

## حل تحلیلی جبهه موج حاصل از انتشار امواج انفجار با استفاده از تابع گرین

سیدمجتبی شریعتمدار<sup>۱</sup>  
دانشجوی دکترا

انتشار امواج یکی از مهمترین مسائل مطرح شده در صنایع نظامی، پدافند غیرعامل و ساخت و ساز می باشد. از میان منابع مختلف تولید امواج، انفجار به عنوان یک عامل مهم حائز اهمیت است. در اثر انفجار ماده منفجره، در زمان کوتاهی انرژی قابل توجهی آزاد می گردد. این انرژی ماده منفجره بصورت امواج لرزه ای در درون محیط منتشر می شود و ذرات محیط را به ارتعاش در می آورد و با گذشت زمان، جذب انرژی در محیط منجر به تضعیف انتشار موج و در نهایت سبب میرا شدن موج می گردد. در این مقاله، ابتدا به حل تحلیلی معادله موج دوبعدی با یک منبع ضربه ای و مقدار مرزی با استفاده از روش تابع گرین پرداخته شده و سپس تحلیل فرآیند انفجار با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حوزه زمان انجام شده است. تحلیل های انجام شده در این مقاله، تاثیر فاصله انفجار و میزان ماده منفجره را مورد بررسی قرار داده است.

ایرج جعفری گاوزن<sup>۲</sup>  
استادیار

واژه های راهنما: انتشار امواج، جبهه موج، انفجار، تابع گرین

### ۱- مقدمه

انفجارها از نظر موقعیت به دو دسته انفجار داخلی و خارجی تقسیم می شوند. انفجارهای داخلی به سه دسته انفجار در هوا، انفجار در سطح زمین و انفجار در داخل زمین تقسیم می گردند. در انفجار هوایی، انتشار امواج به صورت کروی است. اگر انفجار در سطح زمین واقع گردد، انفجار امواج ناشی از آن به صورت نیم کره می باشد و علاوه بر انتشار امواج در هوا، انتشار امواج در زمین (مثل زمین لرزه) یعنی شوک زمینی نیز رخ می دهد. در انفجار در درون زمین، انرژی انفجار به صورت موج فشاری بوده و به علت انتشار امواج در زمین، شوک های شدید در زمین را ایجاد می کند. هر بار گذاری ناشی از موج انفجار توسط سه پارامتر شکل موج، حداکثر اضافه فشار  $P_{SO}$  و زمان تداوم  $t_d$  تعیین می شود.

بر حسب فشار انفجار، موج های ناشی از آن به دو شکل موج ضربه و موج انفجار تقسیم می گردند. در موج ضربه ناشی از انفجار مواد منفجره، فشار گازهای شکل گرفته از انفجار، با انتشار از چشمه انفجار گسترش و تا فشار مبنای  $P_{SO}$  افزایش و سپس تا فشار محیطی کاهش می یابد که به این موج فاز مثبت می گویند.

<sup>۱</sup>نویسنده مسئول، دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان s\_m\_shariatmadar@semnan.ac.ir  
<sup>۲</sup>استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان i\_jafari@semnan.ac.ir

در نتیجه انتشار موج، گازهای حاصل از انفجار سرد شده و فشار آنها به مقدار ناچیزی کمتر از فشار اتمسفر می‌رسد. به دلیل این اختلاف فشار، جهت جریان معکوس شده و به سمت مرکز انفجار باز می‌گردد. نتیجه این عمل کاهش فشار یا مکش خواهد بود که به آن فاز منفی گفته می‌شود. فشار فاز منفی نسبتاً کوچک و تدریجی بوده، به طوری که در اکثر مواقع از آنها صرف‌نظر می‌شود.

در سال (۱۹۹۰) دستورالعمل TM5-1300 [۲] به صورت مشترک توسط بخش‌های نیروی زمینی، نیروی دریایی و نیروی هوایی ارتش آمریکا تهیه شد که به صورت گسترده جهت طراحی سازه‌ها در برابر انفجار مورد استفاده قرار گرفت.

در سال (۲۰۰۸) دستورالعمل UFC 3-340-02 [۱] که نسخه بروز شده TM5-1300 [۲] می‌باشد، توسط بخش دفاعی آمریکا تهیه شد و هم‌اکنون به عنوان مبنای اصل طراحی و تحقیقات در این حوزه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فلدگان و همکاران (۲۰۱۶) بار انفجاری و اثر انفجار بر ساختمان‌ها را بررسی کردند و نقطه نظرات جامعی را در اثر انفجار روی ساختمان‌ها ارائه دادند. همچنین مکانیزم‌های انفجار و موج حاصل از آنها در فضای آزاد و نیز اثر آن روی ساختمان را مطالعه کردند آنها همچنین روش‌های مختلفی را جهت ارزیابی بارگذاری انفجار و پاسخ سازه را بیان کردند [۳ و ۴].

بنگاش و همکاران (۲۰۰۶) ارزیابی اجتماعی آسیب‌های ناشی از انفجاری را بررسی کردند. در این زمینه یک روش احتمالی با توزیع ناقص را با متغیرهای وزن معادل خراج TNT و فاصله را ارائه نمودند. همچنین محافظت از ساختمان‌ها با یک سیستم یک درجه آزادی<sup>۱</sup> را بیان کرده و در نهایت با حل عددی مسئله را تشریح کردند [۵]. با توجه به اینکه برای بدست آوردن معادله‌ای ریاضی ممکن است چندین فرض ساده شونده انجام گردد لذا بهتر است معادله ریاضی به روش‌های دقیق حل گردد. یا به بیان دیگر تا جایی که ممکن است حل تحلیلی معادله را بدست آورد، زیرا روش‌های عددی جایی استفاده می‌شوند که حل تحلیلی برای مسئله ناممکن یا دشوار باشد. در معادلات دیفرانسیل با ضرایب و عبارات خطی روش تحلیلی تابع گرین<sup>۲</sup> یکی از روش‌های پرکارآمد می‌باشد.

