طراحی برای قابلیت اطمینان: بهینه‌سازی سازه‌های بحرانی با استفاده از تحلیل فاصله بی‌نظمی

مهدی باجلان[۱]
کارشناسی ارشد

پرویز محمدزاده[۲]
استادیار

مهدی فکور[۳]
دانشیار

در این مقاله، یک روشِ طراحی برای قابلیت‌اطمینانِ سازه‌های بحرانی ارائه شده است. روش فاصله بی‌نظمی برای تحلیل قابلیت‌اطمینان ارائه شده و در چارچوب مناسبی با الگوریتم بهینه‌سازی تلفیق شده‌است. علیرغم پیشرفت-هایی که در زمینه قابلیت‌اطمینان و بهینه‌سازی صورت گرفته، هنوز در حوزه سازه‌های بحرانی چالش‌های محاسباتی وجود دارد. در روش فاصله بی‌نظمی، واریانس نمونه‌های تصادفی لازم برای شبیه‌سازی مونت‌کارلو کاهش یافته و امکان تحلیل قابلیت‌اطمینان قیود بحرانی فراهم می‌شود. این روش بر روی دو نمونه طراحی سازه‌ای پیاده‌سازی شده و نتایج نشان می‌دهد که این روش در مقایسه با روش ضریب اطمینان، قابلیت‌اطمینان سازه را افزایش می‌دهد.

واژه‌های راهنما: بهینه‌سازی، قابلیت اطمینان، سازه بحرانی، فاصله بی‌نظمی، الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

روش‌های بهینه‌سازی ابزار قدرتمندی هستند که امکان دستیابی همزمان به اهداف متضاد نظیر کارآیی[۴]، هزینه و قابلیت اطمینان را از طریق توسعه مفهوم یکپارچگی[۵] در طراحی امکان‌پذیر می‌سازند. فرآیند یکپارچه‌سازی بهینه‌سازی و قابلیت اطمینان که تحت عنوان بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان[۶] (RBDO) خوانده می‌شود، یکی از مهمترین چالش‌ها در حوزه بهینه‌سازی است. این موضوع از آن جهت اهمیت دارد که در واقعیت، برخی از جنبه‌های طراحی، ماهیت نایقینی[۷] داشته و موجب افزایش احتمال واماندگی[۸] طراحی در طی ماموریت می‌شوند و لازم است که به نحوی در فرآیند طراحی لحاظ شوند. اهمیت بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان در طراحی سازه‌های بحرانی (مانند سازه‌های ماهواره) دو چندان می‌شود. منظور از سازه بحرانی، سازه‌ای است که وقوع واماندگی در آن، خطرات مالی و جانی فراوانی را بدنبال دارد و از این رو لازم است احتمال واماندگی

---

[۱] کارشناسی ارشد، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران m.bajellan@gmail.com
[۲] استادیار، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران pmohammadzadeh@guest.ut.ac.ir
[۳] نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران mfakoor@ut.ac.ir

[4] Performance
[5] Integration
[6] Reliability based design optimization
[7] Non-deterministic
[8] Probability of failure

از مرتبه بسیار پایینی بوده و قابلیت اطمینان آن بالا باشد. مهمترین مسئله در بهینه‌سازی سازه‌های بحرانی بر مبنای قابلیت اطمینان این است که علاوه بر طراحی بهینه، قابلیت اطمینان سازه نیز باید بسیار بالا باشد. بنابراین مهمترین ابزار بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان، ابزار تحلیل قابلیت اطمینان است. روش‌های متفاوتی برای تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده است که متداول‌ترین آن‌ها عبارتند از: (الف) روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول و دوم[1] (FORM/SORM) [۱و۲]، (ب) روش‌های بسط تصادفی[2] [۳و۴] و (ج) شبیه‌سازی مونت‌کارلو [۵ و۶]. روش‌های FORM و SORM مبتنی بر تعیین محتمل‌ترین نقطه واماندگی[3] (MPP) و تقریب تابع حالت حدی[4] (تابعی که واماندگی سازه، مانند خزش و خستگی را مدل می‌کند) در آن نقطه هستند. مهمترین مشکلات روش‌های FORM و SORM عبارتند از: نیاز به یافتن محتمل‌ترین نقطه واماندگی، ناکارآمدی در طراحی‌هایی با چند MPP و دقت پایین برای تابع حالت حدی غیرخطی. همچنین این روش‌ها در تحلیل قابلیت اطمینان طراحی‌های بحرانی ناکارآمد هستند. در روش‌های بسط تصادفی نیز، از معادلات ریاضی (سری چندجمله‌ای‌ها) برای توصیف فرآیندهای تصادفی استفاده می‌شود تا عدم قطعیت به طور مسقیم وارد طراحی شود. در واقع این روش‌ها قابلیت اطمینان را به طور مستقیم اندازه‌گیری نمی‌کنند و از این رو برای تخمین احتمال واماندگی طراحی‌های بحرانی کاربرد ندارند. روش مونت‌کارلو تقریباً متداول‌ترین روش در تحلیل قابلیت اطمینان است که از طریق تولید نمونه‌های تصادفی و تقریب انتگرال با سری، احتمال واماندگی را تخمین می‌زند. پیاده‌سازی روش مونت کارلو مستلزم تولید تعداد نمونه‌های تصادفی بسیار زیادی است که زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. همچنین این روش برای تخمین احتمال واماندگی مرتبه پایین کارآیی ندارد. برای رفع این مشکلات در تحلیل قابلیت اطمینان، روش فاصله بی‌نظمی[5] ارائه شده است [۷].

روش فاصله بی‌نظمی بر پایه روش نمونه‌برداری بااهمیت[6] (IS)، توسعه یافته است. اساس روش نمونه‌برداری بااهمیت در انتخاب یک تابع چگالی احتمال، به نام به تابع چگالی بااهمیت است، به گونه‌ای که واریانس نمونه‌برداری کاهش یابد. دقت روش نمونه‌برداری بااهمیت به طور چشم‌گیری وابسته به انتخاب تابع چگالی بااهمیت بوده و نیاز است تا تابع چگالی بهینه مورد استفاده قرار بگیرد. روش فاصله بی‌نظمی، یک راهکار برای دستیابی به تابع چگالی احتمال بااهمیت بهینه، بدون استفاده از محاسبات محتمل‌ترین نقطه واماندگی است. مهمترین مزیت‌های روش فاصله بی‌نظمی عبارت است از [۸]: (الف) قابلیت حل تحلیلی، در مواردی که متغیرهای تصادفی با استفاده از توابع چگالی نمایی مدل شده‌اند، وجود دارد که موجب کاهش حجم محاسبات می‌شود و (ب) از اطلاعات محتمل‌ترین نقطه واماندگی استفاده نمی‌شود که موجب افزایش دقت بخصوص برای قیود غیرخطی می‌شود. با توجه به کارآیی روش فاصله بی‌نظمی، این روش در تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌ای [۹] و تحلیل قابلیت اطمینان شبکه [۱۰] مورد استفاده قرار گرفته است.

