

ارائه حل تحلیلی برای مطالعه رفتار دینامیکی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال با اعمال فرم کلی مدل ساختاری

موسی رضائی^۱

استاد

وحید عرب ملکی^۲

دانشجوی دکترا

در مقاله حاضر با ارائه فرم کلی مدل ویسکوالاستیک، مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال مطالعه شده است. معادله حرکت حاکم با لحاظ کردن انواع مدل‌های ساختاری ویسکوالاستیک استخراج و با ارائه حل دقیق شکل مودهای سیستم بدست آمده است. سپس، تأثیر پارامترهای مختلف بر مقادیر ویژه، ناپایداری دیورژانس و فلاتر مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با اعمال مدل ویسکوالاستیک، فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش یافته و سرعت ناپایداری دیورژانس در مودهای بالاتر به شدت افزایش می‌یابد. به عنوان یک نتیجه جدید مشاهده می‌شود در لوله‌های ویسکوالاستیک به ازای مقادیر مشخصی از پارامترها، ناپایداری فلاتر می‌تواند سریع‌تر از ناپایداری دیورژانس اتفاق افتد. بعلاوه، به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر مودهای ارتعاشی، رفتار مودهای ترکیبی ظاهر نمی‌شود.

واژه‌های راهنما: لوله حامل سیال، رفتار ویسکوالاستیک، تحلیل دینامیکی، مقادیر ویژه مختلط، ناپایداری.

۱- مقدمه

پدیده ارتعاشات القائی ناشی از سیال در لوله‌های حامل سیال در بسیاری از کاربردهای مهندسی، پالایشگاه‌ها و نیروگاه‌ها، خطوط انتقال نفت و گاز، مهندسی پزشکی و غیره اتفاق می‌افتد. با توجه به اهمیت موضوع، در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه مطالعه رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های حامل سیال صورت پذیرفته است. Paidoussis برخی از پدیده‌های خطی و غیرخطی این سیستم‌ها را مورد تحلیل قرار داده و کمک بسیار بزرگی به پیشرفت تحقیقات انجام شده در این زمینه کرده است [۱-۳]. مدل‌های خطی بررسی رفتار ارتعاشات عرضی لوله‌های حامل سیال استفاده زیادی در کاربردهای مهندسی داشته و در بسیاری از مطالعات، رفتار ارتعاشات خطی این سیستم‌ها از دیدگاه‌های مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است.

^۱ نویسنده مسئول، استاد، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز m_rezaee@tabrizu.ac.ir

^۲ دانشجوی دکترا، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز vahid_maleki@tabrizu.ac.ir

Qian [۴] با استفاده از روش عددی DQM به بررسی رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و تحت بارهای حرارتی پرداخته است. آنها با استفاده از اصل همپلتون معادله حرکت حاکم بر سیستم را استخراج کرده و به بررسی اثر تنش‌های حرارتی با مدل‌های خطی و غیرخطی پرداخته‌اند. Li و همکاران [۵] با استفاده از روش المان محدود رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال با تکیه‌گاه میانی را به صورت عددی مطالعه کردند. Kheiri و همکاران [۶] به بررسی رفتار دینامیکی و پایداری لوله‌های حامل سیال با تکیه‌گاه‌های الاستیک در دو انتها پرداختند. آنها بستر الاستیک را با استفاده از فنرهای خطی و پیچشی مدل‌سازی کرده و با بکارگیری اصل همپلتون معادلات حاکم بر حرکت را به همراه شرایط مرزی متناظر استخراج نمودند. آنها سرعت بحرانی سیال را به ازای مقادیر مختلفی از سفتی فنرهای بستر بدست آورده و رفتار سیستم را با استفاده از منحنی‌های ارگوند تشریح کردند و به این نتیجه رسیدند که رفتار این سیستم‌ها بسیار پیچیده و در اغلب موارد غیرقابل پیش‌بینی^۱ می‌باشد.

Paidoussis و Li [۷]، Ibrahim [۸ و ۹] و Paidoussis [۱۰ و ۱۱] در مقالات مروری خود، تحقیقات گسترده انجام شده زمینه ارتعاشات لوله‌های حامل سیال را معرفی کرده‌اند.

وجود میرایی در سازه‌ها رفتار دینامیکی آنها را تا حد زیادی تحت تأثیر قرار می‌دهد. مکانیزم میرایی اغلب بسیار پیچیده است و در اکثر کاربردهای مهندسی از مدل میرایی تناسبی استفاده می‌شود و پارامترهای میرایی اغلب با استفاده از نتایج تست‌های تجربی محاسبه می‌شوند. هر چند رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال توسط محققان بسیاری مورد توجه قرار گرفته است اما اکثر این بررسی‌ها با فرض رفتار الاستیک بوده و مطالعات انجام شده در زمینه رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال بسیار محدود می‌باشد [۱۱-۱۵]. از آنجا که در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند لوله‌های حامل سیال با دما و فشار بالا، مواد رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند [۱۶-۱۸].

بنابراین بررسی رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال ضروری به نظر می‌رسد.

Steindl و Troger [۱۹ و ۲۰] رفتار دینامیکی لوله ویسکوالاستیک یکسرگردار حامل سیال با فنر متصل به آن را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از روش کاهش منیفولد نواحی ناپایدار سیستم را شناسایی کردند. Zhong و همکاران [۱۵] با استفاده از اصل همپلتون معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله‌های ویسکوالاستیک منحنی را استخراج کرده و به بررسی تأثیر پارامترهای مهم بر رفتار دینامیکی لوله‌های ویسکوالاستیک با مدل کلونین-وویت پرداخته‌اند. Kruijer و همکاران [۲۱] به صورت تئوری و تجربی به مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک لوله‌های پلی‌اتیلنی پرداختند. آنها نشان دادند که رفتار ویسکوالاستیک تأثیر زیادی بر عملکرد این سیستم‌ها دارد و مدل تئوری ارائه شده تطابق بسیار مناسبی با نتایج تست‌های تجربی برای لوله‌های تحت فشار داخلی دارد.

