

تحلیل پایداری و دوشاخگی پاسخ روتور صلب همراه دمپر فیلم فشرده در حضور کاویتاسیون

در مقاله حاضر پاسخ دینامیکی سیستم روتور صلب همراه ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده با رویکرد بررسی اثر افزایش لقی مورد بررسی واقع شده است. در تحلیل پایداری و دوشاخگی پاسخ سیستم از روش فلوکوئت استفاده شده است. شبیه سازی مدل هیدرودینامیکی فیلم روغن برای ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده به تفکیک و با بهره گیری از روش انتگرالگیری از رابطه توزیع فشار بدست آمده از طریق معادله رینولدز، در فیلم روغن در سرتاسر سطح بیرینگ و دمپر انجام شده است. با ثابت نگاه داشتن سایر پارامترهای سیستم اثر میزان لقی در بیرینگ و دمپر بر پاسخ سیستم به ازای سرعت های دورانی مختلف مورد بررسی واقع شده است. نتایج نشان می دهد که پاسخ سیستم تاثیرپذیری شدیدی از میزان لقی داشته و افزایش اندک میزان لقی میتواند سبب افزایش دامنه پایداری پاسخ سیستم شود.

حمیدرضا حیدری^۱

استادیار

محمد رضا اشکوه^۲

دانشجوی کارشناسی ارشد

واژه های راهنما: پایداری، دوشاخگی، ژورنال بیرینگ، دمپر فیلم فشرده، روتور صلب، کاویتاسیون

۱- مقدمه

امروزه در طراحی ماشین های دوار، جهت فراهم آوردن فضای لازم برای سایر اجزای روتور مانند دیسک ها، ایمپلر ها، پره ها و ... شفت روتورها را نسبت به گذشته بلندتر و باریکتر می سازند و از طرفی به جهت دستیابی به سطح بالاتری از انرژی دورانی و افزایش قدرت تولیدی، این تجهیزات در سرعت های بسیار بالاتری نسبت به گذشته راه اندازی می شوند. به سبب این رویکرد جدید در طراحی تجهیزات دوار، مسئله مواجهه با ارتعاشات نامطلوب روتور، بیش از پیش مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است.

یکی از متداول ترین راه حل ها جهت مبارزه با ارتعاشات نامطلوب روتور، افزایش میرایی سیستم می باشد. این امر به خصوص در تجهیزات دواری که از یاتاقان های غلتشی استفاده می کنند (مانند توربین های گازی هواپیماها)، به سبب میرایی ذاتی پایین این نوع یاتاقان ها، بیش از سایر موارد مورد توجه می باشد. دمپرهای فیلم فشرده یکی از پرکاربردترین تجهیزات در زمینه ایجاد میرایی مضاعف خارجی برای سیستم های دوار می باشند. این دمپر ها در ساده ترین شکل خود به صورت یک فضای حلقوی پر از روغن است که قسمت داخلی آن قسمت بیرونی یک یاتاقان غلتشی را در بر گرفته و قسمت بیرونی یاتاقان در آن نقش ژورنال را ایفا می کند

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر hr.heidari@malayeru.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر ashkooh@rocketmail.com

که با استفاده از مکانیزم‌هایی از دوران آن جلوگیری می‌شود و تنها می‌تواند درون فضای دمپر فیلم فشرده حول نقطه تعادل خود حرکت گردشی داشته باشد. مدل‌سازی فیلم روغن درون دمپر فیلم فشرده در حالت وقوع کاویتاسیون، همواره یکی از مسائل چالش‌برانگیز پژوهشگران این زمینه بوده است. در این راستا، استفاده از معادله رینولدز جهت محاسبه رابطه توزیع فشار درون فضای دمپر و انتگرال‌گیری از رابطه توزیع فشار جهت مدل‌سازی فیلم روغن درون دمپر فیلم فشرده و نهایتاً محاسبه مؤلفه‌های نیروی آن، از گذشته مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. هر چند مؤلفه‌های نیروی فیلم روغن بدست آمده از این روش از دقت قابل قبولی برخوردارند، این امر سبب نشده تا پژوهشگران از جستجو جهت یافتن راه‌های ساده‌تر برای مدل‌سازی فیلم روغن درون دمپر فیلم فشرده دست بردارند. در این راستا، عده زیادی از پژوهشگران درصدد یافتن مؤلفه‌های خطی سختی و میرایی به صورت جداگانه برای دمپرهای فیلم فشرده برآمدند.

برای مثال برخی پیشنهاد کردند که مؤلفه‌های سختی و میرایی دمپر فیلم فشرده را با استفاده از مؤلفه‌های سختی و میرایی بدست آمده برای یاتاقان‌های ژورنال و با صفر قرار دادن عبارت سرعت زاویه‌ای بدست آورند. هولمز، با اشاره به این موضوع که با صفر قرار دادن عبارت سرعت زاویه‌ای در مؤلفه‌های سختی و میرایی یاتاقان‌های ژورنال، عبارت سختی صفر خواهد شد و اشاره به اینکه دمپرهای فیلم فشرده حتی در حالت نبود فتر جانب مرکز نیز توانایی تحمل بارهای دینامیکی را دارند، این روش را مردود دانست [۱].

عده دیگری از پژوهشگران نیز از طریق روش‌های مختلف، درصدد یافتن عبارات جداگانه سختی و میرایی برای دمپرهای فیلم فشرده برآمدند [۲-۳]. بروس و همکاران با استفاده از روش حداقل مربعات و معادله رینولدز به صورت همزمان، سعی در استخراج مؤلفه‌های سختی و میرایی برای دمپرهای فیلم فشرده در حالت وجود کاویتاسیون نمودند. آنها نتایج بدست آمده را به دقت و به‌ازای شرایط متفاوت، با نتایج بدست آمده از مدل غیرخطی استخراج شده از معادله رینولدز مقایسه نمودند. این مقایسه نشان داد که تنها در سرعت‌های دورانی پایین و میزان کم نامیزانی روتور، نتایج قابل قبول خواهد بود [۳].

تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی انجام شده در زمینه رفتارشناسی سیستم‌های روتور-بیرینگ همراه دمپر فیلم فشرده، نشان می‌دهد که یکی از جدی‌ترین مشکلات این سیستم‌ها، وقوع پاسخ‌های ناهمگام و آشوبناک برای سیستم بوده که تا حد قابل توجهی عملکرد مثبت این دمپرها را دچار مشکل می‌سازد. عامل اصلی این رفتار غیرخطی را می‌توان کنش و واکنش میان نیروی نامیزانی روتور و نیروهای فیلم روغن دانست. دمپرهای فیلم فشرده در سیستم‌های روتور بیرینگ که در آنها از یاتاقان‌های غلتشی استفاده شده کاربرد بسیار وسیعی دارد. در مبحث رفتارشناسی سیستم‌های روتور بیرینگ همراه دمپر فیلم فشرده مطالعات وسیعی در زمینه سیستم‌های روتور بیرینگ با یاتاقان‌های غلتشی انجام شده است [۴-۷].

همانگونه که اشاره شد پژوهش‌های بالا محدود می‌شوند به سیستم‌های روتور بیرینگ با یاتاقان غلتشی و در این میان توجه کمتری به سیستم‌های روتور بیرینگ با یاتاقان ژورنال شده است. لو یانگ و همکاران با بررسی پایداری و دوشاخگی مدل دینامیکی روتور صلب با ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده با استفاده از روش فلوکوت نشان دادند که این سیستم می‌تواند با وقوع دوشاخگی هوفپ پس از اولین ناپایداری، به‌ازای محدوده خاصی از پارامترهای سیستم همچنان پایداری خود را حفظ کند [۸].