از طرف دیگر، با توجه به پیشرفت‌هایی که در حوزه محاسبات عددی و پردازنده‌های قدرت بالا در دو دهه اخیر صورت پذیرفته است، الگوریتم‌های بهینه‌سازی به یک ابزار بسیار جذاب طراحی تبدیل شده‌اند.

---

[1] First/second order reliability method
[2] Stochastic expansion
[3] Most probable point of failure
[4] Limit state function
[5] Cross entropy
[6] Importance sampling

ویژگی مهم الگوریتم‌های بهینه‌سازی، توانایی آن‌ها در بررسی تعداد زیادی از گزینه‌های طراحی[1] و انتخاب طرح بهینه است. استفاده از این الگوریتم‌های بهینه‌سازی غالباً منجر می‌شود که طراحی بهینه در مرز قیود طراحی واقع شود، بدین معنی که وجود عدم قطعیت در پارامترهای یا متغیرهای طراحی می‌تواند منجر به نقض قیود طراحی شود که در سازه‌های بحرانی می‌تواند تا وقوع واماندگی هم ادامه پیدا کند. از این رو، وارد کردن قابلیت اطمینان در فرآیند طراحی با استفاده از بهینه‌سازی یک نیاز اساسی در حوزه طراحی می‌باشد.

در همین راستا و از آنجایی که روش فاصله بی‌نظمی قابلیت بالایی در تحلیل قابلیت اطمینان دارد، در این مقاله، در چارچوب بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار گرفته است. برای پیاده‌سازی بهینه‌سازی برمبنای قابلیت اطمینان سازه‌های بحرانی، لازم است که روش فاصله بی‌نظمی به طور مناسبی با الگوریتم بهینه‌سازی تلفیق شود. برای این منظور، روش فاصله بی‌نظمی در قالب چارچوب دومرحله‌ای در الگوریتم ژنتیک (GA) بکار گرفته شده است. در این روش الگوریتم بهینه‌سازی به جای محاسبه قیود، احتمال واماندگی آن‌ها را در هر تکرار محاسبه می‌کند و نهایتاً طرحی را ارائه می‌دهد که علاوه بر بهینه بودن، دارای قابلیت اطمینان بالایی است. از آنجایی که روش ارائه شده در این مقاله بر پایه نمونه‌برداری است، قابلیت بکارگیری در مدل‌های صریح و ضمنی (مانند مدل المان محدود) را نیز دارد.

۲- بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان

در بهینه‌سازی یقینی، تمام قیود، از جمله قیود بحرانی بدون توجه به عدم قطعیت در طراحی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند و نقطه بهینه نیز عمدتاً در مرز قیود قرار می‌گیرد. این امر موجب می‌شود تا با بروز تغییراتی در متغیرها و یا پارامترهای طراحی، این قیود نقض شده و نقطه بهینه در ناحیه غیر قابل قبول قرار بگیرد و موجب بروز واماندگی در طراحی شود. بنابراین لازم است که بهینه‌سازی طراحی به گونه‌ای باشد که درجه معقولی از عدم قطعیت در طراحی لحاظ شود. بهینه‌سازی برمبنای قابلیت اطمینان راهکاری ایجاد می‌کند که با استفاده از آن، طراحی بهینه، با درنظر گرفتن الزامات قابلیت اطمینان حاصل می‌شود. برای وارد کردن قابلیت اطمینان در بهینه‌سازی لازم است تا تغییراتی در فرمول‌سازی بهینه‌سازی یقینی صورت پذیرد. یک مسئله بهینه‌سازی یقینی به صورت رابطه (۱) فرمول‌سازی می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\min_{\underline{d}} c(\underline{d},\underline{p}) \\
&s.t: g_i(\underline{d},\underline{p}) \le 0, i=1,\dots,N \\
&\quad \underline{d}^L \le \underline{d} \le \underline{d}^U
\end{aligned}
\tag{۱}
$$

که در اینجا c تابع هدف، $\underline{d}$ بردار متغیر طراحی، $\underline{p}$ بردار پارامتر طراحی، g قید نامساوی و $\underline{d}^L$ و $\underline{d}^U$ به ترتیب حد پایین و بالای متغیرهای طراحی را نشان می‌دهند. علامت خط تیره در زیر متغیرها نشانگر برداری بودن آن‌ها است. همچنین در این فرمول‌سازی تنها قیود نامساوی در نظر گرفته شده‌اند.

برای دستیابی به فرمول‌سازی RBDO بر مبنای رابطه (۱)، لازم است تا دو نکته مورد توجه قرار گیرد [۱۱]:

---

[1] Design variants

قیود به دو دسته تقسیم می‌شوند: قیود سخت و قیود نرم[1]. قیود سخت، قیودی هستند که شرایط بحرانی را مدل می‌کنند (مانند شکست و خستگی) و باید قابلیت اطمینان در آن‌ها در نظر گرفته شود و قیود نرم، قیودی هستند که شرایط یقینی را مدل می‌کنند (مانند هزینه در برخی طراحی‌ها) و لزومی ندارد که قابلیت اطمینان در آنها مدل شود. عدم قطعیت توسط متغیر تصادفی X مدل می‌شود که خود تابعی از پارامترهای تابع توزیع احتمالاتی (مانند میانگین و انحراف معیار در توزیع نرمال) است و با θ نشان داده می‌شود. در RBDO، متغیر طراحی (d) می‌تواند هم شامل متغیرهایی باشد که به صورت یقینی مدل شده‌اند و ماهیت تصادفی ندارند، که با η نمایش داده می‌شود، و هم شامل پارامترهای متغیر تصادفی (θ) باشد. بنابراین d زیرمجموعه‌ای از θ و η است. از طرفی پارامترهای طراحی (p) هم می‌توانند ماهیت تصادفی داشته باشند. بنابراین p هم می‌تواند زیرمجموعه‌ای از θ باشد. از این رو، اعضا مجموعه $\{d,p\}$ همان اعضا مجموعه $\{\theta,\eta\}$ هستند. این طرز نمایش، نشان می‌دهد که مجموعه پارامترها و متغیرهای طراحی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از عناصر تصادفی و یقینی نیز بیان کرد که در فرمول‌سازی RBDO بکار می‌آید.

بر اساس دو نکته فوق، فرمول‌سازی RBDO به شکل رابطه (۲) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} &\min_{d} c(\underline{d},\underline{p}) \\ &s.t: g_i^R(\underline{d},\underline{p}) = P_i^f - P_i^{fT} \le 0, i=1,\dots,N_{hard} \\ &\quad g_j^D(\underline{d},\underline{p}) \le 0, j=1,\dots,N_{soft} \\ &\quad \underline{d}^L \le \underline{d} \le \underline{d}^U \end{aligned} \tag{۲}$$

جایی‌که g^R، قید سخت (قید قابلیت اطمینان) و g^D، قید نرم (قید یقینی) را فرمول‌سازی می‌کنند. P^f احتمال واماندگی قید و P^{fT} میزان احتمال واماندگی مجاز (مورد انتظار) است.