Zhong و همکاران [۲۲] رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها را مورد بررسی قرار دادند. آنها رفتار ویسکوالاستیک را با مدل ماکسول مدل‌سازی کرده و معادلات حرکت را با روش تفاضلات محدود حل کردند.

¹Unpredictable

نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که سرعت دیورژانس لوله‌های ویسکوالاستیک با مدل ماکسول، با افزایش پارامتر میرایی کاهش می‌یابد و برای پارامتر میرایی بزرگتر از 10^3 رفتار پایداری لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال تقریباً مشابه لوله‌های الاستیک می‌باشد. Vassilev و Djondjorov [۲۳] پایداری دینامیکی لوله‌های ویسکوالاستیک یکسرگیردار حامل سیال واقع بر بستر الاستیک با توزیع سفتی متغیر را مورد مطالعه قرار دادند. آنها مسأله مقدار ویژه را با استفاده از روش گالرکین و شوتینگ استخراج کرده و تأثیر توزیع بستر، نسبت جرمی و میرایی سازه‌ای بر رفتار سیستم مورد بررسی قرار دادند.

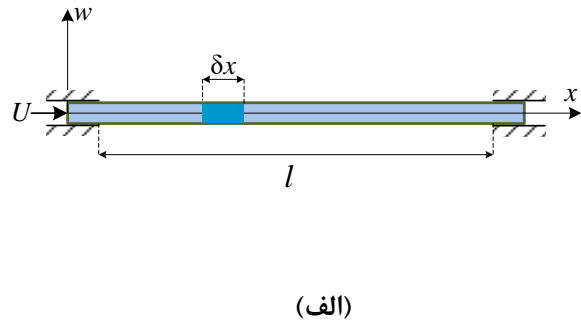
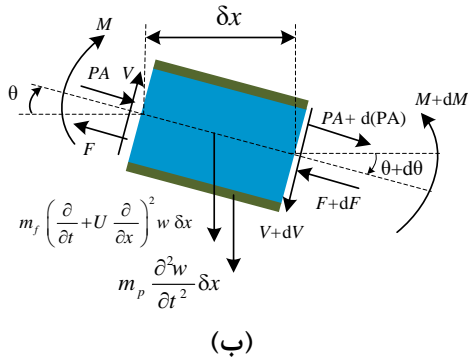
Sinir و Demir [۲۴] با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه به بررسی رفتار ارتعاشی لوله‌های دوسرگیردار ویسکوالاستیک حامل سیال پرداختند. آنها رفتار ویسکوالاستیک را مطابق مدل کلونین-وویت در نظر گرفته و رزونانس‌های سیستم را بررسی کردند. رفتار ارتعاشی این لوله‌ها تحت بارهای حرارتی و با استفاده از اصل همپلتون توسط Zhao و همکاران [۲۵] به صورت عددی مطالعه شده است. آنها پاسخ فرکانسی سیستم و وابستگی آن به دمای بحرانی و سرعت نوسانی سیال را مورد بررسی قرار دادند.

وجود خاصیت ویسکوالاستیک در مواد باعث تغییر قابل ملاحظه‌ای در رفتار دینامیکی سازه‌ها می‌شود. در بسیاری از کاربردهای عملی لوله‌های حامل سیال، از لوله‌های پلیمری یا لوله‌های فلزی حامل سیال دما بالا استفاده می‌شود که در این شرایط نمی‌توان رفتار لوله را به صورت الاستیک در نظر گرفت و برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی این مواد بایستی از تئوری‌های ویسکوالاستیک استفاده نمود. بر این اساس در تحقیق حاضر با ارائه فرم کلی مدل رفتاری ویسکوالاستیک، رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته و اثر پارامترهای ویسکوالاستیک بر مشخصه‌های ارتعاشی این سیستم‌ها مورد مطالعه گرفته است. معادلات حرکت حاکم بر سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتن استخراج و با ارائه روش تحلیلی، مقادیر ویژه و شکل مودهای مختلط برای لوله با شرایط تکیه‌گاهی گیردار در دو انتها محاسبه شده است. در نهایت، تأثیر پارامترهای ویسکوالاستیک سه مدل کلونین-وویت، ماکسول و مدل جامد استاندارد خطی بر سرعت بحرانی و مشخصه‌های ارتعاشی لوله حامل سیال مطالعه شده است.

۲- استخراج معادله حرکت

در شکل (۱) لوله ویسکوالاستیک به طول l حامل سیال با سرعت ثابت U و فشار ثابت P نشان داده شده است. فرض می‌شود که تغییرات دمایی سیستم برابر ΔT باشد. اگر A_p و A_f بترتیب برابر مساحت سطح مقطع لوله و سطح سیال، ρ_p و ρ_f بترتیب نشان دهنده جرم واحد حجم لوله و سیال باشد در این صورت جرم واحد طول لوله و سیال بترتیب $\rho_p A_p$ و $\rho_f A_f$ خواهد بود. برای استخراج معادله حرکت حاکم بر سیستم، مطابق شکل (۱-ب) دیگرام نیرویی المانی از لوله و سیال به طول δx در نظر گرفته می‌شود که در آن $M(x, t)$ گشتاور خمشی، $V(x, t)$ نیروی برشی، $F(x, t)$ نیروی اندرکنش بین لوله و سیال است. نیروی اینرسی المان لوله با استفاده از رابطه (۱) به دست می‌آید:

$$\rho_p A_p \delta x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$



شکل ۱- (الف) لوله حامل سیال، (ب) المانی از لوله

که در آن $w = w(x, t)$ نشان دهنده جابجایی مرکز المان در جهت محور z می‌باشد. نیروی اینرسی المان سیال را با توجه به مفهوم حرکت نسبی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\rho_f A_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w \delta x \quad (2)$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن در راستای محور قائم z می‌توان نوشت:

$$(F + dF) \sin(\theta + d\theta) - (V + dV) \cos(\theta + d\theta) - F \sin(\theta) + V \cos(\theta) + (P + dP) A_f \sin(\theta + d\theta) - PA \sin(\theta) = \rho_p A_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta x + \rho_f A_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w \delta x \quad (3)$$