کای وان و همکاران با بررسی کنترلی سیستم دینامیکی روتور و چرخنده همراه ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده و با بهره گیری از نقشه پوانکاره و مسیر حرکت روتور نشان دادند که با اعمال کنترل بر سیستم میتوان پاسخ آشوبناک روتور را به پاسخ پریودیک سوق داد [۹]. جیانمینگ کائو و همکاران با بررسی پاسخ دینامیکی روتور تغییر شکل پذیر با سه دیسک و واقع بر بیرینگ غیرخطی و دمپر غیر خطی نشان دادند که کاربرد دمپر فیلم فشرده در این سیستم سبب افزایش پایداری پاسخ سیستم و کاهش نیروی وارد به ژورنال بیرینگ خواهد شد [۱۰]. بهزاد و همکاران با بررسی اثر افزایش لقی یاتاقان یکی از توریو ژنراتورهای گازی پالایشگاه آبادان که در اثر سایش لایه بابت یاتاقان رخ داده، کاهش دامنه ارتعاشات در یاتاقان مزبور و افزایش دامنه ارتعاشات در یاتاقان مجاور را گزارش دادند [۱۱].

همانگونه که پیش از این اشاره شد از در پژوهش‌های صورت گرفته، توجه کمتری به سیستم‌های روتور بیرینگ با ژورنال بیرینگ شده است و در میان آنها نیز مساله لقی به عنوان یک اثر جنبی مورد بررسی قرار گرفته است. در تحقیق حاضر، تحلیل پایداری و دوشاخگی پاسخ‌های نوسانی یک روتور صلب همراه دمپر فیلم فشرده با فنر جانب مرکز و واقع بر ژورنال بیرینگ، با استفاده از روش فلوکوت جهت تحلیل پایداری و دوشاخگی سیستم، مورد تحلیل قرار گرفته است. اثر لقی در ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده مورد بررسی قرار گرفته و مشخص شده که پاسخ سیستم حساسیت شدیدی به تغییر میزان لقی دارد.

۲- مدل سازی و یافتن معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم

۲-۱- مدل سازی فیلم روغن

مولفه‌های نیروی فیلم روغن را می‌توان از طریق انتگرال گیری از رابطه توزیع فشار در فیلم روغن در سرتاسر سطح دمپر و بیرینگ بدست آورد. رابطه توزیع فشار را میتوان از طریق معادله رینولدز که از معادله ناویر-استوکس استخراج می‌شود با فرضیات ساده کننده زیر بدست آورد:

۱- ضخامت فیلم روغن در مقایسه با شعاع ژورنال کوچک است. بنابراین، پیچش در فیلم روغن ناچیز خواهد بود.

۲- تغییرات فشار در امتداد ضخامت فیلم روغن (در راستای شعاعی) ناچیز بوده و از آن صرف نظر می‌شود.

۳- تغییرات سرعت در امتداد ضخامت فیلم روغن (در راستای شعاعی) ناچیز بوده و از آن صرف نظر می‌شود. بنابراین، جریان سیال روان کننده یک جریان دو بعدی می‌باشد.

۴- جریان سیال روان کننده، یک جریان پایاست و به همین خاطر از نیروهای داخلی وارد بر المان‌های سیال صرف نظر می‌شود.

۵- از نیروهای حجمی وارد بر ذرات سیال صرف نظر شده است.

۶- جریان سیال روان کننده یک جریان آرام^۱ می‌باشد.

معادله دیفرانسیل مربوط به رابطه توزیع فشار با فرض بیرینگ کوتاه همراه کاویتاسیون (فیلم پای)^۲ در دستگاه مختصات چرخان که از طریق معادله رینولدز استخراج شده به فرم زیر می‌باشد [۱۲]:

^۱Laminar

^۲ π -film model

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{h^3 \partial P}{\partial z} = 12 \frac{\mu}{c^3} (\dot{e} \cos \theta + e(\dot{\phi} - \omega/2) \sin \theta) \quad (1)$$

که در آن Z مختصه مربوط به راستای محوری درون بیرینگ و دمپر، C میزان لقی و μ نیز لزجت سیال است. پارامترهای θ و ϕ در شکل (۱) نشان داده شده اند و ω نیز سرعت زاویه ای ژورنال (برای دمپر فیلم فشرده داریم $\omega = 0$). با دوبار انتگرالگیری از رابطه ۱ برحسب پارامتر Z و با حدود انتگرال گیری $(z = \pm \frac{l}{2}, P = 0)$ رابطه توزیع فشار به فرم زیر بدست خواهد آمد:

$$P(\theta) = -\frac{\mu l^2 V}{c^3 h^3} (\dot{e} \cos(\theta) + e(\dot{\phi} - \omega/2) \sin \theta) \quad (2)$$

مولفه های نیروی فیلم روغن در دستگاه مختصات چرخان به شکل زیر بدست می آید:

$$F_r = Rl \int_{\theta_1}^{\theta_2} P \cdot \cos \theta \cdot d\theta \quad (3)$$

$$F_t = Rl \int_{\theta_1}^{\theta_2} P \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

برای فیلم روغن بدون در نظر گرفتن کاویتاسیون حدود انتگرال گیری از ۰ تا 2π خواهد بود. در حالت وجود کاویتاسیون، حدود انتگرال گیری در محدوده θ_1 تا $\theta_1 + \pi$ یعنی در محدوده فشار مثبت خواهد بود و فشار در فیلم روغن در سایر نواحی صفر در نظر گرفته خواهد شد. محدوده فشار مثبت با توجه به رابطه (۱) قابل تعریف می باشد:

$$P(\theta) > 0 \rightarrow \dot{e} \cos(\theta) + e(\dot{\phi} - \omega/2) \sin \theta < 0 \quad (4)$$

با توجه به اینکه شروع ناحیه فشار مثبت از مقدار θ_1 می باشد داریم:

$$P(\theta_1) = 0 \rightarrow \tan \theta_1 = -\frac{\dot{e}}{e(\dot{\phi} - \omega/2)} \quad (5)$$

رابطه بالا به صورت کلی هم برای ژورنال بیرینگ و هم برای دمپر فیلم فشرده صادق است. تنها با این تفاوت که برای دمپر فیلم فشرده سرعت دورانی ژورنال (ω) برابر با صفر خواهد بود. با قرار دادن رابطه بالا در رابطه (۳) برای ژورنال بیرینگ معادله (۶) بدست آورده می شود.

$$F_{jr} = -\frac{\mu Rl^3}{c^2} (\epsilon G_1 (\dot{\phi} - \omega/2) + \dot{e} G_2) \quad (6)$$

$$F_{jt} = -\frac{\mu Rl^3}{c^2} (\epsilon G_3 (\dot{\phi} - \omega/2) + \dot{e} G_1)$$

که در آن :

$$G_1 = -2\epsilon(1 - \epsilon^2)^{-2}$$

$$G_2 = \frac{\pi}{2} (1 + 2\epsilon^2)(1 - \epsilon^2)^{-5/2} \quad (7)$$

$$G_3 = \frac{\pi}{2} (1 - \epsilon^2)^{-3/2}$$

با صفر قرار دادن مقدار سرعت زاویه ای ژورنال برای محاسبه حدود انتگرال گیری برای دمپر فیلم فشرده

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{-\dot{e}}{\epsilon \dot{\phi}} \right) \text{ می شود.}$$

به طریق مشابه برای دمپر فیلم فشرده می توان نوشت:

$$F_{dr} = -\frac{\mu R_{SFD} l^3}{c^2} (I_1 \dot{\varepsilon} + I_2 \varepsilon \dot{\phi}) \quad (۸)$$

$$F_{dt} = -\frac{\mu R_{SFD} l^3}{c^2} (I_2 \dot{\varepsilon} + I_3 \varepsilon \dot{\phi}) \quad (۹)$$