رابطه (۲) تضمین می‌کند که احتمال واماندگی قید بحرانی از احتمال واماندگی مجاز، کمتر است. احتمال واماندگی مجاز به صورت متمم قابلیت اطمینان مورد انتظار بیان می‌شود. به عبارت دیگر $P^{fT}=1-R^T$، که در آن R^T قابلیت اطمینان مورد انتظار است. همچنین متناظر با احتمال واماندگی هدف (P^{fT})، شاخص قابلیت اطمینان[2] (β) هم به صورت رابطه $\beta=-\Phi^{-1}(P_f)$ تعریف می‌شود [۱۲] که در آن $\Phi(.)$ تابع توزیع تجمعی استاندارد[3] برای توزیع نرمال است.

احتمال واماندگی هر قید بحرانی نیز طبق تعریف، به صورت رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$P^f = P\{S(X(\underline{\theta}),\underline{\eta}) \ge 0\} = \int_{S\ge 0} f_X(\underline{x})d\underline{x} \tag{۳}$$

که در اینجا، S(.) تابع حالت حدی قیود سخت است که برای نشان دادن ماهیت تصادفی آن، به صورت تابعی از θ و η بیان شده است. $\underline{x}$ بردار تصادفی است که از روی متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال توام $f_X(\underline{x})$ بدست آمده است.

نهایتاً با توجه به رابطه (۳)، بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان به صورت رابطه (۴) بازنویسی می‌شود:

---

1 Hard/soft constraint
2 Reliability index
3 Standard cumulative distribution function (CDF)

$$\begin{aligned}&\min_{\underline{d}} c(\underline{d},\underline{p})\\&s.t: P\{S_i\,(X(\underline{\theta}),\underline{\eta})\geq 0\}-P_i^{fT}\leq 0, i=1,\ldots,N_{hard}\\&\quad g_j^D(\underline{d},\underline{p})\leq 0, j=1,\ldots,N_{soft}\\&\quad \underline{d}^L\leq\underline{d}\leq\underline{d}^U\end{aligned} \quad (۴)$$

این فرمول‌سازی بیان می‌کند که برخی قیود یقینی بوده و محاسبات آن‌ها همانند بهینه‌سازی یقینی است و برخی دیگر از قیود بر مبنای قابلیت اطمینان هستند و محاسبات آنها نیاز به ابزار دیگری تحت عنوان تحلیل قابلیت اطمینان دارد که در بخش بعدی بررسی شده است.

۳- تحلیل قابلیت اطمینان با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی

با توجه به فرمول‌سازی ارائه شده برای RBDO در بخش (۲)، لازم است که احتمال واماندگی قیود، که در رابطه (۳) بیان شد، در هر تکرار از بهینه‌سازی محاسبه شود. حل انتگرال نشان داده شده در رابطه (۳)، بدلیل ماهیت غیرخطی، چند بعدی و همچنین عدم وجود تابع صریح برای تابع حالت حدی، دشوار بوده و نیاز به روش‌های عددی مناسبی دارد. همچنین در طراحی‌های بحرانی، که در این مقاله مد نظر است، نیاز است که احتمال واماندگی از مرتبه پایین تحلیل شود و این مسئله، چالشی دیگر در محاسبه احتمال واماندگی (P^f) است. در این مقاله برای رفع این مشکلات از روش فاصله بی‌نظمی استفاده شده است.

روش فاصله بی‌نظمی بر مبنای روش نمونه‌برداری بااهمیت بنا نهاده شده است. روش نمونه برداری با اهمیت، انتگرال رابطه (۳) را با استفاده از تولید نمونه‌های تصادفی و استفاده از سری به جای انتگرال، تقریب می‌زند. همچنین برای تخمین احتمال واماندگی مرتبه پایین، از یک تابع چگالی، موسوم به تابع چگالی بااهمیت استفاده می‌شود. تخمین احتمال واماندگی با استفاده از روش نمونه‌برداری با اهمیت در رابطه (۵) نشان داده شده است.

$$P_{IS}^f=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}I[x_k]\frac{f_X(x_k)}{h_X(x_k)} \quad (۵)$$

که در اینجا P_{IS}^f تخمینی از احتمال واماندگی با استفاده از روش نمونه‌برداری با اهمیت است. N تعداد نمونه‌های تصادفی است و x_k ، k اُمین درآیه از بردار $\underline{x}$ است که از روی تابع چگالی $h_X(\underline{x})$ تولید می‌شود. $h_X(\underline{x})$ تابع چگالی بااهمیت بوده و طوری در نظر گرفته می‌شود که اگر به ازای مقادیری از x_k صفر شود، آنگاه $f_X(\underline{x})$ نیز به ازای همان مقادیر، صفر شود. $I[\underline{x}]$ تابع شاخص[1] بوده که در واقع جایگزین مرز انتگرال‌گیری شده است و با استفاده از رابطه (۶) تعریف می‌شود.

$$I[\underline{x}]=\begin{cases}1, S(\underline{x})\geq 0\\0, S(\underline{x})<0\end{cases} \quad (۶)$$

دقت این روش به میزان زیادی به انتخاب تابع چگالی بااهمیت بستگی دارد. در مرجع [۱۳] نشان داده شده است که مقدار بهینه تابع چگالی احتمال برابر $h_X^*(\underline{x})=I[\underline{x}]f_X(\underline{x})/P^f$ است.

[1] Index function

مطابق این رابطه، تابع چگالی بهینه به مقدار احتمال واماندگی بستگی دارد که خودخواسته مسئله است. بنابراین نیاز به روش مناسبی است که با دقت بالایی مقدار $h_X(\underline{x})$ را محاسبه نماید. یک راهکار برای دستیابی به این هدف استفاده از روش فاصله بی‌نظمی است. در روش فاصله بی‌نظمی برای سهولت در محاسبات، متداول است که $h_X(\underline{x})$ از همان خانواده توابع چگالی احتمال $f_X(\underline{x})$ انتخاب شود [۱۴]. بنابراین اگر $f_X(\underline{x})$ به صورت تابعی از پارامترهای احتمالاتی (مانند میانگین و انحراف معیار) و به شکل $f_X(\underline{x},\underline{u})$ بیان شود، $f_X(\underline{x})$ می‌تواند به صورت $f_X(\underline{x},\underline{v})$ در نظر گرفته شود که $\underline{v}$ و $\underline{u}$ بردار پارامتر مرجع[1] نامیده می‌شوند. با توجه به این تعریف، تنها با یافتن بردار $\underline{v}$ بهینه، تابع چگالی با اهمیت بهینه بدست می‌آید. برای این منظور کافی است فاصله بی‌نظمی بین دو تابع $h_X(\underline{x})$ و $h^*_X(\underline{x})$ کمینه شود. طبق تعریف فاصله بی‌نظمی بین دو تابع به صورت رابطه (۷) فرمول‌سازی می‌شود [۷].

$$\mathrm{D}_{CE}\left(h_X^*(\underline{x}),h_X(\underline{x})\right)=\int\ln\left(\frac{h_X^*(\underline{x})}{h_X(\underline{x})}\right)h_X^*(\underline{x})d\underline{x}, \tag{۷}$$

که در اینجا $\mathrm{D}_{CE}(.)$ فاصله بی‌نظمی بین دو تابع و $\ln(.)$ تابع لگاریتم طبیعی است.