در ریاضیات، تابع گرین پاسخ ضربه یک معادلات دیفرانسیل ناهمگن در یک دامنه تعریف شده، با شرایط مرزی و اولیه مشخص می‌باشد. با بهره‌گیری از اصل برهم‌نهی<sup>۳</sup>، کانولوشن تابع گرین با یک تابع دلخواه  $f(x)$  روی همان دامنه، حل معادله دیفرانسیل ناهمگن برای  $f(x)$  می‌باشد. این تابع به نام ریاضیدان انگلیسی جورج گرین نام‌گذاری شده که نخستین بار در دهه (۱۸۳۰) این مفهوم را بیان کرد [۱].

## ۲- حل تحلیلی معادله موج دوبعدی با منبع ضربه‌ای

معادله موج دو بعدی با یک منبع ضربه برابر است با [۶]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - P \delta(x) \delta(y) \delta(t) \quad (1)$$

<sup>1</sup> SDOF

<sup>2</sup> Green's Function Method (GFM)

<sup>3</sup> superposition principle

در این رابطه  $\delta(x)$  و  $\delta(y)$  و  $\delta(t)$ ، توابع دلتای دیراک هستند که موقعیت و ماهیت منبع ضربه را نشان می‌دهند. ترم ناهمگن بیان می‌کند که منبعی با بزرگی  $P$  در مبدا مختصات قرار گرفته و در زمان به صورت ضربه‌ای است. شرایط اولیه،

$$\phi \Big|_{t=0} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (۲)$$

و شرایط همگرایی در بینهایت،

$$\phi \Big|_{\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow \infty} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow \infty} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow \infty} = 0 \quad (۳)$$

معادله موج (۱) دو متغیر مکان  $x$  و  $y$ ، و یک متغیر زمان  $t$  دارد. تبدیل لاپلاس نسبت به متغیر زمان عبارت است از:

$$\phi^*(s) = \int_0^{\infty} \phi(t) \exp(-st) dt \quad (۴)$$

و تبدیل فوریه دو گانه نسبت به متغیرهای مکان به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{\phi}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \exp(+i\xi x) dx, \quad \phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\phi}(\xi) \exp(-i\xi x) d\xi \quad (۵)$$

$$\tilde{\phi}(\eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(y) \exp(+i\eta y) dy, \quad \phi(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\phi}(\eta) \exp(-i\eta y) d\eta \quad (۶)$$

در ابتدا کرنل تبدیل لاپلاس ( $\exp(-st)$ ) را در دو طرف معادله دیفرانسیل (۱) ضرب کرده، در این صورت معادله زیر بدست می‌آید:

$$\int_0^{\infty} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - P \delta(x) \delta(y) \delta(t) \right) \exp(-st) dt \quad (۷)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \int_0^{\infty} \phi \exp(-st) dt + \frac{d^2}{dy^2} \int_0^{\infty} \phi \exp(-st) dt = \quad (۸)$$

$$\frac{1}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \exp(-st) dt - P \delta(x) \delta(y) \int_0^{\infty} \delta(t) \exp(-st) dt$$

با توجه به روابط (۲)، (۳) و (۴) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \exp(-st) dt = \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} \exp(-st) \right]_{t=0}^{t \rightarrow \infty} + [s\phi \exp(-st)]_{t=0}^{t \rightarrow \infty} + s^2 \int_0^{\infty} \phi \exp(-st) dt \quad (۹)$$

$$= s^2 \phi^*$$

از طرفی:

$$\int_0^{\infty} \delta(t) \exp(-st) dt = 1 \quad (۱۰)$$

حال با جایگذاری روابط (۴)، (۹) و (۱۰) در رابطه (۸)، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^2 \phi^*}{dx^2} + \frac{d^2 \phi^*}{dy^2} = (s/c)^2 \phi^* - P \delta(x) \delta(y) \quad (۱۱)$$

طبق روابط (۵) و (۶):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{d^2 \phi^*}{dx^2} + \frac{d^2 \phi^*}{dy^2} = (s/c)^2 \phi^* - P \delta(x) \delta(y) \right) \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy \quad (12)$$

با استفاده از شرایط همگرایی (روابط (۳))، هر ترم به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy &= -\xi^2 \tilde{\phi}^* \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial y^2} \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy &= -\eta^2 \tilde{\phi}^* \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} P \delta(x) \delta(y) \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy &= P \end{aligned} \quad (13)$$

معادلات (۱۳) با توجه به روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} \exp(+i\xi x) dx \\ = \left[ \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \exp(+i\xi x) \right]_{x \rightarrow -\infty}^{x \rightarrow +\infty} - i\xi \left[ \phi^* \exp(+i\xi x) \right]_{x \rightarrow -\infty}^{x \rightarrow +\infty} - \xi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^* \exp(+i\xi x) dx \\ = -\xi^2 \bar{\phi}^* \end{aligned} \quad (14)$$

که در رابطه فوق:

$$\int_0^{\infty} \left( \phi \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0 \right) \exp(-st) dt \Rightarrow \phi^* \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0 \quad (15)$$

و:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \delta(y) \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy &= 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^* \exp(+i\xi x) dx \right) \exp(+i\eta y) dy &= \tilde{\phi}^* \end{aligned} \quad (16)$$

بنابراین معادله جبری ساده زیر برای تابع مجهول  $\tilde{\phi}^*$  بدست می‌آید:

$$-\xi^2 \tilde{\phi}^* - \eta^2 \tilde{\phi}^* = (s/c)^2 \tilde{\phi}^* - P \Rightarrow \tilde{\phi}^* = \frac{P}{\xi^2 + \eta^2 + (s/c)^2} \quad (17)$$

اولین انتگرال معکوس فوری به نسبت به پارامتر  $\eta$  است. این رابطه به یک انتگرال نیمه بینهایت کاهش می‌یابد،

به صورت زیر:

$$\bar{\phi}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P}{\xi^2 + \eta^2 + (s/c)^2} \exp(-i\eta y) d\eta = \frac{P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\eta y)}{\eta^2 + \sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}} d\eta \quad (18)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + a^2} \cos(xy) dx = \frac{\pi}{2a} \exp(-a|y|) \Rightarrow \bar{\phi}^* = \frac{P}{2\sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}} \exp\left\{-|y| \sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}\right\} \quad (19)$$