با توجه به اینکه

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} \delta x, \quad dQ = \frac{\partial Q}{\partial x} \delta x, \quad dP = \frac{\partial P}{\partial x} \delta x, \quad (4)$$

$$\sin \theta \cong \tan \theta, \quad \sin(\theta + d\theta) \cong \tan(\theta + d\theta) = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta x, \quad \cos \theta \cong 1$$

با جایگذاری روابط اخیر در معادله (۳) و با صرفنظر کردن از جملات شامل توان‌های بالای δx خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} (F \frac{\partial w}{\partial x}) - \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (PA \frac{\partial w}{\partial x}) - \rho_f A_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w - \rho_p A_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

با صرفنظر کردن از اینرسی دورانی معادله تعادل گشتاورها حول محوری عمود بر صفحه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(M + dM) - (V + dV) \delta x - M = 0 \quad (6)$$

با ساده‌سازی معادله اخیر، رابطه بین نیروی برشی V و گشتاور خمشی M به صورت $V = \frac{\partial M}{\partial x}$ به دست می‌آید. با جایگذاری این رابطه در معادله (۵) معادله حرکت لوله حامل سیال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + (F - PA) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_f A_f U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho_f A_f U \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + (\rho_p A_p + \rho_f A_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

اگر دو انتهای لوله کاملاً مقید باشند و در راستای محور طولی حرکت وجود نداشته باشند، فشار داخلی باعث ایجاد نیروی کشش در لوله می‌شود که مقدار آن برای لوله‌های نازک برابر $-2\nu PA$ است که در آن ν نسبت

پواسون می‌باشد [۲۶]. همچنین، با در نظر گرفتن اثرات دما، نیروی محوری ایجاد شده در لوله برابر F_t خواهد بود. اگر F_0 نیروی کششی اعمالی به لوله باشد معادله حرکت (۷) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \{m_f U^2 + (F_0 + F_t) - PA(1 - 2\nu)\} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

۱-۲- اثرات ویسکوالاستیک

برای ماده استاندارد خطی، رفتار ویسکوالاستیک را می‌توان با استفاده از رابطه تنش- کرنش زیر بیان نمود:

$$\Gamma \sigma = \Xi \varepsilon \quad (9)$$

که در آن σ تنش عمودی ناشی از خمش و ε مؤلفه محوری کرنش ناشی از خمش می‌باشد و

$$\varepsilon = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (10)$$

و اپراتورهای Γ و Ξ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Gamma [] = a_0 [] + a_1 \frac{\partial}{\partial t} [] \quad (11-الف)$$

$$\Xi [] = b_0 [] + b_1 \frac{\partial}{\partial t} [] \quad (11-ب)$$

در معادلات (۱۱) ثوابت a_0, a_1, b_0, b_1 تعیین کننده خواص رئولوژیکی^۱ ماده می‌باشند. در جدول (۱) این ثوابت برای مدل‌های ویسکوالاستیک استاندارد، تامسون- پوینتینگ، ماکسول و کلونین- ویت نشان داده شده است. در تحقیق حاضر، برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک ماده لوله، فرم کلی معادلات استخراج و سپس مدل‌های مختلف مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در حالت حدی، اگر $E_1 \rightarrow \infty$ مدل کلونین- ویت حاصل می‌شود و اگر سفتی E_2 حذف شود، یعنی $E_2 = 0$ ، مدل ماکسول برای رفتار ویسکو الاستیسیته بدست می‌آید. ضریب میرایی سازه‌ای را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به دست آورد [۲۷]:

$$c = \tau_R E_2 \quad (11-ج)$$

که در آن c ضریب میرایی سازه‌ای یا ضریب میرایی دینامیکی و τ_R زمان خزش می‌باشد. در ارتعاشات عرضی گشتاور خمشی M ایجاد شده ناشی از مؤلفه σ_x تنش را می‌توان با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود:

$$M = \int_A z \sigma_x dA \quad (12)$$

جدول ۱- پارامترهای رئولوژیکی انواع مدل‌های ویسکوالاستیک

	a_0	a_1	b_0	b_1
Standard Linear Solid model	E_2	c	$E_1 E_2$	$(E_1 + E_2)c$
Thomson- Poynting	$(E_1 + E_2)$	c	$E_1 E_2$	$E_1 c$
Maxwell	E_1	c	0	$E_1 c$
Kelvin-Voigt	1	0	E_1	c

¹ Rheological properties

با اعمال اپراتور Γ به رابطه (۱۲) و با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) خواهیم داشت:

$$\Gamma M = \int_A \Gamma [z\sigma_x] dA = - \int_A z \Xi [\varepsilon] dA = - I \Xi \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (13)$$

که در آن I ممان اینرسی دوم سطح مقطع لوله می‌باشد. با اعمال اپراتور Γ به دو سمت تساوی رابطه (۸) و با استفاده از رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$I \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Xi \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \right) + \{m_f U^2 + (F_0 + F_t) - PA(1-2\nu)\} \Gamma \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + 2m_f U \Gamma \left[\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right] + (m_p + m_f) \Gamma \left[\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] = 0 \quad (14)$$

با جایگذاری اپراتورهای Γ و Ξ با استفاده از رابطه (۱۱) معادله حاکم بر حرکت لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال با مدل رفتاری تامسون-پوینتینگ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I b_1 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} + I b_0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \{m_f U^2 + (F_0 + F_t) - PA(1-2\nu)\} a_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} + 2m_f U a_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + \{m_f U^2 + (F_0 + F_t) - PA(1-2\nu)\} a_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f U a_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_p + m_f) a_1 \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} + (m_p + m_f) a_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