با جایگذاری $h_X(\underline{x})=f_X(\underline{x},\underline{v})$ و $h_X^*(\underline{x})=I[\underline{x}]f_X(\underline{x},\underline{u})/P^f$ در معادله (۷)، کمینه‌سازی فاصله بی‌نظمی و تقریب انتگرال با سری جهت محاسبه عددی، رابطه اخیر، به شکل معادله (۸) فرمول‌سازی می‌شود.

$$\underset{\underline{v}}{\mathrm{Min}}\,D_{CE}=\underset{\underline{v}}{\mathrm{Min}}\frac{-1}{M}\sum_{q=1}^{M}\ln\left(f_X(x_q,\underline{v})\right)I[x_q]\frac{f_X(x_q,\underline{u})}{f_X(x_q,\underline{w})}, \tag{۸}$$

که در اینجا، M تعداد نمونه‌ها برای محاسبه سری است و q، x_q امین درآیه از بردار $\underline{x}$ است که از روی تابع چگالی $f_X(\underline{x},\underline{w})$ تولید می‌شود. باید دقت داشت که، با توجه به ماهیت نادر $I[\underline{x}]$، برای محاسبه سری فوق دوباره از نمونه‌برداری بااهمیت با تابع چگالی $f_X(\underline{x},\underline{w})$ که $f_X(\underline{x},\underline{u})$ را در بر می‌گیرد، استفاده شده است.

با یافتن مقدار بهینه بردار پارامتر مرجع ($\underline{v}^*$) از رابطه (۸) و جایگذاری آن در معادله (۵)، رابطه (۹) حاصل می‌شود که قابلیت تخمین احتمال واماندگی قیود سخت را دارد. در مرجع [۱۵] فلوچارتی برای پیاده‌سازی این روش ارائه شده است.

$$P_{CE}^f=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}I[x_k]\frac{f_X(x_k,\underline{u})}{f_X(x_k,\underline{v}^*)}, \tag{۹}$$

که در اینجا P_{CE}^f تخمینی از احتمال واماندگی با روش فاصله بی‌نظمی است.

۴- چارچوب پیاده‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان

روش متداول برای حل مسئله بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان استفاده از چارچوب دومرحله‌ای است؛ به طوری که در حلقه خارجی الگوریتم بهینه‌سازی، نقطه بهینه را جستجو می‌کند و در حلقه داخلی تحلیل قابلیت اطمینان انجام می‌گیرد و این روند تا رسیدن به طراحی بهینه ادامه پیدا می‌کند.

---

[1] Reference parameter

چارچوب تک مرحله‌ای نیز برای ادغام فرآیند بهینه‌سازی و تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده‌اند. اساس این روش‌ها بر جایگزین کردن قیود سخت با قیود معادلی است که هزینه محاسبات کمتری دارند. در مرجع [۱۶] مروری بر این روش‌ها شده است. اگرچه این روش‌ها منجر به کاهش هزینه محاسباتی می‌شوند، ولی قابلیت تخمین احتمال واماندگی مرتبه پایین را ندارند. برای پیاده‌سازی RBDO در چارچوب دومرحله‌ای، لازم است تا روش تحلیل قابلیت اطمینان فاصله بی‌نظمی که در بخش (۳) ارائه شد، با الگوریتم بهینه‌سازی تلفیق شود. از آنجایی که روش فاصله بی‌نظمی یک روش تصادفی است، فضای قیود سخت، بسیار نویزی می‌باشد؛ بدین معنی که به ازای دو مقدار یکسان از متغیرهای طراحی، مقدار قیود سخت یکسان نخواهد بود و مقدار کمی با یکدیگر اختلاف دارند. این مشکل همگرایی، الگوریتم بهینه‌سازی را با چالش جدی مواجه می‌کند.
از این رو در این مقاله از الگوریتم ژنتیک (GA) برای بهینه‌سازی استفاده شده است که بسیار کارآمد[1] بوده و از قابلیت بالایی در بهینه‌سازی نویزی برخوردار است. چالش دیگر در RBDO، فرمول‌سازی قیود سخت است که در رابطه (۲) به شکل $g_i^R(\underline{d},\underline{p}) = P_i^f - P_i^{fT}$ صورت گرفت. از آنجایی که در سازه‌های بحرانی، P^f و P^{fT}، هر دو مقدار بسیار کمی (از مرتبه 10^{-5} یا کمتر) دارند، اختلاف آنها نیز مقدار کمی خواهد داشت که این مسئله همگرایی را دچار مشکل خواهد کرد؛ زیرا حتی در نقاطی که در نزدیکی نقطه بهینه نیستند، قیود مقداری نزدیک به صفر دارند. از این رو نیاز است که قیود سخت، به صورت بی‌بعد شده و به شکل $g_i^R(\underline{d},\underline{p}) = P_i^f / P_i^{fT} - 1$ فرمول‌سازی شوند. یکی دیگر از مشکلات موجود در RBDO با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی، تحلیل قابلیت اطمینان مسائلی است که بیش از یک قید سخت دارند. در این طراحی‌ها نیاز است که روش فاصله بی‌نظمی برای تحلیل همزمان چند قید توسعه یابد. در مرجع [۱۷] یک روش برای تحلیل قابلیت اطمینان چند قیدی با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی ارائه شده است. با این وجود استفاده از این روش، در بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینانی که فضای طراحی آنها بزرگ است، دارای محدودیت می‌باشد، زیرا در مواردی که الگوریتم بهینه‌سازی نقطه‌ای را برای تحلیل قابلیت اطمینان تولید می‌کند که در فاصله دوری از یک قید قرار دارد (این حالت، بیشتر در ابتدای فرآیند بهینه‌سازی رخ می‌دهد)، احتمال واماندگی آن قید، از محدوده قابل تخمین توسط روش فاصله بی‌نظمی (که حدود 10^{-30} است) خارج شده و دقت تحلیل قابلیت اطمینان کاهش می‌یابد. برای رفع این مشکل، در مرجع [۱۸]، از عملگر بیشینه (MAX) استفاده شده است تا تنها احتمال واماندگی نزدیک‌ترین قید (بحرانی‌ترین قید)، مورد ارزیابی قرار بگیرد. در این روش، تمام قیود سخت با استفاده از رابطه (۱۰)، با یک قید معادل‌سازی می‌شوند.

$$P\left\{Max[S_1(\underline{x}),S_2(\underline{x}),...,S_n(\underline{x})]\geq 0\right\} \leq Min[P_1^{fT},P_2^{fT},...,P_n^{fT}], \qquad (۱۰)$$