که در آن:

$$I_1 = \left(\begin{array}{l} -\frac{\varepsilon \sin \theta_1 (3 + (2 - 5\varepsilon^2) \cos^2 \theta_1)}{(1 - \varepsilon^2)^2 (1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta_1)^2} \\ + \frac{\alpha (1 + 2\varepsilon^2)}{(1 - \varepsilon^2)^{2.5}} \end{array} \right) \quad (۱۰)$$

$$I_2 = \frac{(2\varepsilon \cos^3 \theta_1)}{(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta_1)^2} \quad (۱۱)$$

$$I_3 = \left(\begin{array}{l} -\frac{\varepsilon \sin \theta_1 (1 - 2\cos^2 \theta_1 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_1)}{(1 - \varepsilon^2) (1 - \varepsilon^2 \cos^2 \theta_1)^2} \\ + \frac{\alpha}{(1 - \varepsilon^2)^{1.5}} \end{array} \right) \quad (۱۲)$$

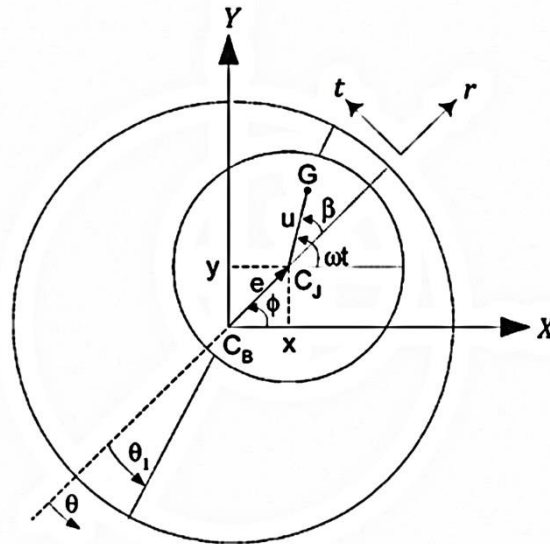
$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon \sin \theta_1}{(1 - \varepsilon^2)^{0.5}} \right) \quad (۱۳)$$

در تمامی روابط بالا ε و θ به ترتیب نشان دهنده جابجایی و سرعت در راستای شعاعی، $\dot{\phi}$ بیانگر سرعت زاویه‌ای، θ مختصه زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از مکان بیشترین ضخامت فیلم روغن در جهت سرعت زاویه‌ای روتور (شکل ۲)، L طول دمپر، c لقی شعاعی دمپر، z مختصه مربوط به راستای محوری درون بیرینگ و دمپر و نهایتاً μ لزجت دینامیکی روان کننده می‌باشد.

جهت استخراج معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم روتور-بیرینگ، مؤلفه‌های نیروی فیلم روغن بیرینگ و دمپر در مختصات دکارتی مورد نیاز خواهد بود. این مؤلفه‌ها را می‌توان به سادگی و با استفاده از معادلات زیر به مختصات دکارتی منتقل نمود.

$$F_x = F_r \cos \phi - F_t \sin \phi \quad (۱۴)$$

$$F_y = F_r \sin \phi + F_t \cos \phi \quad (۱۵)$$



شکل ۱- نمایش دستگاه‌های مختصات (ثابت و چرخان) بکار گرفته شده در تحلیل

۲-۲- مدل‌سازی سیستم روتور صلب همراه دمپر فیلم فشرده

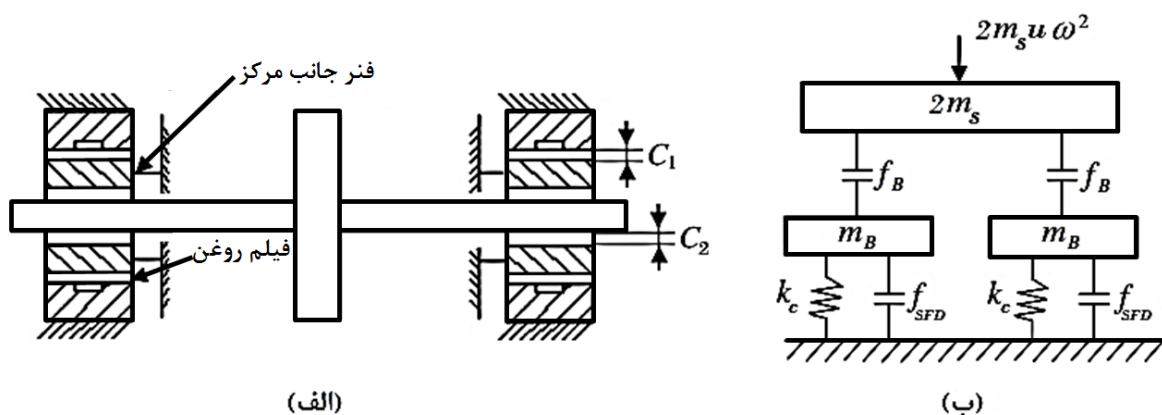
در شکل (۳)، نمایی شماتیک از سیستم روتور صلب ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده نشان داده شده است. روتور روی دو عدد ژورنال بیرینگ کاملاً مشابه قرار داده شده که هر کدام با یک دمپر فیلم فشرده مشابه کوپل شده‌اند. هر کدام از دمپرها دارای یک فنر جانب مرکز می‌باشند.

نامیزانی استاتیکی خالص روتور، بوسیله خروج از مرکزیت آن (u) که مربوط است به فاصله مرکز جرم روتور نسبت به مرکز هندسی دوران، سنجیده می‌شود. در حالت روتور صلب، مرکز هندسی دوران روتور با مرکز هندسی ژورنال برابر است.

برای استخراج معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم روتور صلب همراه دمپر فیلم فشرده با فنر جانب مرکز، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- ۱- روتور صلب و متقارن است.
- ۲- نامیزانی روتور کاملاً استاتیکی بوده و دقیقاً در وسط روتور و روی صفحه میانی قرار دارد.
- ۳- از اثر ژيروسکوپی صرف‌نظر شده است.
- ۴- از حرکت روتور در راستای محوری صرف‌نظر شده است.
- ۵- فنر جانب مرکز به عنوان فنر خطی در نظر گرفته شده است.

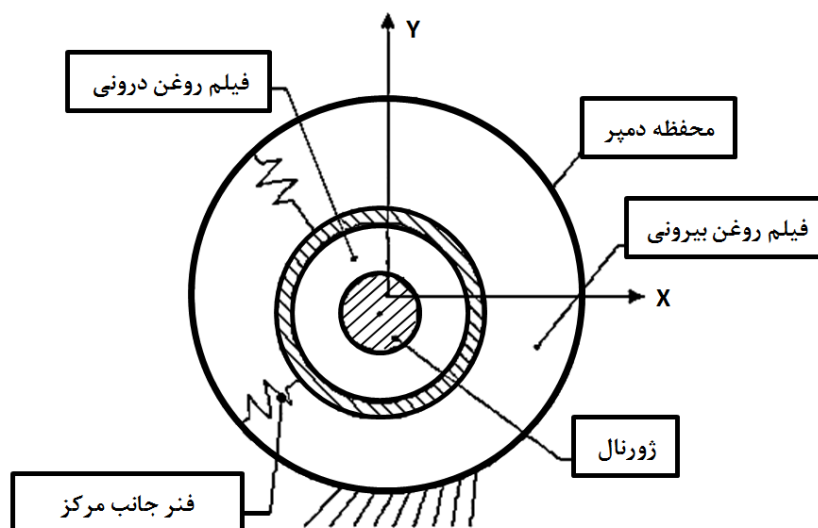
براساس فرض اول، روتور در حین دوران همانند یک جسم صلب رفتار نموده و خمشی در آن ایجاد نخواهد شد. فرض تقارن نیز سبب می‌شود که نیروهای عکس العمل در هر دو دمپر کاملاً مشابه هم باشند. وجود عدم تقارن در روتور می‌تواند سبب بروز رفتار دینامیکی کاملاً متفاوت از دو دمپر شده و همچنین باعث بروز جابجایی محوری روتور گردد.