در مرحله دوم، از انتگرال معکوس نسبت به پارامتر  $\xi$  استفاده کرده، در این صورت:

$$\bar{\phi}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P}{2\sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}} \exp\left\{-|y|\sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}\right\} \exp(-i\xi x) d\xi \quad (20)$$

انتگرال بالا نیز به یک انتگرال نیمه بینهایت کاهش می یابد، به صورت زیر:

$$\phi^* = \frac{P}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}} \exp\left\{-|y|\sqrt{\xi^2 + (s/c)^2}\right\} \cos(\xi x) d\xi \quad (21)$$

با استفاده از فرمول زیر:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \exp(-c\sqrt{x^2 + a^2}) \cos(bx) dx = K_0(a\sqrt{b^2 + c^2}) \quad (22)$$

که در آن  $K_0(\ )$  تابع بسل اصلاح شده نوع دوم است.

$$\phi^* = \frac{P}{2\pi} K_0\left(\frac{s}{c}\sqrt{x^2 + y^2}\right) \Rightarrow \phi = \frac{P}{2\pi} L^{-1}\left[K_0\left(\frac{s}{c}\sqrt{x^2 + y^2}\right)\right] \quad (23)$$

با توجه به فرمول زیر:

$$L^{-1}[K_0(as)] = \frac{H(t-a)}{\sqrt{t^2 - a^2}} = \begin{cases} 0 & ; t < a \\ \frac{1}{\sqrt{t^2 - a^2}} & ; t > a \end{cases} \quad (24)$$

با توجه به فرمول فوق برای تابع  $\phi$  عبارت زیر بدست آورده می شود:

$$\phi = \frac{cP}{2\pi} \frac{H(ct-r)}{\sqrt{(ct)^2 - r^2}} = \frac{cP}{2\pi} \begin{cases} 0 & ; ct < r \\ \frac{1}{\sqrt{(ct)^2 - r^2}} & ; ct > r \end{cases} \quad (25)$$

که در آن  $H(\ )$  تابع پله‌ای واحد هویساید<sup>۱</sup> بوده و فاصله شعاعی  $r$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (26)$$

در نتیجه، بطور کلی تابع گرین معادله موج دو بعدی به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - P\delta(x)\delta(y)\delta(t) \Rightarrow \phi = \frac{cP}{2\pi} \frac{H(ct-r)}{\sqrt{(ct)^2 - r^2}} \quad (27)$$

### ۳- تحلیل فرآیند انفجار

در اثر وقوع انفجار در یک نقطه، موج انفجار به صورت یک پالس شوک شکل گرفته و به صورت کروی در همه جهات شروع به پیشروی می کند. نمودار فشار- زمان موج در حال انتشار برای نقطه‌ای که از مرکز انفجار فاصله دارد، مطابق شکل (۱) می باشد. ذرات هوا در قسمت‌های مختلف این پالس تمایل دارند که با سرعتی که برابر سرعت موضعی صوت در محیط اطراف هر قسمت است، در هر طرف پخش شوند. در این فرآیند ابتدا گاز، داغ و فشرده شده و سپس شروع به انبساط می کند. با وجود این فشار گاز در مرکز انفجار به سرعت افت می کند. در فواصل دورتر از مرکز انفجار فازهای مثبت و منفی به وجود می آید.

<sup>1</sup> Heaviside

مقدار ماکزیمم فشار در فاز مثبت از فشار فاز منفی بیشتر است. در شکل (۱)،  $t_a$  زمان رسیدن موج از لحظه انفجار به مکان مورد نظر می‌باشد. در این لحظه فشار ناگهان افزایش می‌یابد. ولی این مقدار به سرعت رو به زوال می‌رود و به صورت شبه نمایی نسبت به زمان میرا می‌شود.  $t_d$  مدت زمان فاز مثبت موج است. برای شبیه‌سازی عددی این فرآیند معمولاً از یک رابطه تحلیلی بین فشار و فاصله به فرم زیر استفاده می‌شود [۶]:

$$\frac{P_{SO}}{P_a} = \frac{808 \left[ 1 + \left( \frac{z}{4.5} \right)^2 \right]}{\sqrt{\left[ 1 + \left( \frac{z}{0.048} \right)^2 \right]} \sqrt{\left[ 1 + \left( \frac{z}{0.32} \right)^2 \right]} \sqrt{\left[ 1 + \left( \frac{z}{1.35} \right)^2 \right]}} \quad (28)$$

که در آن  $P_{SO}$  ماکزیمم فشار نسبی،  $P_a$  فشار محیط و  $z$  فاصله مقیاس شده<sup>۱</sup> می‌باشد.  $z$  از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۶ و ۹]:

$$z = \frac{R}{W^{1/3}} \quad (29)$$

در رابطه فوق نیز  $R$  فاصله از مرکز انفجار و  $W$  وزن ماده منفجره مبنا می‌باشد. مدت زمان فاز مثبت موج  $t_d$  یکی از پارامترهای مهم در ارزیابی توان تخریب موج می‌باشد. زیرا مقدار آسیب موج علاوه بر مقدار نیرو به مدت زمان آن نیز بستگی دارد. مدت زمان موج منفی هرچند از مدت زمان فاز مثبت بیشتر است (حدود ۲۰ برابر)، لیکن بدلیل کمتر بودن فشار منفی اثر کمتری دارد. مدت زمان  $t_d$  از رابطه زیر تعیین می‌گردد [۷]:

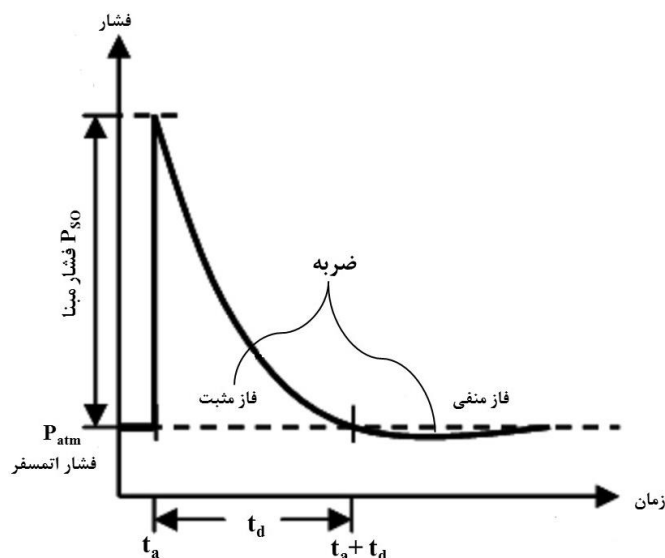
$$\frac{t_d}{W^{1/3}} = \frac{980 \left[ 1 + \left( \frac{z}{0.54} \right)^{10} \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{z}{0.02} \right)^3 \right] \left[ 1 + \left( \frac{z}{0.074} \right)^6 \right] \sqrt{1 + \left( \frac{z}{6.9} \right)^2}} \quad (30)$$

همانطور که قبلاً نیز بیان شد، یکی از جنبه‌های مهم موج که باعث صدمه و تخریب می‌شود، عامل ضربه<sup>۲</sup> موج می‌باشد. مقدار ضربه (بر واحد سطح) اعمال شده برابر مساحت زیر نمودار فشار- زمان موج می‌باشد که از رابطه تجربی زیر قابل محاسبه است [۷]:

$$\frac{I}{A} = \frac{0.067 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{0.23} \right)^4}}{z^2 \left( \sqrt{1 + \left( \frac{z}{1.55} \right)^3} \right)^{1/3}} \quad (31)$$

<sup>1</sup> Scaled Distance

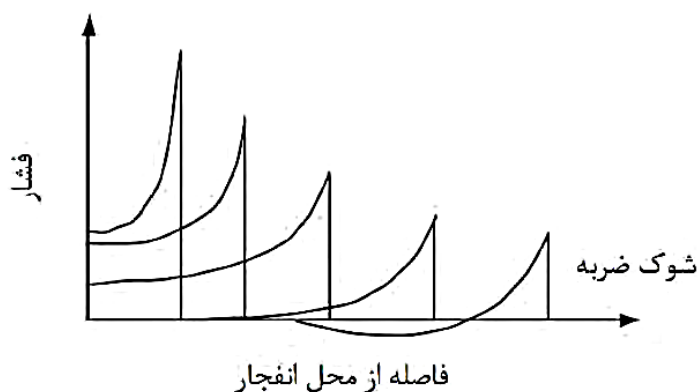
<sup>2</sup> Impulse



شکل ۱- شماتیک پروفیل انفجار در هوا مشخصات موج انفجار [۸]

جدول ۱- خواص مواد منفجره متراکم شده و ضریب تبدیل TNT [۸]

ماده منفجره	انرژی جرم مخصوص kJ/kg	ضریب هم ارزی TNT	چگالی Mg/m <sup>3</sup>	سرعت انفجار ناگهانی Km/s	فشار انفجار ناگهانی GPa
پنتولیت (۵۰/۵۰)	۵۱۱۰	۱/۱۲۹	۱/۶۶	۷/۴۷	۲۸
TNT	۴۵۲۰	۱	۱/۶	۶/۷۳	۲۱
RDM	۵۳۶۰	۱/۱۸۵	۱/۶۵	۸/۷۰	۳۴
Comp.B	۵۱۹۰	۱/۱۴۸	۱/۶۹	۷/۹۹	۲۹/۵
HMX	۵۶۸۰	۱/۲۵۶	۱/۹	۹/۱۱	۳۸/۷



شکل ۲- افت فشار نسبت به فاصله از محل انفجار [۹]

برای تعیین قدرت انفجار ناشی از هر نوع ماده منفجره، معمولاً میزان انرژی انفجار معادل با یک ماده منفجره مینا که عموماً TNT می‌باشد، سنجیده می‌شود. بدین منظور کافی است که انرژی حاصل از هرگونه انفجار را بر انرژی آزاد شده از انفجار تقسیم کرد (۱ کیلوگرم TNT معادل  $4520 \text{ kJ/kg}$  می‌باشد). به عبارت دیگر [۸]:

$$W_{TNT} = \frac{E_{release}}{4520 \text{ kJ/kg}} \quad (32)$$

### ۳-۱- انتشار موج انفجار

فشار ناشی از موج ضربه یا موج فشار با افزایش فاصله جبهه موج، کاهش یافته و به فشار محیطی میل می‌کند. و در نهایت پس از رسیدن وضعیت به فشار محیطی، فشار منفی باعث بازگشت هوا به مرکز انفجار می‌گردد.

### ۳-۲- بازتاب موج انفجار و فشارهای ناشی از آن

موج انفجار پس از برخورد با مانعی صلب و یا ماده‌ای که بطور متوسط چگالی بیشتری نسبت به محیط انتقال دهنده موج داشته باشد منعکس می‌گردد. بازتابش موج در اطراف مانع به مشخصات هندسی و اندازه مانع بستگی دارد. ساده‌ترین حالت بازتاب موج انفجار موج به صورت عمودی به دیوار صلب بینهایت بزرگ می‌باشد. در این حالت جبهه موج انفجار با سرعت  $U_s$  در هوا به مانع برخورد می‌نماید در بازتاب صورت می‌گیرد.