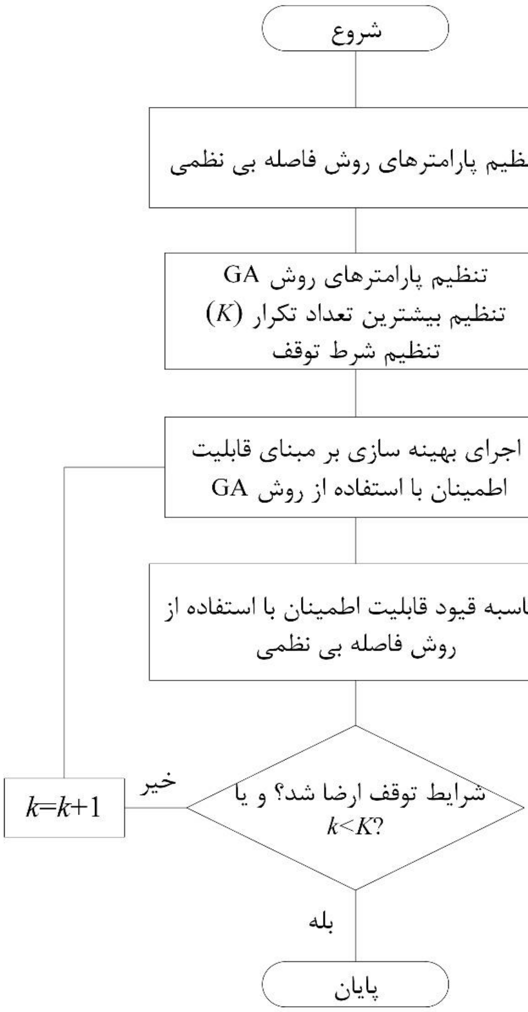
که در اینجا P_i^{fT} احتمال واماندگی موردانتظار حالت حدی i-اُم است. Min وMax نیز به ترتیب عملگرهای کمینه و بیشینه هستند. بنابراین در مواردی که امکان استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان چند قیدی وجود نداشته باشد، از عملگر Max برای پیاده‌سازی RBDO استفاده می‌شود.
چارچوب پیاده‌سازی RBDO با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی GA و تحلیل قابلیت اطمینان فاصله بی‌نظمی در شکل (۱) نشان داده شده است.

---
[1] Robust

در این شکل، شرط توقف به طور همزمان بر روی تغییرات تابع هدف و تغییرات نقطه بهینه اعمال شده است. بکارگیری این روش در فرآیند طراحی بدین معنی است که طراح از طرفی با استفاده از الگوریتم طراحی گزینه‌های طراحی مختلفی را بسرعت بررسی کرده و به دنبال پاسخ بهینه است و از طرف دیگر با استفاده از روش تحلیل قابلیت اطمینان، اثرات تمام عدم قطعیت‌ها را در طراحی مد نظر قرار داده و قابلیت اطمینان طراحی را به طور معقولانه‌ای افزایش داده است.

۵- نمونه مطالعاتی

در این قسمت دو نمونه مطالعاتی از طراحی سازه‌ای انتخاب شده است تا میزان دقت و کارآیی روش ارائه شده در این مقاله مورد ارزیابی قرار گیرد. این طراحی‌ها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که: ماهیت بکارگیری بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان را به خوبی نشان دهند، مفهوم سازه بحرانی را در بگیرند و طیف مناسبی از قیود غیرخطی را پوشش دهند. همچنین نتایج این نمونه‌های مطالعاتی بر اساس معیار دقت مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن‌ها با مراجع دیگر و همچنین با بهینه‌سازی با استفاده از ضریب اطمینان مقایسه شده است.



شکل۱- چارچوب دومرحله‌ای RBDO با استفاده از الگوریتم GA

۵-۱- نمونه مطالعاتی اول: تیر یک سر گیردار

این نمونه مطالعاتی در مرجع [۱۹] آورده شده و به صورت ملموس، اثر پیاده‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان را در طراحی سازه‌ای نشان می‌دهد. هدف از طراحی، کمینه‌سازی وزن تیر نشان داده شده در شکل (۲)، با در نظر گرفتن الزامات قابلیت اطمینان است.

طول و سطح مقطع تیر ثابت است و دو قیدِ جابجاییِ(کرنش) در سر آزاد تیر و تنش تسلیم در انتهای طرف دیگر، به عنوان قیود سخت (قیود قابلیت اطمینان) در نظر گرفته شده‌اند. مقادیر تنش و جابجایی در معادلات (۱۱) و (۱۲) فرمول‌سازی شده‌اند:

$$\sigma^b = \frac{600}{wt^2}P_y + \frac{600}{w^2t}P_x \tag{۱۱}$$

$$\delta^b = \frac{4L^3}{Ewt}\sqrt{(\frac{P_y}{t^2})^2 + (\frac{P_x}{w^2})^2} \tag{۱۲}$$

که در اینجا، δ^b,σ^b به ترتیب تنش در تکیه‌گاه و جابجایی در سر آزاد تیر هستند. t ضخامت و w عرض سطح مقطع تیر هستند و به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده‌اند. P_y,P_x بترتیب بارگذاری در راستای x و y هستند. E ماژول الاستیک بوده و L طول تیر است.

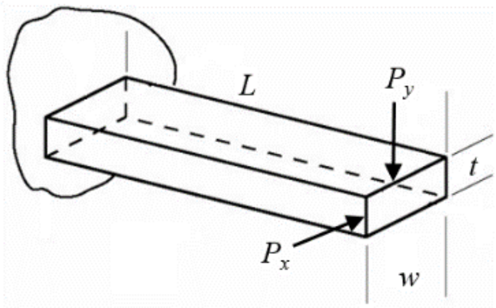
فرمول‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان در رابطه (۱۳) نشان داده شده است:

$$\begin{aligned}
&\min f = \mu_w \mu_t \\
&s.t: g_1: \frac{P\{\frac{\sigma^b}{R^b} - 1 \geq 0\}}{\Phi(-\beta)} - 1 \leq 0 \\
&g_2: \frac{P\{\frac{\delta^b}{D^b} - 1 \geq 0\}}{\Phi(-\beta)} \leq 0 \\
&0.1 < \mu_w, \mu_t < 5
\end{aligned} \tag{۱۳}$$

که در اینجا، D^b,R^b نیز بترتیب تنش تسلیم و جابجایی مجاز هستند. $\Phi(-\beta)$ هم بیانگر احتمال واماندگی مورد نظر است. μ_w,μ_t هم میانگین متغیرهای طراحی هستند. در این روابط، L=100 و D^b=2.25 به صورت غیرتصادفی مدل‌سازی شده‌اند و سایر متغیرها و پارامترهای تصادفی در جدول (۱) ارائه شده است. تمام توزیع‌ها، نرمال در نظر گرفته شده است.

وزن تیر با استفاده از بهینه‌سازی یقینی به روش GA کمینه شده است. پارامترهای الگوریتم ژنتیک به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که سرعت و دقت فرآیند بهینه‌سازی افزایش یابد. برخی از پارامترهای مهم روش GA که در این نمونه مطالعاتی مورد استفاده قرار گرفته است در جدول (۲) آورده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با استفاده از بهینه‌سازی یقینی، مقادیر متغیرهای طراحی به صورت w=2.35 و t=3.33 حاصل شده و تابع هدف برابر 7.82 خواهد شد.