شکل ۲- الف) تصویر شماتیک سیستم روتور صلب همراه ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده. ب) دیاگرام آزاد مدل دینامیکی

بر اساس فرض دوم، محور اصلی اینرسی روتور با محور دوران روتور موازی است. در این حالت سیستم در حالت بالانس دینامیکی قرار دارد، هرچند از نظر استاتیکی نابالانس باشد. چهار فرض اول، سیستم را به یک سیستم دو درجه آزادی تقلیل می‌دهند که تنها شامل حرکات عرضی در مختصات متعامد (X, Y) می‌باشد. همچنین فرضیات اعمال شده موجب می‌شود که اولین مود طبیعی حرکتی روتور، مود استوانه‌ای (اولین مود حرکتی جسم صلب) بوده و به طبع آن حرکت دو دمپر با یکدیگر هم‌فاز باشد. بررسی مدل دو درجه آزادی ارائه شده هیچ نشانی از بروز مود مخروطی برای روتور ندارد.

فرض پنجم نیز این معنا را با خود به همراه دارد که بروز رفتار غیرخطی در سیستم را باید تنها در رفتار غیرخطی فیلم روغن درون دمپر فیلم فشرده جستجو نمود. با اعمال فرضیات بیان شده واضح است که جهت مدل‌سازی سیستم روتور-بیرینگ ارائه شده، مدل نمودن تنها نیمی از روتور کافی است. معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم را می‌توان با استفاده از مختصات (x, y) که مربوط است به جابجایی مرکز هندسی ژورنال نسبت به مرکز هندسی محفظه بیرینگ، توصیف نمود.



شکل ۳ - تصویر شماتیک از نحوه آرایش ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده

با در نظر گرفتن نیروهای خارجی اعمال شده بر ژورنال شامل نیروهای فیلم روغن، وزن و نیروی نامیزانی، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت مرکز ژورنال عبارتست از :

$$m_s \ddot{x}_s = f_{Bx} + m_s u \omega^2 \cos(\omega t) \quad (16)$$

$$m_s \ddot{y}_s = f_{By} + m_s u \omega^2 \sin(\omega t) - m_s g \quad (17)$$

$$m_b \ddot{x}_b = f_{SFDx} - k_c x_b - f_{Bx} \quad (18)$$

$$m_b \ddot{y}_b = f_{SFDy} - k_c y_b - f_{By} - m_b g \quad (19)$$

که در آن m_s جرم شفت، m_b جرم بیرینگ، f_B نیروی هیدرودینامیکی ناشی از ژورنال بیرینگ، f_{SFD} نیروی هیدرودینامیکی ناشی از دمپر فیلم فشرده، k_c سختی فنر جانب مرکز دمپر فیلم فشرده، u نامیزانی جرمی شفت و ω سرعت دورانی ژورنال می‌باشد.

۳- تحلیل پایداری و دوشاخگی سیستم

روش فلوکوئنت یکی از مناسب‌ترین روش‌ها جهت بررسی پایداری پاسخ‌های معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرایب نوسانی می‌باشد. تحلیل پایداری در این روش بر اساس ضرایب فلوکوئنت^۱ می‌باشد. این ضرایب، مقادیر ویژه ماتریس مونودرومی^۲ هستند. روش یافتن ماتریس مونودرومی در ادامه این بخش توضیح داده خواهد شد. بر اساس روش فلوکوئنت، اگر نمایش تمامی ضرایب فلوکوئنتی که به‌ازای یک پاسخ نوسانی مشخص از سیستم بدست می‌آیند، روی دستگاه مختصات حقیقی-موهومی، درون دایره‌ای به شعاع واحد قرار گیرد، پاسخ مورد نظر پایدار می‌باشد. متعاقباً، در صورت خروج یکی از این مقادیر از دایره واحد، پاسخ مورد نظر ناپایدار شده و دوشاخگی رخ خواهد داد. همچنین، جهت و چگونگی خروج ضرایب فلوکوئنت از دایره واحد، تعیین‌کننده نوع و کیفیت وقوع دوشاخگی در سیستم است. در ادامه به بررسی حالات مختلف خروج این مقادیر از دایره واحد و معنای هر کدام از این حالات پرداخته شده است :

حالت اول: اگر یکی از ضرایب فلوکوئنت از سمت ۱+ از دایره واحد خارج شود، دوشاخگی رخ داده از یکی از سه نوع نقطه زینی، پسابحرانی^۳ و یا چنگالی^۴ خواهد بود.

حالت دوم: اگر یکی از ضرایب فلوکوئنت از سمت ۱- از دایره واحد خارج شود، دوشاخگی رخ داده از نوع دوبرابری دوره^۵ خواهد بود. در این حالت پاسخی که بعد از دوشاخگی ایجاد خواهد شد، دارای دوره نوسان دو برابر دوره پاسخ اول خواهد بود.

حالت سوم: اگر دو عدد از ضرایب فلوکوئنت مختلط مزدوج از راستای محور حقیقی از دایره واحد خارج شوند، دوشاخگی رخ داده از نوع هویف ثانویه خواهد بود [۱۳].

در شکل (۴) حالات مختلف بروز دوشاخگی در پاسخ نوسانی سیستم نشان داده شده است.

¹Floquet Multiplier

² Monodromy Matrix

³ Transcritical

⁴ Pitchfork

⁵ Period Doubling

معادله غیرخطی حاکم بر یک سیستم روتور-بیرینگ نامیزان به شکل یک معادله دیفرانسیل غیرخطی معمولی غیرخودگردان^۱ است که در فرم فضای حالت به صورت کلی زیر قابل نمایش می‌باشد:

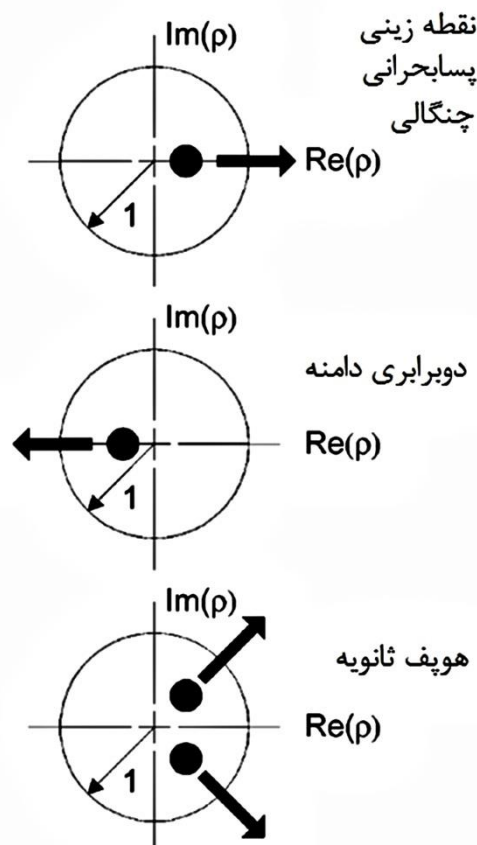
$$\dot{x} = f(x, t) \quad , \quad x \in R^n \quad (20)$$

با فرض $x = \varphi(t)$ به عنوان پاسخ نوسانی سیستم با دوره نوسان T ، معادله آشفتگی متناظر با این پاسخ از سیستم به فرم زیر خواهد بود:

$$\delta\dot{\varphi} = A(\varphi(t), t)\delta\varphi \quad (21)$$

در رابطه فوق، A بیانگر ماتریس ژاکوبین است که رابطه $A(t+T) = A(t)$ برای آن برقرار می‌باشد. براساس این رابطه، ماتریس A ماتریسی دوره‌ای با دوره تناوب T است.