با فرض محافظ کارانه فشار بازتاب  $P_r$  را می‌توان بر اساس برخورد موج انفجار به صورت عمودی به سازه مطابق رابطه زیر محاسبه نمود [۱۰].

$$P_r = 2P_{SO} \left[ \frac{7P_a + 4P_{SO}}{7P_a + P_{SO}} \right] \quad (33)$$

$P_a$  فشار محیطی

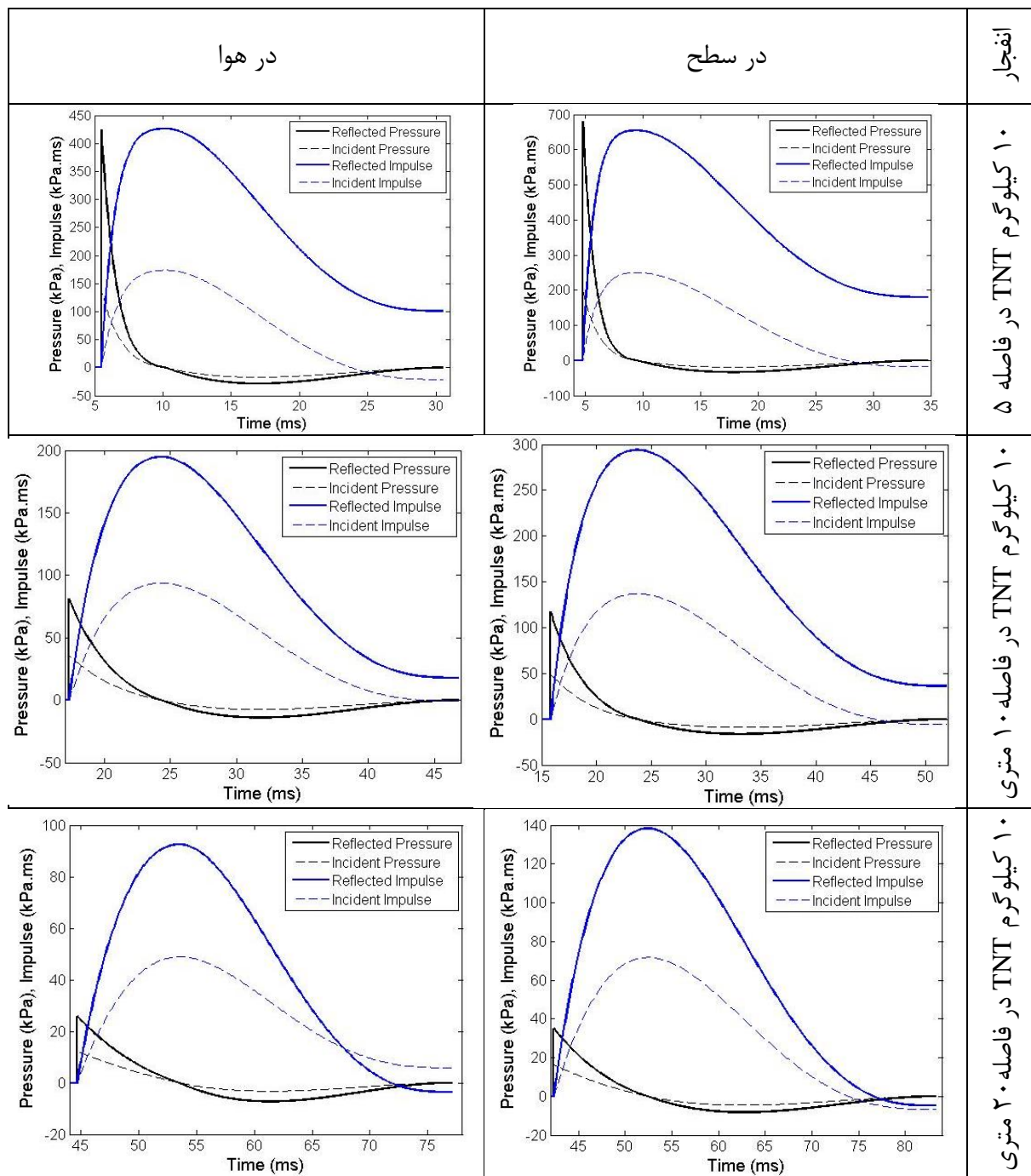
$P_{SO}$ : فشار مبنای انفجار در محل سطح مانع

### ۴- نتایج و بحث

برای بررسی تاثیر مقدار خرج و فاصله انفجار، تحلیل‌های عددی مختلفی انجام شد. بدین منظور یکبار موج حاصل از انفجار ۱۰ کیلوگرم خرج TNT در فواصل ۵، ۱۰ و ۲۰ متری بررسی شده، که نتایج حاصل به صورت جدول (۲) می‌باشد. مدل‌سازی عددی فرآیند انفجار در نرم‌افزار متلب انجام شده است.