اگر در رابطه اخیر $a_1 = 0, a_0 = 1, b_0 = E, b_1 = \eta$ باشد، در این صورت معادله حرکت به دست آمده دقیقاً مشابه معادله حرکت ارتعاشات عرضی لوله‌های حامل سیال با مدل رفتار کلونین-وویت خواهد بود [۲۸]. در عمل تکیه‌گاه‌های گیردار به صورت کاملاً صلب عمل نمی‌کند و تکیه‌گاه دارای انعطاف‌پذیری است که اصطلاحاً سفتی مرزی^۱ نامیده می‌شود. در تحقیق حاضر برای ایجاد مدل واقع بینانه‌تر و به منظور مدل کردن شرایط مرزی غیرایده‌آل (الاستیک)، تکیه‌گاه‌ها به صورت غیرصلب و توسط فنر پیچشی با سفتی C و فنر راستایی با سفتی K که هر کدام به ترتیب در برابر شیب و خیز لوله مقاومت نشان می‌دهند مدل شده است (شکل ۲). با استفاده از قانون دوم نیوتن، شرایط مرزی الاستیک در دو انتهای لوله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = 0: \quad I \Xi \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right] - F_0 \Gamma \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] + K_L \Gamma [w] = 0, \quad I \Xi \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] - C_L \Gamma \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0$$

$$x = l: \quad I \Xi \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right] - F_0 \Gamma \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] + K_R \Gamma [w] = 0, \quad I \Xi \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] - C_R \Gamma \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \quad (16)$$

که در آن اندیس‌های L و R به ترتیب مشخص کننده تکیه‌گاه سمت چپ و سمت راست لوله می‌باشند.

¹ Boundary stiffness

۲-۲- اثرات دمایی

ضریب رسانائی گرمایی یک ماده، معکوس مقاومت ویژه آن ماده می‌باشد و به صورت $\alpha = 1/\lambda$ تعریف می‌شود که در آن λ مقاومت ویژه ماده است. رابطه بین تغییرات دمایی ΔT و مقاومت ویژه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_0 \alpha \Delta T \quad (17)$$

که در آن λ_0 مقاومت ویژه در دمای محیط می‌باشد. در تحقیق حاضر دو مدل خطی و غیرخطی برای تنش‌های حرارتی مورد استفاده قرار داده می‌شود. در حالت خطی تنش‌های حرارتی، نیروی محوری ایجاد شده به صورت زیر می‌باشد:

$$F_t = EA_p \alpha \Delta T \quad (18)$$

در حالتی که تنش‌های حرارتی به صورت غیرخطی باشند، در این صورت نیروی محوری ایجاد شده ناشی از تنش‌های حرارتی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۹]:

$$F_t = EA_p \alpha \Delta T + \hbar A_p \alpha^2 \Delta T^2 \quad (19)$$

که در آن

$$\hbar = \hbar_1(1-2\nu) - 2\hbar_2(\nu^2 - 1) + \hbar_3\nu^2 \quad (20)$$

در معادله اخیر \hbar_1 ، \hbar_2 و \hbar_3 ثوابت مورناگان^۱ می‌باشند.

۲-۳- بی‌بعد سازی و شرایط مرزی

به منظور مطالعه پارامتریک، معادله حرکت (۱۵) به فرم بی‌بعد بازنویسی می‌شوند. با تعریف متغیرهای بی‌بعد به صورت

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{w}{l}, \quad \tau = \left(\frac{EI}{m_p + m_f} \right)^{1/2} \frac{t}{l^2}, \quad u = \left(\frac{m_f}{EI} \right)^{1/2} Ul, \quad \beta = \frac{m_f}{m_p + m_f} \quad (21)$$

$$T = \frac{Fl^2}{EI}, \quad \Pi = \frac{PAI^2}{EI}, \quad \varepsilon\alpha = \frac{b_1}{a_0} \frac{1}{l^2} \left[\frac{I}{E(m_p + m_f)} \right]^{1/2}, \quad \lambda = \frac{b_0}{a_0 E}, \quad \gamma = \frac{a_1}{a_0} \frac{1}{l^2} \left(\frac{EI}{m_p + m_f} \right)^{1/2}$$

معادله حرکت را می‌توان بر حسب پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر بیان کرد:

$$\varepsilon\alpha \frac{\partial^5 \eta}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \lambda \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \gamma \{u^2 - T + \Pi(1-2\nu)\} \frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^2 \partial \tau} + 2\beta^{1/2} \gamma u \frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi \partial \tau^2} \quad (22)$$

$$+ \{u^2 - T + \Pi(1-2\nu)\} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta^{1/2} u \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \gamma \frac{\partial^3 \eta}{\partial \tau^3} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0$$

¹ Murnaghan

در رابطه اخیر متغیرهای بی‌بعد $\varepsilon\alpha$ ، λ و γ بترتیب معرف زمان رهايش^۱، سفتی خمشی^۲ و ثابت خزش^۳ می‌باشد. با استفاده از متغیرهای بی‌بعد تعریف شده در رابطه (۲۱)، شرایط مرزی اخیر را می‌توان بر حسب متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} \xi = 0: \quad & \frac{I}{l^2} \Xi \left[\frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^3} \right] - F_0 \Gamma \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] + K_L \Gamma [\eta] = 0, & \frac{I}{l^2} \Xi \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right] - C_L \Gamma \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] = 0 \\ \xi = 1: \quad & \frac{I}{l^2} \Xi \left[\frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^3} \right] - F_0 \Gamma \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] + K_R \Gamma [\eta] = 0, & \frac{I}{l^2} \Xi \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right] - C_R \Gamma \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

۴-۲- مسأله مقدار ویژه

با در نظر گرفتن جواب فرضی معادله حرکت (۲۲) به صورت $\eta(\xi, \tau) = \phi_n(\xi) e^{\Omega_n \tau}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (\alpha \Omega_n + \lambda) \frac{d^4 \phi_n}{d\xi^4} + [u^2 - T + \Pi(1 - 2\nu)] (\gamma \Omega_n + 1) \frac{d^2 \phi_n}{d\xi^2} \\ + 2\beta^{1/2} u (\Omega_n + \gamma \Omega_n^2) \frac{d\phi_n}{d\xi} + (\Omega_n^2 + \gamma \Omega_n^3) \phi_n = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