براساس روش فلوکوئت، اگر $\Phi(t)$ ماتریس پاسخ پایه برای معادله آشفتگی باشد، ماتریس B به عنوان ماتریس مونودرومی سیستم شناخته خواهد شد اگر رابطه $\Phi(t+T) = \Phi(t).B$ برای آن برقرار باشد. در این صورت، مقادیر ویژه این ماتریس همان ضرائب فلوکوئت می‌باشند [۱۸]. بنابراین، با یافتن ماتریس مونودرومی، تحلیل پایداری و دوشاخگی سیستم مورد نظر با استفاده از مقادیر ویژه این ماتریس به سادگی قابل انجام خواهد بود.



شکل ۱- حالات مختلف وقوع دوشاخگی در پاسخ نوسانی سیستم

¹ Non-Autonomous

اما یافتن ماتریس مونودرومی در عمل کاری دشوار بوده و هیچ روش تحلیلی مؤثری نیز جهت یافتن آن وجود ندارد. بدین خاطر، جهت محاسبه این ماتریس از روشهای عددی استفاده می‌شود. یکی از پرکاربردترین این روشها، روش تیراندازی است. از طرفی ماتریس مونودرومی و به تبع آن مقادیر ضرائب فلوکوئنت، به‌ازای یک پاسخ نوسانی مشخص از سیستم بدست می‌آید. در ادامه، روش محاسبه ماتریس مونودرومی و پاسخ نوسانی سیستم با استفاده از روش تیراندازی بصورت همزمان شرح داده خواهد شد.

با در نظر گرفتن $x(t)$ به عنوان پاسخ نوسانی برای معادله (۲۰)، به‌ازای شرایط اولیه η ، عبارت $x(0) = \eta$ معرف شرایط اولیه سیستم و $x(t, \eta)$ معرف مسیر پاسخ سیستم می‌باشد. بنابراین با در نظر گرفتن $x(t)$ به عنوان پاسخ نوسانی معادله (۲۰) با دوره نوسان T ، رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$x(T, \eta) = \eta \quad (22)$$

منظور از یافتن پاسخ نوسانی سیستم، یافتن مقادیر T, η به‌گونه‌ای است که عبارت (۲۲) برقرار باشد. لازم به ذکر است معادلات دیفرانسیل حاکم بر یک سیستم روتور-بیرینگ نامیزان، از نوع غیرخودگردان با تحریک هارمونیک خواهد بود که در آن دوره T مربوط به پاسخ نوسانی سیستم، مضربی از دوره تحریک سیستم می‌باشد. بنابراین، برای یافتن پاسخ نوسانی سیستم، تنها مجهول مساله η می‌باشد.

استراتژی در نظر گرفته شده برای حل مسئله عبارتست از تبدیل مسئله مقدار اولیه به یک مساله مقدار مرزی دونقطه‌ای با استفاده از روش تیراندازی و یافتن شرط اولیه $x(0) = \eta$ و پاسخ $x(t, \eta)$ به‌گونه‌ای که رابطه (۲۲) برقرار باشد. مجموعه معادلات (۲۰) و (۲۲) بیانگر معادله مقدار مرزی مورد دونقطه‌ای مذکور بوده و پاسخی از سیستم که در $t=0$ از مقدار η آغاز شده و در $t=T$ در همان مقدار اولیه باشد نیز بیانگر پاسخ نوسانی مورد نظر می‌باشد. جهت یافتن مقدار مجهول η ، ابتدا کار با حدس اولیه η_0 آغاز می‌شود. از آنجا که این حدس با مقدار حقیقی فاصله دارد باید آن را اصلاح نمود. جهت اصلاح مقدار η_0 از استراتژی روش نیوتن-رافسون به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$\delta\eta = \eta - \eta_0 \quad (23)$$

در صورت صحیح بودن حدس صورت گرفته، عبارت زیر باید با تِلرانس قابل قبولی برقرار باشد:

$$x(T, \eta_0 + \delta\eta) - (\eta_0 + \delta\eta) \approx 0 \quad (24)$$

بسط عبارت (۲۴) با استفاده از سری تیلور و حذف ترم‌های غیرخطی بر حسب $\delta\eta$ ، نتیجه می‌دهد:

$$\left[\frac{\partial x}{\partial \eta}(T, \eta_0) - I \right] \delta\eta = \eta_0 - x(T, \eta_0) \quad (25)$$

در ادامه باید مقدار $\frac{\partial x}{\partial \eta}$ را در (T, η_0) بدست آورد. برای این کار از طرفین معادله (۲۵) بر حسب η مشتق گرفته می‌شود که حاصل آن عبارتست از:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = D_x F(x; M) \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (26)$$

همچنین با مشتق‌گیری از شرط اولیه $x(0) = \eta$ بر حسب عبارت زیر به دست می‌آید :

$$\frac{\partial x}{\partial \eta}(0) = I \quad (27)$$

با حل همزمان معادله (۲۰) با شرط اولیه $x(0) = \eta_0$ و معادله (۲۶) با شرط اولیه $\frac{\partial x}{\partial \eta}(0) = I$ در بازه $0 \leq t \leq T$ مقادیر $\frac{\partial x}{\partial \eta}(T, \eta_0)$ و $x(T, \eta_0)$ به‌عنوان مجهولات معادله (۲۵) بدست می‌آید. با قرار دادن این مقادیر در معادله، میزان خطای $\delta\eta$ محاسبه شده که بر اساس آن و با استفاده از استراتژی روش نیوتن-رافسون می‌توان فرض جدیدی را برای η_0 در نظر گرفت. فرایند ذکر شده تا حصول کمترین میزان خطای قابل قبول برای مقدار $\delta\eta$ ادامه خواهد یافت. پس از نزدیک شدن مقدار $\delta\eta$ به سمت صفر با یک تکرار قابل قبول، مقدار η_0 بدست آمده در آخرین مرحله همان مقدار η مورد نظر جهت یافتن پاسخ نوسانی سیستم با دوره نوسان T در عبارت (۲۲) خواهد بود. به عبارت دیگر، پاسخ نوسانی سیستم با دوره نوسان T به دست آمده است. از طرفی مقدار $\frac{\partial x}{\partial \eta}(T, \eta_0)$ بدست آمده در مرحله آخر نیز همان ماتریس مونودرومی مورد نظر می‌باشد که مقادیر ویژه آن ضرائب فلوکوئت بوده و معیار تحلیل پایداری و دوشاخگی پاسخ نوسانی مورد نظر می‌باشند. استفاده از روش تیراندازی به شکل بالا جهت یافتن پاسخ های نوسانی سیستم، می‌تواند کمی وقت گیر و دشوار باشد. از این جهت، در تحقیق حاضر از یک تکنیک ساده‌کننده در کنار روش استاندارد معرفی شده در بالا استفاده شده است. جهت استفاده از این روش، ابتدا مجموعه معادلات دیفرانسیل غیر خودگردان سیستم را با استفاده از افزودن معادلات یک نوسانگر غیرخطی به خودگردان تبدیل شده [۱۱-۱۲] و سپس به‌ازای مقادیر پایین پارامتر دوشاخگی^۱ و نیز به‌ازای یک شرط اولیه دلخواه در یک بازه زمانی دلخواه، از روش رانچ-کوتا برای حل این مجموعه معادلات استفاده شده است. در صورت مشاهده تمایل پاسخ سیستم به همگرایی به یک پاسخ نوسانی، این روند ادامه خواهد یافت، به این شکل که در هر مرحله، پاسخ سیستم در پایان بازه زمانی مشخص شده به عنوان شرط اولیه در مرحله بعد به کار می‌رود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که پاسخ سیستم دقیقاً روی یکی از پاسخهای نوسانی منطبق گردد. با یافتن پاسخ نوسانی مورد نظر، در حقیقت مقدار η به دست آمده است. حال با حل همزمان معادلات (۲۰) و (۲۶) به‌ازای شرط اولیه بدست آمده، می‌توان ماتریس مونودرومی و ضرائب فلوکوئت را محاسبه نمود.