شکل (۳)، فضای طراحی و نقطه بهینه را با استفاده از بهینه‌سازی یقینی نشان می‌دهد.



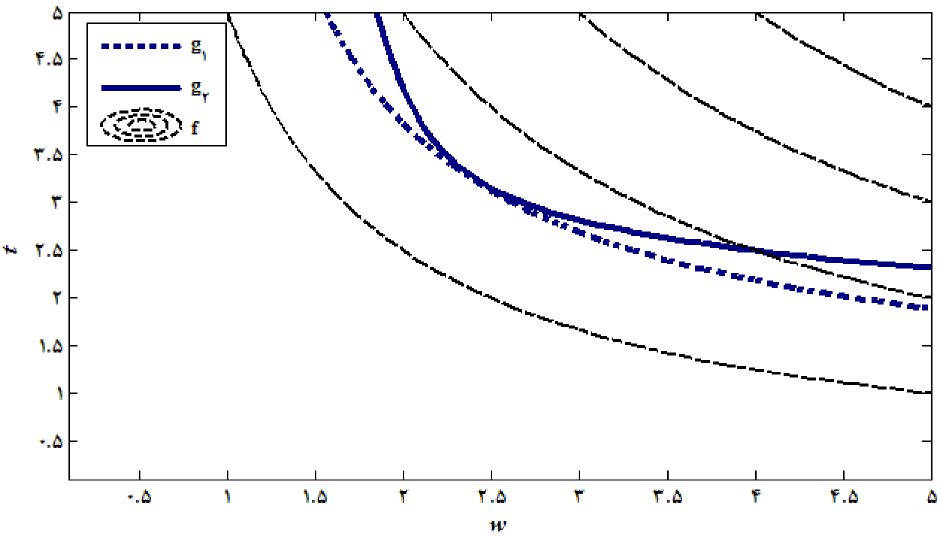
شکل۲- تیر یک سرگیردار

جدول۱- متغیرها و پارامترهای تصادفی تیر یک سرگیردار

متغیر/ پارامتر	میانگین	انحراف از معیار
w	μ_w	0.001
t	μ_t	0.001
P_x	500	100
P_y	1000	100
E	29e6	1.45e6
R^b	40000	2000

جدول۲- پارامترهای روش GA

پارامتر روش GA	جمعیت	مقدار اولیه		نرخ تولید مثل	نرخ جهش
		t	w		
مقدار	75	2	3	0.8	0.05



شکل۳- فضای طراحی تیر یک سر درگیر

جدول ۳– بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان تیر یک سر گیردار

$Max\{g_1, g_2\}$	f	μ_w	μ_t	P^{fT}	β
-0.03	9.53	2.45	3.89	1.35e-3	3
-0.47	10.26	2.57	3.99	3.17e-5	4
-0.99	11.44	2.82	4.06	2.87e-7	5

همچنین بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی، برای شاخص قابلیت اطمینان (β) مختلف پیاده‌سازی شده و نتایج آن در جدول (۳) نشان داده شده است.

در جدول (۳)، ابتدا روش ارائه شده در این مقاله به ازای β=3 محاسبه شده تا با استفاده از نتایج موجود در مرجع [۱۹] (μ_t=3.89، μ_w=2.45 و f=9.52) اعتبارسنجی شود. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که این روش از دقت بالایی برخوردار است. در ادامه روش فاصله بی‌نظمی برای بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان بحرانی تیر یک سر درگیر (β=4، β=5) به کار گرفته شده است تا احتمال واماندگی تیر کاهش یابد. نتایج نشان داده شده در جدول (۳) بیانگر این است که با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی، می‌توان به طور اصولی، قابلیت اطمینان سازه را حتی برای موارد بحرانی که احتمال شکست از مرتبه 10^{-5} و 10^{-7} است، افزایش داد. البته این نتایج را می‌توان به طور فیزیکی نیز تعبیر کرد؛ بدین صورت که برای افزایش قابلیت اطمینان طراحی، لازم است تا سطح مقطع بزرگتری برای تیر اتخاذ شود که منجر به افزایش وزن تیر (تابع هدف) می‌شود.

همچنین با توجه به مقادیر بدست آمده برای قیود در جدول (۳)، مشخص است که یک چالش بزرگ در بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان سازه‌های بحرانی، ارضای قیود سخت (قیود قابلیت اطمینان) است. این مشکل را می‌توان با استفاده از خطای نسبی[1] تخمین روش فاصله بی‌نظمی، که در رابطه (۱۴) نشان داده شده است [۱۴]، توجیه کرد.

$$E_r = \frac{std(\underline{x})}{(P_{CE}^{f}\sqrt{N})} \qquad (۱۴)$$

که در اینجا، E_r خطای نسبی تخمین، $std(.)$ انحراف از معیار نمونه‌های تصادفی و N تعداد نمونه‌ها است.

مطابق رابطه (۱۴)، هرچه احتمال واماندگی هدف کاهش یابد، خطای نسبی تخمین قابلیت اطمینان افزایش می‌یابد. از این رو برای کاهش خطا، باید تعداد نمونه‌ها را افزایش داد که منجر به افزایش زمان تحلیل می‌شود. در این مقاله N=10^6 در نظر گرفته شده است.

بنابراین تفاوت اساسی بهینه‌سازی یقینی با بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان، ماهیت تصادفی قیود سخت است که منجر نویزی شدن بهینه‌سازی می‌شود و همگرایی آن را به تاخیر می‌اندازد. برای مقایسه نتایج بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان با رویکرد متداولِ استفاده از ضریب اطمینان، در رابطه (۱۵) بهینه‌سازی با ضریب اطمینان فرمول‌سازی شده است.

---
[1] Relative error

$$\begin{aligned} &\min f = wt \\ &s.t: g_1 : \frac{\Omega\sigma^b}{R^b} - 1 \le 0 \\ &g_2 : \frac{\Omega\delta^b}{D^b} - 1 \le 0 \\ &0.1 < w,t < 5 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

جدول۴- بهینه‌سازی با استفاده از ضریب اطمینان بر روی تیر یک سر گیردار

$Max\{g_1,g_2\}$	f	w	t	Ω
0	8.91	2.35	3.32	1.25
0	10.08	2.50	4.03	1.5
0	12.24	2.84	4.31	2
0	16.02	3.27	4.90	3

که در اینجا، Ω ضریب اطمینانی است که بر روی قیود اعمال شده است.

نتایج بهینه سازی با استفاده از ضریب اطمینان نیز در جدول (۴) نشان داده شده است. نتایج جدول (۴) به خوبی نشان می‌دهد که بکارگیری ضریب اطمینان، موجب طراحی محتاطانه می‌شود، به طوری که حتی برای ضریب اطمینان 2، وزن سازه به طور قابل توجهی افزایش یافته است؛ در حالی که مطابق نتایج دست آمده در جدول (۳)، نیازی به این مقدار از افزایش وزن، حتی برای قابلیت اطمینان بالا، نیست. از طرف دیگر، با توجه به عدم ارتباط مستقیم بین ضریب اطمینان (Ω) و احتمال واماندگی (P^f)، انتخاب ضریب اطمینان دشوار بوده و وابسته به ماهیت طراحی و تجربه طراح دارد و مواردی که دیدی نسبت به طراحی وجود ندارد، انتخاب این ضریب طراحی دشوارتر می‌شود. بنابراین با بکارگیری بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان، عدم قطعیت در ویژگی‌های هندسه و مواد و بارگذاری سازه به صورت اصولی و با استفاده از روابط ریاضی فرمول‌سازی شده و وزن سازه به طور حساب شده افزایش می‌یابد و بیش طراحی[1] رخ نمی‌دهد.