وابستگی فرکانس‌های طبیعی به پارامترهای سرعت سیال، نیروی محوری، دما، پارامترهای رئولوژیک لوله و مشخصات هندسی را می‌توان از تعیین مقادیر ویژه Ω_n که از حل عددی معادله مشخصه (۲۴) به دست می‌آیند، تعیین نمود. با حل مسأله مقدار ویژه، مقادیر ویژه Ω_n به شکل مختلط زیر به دست می‌آیند:

$$\Omega_n = \text{Re}(\Omega_n) + i \text{Im}(\Omega_n) \quad (25)$$

که در آن $\text{Re}(\Omega_n)$ و $\text{Im}(\Omega_n)$ به ترتیب نشان دهنده میرایی و فرکانس طبیعی سیستم می‌باشند. با توجه به مقادیر ویژه و علامت‌های بخش‌های حقیقی و موهومی، رفتار دینامیکی سیستم به صورت زیر قابل تفکیک است:

- اگر بخش موهومی مقادیر ویژه مخالف صفر باشد ($\text{Im}(\Omega_n) \neq 0$):
 - $\text{Re}(\Omega_n) = 0$ در این صورت لوله دارای نوسانات با دامنه ثابت خواهد بود،
 - $\text{Re}(\Omega_n) > 0$ پاسخ به صورت نوسانی بوده و دامنه نوسانات سیستم به صورت نمایی افزایش می‌یابد (ناپایداری دینامیکی یا فلتر)،
 - $\text{Re}(\Omega_n) < 0$ پاسخ به صورت نوسانی بوده و دامنه نوسانات سیستم بصورت نمایی کاهش می‌یابد.
- اگر بخش موهومی مقادیر ویژه برابر صفر باشد ($\text{Im}(\Omega_n) = 0$):
 - $\text{Re}(\Omega_n) = 0$ در این صورت سیستم دارای نقطه بحرانی خواهد بود،
 - $\text{Re}(\Omega_n) > 0$ دامنه حرکت سیستم به صورت نمایی افزایش می‌یابد (ناپایداری استاتیکی یا دیورژانس)،

¹ Relaxation time

² Bending stiffness

³ Retardation/creep time

- $\text{Re}(\Omega_n) < 0$ دامنه حرکت سیستم به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

با توجه به معادله (۲۴) و در نظر گرفتن پاسخ به صورت $\phi_n = Ce^{\lambda_n x}$ ، جواب معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi_n(\xi) = C_{1n}(e^{\lambda_{1n}x} + C_{2n}e^{\lambda_{2n}x} + C_{3n}e^{\lambda_{3n}x} + C_{4n}e^{\lambda_{4n}x}) \quad (26)$$

که در آن λ_{in} ، ریشه‌های معادله مشخصه (۲۴) هستند که از حل معادله زیر به دست می‌آیند:

$$(\alpha\Omega_n + \lambda)\lambda_n^4 + [u^2 - T + \Pi(1 - 2\nu)](\gamma\Omega_n + 1)\lambda_n^2 + 2\beta^{1/2}u(\Omega_n + \gamma\Omega_n^2)\lambda_n + (\Omega_n^2 + \gamma\Omega_n^3) = 0 \quad (27)$$

برای لوله با شرایط تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها، شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$\phi_n(0) = \phi_n'(0) = 0, \quad \phi_n(1) = \phi_n'(1) = 0 \quad (28)$$

با جایگذاری معادله (۲۶) در شرایط مرزی اخیر، خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \lambda_{1n} & \lambda_{2n} & \lambda_{3n} & \lambda_{4n} \\ e^{\lambda_{1n}} & e^{\lambda_{2n}} & e^{\lambda_{3n}} & e^{\lambda_{4n}} \\ \lambda_{1n}e^{\lambda_{1n}} & \lambda_{2n}e^{\lambda_{2n}} & \lambda_{3n}e^{\lambda_{3n}} & \lambda_{4n}e^{\lambda_{4n}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \\ C_{3n} \\ C_{4n} \end{Bmatrix} = 0 \quad (29)$$

برای داشتن جواب غیر بدیهی معادله (۲۹) باید دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد. با استفاده از روابط (۲۶) و (۲۹) شکل مودهای ارتعاشی مختلط لوله ویسکوالاستیک حاوی سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\phi_n(\xi) = C_{1n} \left[e^{\lambda_{1n}x} + \frac{(\lambda_{4n} - \lambda_{1n})(e^{\lambda_{3n}} - e^{\lambda_{1n}})}{(\lambda_{4n} - \lambda_{2n})(e^{\lambda_{3n}} - e^{\lambda_{2n}})} e^{\lambda_{2n}x} - \frac{(\lambda_{4n} - \lambda_{1n})(e^{\lambda_{2n}} - e^{\lambda_{1n}})}{(\lambda_{4n} - \lambda_{3n})(e^{\lambda_{2n}} - e^{\lambda_{3n}})} e^{\lambda_{3n}x} \right. \\ \left. - \left(1 - \frac{(\lambda_{4n} - \lambda_{1n})(e^{\lambda_{3n}} - e^{\lambda_{1n}})}{(\lambda_{4n} - \lambda_{2n})(e^{\lambda_{3n}} - e^{\lambda_{2n}})} - \frac{(\lambda_{4n} - \lambda_{1n})(e^{\lambda_{2n}} - e^{\lambda_{1n}})}{(\lambda_{4n} - \lambda_{3n})(e^{\lambda_{2n}} - e^{\lambda_{3n}})} \right) e^{\lambda_{4n}x} \right] \quad (30)$$

با توجه به اینکه شکل مودهای ارتعاشی سیستم به صورت مختلط می‌باشند، بنابراین پاسخ سیستم را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\eta(\xi, \tau) = \phi_n(\xi)e^{\Omega_n\tau} + \bar{\phi}_n(\xi)e^{\bar{\Omega}_n\tau} \quad (31)$$

که در آن $\bar{\phi}_n(\xi)$ و $\bar{\Omega}_n$ به ترتیب مزدوج مختلط تابع شکل مود ارتعاشی و مقادیر ویژه سیستم می‌باشند.