۴- ارائه نتایج، بحث و بررسی

۴-۱- بررسی پاسخ سیستم به ازای مقادیر مشخصی از پارامترها

برای حل عددی مجموعه معادلات دیفرانسیل موجود از روش رانچ-کوتا مرتبه ۵ استفاده شده است. پارامترهای سیستم به صورت مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$m_s = 5 \text{ kg} \quad , \quad m_b = 0.2 \text{ kg} \quad (28)$$

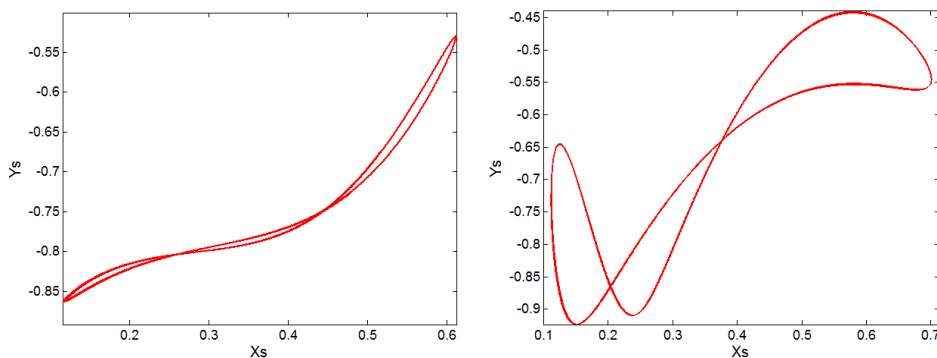
$$R = 60 \times 10^{-3} \text{ m} \quad , \quad R_{SFD} = 65 \times 10^{-3} \text{ m}$$

¹ Bifurcation Parameter

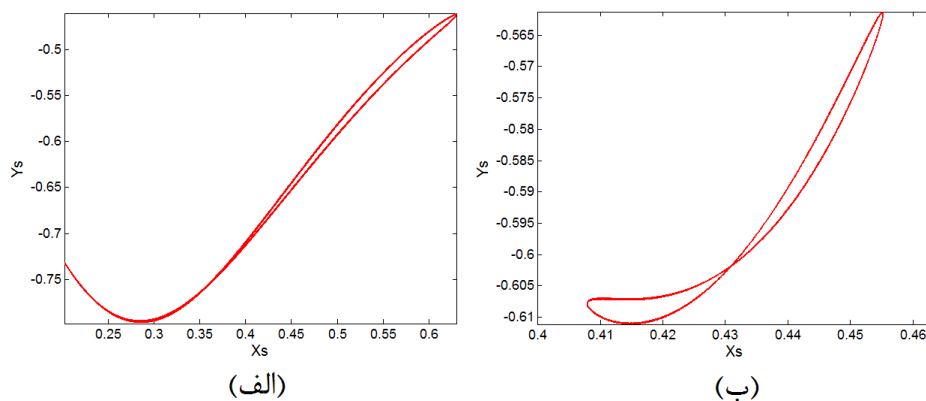
$$\mu = 5 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}^2, \quad L = 14 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$c = 2 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad k_c = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$$

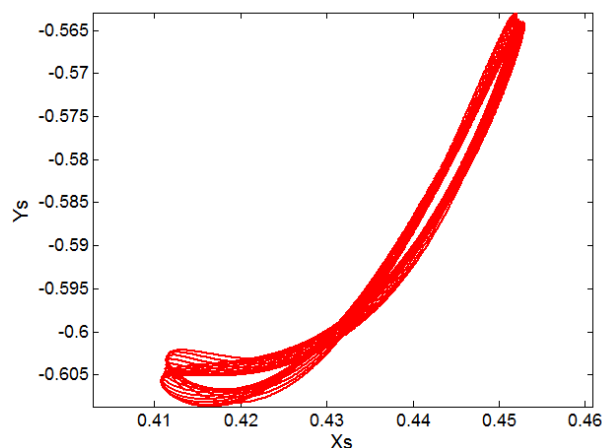
به ازای سرعت زاویه‌ای $\omega = 2400 \text{ rpm}$ ملاحظه می‌شود که سیستم پاسخ نوسانی از نوع پریود-۳ از خود نشان می‌دهد. نزدیک بودن مقدار یکی از ضرائب فلوکوئنت به دایره واحد برای خروج از سمت مثبت محور حقیقی نشان می‌دهد که این پاسخ ناپایدار بوده و در آستانه دوشاخگی نقطه زینی قرار دارد. با افزایش سرعت دورانی ژورنال به $\omega = 2450 \text{ rpm}$ دوشاخگی نقطه زینی و پدیده پرش رخ داده و پاسخ سیستم بر یک پاسخ نوسانی پریود-۳ پایدار پرش می‌کند. پاسخ جدید پایداری خود را تا $\omega = 4100 \text{ rpm}$ حفظ کرده و در این سرعت طی یک دوشاخگی نقطه زینی دیگر پاسخ پریود-۳ ناپایدار شده و به پاسخ پریود-۲ تبدیل می‌شود. تا مقدار سرعت $\omega = 6400 \text{ rpm}$ پاسخ پریود-۲ جدید علاوه بر حفظ پایداری، نسبت به تغییر دامنه نیز مقاومت می‌کند. رشد تدریجی دامنه نواسانت از $\omega = 6400 \text{ rpm}$ آغاز شده و تا مقدار سرعت زاویه‌ای $\omega = 7400 \text{ rpm}$ که پاسخ سیستم به شبه نوسانی تبدیل می‌شود ادامه دارد. پس از این مرحله مجدداً پاسخ نوسانی پریود-۲ در سیستم مشاهده می‌شود. مقادیر ضرائب فلوکوئنت نشان می‌دهند که این پاسخ نیز به تدریج رو به ناپایداری می‌رود. نهایتاً پاسخ سیستم در سرعتی نزدیک به $\omega = 8500 \text{ rpm}$ ناپایدار می‌شود. سیر تغییر پاسخ سیستم از $\omega = 7500 \text{ rpm}$ تا $\omega = 8500 \text{ rpm}$ در شکل ۸ نشان داده شده است.