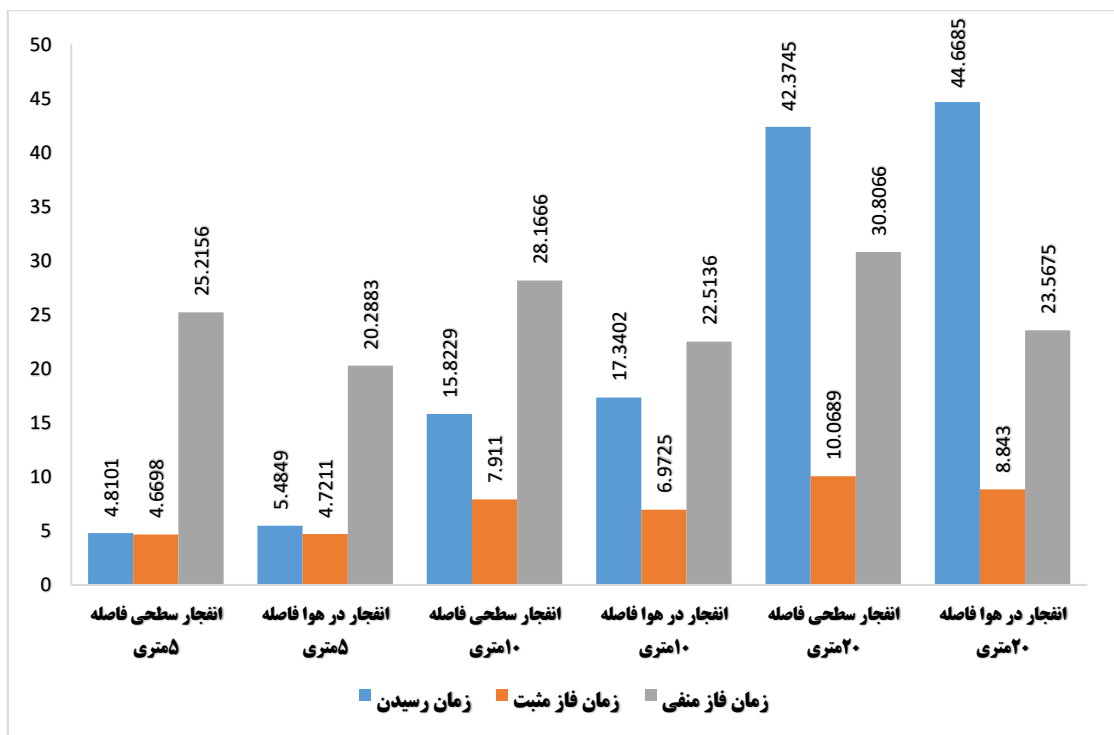


جدول ۲- تاثیر ۱۰ کیلوگرم TNT در فواصل مختلف



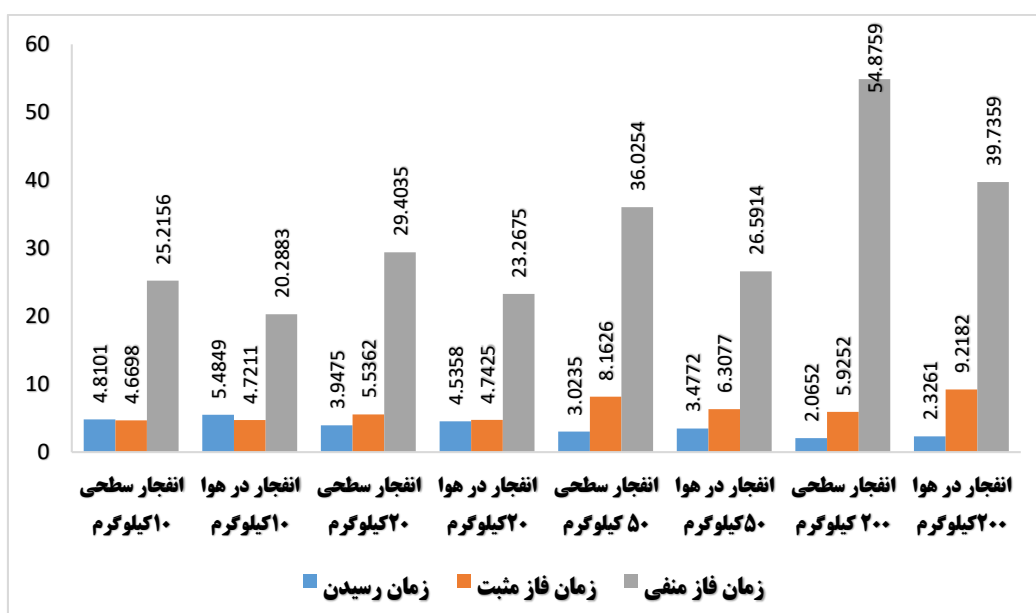
همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود هنگامی که انفجار در سطح صورت می‌گیرد، زمان رسیدن موج انفجار به هدف نسبت به انفجار در هوا، کمتر است. توجیه فیزیکی این قضیه را بدین صورت می‌توان بیان کرد که اگر امواج انفجار را به صورت امواج صوتی در نظر بگیریم، هر چه از سطح زمین دور بشویم و بالاتر رویم، دما کمتر می‌شود. در نتیجه طبق رابطه زیر سرعت صوت نیز کمتر می‌شود.

$$V = V_0 + Tc \tag{۳۴}$$



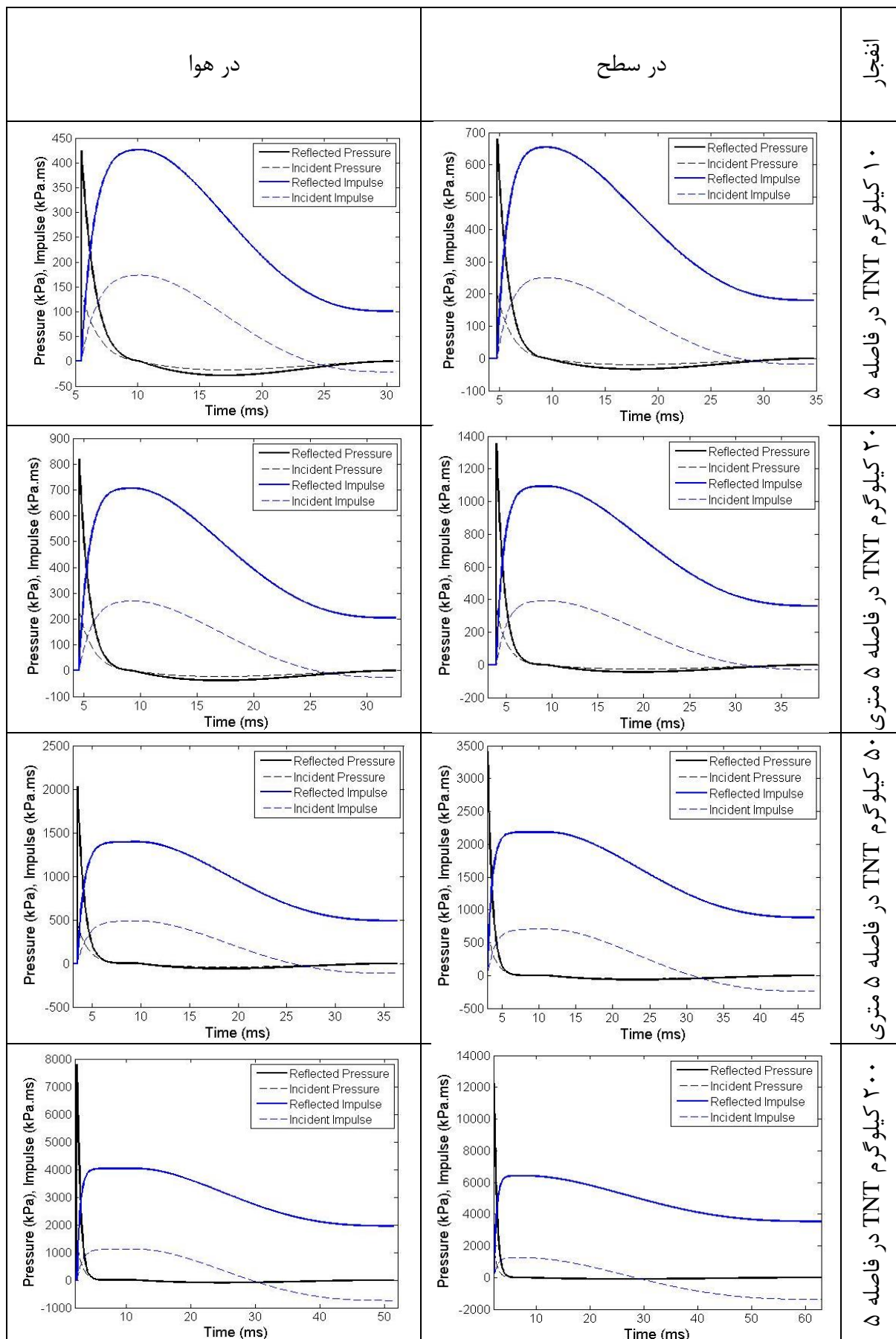
شکل ۳- انفجار ۱۰ کیلوگرم TNT در فواصل ۵، ۱۰ و ۲۰ متری