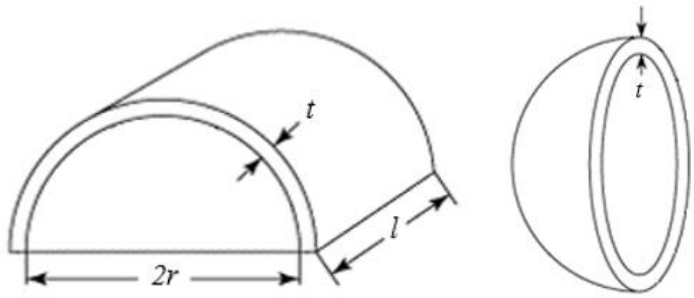
۵-۲- نمونه مطالعاتی دوم: مخزن تحت فشار

در این نمونه مطالعاتی که در مرجع [۲۰] بررسی شده، طراحی یک مخزن تحت فشار و جدار نازک که دو انتهای آن به شکل نیم کره هستند، مد نظر قرار گرفته است. هدف از طراحی این مخزن، بیشینه‌سازی حجم آن، با توجه به عدم قطعیت در بارگذاری و جنس مواد است. شکل (۴) مخزن تحت فشار را نشان می‌دهد.

فرمول‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان مخزن تحت فشار با توجه به قیود هندسی و قیود عدم واماندگی ماده در رابطه (۱۶) ارائه شده است.

---

[1] Over design



شکل۴- مخزن تحت فشار جدار نازک

$$\begin{aligned}
&\min f = \frac{4}{3}\pi\mu_r^3 + \pi\mu_r^2\mu_l \\
&s.t: g_1: \frac{P\{\frac{\sigma_1^v}{R^v} - 1 \ge 0\}}{\Phi(-\beta)} - 1 \le 0 \\
&g_2: \frac{P\{\frac{\sigma_2^v}{R^v} - 1 \ge 0\}}{\Phi(-\beta)} - 1 \le 0 \\
&g_3: \frac{l + 2r + 2t}{60} - 1 \le 0 \\
&g_4: \frac{r + t}{12} - 1 \le 0 \\
&g_5: \frac{5t}{r} - 1 \le 0 \\
&6 < \mu_r < 24,\ 10 < \mu_l < 48,\ 0.25 < \mu_t < 2
\end{aligned} \tag{۱۶}$$

که در اینجا، r شعاع نیم کره انتهایی، l طول قسمت میانی و t ضخامت مخزن است که به عنوان متغیرهای طراحی تحت عدم قطعیت در نظر گرفته شده‌اند و نحوه توزیع آن‌ها در جدول (۵) نشان داده شده است. R^vتنش تسلیم ماده بوده و σ_1^vو σ_2^vتنش‌های وارده بر جداره مخزن هستند و توسط روابط (۱۷) و (۱۸) نشان داده می‌شوند.

$$\sigma_1^v = \frac{P^v(r + 0.5t)}{2t} \tag{۱۷}$$

$$\sigma_2^v = \frac{P^v(2r^2 + 2rt + t^2)}{(2rt + t^2)} \tag{۱۸}$$

که در اینجا P^v فشار داخلی مخزن است. با توجه به رابطه (۱۶)، قیود اول و دوم (قیود عدم واماندگی ماده) به عنوان قیود سخت در نظر گرفته شده‌اند و سایر قیود هندسی به صورت قیود نرم مدل‌سازی شده‌اند. بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان این مخزن، با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی و بهینه‌سازی GA پیاده‌سازی شده و نتایج آن در جدول (۶) آورده شده است.

جدول۵– متغیرها و پارامترهای تصادفی مخزن تحت فشار

متغیر/ پارامتر	میانگین	انحراف از معیار
t	μ_t	0.1
r	μ_r	1.5
l	μ_l	3
P^v	1000	50
R^v	26e4	1.3e4

جدول۶– بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان مخزن تحت فشار

β	3	4	5
p^{fT}	1.35e-3	3.17e-5	2.87e-7
μ_t	0.43	0.41	0.51
μ_r	11.58	11.55	11.50
μ_l	36.21	36.11	35.97
f	21761	21604	21342
$Max\{g_1,g_2\}$	-0.038	-0.113	-0.214
$Max\{g_3,...,g_5\}$	0	0	0

نتایج نشان داده شده جدول (۶) نشان می‌دهد روش ارائه شده در این مقاله قادر است با دقت بالایی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان را به ازای احتمال شکست‌های مرتبه پایین (قابلیت اطمینان بالا) برای مخزن تحت فشار پیاده‌سازی نماید. نتایج بدست آمده بیانگر این است که برای کاهش احتمال واماندگی مخزن در برابر فشارهای وارده تا مرتبه 2.87e-7، لازم است تا حجم مخزن به میزان 1057 واحد نسبت به طراحی یقینی [۲۰] (t=0.25، r=11.75، l=36.00 و f=22409) کاهش یابد. در واقع از طرفی حجم مخزن کاهش می‌یابد و از طرف دیگر قابلیت اطمینان سازه به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.

در این نمونه مطالعاتی نیز با افزایش شاخص قابلیت اطمینان (β)، ارضای قیود اول و دوم که قیود قابلیت اطمینان هستند با چالش روبرو می‌شود که به دلیل افزایش ماهیت نویزی در بهینه‌سازی است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش برای بهینه‌سازی طراحی سازه‌ای بحرانی بر مبنای قابلیت اطمینان و با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی ارائه شد. بر اساس نتایج بدست آمده در این مقاله مشخص می‌شود که بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان سازه‌های بحرانی نیازمند ابزار تحلیل قابلیت اطمینان قدرتمندی است که روش فاصله بی‌نظمی این ابزار را فراهم می‌کند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد (جدول ۳ و ۶) که با بکارگیری این روش در چارچوب الگوریتم ژنتیک، می‌توان با دقت مناسبی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان را پیاده‌سازی کرد.

همچنین، بکارگیری ضریب اطمینان در فرآیند بهینه‌سازی (جدول۴)، اغلب منجر به بیش‌طراحی شده و همچنین دیدگاهی نسبت به قابلیت اطمینان مسئله ارائه نمی‌دهد. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که با استفاده از بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان این مشکل حل می‌شود، بویژه برای طراحی‌های بحرانی که بهینگی و قابلیت اطمینان به صورت همزمان مد نظر است.