۳- بررسی نتایج

با توجه به اینکه در معادله حرکت حاکم بر سیستم به علت سرعت سیال و رفتار ویسکوالاستیک، میرایی در سیستم ایجاد می‌شود بنابراین مقادیر ویژه و شکل مودهای سیستم به صورت مختلط ظاهر خواهند شد که در ادامه به مطالعه پارامترهای تأثیرگذار بر رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال پرداخته می‌شود. جنس لوله مورد بررسی فولاد در نظر گرفته شده و مشخصات فیزیکی و هندسی لوله و سیال عبارتند از:

$$\rho = 0.1602 \text{ kg/m}, \quad m_p = 1.2706 \text{ kg/m}, \quad L = 2 \text{ m}, \quad I = 5.97 \times 10^{-9} \text{ m}^4, \quad E_2 = 205 \text{ GPa}$$

$$\dot{h} = -140E_2, \quad A = 1.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

به منظور بررسی دقت نتایج تحقیق حاضر از نتایج تحقیق [۳۰] استفاده می‌شود. در شکل (۳) تغییرات بخش موهومی مقادیر ویژه بر حسب بخش حقیقی مقادیر ویژه لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال رسم شده است. مشابه تحقیق مرجع [۳۰] این نتایج برای لوله ویسکوالاستیک با مدل کلین-وویت و به ازای زمان آسایش $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ استخراج شده است.

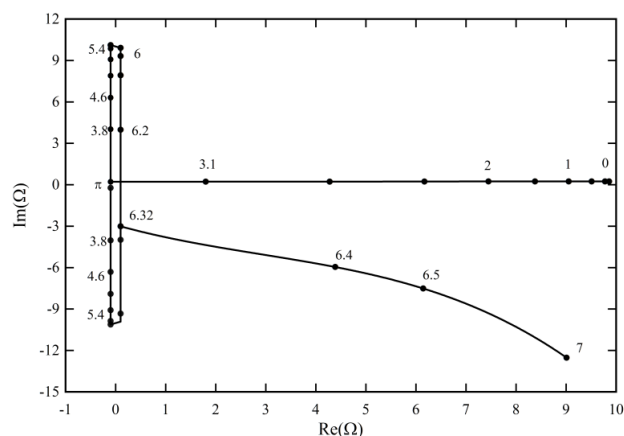
با مقایسه این منحنی با نتایج ارائه شده در مرجع مذکور مشاهده می‌شود که مدل ارائه شده از دقت بسیار مناسبی در بررسی رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک برخوردار است. لازم به ذکر است که در مطالعه انجام شده توسط Issid و Paidoussis [۳۰] هر چند رفتار ارتعاشات خطی لوله‌های حامل سیال مورد مطالعه قرار گرفته است، اما تاکنون تأثیر پارامترهای ویسکوالاستیک بر رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های حامل سیال بررسی نشده است. در جدول (۱) مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال به ازای سرعت‌های مختلف سیال و $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ با نتایج مرجع [۳۰] مورد مقایسه قرار گرفته است.

همانطور که مشاهده می‌شود نتایج روش ارائه شده تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع مزبور دارد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت سیال بخش موهومی مقادیر ویژه که معرف فرکانس‌های طبیعی سیستم هستند کاهش یافته و بخش حقیقی مقادیر ویژه به علت غالب بودن اثرات نیروهای گریز از مرکز ایجاد شده ناشی از سرعت جریان سیال، افزایش یافته و در نتیجه میرایی سیستم افزایش می‌یابد.

۱-۳- لوله ویسکوالاستیک مدل کلین-وویت

به منظور بررسی اثر مدل کلین-وویت ابتدا حالت استاتیکی جریان، یعنی $u = 0$ مد نظر قرار می‌گیرد. اگر از اثرات میرایی سازه‌ای صرف‌نظر شود در اینصورت مقادیر ویژه فقط دارای بخش موهومی خواهند بود که نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشند.

با افزایش میرایی سازه‌ای، مقادیر ویژه به صورت مختلط ظاهر می‌شوند که بخش حقیقی و موهومی به ترتیب نشان دهنده میرایی و فرکانس‌های طبیعی سیستم است.



شکل ۳- تغییرات مقدار ویژه بی‌بعد اول لوله با مدل کلین-وویت با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای

$$\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ و } \beta = 0.5, T = \Pi = \lambda = \gamma = 0$$

جدول ۱- مقایسه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها

به ازای $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ با نتایج مرجع [۳۰]

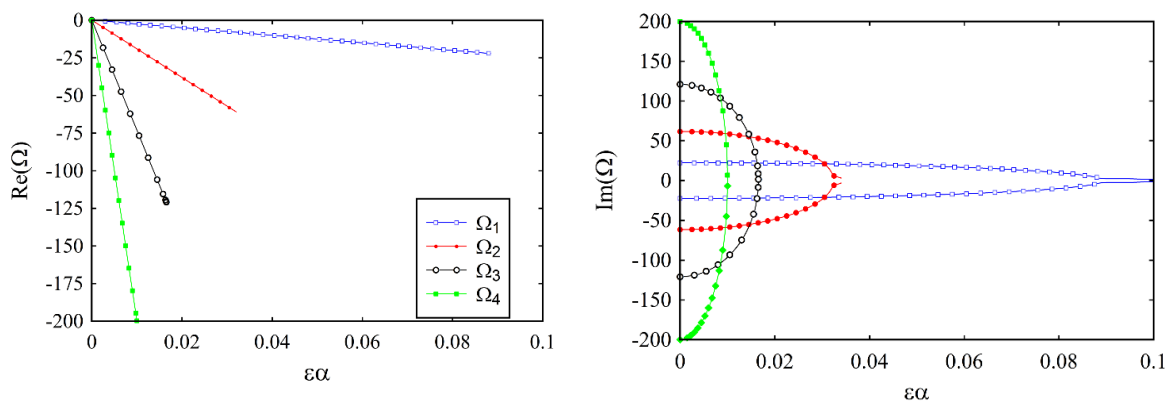
u	0	2	π	3.25	4	5.5	6
Present work	0.243+9.867i	0.241+7.485i	0.227+0.574i	± 2.801	± 7.118	± 11.012	± 9.180
Païdoussis and Issid [36]	0.165+9.908i	0.165+7.439i	0.247+0.164i	± 2.649	± 7.010	± 9.980	± 8.317