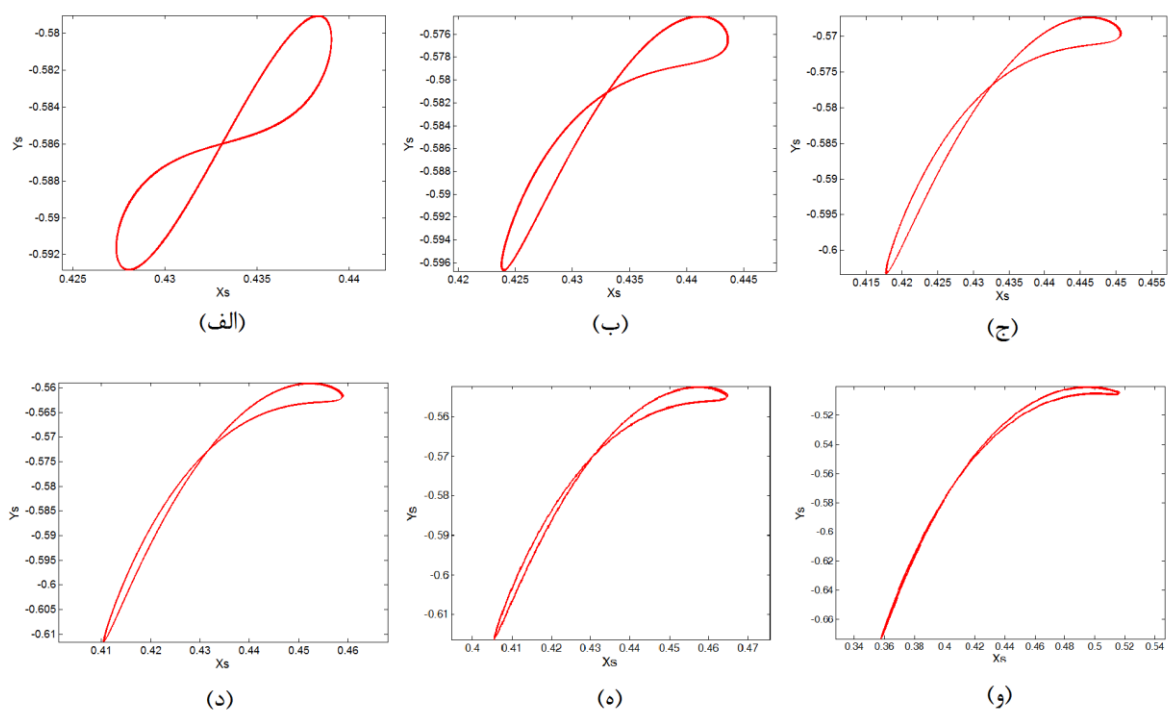
شکل ۵- وقوع پدیده پرش در پاسخ سیستم به ازای $\omega = 2450 \text{ rpm}$



شکل ۶- پاسخ سیستم الف) $\omega = 4100 \text{ rpm}$ ، ب) در نزدیکی $\omega = 7400 \text{ rpm}$



شکل ۷- وقوع دوشاخگی نقطه زینی و پاسخ شبه پریودیک در $\omega = 7400 \text{ rpm}$

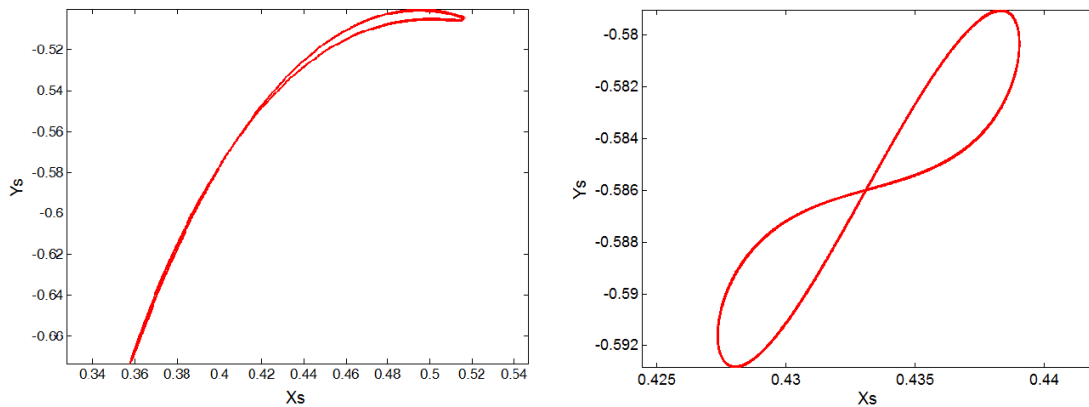


شکل ۸- تغییرات پاسخ سیستم از $\omega = 7500 \text{ rpm}$ تا $\omega = 8500 \text{ rpm}$

(الف) $\omega = 7500 \text{ rpm}$ (ب) $\omega = 7600 \text{ rpm}$ (ج) $\omega = 7700 \text{ rpm}$ (د) $\omega = 7900 \text{ rpm}$ (ه) $\omega = 8200 \text{ rpm}$
 (و) $\omega = 8500 \text{ rpm}$

۴-۲- بررسی اثر افزایش لقی بر پاسخ سیستم

مطالعه متون پیشین در زمینه تحلیل پایداری و دوشاخگی سیستم‌های روتور بیرینگ که در آنها به بررسی اثر لقی بیرینگ هیدرودینامیکی پرداخته شده است نشان می‌دهد که پاسخ غیر خطی سیستم به شدت به تغییر پارامتر لقی حساس است. در این قسمت ضمن بررسی صحت این موضوع، نوع تاثیر این افزایش لقی بر پاسخ سیستم مورد بررسی قرار خواهد گرفت.



شکل ۹- وقوع پدیده پرش در پاسخ سیستم به ازای $c = 2.1 \times 10^{-3} m$ و $\omega = 8500 rpm$

توجه به این نکته بسیار ضروریست که آنچه پیش از این در این زمینه مورد مطالعه قرار گرفته بیشتر شامل اثر جنبی افزایش لقی در سیستم می‌باشد. به این معنا که افزایش لقی در بیرینگ به عنوان یک اثر مخرب در نظر گرفته شده که در اثر عواملی چون خوردگی لایه بابیت درون ژورنال بیرینگ بوجود می‌آید که نتیجه آن نیز افزایش دامنه ارتعاشات در محل بیرینگ‌های مجاور بیان شده است [۱۱]. آن هم برای روتور تغییر شکل پذیر. اما در این تحقیق این اثر اولاً برای یک روتور صلب و ثانیاً با رویکرد بررسی پایداری در خود محل بیرینگ، و نه اثر جنبی آن بر بیرینگ‌های مجاور و آن هم به واسطه تغییر شکل پذیر بودن شفت، مورد بررسی قرار گرفته است.

بر اساس مطالبی که در بخش قبل ارائه شد، پاسخ سیستم به ازای مقادیر مشخصی از پارامترهای سیستم و به ازای افزایش تدریجی سرعت دورانی ژورنال مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در قالب نمودارهای مسیر حرکت ژورنال نمایش داده شد. برای لقی بیرینگ در بخش قبل مقدار $c = 2 \times 10^{-3} m$ در نظر گرفته شده بود. حال با افزایش این مقدار به میزان 0.1 میلیمتر و آن هم در شرایطی که سیستم در مرز ناپایداری پاسخ پیرو-۲ خود در سرعتی برابر با $\omega = 8500 rpm$ قرار دارد، پاسخ سیستم بررسی شده است. در این حالت با افزایش پارامتر لقی مشاهده می‌شود که پاسخ سیستم از پاسخ نشان داده شده در شکل ۸-و، به پاسخی شبیه آنچه در شکل ۸-الف به ازای میزان لقی $c = 2 \times 10^{-3} m$ و سرعت دورانی $\omega = 7500 rpm$ مشاهده شد پرش می‌کند. این امر در ظاهر نشان دهنده افزایش دامنه پایداری سیستم می‌باشد. در عمل نیز مشاهده می‌شود که مرز ناپایداری پاسخ سیستم از $\omega = 8500 rpm$ به نزدیک $\omega = 9400 rpm$ افزایش خواهد یافت (شکل ۹).