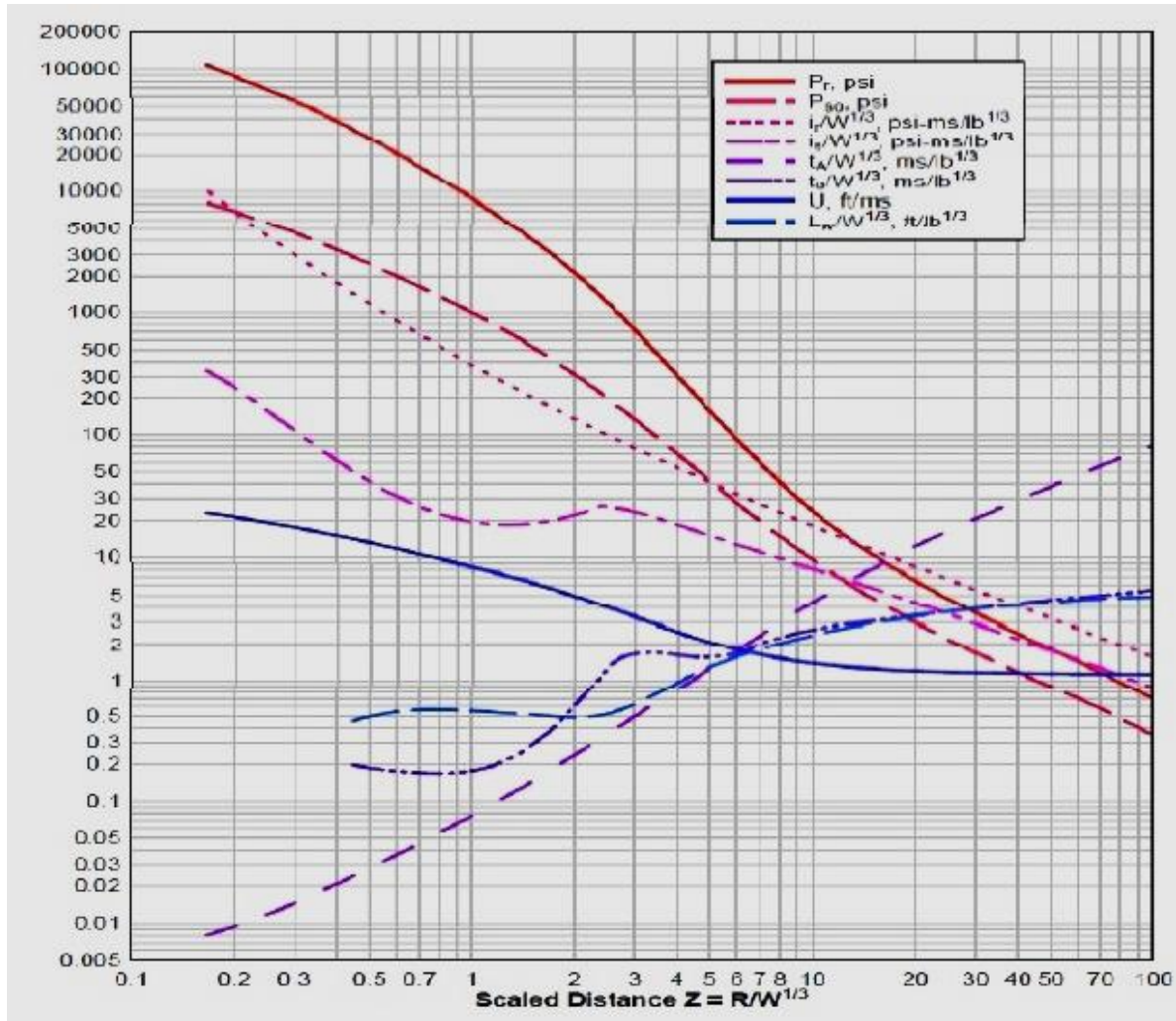
که در رابطه فوق  $V_0$  سرعت صوت در دمای صفر درجه که برابر با  $331/4 \text{ m/s}$  و  $T_c$  برابر با دمای مورد نظر است. در نتیجه هر چه سرعت کمتر شود زمان رسیدن موج به هدف افزایش می‌یابد. همچنین زمان فاز مثبت و زمان فاز منفی انفجار در سطح، نسبت به انفجار در هوا بیشتر است. در حالت دیگر موج حاصل از انفجار مقادیر ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۲۰۰ کیلوگرم TNT در فاصله ۵ متری مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۴- انفجار ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۲۰۰ کیلوگرم TNT در فاصله ۵ متری