از آنجایی که روش فاصله بی‌نظمی دارای ماهیت تصادفی است، بکارگیری آن در الگوریتم بهینه‌سازی جهت تحلیل قابلیت اطمینان قیود سخت، موجب نویزی شدن قیود قابلیت اطمینان می‌شود که دو پیامد اساسی دارد: (الف) همگرایی بهینه‌سازی به چالش افتاده و نیاز به الگوریتم بهینه‌سازی کارآمد است و (ب) هزینه محاسباتی طراحی افزایش می‌یابد. برای رفع این مشکل پیشنهاد می‌شود که در تحقیقات آتی روش فاصله بی‌نظمی در چارچوب‌های تک مرحله‌ای توسعه یابد تا از این طریق نیازی به اجرای این روش در هر تکرار از بهینه‌سازی نباشد.

مراجع

[1] Mohammadzadeh, H., and Abolbashari, M. H., “Reliability Based Topology Optimization for Maximizing Stiffness and Frequency Simultaneously”, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 111-116, (2017).

[2] Zhao, Y., and Ono, T., “A General Procedure for First/Second-order Reliability Method (FORM/ SORM)”, Structural Safety, Vol. 21, No. 2, pp. 95–112, (1999).

[3] Xiu, D., and Karniadakis, G., “The Wiener-Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations”, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 24, No. 2, pp. 619-644, (2002).

[4] Xiu, D., Lucor, D., Su, C., and Karniadakis, G., “Stochastic Modeling of Flow-structure Interactions using Generalized Polynomial Chaos”, Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, No. 51, pp. 51-59, (2002).

[5] Wang, H., Gong, ZH., Huang, H., Zhang, X., and Lv, ZH., “System Reliability Based Design Optimization with Monte Carlo Simulation”, Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, Chengdu, China, pp. 1143-1147, (2012).

[6] Padmanabhan, D., Agarwal, H., Renaud, J.E., and Batill, S.M., ”Monte Carlo Simulation in Reliability-based Optimization using Approximation Concepts”, Uncertainty Modeling and Analysis, Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, College Park, MD, USA, pp. 298-303, (2003).

[7] Rubinstein, R. Y., and Kroese, D. P., “*The Cross-entropy Method: A Unified Approach to Combinatorial Optimization*”, Monte-Carlo Simulation and Machine Learning, New York, Springer-Verlag, pp. 29-58, (2004).

[8] Pupashenko, M., “Minimizing Variance and Cross-entropy Importance Sampling Methods for Rare Event Simulation”, MSc. Thesis, University of Kaiserslautern, Kaiserslautern, Germany, (2011).

[9] Pugazhendhi, K., and Dhingra, A.K., “Structural Reliability Analysis with Cross Entropy and Low Discrepancy Sampling Methods”, Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering, Denver, Colorado, USA, pp. 521-530, (2011).

[10] Hui, K.P., Bean, N., Kraetzl, M., and Kroese, D. P., "The Cross Entropy Method for Network Reliability Estimation", Annals of Operations Research, Vol. 134, No. 1, pp. 101–118, (2005).

[11] Agarwal, H., "Reliability Based Design Optimization: Formulations and Methodologies", PhD Thesis, University of Notre Dame, Notre Dame, Netherlands, (2004).

[12] Choi, S.K., Ramana, V.G., and Robert, A.C., "*Reliability-based Structural Design*", 1st Ed., Springer-Verlag, (2007).

[13] Rubinstein, R. Y., and Kroese, D. P., "*Simulation and the Monte Carlo Method*", 2nd Ed., John Wiley & Sons, (2007).

[14] Kroese, D. P., Taimre, T., and Botev, Z. I., "*Handbook of Monte Carlo Methods*", 1st Ed., John Wiley & Sons, (2011).

[۱۵] باجلان، مهدی، "بهینه‌سازی چندموضوعی طراحی مفهومی ماهواره بر مبنای قابلیت اطمینان"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، (۱۳۹۲).

[16] Yao, W., Wen Yao, Xiaoqian Chen, Wencai Luo, Michelvan Tooren, Jian Guo, "Review of Uncertainty-based Multidisciplinary Design Optimization Methods for Aerospace Vehicles", Progress in Aerospace Science, Vol. 47, No. 6, pp. 450-479, (2011).

[۱۶] فکور، مهدی؛ محمدزاده، پرویز؛ باجلان، مهدی، "تحلیل قابلیت اطمینان چندقیدی با استفاده از روش فاصله بی نظمی"، مجله مکانیک تربیت مدرس، جلد ۱۴، شماره ۳، صفحه ۱-۶، (۱۳۹۳).

[18] Engelund, S., and Rackwitz, R., "A Benchmark Study on Importance Sampling Techniques in Structural Reliability", Structural Safety, Vol. 12, No. 4, pp. 255–276, (1993).

[19] Aminpour, M.A., Shin, Y., Sues, R.H., and Wu, Y.T., "A Framework for Reliability Based MDO of Aerospace Systems", 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Denver, Colorado, USA, pp. 1-8, (2002).

[20] Srivastava, R.K., and Deb, K., "An EA-based Approach to Design Optimization using Evidence Theory", Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, New York, NY, USA, pp. 1139-1146, (2011).

فهرست نمادهای انگلیسی

$c(.)$	تابع هدف
d	متغیر طراحی
D_{CE}	فاصله بی‌نظمی بین دو تابع
$f(.), h(.)$	توابع چگالی احتمال

$g(.)$	تابع قیود طراحی
$I[.]$	تابع شاخص
p	پارامتر طراحی
$P(.)$	تابع احتمال
$S(.)$	تابع حالت حدی
std	انحراف از معیار
u, v, w	پارامتر مرجع
X	متغیر تصادفی
M, N	تعداد نمونه‌های تصادفی

نمادهای یونانی

$\Phi(.)$	تابع توزیع تجمعی استاندارد
μ	مقدار میانگین
β	شاخص قابلیت اطمینان
θ	پارامتر تابع توزیع
Ω	ضریب اطمینان

بالانویس‌ها

U	حد بالا
L	حد پایین
R	بر مبنای قابلیت اطمینان
D	یقینی
f	واماندگی
f_T	واماندگی مورد انتظار
*	مقدار بهینه

زیرنویس‌ها

IS	روش نمونه برداری با اهمیت
CE	روش فاصله بی‌نظمی

Abstract

This article presents an efficient reliability-based optimization method for critical structural design, in which, the probability of failure (P_f) should remain in a small bound. Critical structures should be designed to be optimal and reliable. Despite significant progress in reliability and optimization techniques, their interaction, which is considered in reliability-based optimization (RBDO), is faced with several challenges, especially in reliability analysis of critical constraints (constraints with P_f less than 10^{-5}). To address this issue, in this paper the cross-entropy method is intended for reliability analysis and is combined with Genetic Algorithm in a double-loop framework to implement RBDO.

The cross-entropy method is based on Monte Carlo simulation, except that the variance of sampling is reduced, which leads to a faster and more accurate reliability analysis method. The proposed RBDO method is demonstrated on two structural design. The obtained results show a high capability in reliability-based optimization of critical structures. In addition, using the proposed method, in comparison with traditional safety factor method, provides a more substantial manner in reliability improvement.