در شکل (۴) بخش‌های حقیقی و موهومی چهار مقدار ویژه اول لوله دوسرگیردار بر حسب پارامتر بی‌بعد $\varepsilon\alpha$ (به ازای $\beta = 0.5, T = \Pi = \lambda = \gamma = 0$) نشان داده شده است. همانطور که نتایج نشان می‌دهد افزایش ضریب میرایی سازه‌ای باعث ایجاد بخش حقیقی مقادیر ویژه که معرف میرایی سیستم است، می‌شود.

وجود میرایی سازه‌ای تأثیر کمی بر فرکانس‌های طبیعی اول و دوم دارد ولی تأثیر آن بر فرکانس‌های طبیعی بالاتر بسیار قابل ملاحظه است و با افزایش پارامتر $\varepsilon\alpha$ میرایی سیستم ($\text{Re}(\Omega)$) افزایش و فرکانس نوسانات ($\text{Im}(\Omega)$) کاهش می‌یابد، طوری که به ازای پارامتر بی‌بعد میرایی سازه‌ای برابر با $\varepsilon\alpha = 12.66 \times 10^{-3}$ ، فرکانس طبیعی چهارم برابر صفر می‌شود. هر چند در این حالت بخش موهومی مقدار ویژه همانند حالت ناپایداری دیورژانس صفر می‌شود ولی با توجه به اینکه بخش حقیقی مقدار ویژه منفی است، بنابراین سیستم پایدار خواهد بود و صفر بودن بخش موهومی مقادیر ویژه لزوماً باعث ناپایداری سیستم نمی‌شود.

در ادامه به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مدل کلونین- وویت بر فرکانس‌های طبیعی لوله حامل سیال، در شکل (۵) مقادیر ویژه سیستم به ازای $\varepsilon\alpha = 0$ ، $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ و $\varepsilon\alpha = 10 \times 10^{-3}$ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ماده تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله حامل سیال بخصوص در سرعت‌های بالاتر جریان سیال دارد. با توجه به شکل (۵) مشاهده می‌شود که به ازای پارامتر $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ در سرعت صفر سیال مقادیر ویژه بر خلاف حالت بدون میرایی سازه‌ای دارای بخش حقیقی هستند و سه فرکانس طبیعی اول به ترتیب برابر $\Omega_1 = -0.244 + 9.867i$ ، $\Omega_2 = -3.896 + 39.286i$ و $\Omega_3 = -19.725 + 86.609i$ بدست می‌آیند.

در حقیقت برای لوله‌های حامل سیال ویسکوالاستیک با مدل میرایی کلونین- وویت، وجود میرایی باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی و افزایش میرایی سیستم می‌شود که این تأثیر برای شکل مودهای بالاتر بسیار بیشتر بوده و اثر مودهای بالاتر به سرعت از پاسخ کل سیستم حذف می‌شوند.



(ب)

(الف)

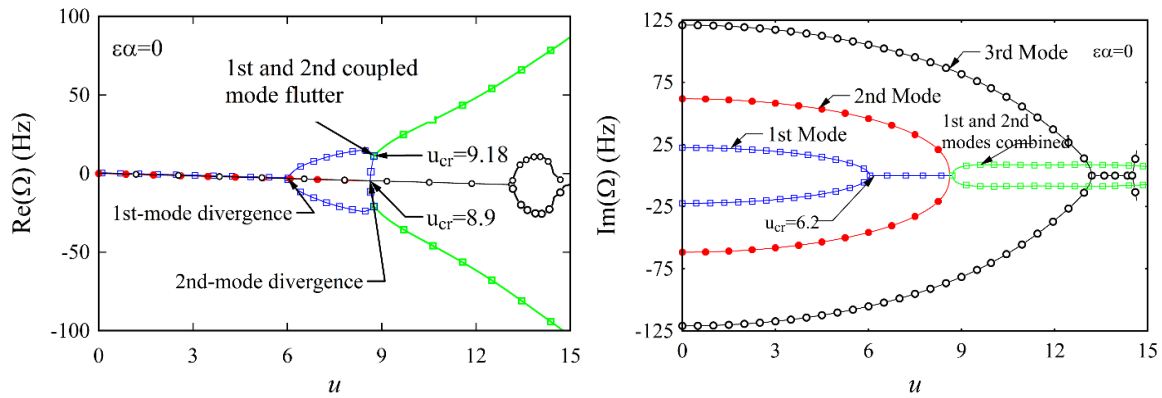
شکل ۴- تغییرات مقادیر ویژه لوله حامل سیال دو سرگیردار برحسب پارامتر $\epsilon\alpha$ به ازای $\beta = 0.5, T = \Pi = \lambda = \gamma = 0$ و