جدول ۳- مقایسه انفجار جرم‌های مختلف TNT در فاصله یکسان





شکل ۵- پارامترهای موج شوک فاز مثبت برای انفجارات سطحی کروی [۱۱]

همانطور که در شکل (۴) مشاهده می‌شود، زمان رسیدن موج و برخورد موج ضربه به هدف بسیار کوتاه و در حد میلی‌ثانیه است. مطابق شکل (۴) زمان رسیدن موج و برخورد موج ضربه به هدف با افزایش وزن ماده منفجره و در فاصله یکسان، کاهش و زمان فاز مثبت و فاز منفی افزایش می‌یابد. در شکل (۵) کلیه پارامترهای لازم در محاسبه بار انفجاری و مدت زمان آن بر حسب  $Z$  های مختلف بدست آمده است [۱۱]:

#### ۴- نتیجه‌گیری

تحلیل فرآیند انفجار با استفاده از روش‌های عددی و مدل‌سازی‌های نرم‌افزاری قابل انجام است. با استفاده از تحلیل‌های انجام شده در این مقاله می‌توان تاثیر فاصله انفجار و میزان ماده منفجره را بررسی نمود. همانطور که قبلاً بیان شد در تحلیل‌های انجام شده از ماده منفجره TNT به عنوان مبنا استفاده می‌گردد. اما در عمل و برای تخمین اثرات انفجاری مواد منفجره دیگر می‌توان نتایج حاصل از ماده مبنای TNT را برای سایر موارد تعمیم داد. بدین منظور ابتدا وزن معادل TNT ماده منفجره شده را تعیین کرده و سپس با محاسبه پارامتر  $Z$  می‌توان قدرت انفجاری ماده مورد نظر را در فاصله دلخواه تعیین کرد.

با توجه به نتایج بدست آمده، زمان رسیدن موج انفجار به هدف در انفجار سطحی سریعتر از انفجار در هواست و همچنین با افزایش وزن ماده منفجره، زمان رسیدن موج انفجار و ضربه موج به هدف کاهش می‌یابد.

## مراجع

- [1] Unified Facilities Criteria (UFC 3-340-02); "Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions", US Department of Defense, Washington DC, 5 December, (2008).
- [2] Accidental Explosions; TM 5-1300; "The Design of Structures to Resist the Effects of US Department of the Army, Navy, and Air Force"; Washington DC, (1990).
- [3] Feldgun, V.R., Karinski, Y.S., and Yankelevsky, D.Z., "Experimental Simulation of Blast Loading on Structural Elements using Rarefaction Waves & Theoretical Analysis", Int J. Prot. Struct. Vol. 80, No. 3, pp. 290-319, (2016).
- [4] Feldgun, V.R., Karinski, Y.S., Edri, I., Tsemakh, D., and Yankelevsky, D.Z., "On Blast Pressure Analysis Due to a Partially Confined Explosion: II. Theoretical Studies", Int. J. Prot. Struct, Vol. 3, No. 1, pp. 61-79, (2012).
- [5] Bangash, N.Y.H., and Bangash, T., "*Explosion-resistant Buildings*", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp. 67-101, (2006).
- [6] Brode, H. L., "Numerical Solution of Spherical Blast Waves", J. Appl. Phys, Vol. 26, pp. 8921-8979, (1955).
- [7] Henrych, J., "*The Dynamics of Explosion and its Use*", Elsevier Scientific Pub. Co., Vol. 1, Amsterdam, (1979).
- [8] Kinney, G.F., "Explosive Shocks in Air Monterey, California", United States Naval Postgraduate School, pp. 1-17, (1962).
- [9] Zyskowski, A., Sochet, I., Mavrot, G., Bailly, P., and Renard, J., "Study of the Explosion Process in a Small Scale Experiment-structural Loading", Journal of Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 17, No. 4, pp. 291-299, (2004).
- [10] Langdon, G.S., and Schleyer, G.K., "Response of Quasi-statically Loaded Corrugated Panels with Partially Restrained Boundaries", Exp Mech, Vol. 47, pp. 251-261, (2007).
- [11] Bing, L., Tso-Chien, P., and Anand, N., "*A Case Study of the Effect of Cladding Panels on the Response of Reinforced Concrete Frames Subjected to Distant Blast Loadings*", Elsevier, Singapore, (2008).

### فهرست نمادهای انگلیسی

$P_{SO}$ : فشار مبنای انفجار

$t_d$ : زمان تداوم

$P$ : بزرگی منبع موج

$X$  و  $y$ : متغیر مکان

$t$ : متغیر زمان

$R$ : فاصله از مرکز موج انفجار

$t_a$ : زمان رسیدن موج از لحظه انفجار تا هدف

$P_a$ : فشار محیط

$Z$ : فاصله مقیاس شده

$W$ : وزن ماده منفجره

$U_s$ : سرعت جبهه موج انفجار

$P_r$ : فشار بازتاب

$V_0$ : سرعت صوت در دمای صفر درجه

$Tc$ : دما

### نمادهای یونانی

$\delta(x)$ ،  $\delta(y)$  و  $\delta(t)$ : توابع دلتای دیراک نسبت به مکان و زمان

$\eta$ : اولین پارامتر انتگرال معکوس فوریه

$\xi$ : دومین پارامتر انتگرال معکوس فوریه

$\phi$ : تابع موج

**Abstract**

Waves propagation is one of the issues which is considered in defense industry, construction and passive defense. Among the various sources of waves, the explosion is an important factor. After explosion, considerable energy is released in a short time. This energy is emitted into the environment as seismic waves and vibrates the particles in the environment and after that, energy absorption in the environment eventually lead to the weakening of wave propagation and finally wave attenuation.

In this paper, at first, the analytical solution of two-dimensional wave equation with a source of shock and boundary value using the Green's function method is discussed and then the analysis of explosion process is done by using the Finite Difference Time-Domain Method. The analysis conducted in this paper examine the effect of distance and weight of the explosive.