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، رفتار غیرخطی سیستم روتور صلب همراه ژورنال بیرینگ و دمپر فیلم فشرده با فنر جانب مرکز، در قالب بررسی پایداری و دوشاخگی پاسخ سیستم و با رویکرد بررسی اثر افزایش لقی بیرینگ مورد بررسی قرار گرفت. در قسمت اول، پاسخ سیستم به ازای مقادیر مشخصی از پارامترهای سیستم و به ازای

افزایش سرعت دورانی ژورنال مورد بررسی قرار گرفت. وقوع چندین دوشاخگی نقطه زینی به ازای افزایش سرعت دورانی سیستم باعث بروز انواع پاسخ‌های پریود-۲، پریود-۳ و شبه پریودیک و نیز بروز پدیده پرش در پاسخ سیستم شد. در قسمت دوم با تغییر میزان لقی در بیرینگ و دمپر فیلم فشرده مشاهده شد که پاسخ سیستم حساسیت شدیدی نسبت به تغییر مقدار لقی بیرینگ و دمپر نشان می‌دهد. افزایش لقی به مقدار $0/01$ میلیمتر سبب شد تا پاسخ پریود-۲ سیستم که تا پیش از این در مرز ناپایداری قرار داشت ($\omega = 8500 \text{ rpm}$) روی یک پاسخ پایدار پریود-۲ پایدار دیگر پرش کند. ضمناً مرز ناپایداری پاسخ سیستم نیز افزایش چشم‌گیری داشت ($\omega = 9400 \text{ rpm}$).

مراجع

- [1] Holmes, R., "Vibration and it's Control in Rotating Sysyem", IUTAM Symposium on Dynamics of Rotors, Lyngby, Denmark, pp. 156-181, (1984).
- [2] Hahn, E.J., "Equivalent Stiffness and Damping Coefficients for Squeeze Film Dampers", International Mechanical Engineering Conference, Vibration in Rotating Machinery, York, England, Paper C325/84, pp. 507-514, (1984).
- [3] Burrows, C., and Sahinkaya, M.N., "Modeling of Oil Film Forces in Squeeze Film Bearings", Tribology Journal, Vol. 108, No. 2, pp. 262-269, (1986).
- [4] Inayat-Hussain, J.I., Kanki, H., and Mureithi, N.W., "Stability and Bifurcation of a Rigid Rotor in Cavitated Squeeze Film Dampers without Centering Spring", Journal of Tribology International, Vol. 34, No. 10, pp. 689-702, (2001).
- [5] Inayat-Hussain, J.I., Kanki, H., and Mureithi, N.W., "On the Bifurcation of Rigid Rotor Response in Squeeze Film Dampers", Journal of Fluids and Structures, Vol. 17, No. 3, pp. 433-459, (2003).
- [6] Qin, W., Zhang, J., and Ren, X., "Responce and Bifurcation of Rotor with Squeeze Film Damper on Elastic Support", Journal of Chaos, Solutions and Fractals, Vol. 39, No.1, pp. 188-195, (2009).
- [7] Zhou, H.L., Luo, G.H., Chen, G., and Wang, F., "Analysis of the Nonlinear Dynamic Responce of a Rotor Supported on Ball Bearings with Floating-ring Squeeze Film Dampers", Journal of Mechanism and Machine Theory, Vol. 59, No. 1, pp. 65-77, (2013).
- [8] Zhong, L., Dao-xun, L., and Qi-bai, H., "Reasearch on Rigid Rotor Sliding Bearing System with Squeeze Film Damper", Journal of Shanghai University, Vol. 5, No. 3, pp. 224-229, (2001).
- [9] Wan, C., and Jian, C., "Gear Dynamic Analysis with Turbulent Journal Bearing Mounted Hybird Squeeze Film Damper-chaos and Active Control Analysis", Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Vol. 10, No. 1, pp. 1-11, (2014).

[10] Cao, J., Dimond, T., and Allaire, P., "Numerical Analysis of Flexible Rotor with Nonlinear Bearings and Squeeze Film Dampers", International Mechanical Engineering Congress and Exposition, ASME, Montreal, Canada, (2014).

[۱۱] بهزاد، م.، میثمی، ف.، روحانی بسطامی، ع.، جمالی، ج.، "بررسی اثر افزایش لقی یاتاقان‌های لغزشی در رفتار دینامیکی توربو ژنراتورهای گازی" چهارمین کنفرانس تخصصی پایش وضعیت و عیب یابی، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۰ اسفند، (۱۳۸۸).

[12] Burrows, C.R., Sahinkaya, M.N., and Kucuk, N.C., "Dynamic Performance of Squeeze Film Bearings", Conference of Proceedings of the 4th Workshop on Rotordynamics Instability Problems in High Performance Turbomachinery, NASA, (1986).

[13] Nayfeh, A.H., and Balachandran, B., "Applied Nonlinear Dynamics", John Wiley & Sons Inc, New York, (1995).

فهرست نمادهای انگلیسی

پارامتر بی بعد یاتاقان	$B_b = \frac{\mu RL^3}{m\omega_n c^3}$
لقی شعاعی دمپر	$c (m)$
مرکز هندسی دمپر	C_B
مرکز هندسی ژورنال	C_J
خروج از مرکزیت بین مرکز دمپر و ژورنال	$e (m)$
نیروی فیلم روغن در جهت X	$F_{DX} (N)$
نیروی فیلم روغن در جهت Y	$F_{DY} (N)$
نیروی فیلم روغن در جهت شعاعی	$F_r (N)$
نیروی فیلم روغن در جهت مماسی	$F_t (N)$
مرکز جرم روتور	G
شتاب گرانش	$g (ms^{-2})$
سختی فنر جانب مرکز	$v (N/m)$
طول دمپر	$L (m)$
نصف جرم روتور	$m (kg)$
فشار	$P (kgm^{-1}s^{-2})$
شعاع دمپر	$R (m)$
زمان (s)	t
پارامتر بی بعد نامیزانی	$U = \frac{u}{c}$

پارامتر بی بعد وزن	$W = \frac{g}{\omega^2 c}$
جابجایی مرکز هندسی ژورنال در راستای X	$x(m)$
جابجایی مرکز هندسی ژورنال در راستای Y	$y(m)$
جابجایی بی بعد مرکز هندسی ژورنال در راستای X	$X = \frac{x}{c}$
جابجایی بی بعد مرکز هندسی ژورنال در راستای Y	$Y = \frac{y}{c}$
خروج از مرکزیت مرکز جرم روتور	$u(m)$
موقعیت در جهت Z در دمپر	$z(m)$
نسبت بی بعد خروج از مرکزیت	$\varepsilon = \frac{e}{c}$
مختصه زاویه‌ای اندازه گرفته شده از محل ضخیم‌ترین قسمت فیلم روغن، در جهت سرعت زاویه‌ای روتور	$\theta(rad)$
مختصه زاویه‌ای شروع ناحیه فشار مثبت، اندازه گرفته شده از θ ، در جهت سرعت زاویه‌ای روتور	$\theta_1(rad)$
لزجت دینامیکی روان کننده	$\mu(kgm^{-1}s^{-1})$
زمان بی بعد	$\tau = \omega t$
موقعیت زاویه‌ای خط واصل بین موقعیت آنی خروج از مرکزیت مرکز هندسی ژورنال و مرکز هندسی دمپر، اندازه گرفته شده از جهت مثبت محور X در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت	$\phi(rad)$
سرعت زاویه‌ای روتور	$\omega(rad/s)$
فرکانس طبیعی مربوط به فنر جانب مرکز	$\omega_n(rad/s)$
علامت مشتق گیری بر حسب t	(.)
علامت مشتق گیری بر حسب τ	(')

Abstract

In the present paper, the dynamic response of the rigid rotor system, along with the journal of bearing and squeeze film dampers, has been investigated with the approach to investigate the effect of increased clearance. In the analysis of stability and bifurcation, the response of the system has been used by Floquet method. The simulation of the hydrodynamic model of the oil film for the journal bearing and squeeze film dampers was carried out by using the integration method of the relationship between the distribution of pressure obtained through the Reynolds equation in the oil film across the surface of the bearing and damper. The effect of the bearing clearance on the system response has been investigated for different rotational speeds with the constant maintenance of other parameters of the system. The results show that the response of the system is strongly influenced the clearance parameter of bearing and it is shown that infinitesimal change in this parameter leads to aggressive changes in system behavior in some ranges of rotational speed.