشگاه تهران، (۱۳۸۸).
- [۲۳] احمدرضا رحمتی، مهدی جمالی، "انتقال حرارت ترکیبی جابجایی آزاد و تشعشع گرمایی درون محفظه با اجزاء گرم افقی"، بیست و دومین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، اهواز، انجمن مهندسان مکانیک ایران، دانشگاه شهید چمران اهواز، (۱۳۹۳).
- [24] Bergman, T.L., Incropera, F.P., DeWitt, D.P., and Lavine, A.S., *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, New York, (2011).
- [25] Yunus Cengel, A., *Thermodynamics : An Engineering Approach*, McGraw-Hill, New York, pp. 856-905, (2002).
- [26] Mahapatra, S.K., Dandapat, B.K., and Sarkar, A., "Analysis of Combined Conduction and Radiation Heat Transfer in Presence of Participating Medium by the Development of Hybrid Method", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 102, No. 2, pp. 277–292, (2006).
- [27] Touloukian, M., Sarkis, Y., and David DeWitt, P., "Thermophysical Properties of Matter-the TPRC Data Series. Thermal Radiative Properties-metallic Elements and Alloy (Reannouncement)" *Data Book*. No. AD-A-951941/4/XAB. Purdue Univ., Lafayette, IN (United States). Thermophysical and Electronic Properties Information Center, Vol. 7, Chapter. 2, (1970).

## فهرست نمادهای انگلیسی

H: ارتفاع کانال

I: شدت تابش

k: ضریب هدایت حرارتی

L: طول کانال

Q: شار حرارتی

T: دما

w: ضریب وزنی وابسته به هر مسیر

X, Y: مختصات بدون بعد

## نمادهای یونانی

$\beta$ : ضریب میرایی

$\varepsilon$ : ضریب صدور

$\eta$ : عدد موجی

$\lambda$ : طول موج

$\sigma$ : ضریب استفن بولتزمن

$\sigma_a$ : ضریب جذب

$\sigma_s$ : ضریب پخش

$\omega$ : ضریب البدو

## زیرنویس‌ها

b: جسم سیاه

B: پایین

ave: مقدار متوسط

C: جابجایی

R: تشعشعی

T: کل

w: دیوار

**Abstract**

This study presents a numerical investigation of laminar combined radiative-convective heat transfer in a 2-D rectangular duct. The radiating gas is assumed a mixture of air with CO<sub>2</sub> and H<sub>2</sub>O. The bottom wall made by Silicon and Germanium is assumed to be spectral and the top surface is gray. The effect of increase in surface temperature and mole fraction of gas mixture on the thermal behavior of such system is carried out. The energy equation is solved numerically by the well-known finite difference method; while for computation of the radiative term in the gas energy equation, the radiative transfer equation (RTE) is solved numerically by the discrete ordinate method (DOM). It is revealed that the spectral behavior of the boundary walls does not have considerable effect on the wall heat flux distribution. It is also seen that increasing mole fractions of H<sub>2</sub>O and CO<sub>2</sub> in air leads to augmentation of the total heat flux all over the channel wall.