$u = 0$ (الف) بخش موهومی و (ب) بخش حقیقی مقادیر ویژه

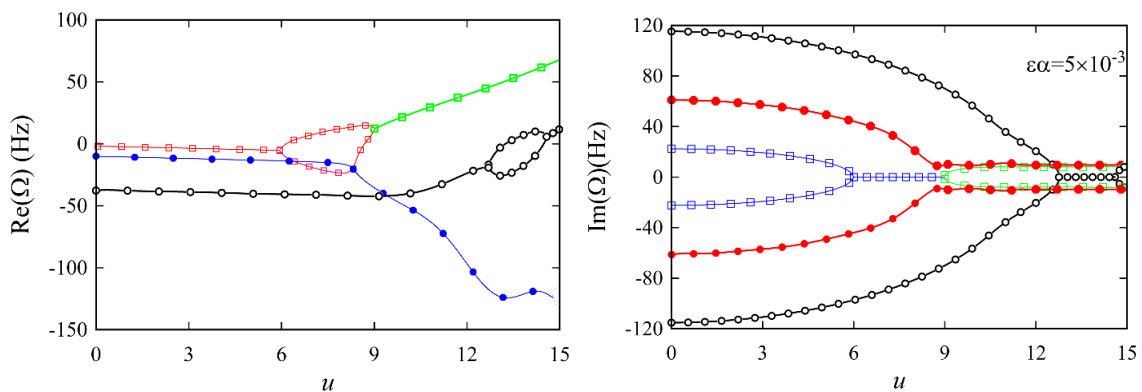
یکی دیگر از تأثیراتی که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک برای لوله‌های حامل سیال دارد این است که وجود میرایی سازه‌ای باعث می‌شود تا اولاً سرعت ناپایداری دیورژانس در مدهای بالاتر به شدت افزایش یابد و ثانیاً به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر تمام مدهای ارتعاشی، رفتار مدهای ترکیبی ظاهر نمی‌شوند. معمولاً بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک همانطور که در شکل (۵) نیز مشاهده می‌شود ناپایداری سیستم به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی می‌باشد در حالی که رفتار ویسکوالاستیک باعث می‌شود ناپایداری به ترتیب بصورت دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم اتفاق بیفتد که به ازای مقادیر بزرگتر پارامتر بی‌بعد $\epsilon\alpha$ ، این رفتار به خوبی قابل مشاهده است. با افزایش سرعت سیال، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند تا به ازای $u = 9.39$ فرکانس طبیعی دوم صفر می‌شود. با توجه به اینکه در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه، منفی می‌باشد ($Re(\Omega_2) = -11.32$) بنابراین سیستم در این حالت در مود دوم پایدار خواهد بود. افزایش جزئی در سرعت سیال به ازای $u_2^{cr} = 9.42$ باعث می‌شود تا مقدار ویژه دوم دارای بخش حقیقی مثبت شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه پاسخ سیستم افزایش و سیستم ناپایدار می‌شود. با توجه به اینکه در این حالت $Re(\Omega_2) = 0$ است بنابراین ناپایداری از نوع دیورژانس خواهد بود. سرعت دیورژانس مود دوم از $u_2^{cr} = 2\pi$ در حالت بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک به مقدار $u_2^{cr} = 9.42$ با مدنظر قرار دادن رفتار ویسکوالاستیک افزایش می‌یابد. به طور خلاصه می‌توان بیان نمود که تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر سرعت ناپایداری دیورژانس اول بسیار ناچیز بوده ولی تأثیر آن بر سرعت دیورژانس مدهای بالاتر قابل ملاحظه است.

۲-۳- لوله ویسکوالاستیک با مدل ماکسول

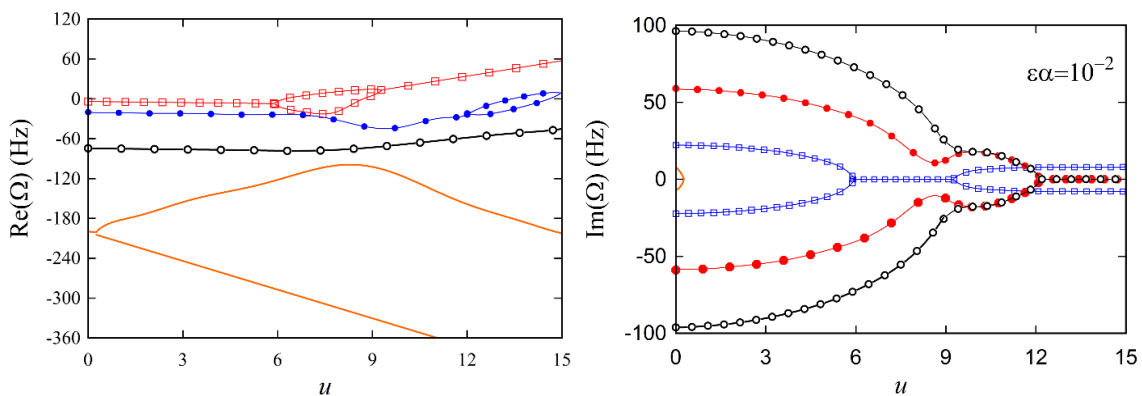
در این بخش تأثیر پارامترهای مدل ویسکوالاستیک ماکسول بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های حامل سیال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با توجه به جدول (۱) و متغیرهای بی‌بعد ارائه شده در رابطه (۲۰) مشاهده می‌شود که برای مدل ویسکوالاستیک ماکسول، $\epsilon\alpha = \gamma$ می‌باشد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵- بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه مختلط لوله دوسرگردار بر حسب سرعت سیال با فرض

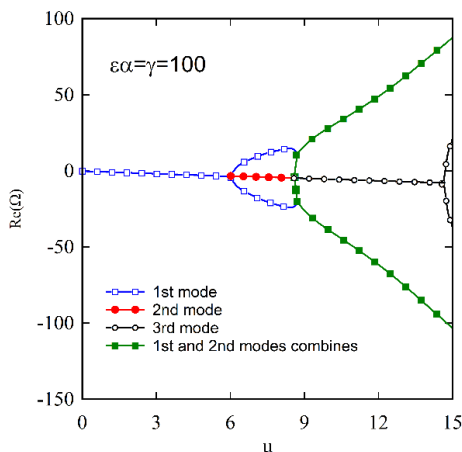
$$\beta = 0.5, T = \Pi = \lambda = \gamma = 0 \quad (\text{الف}) \quad \varepsilon\alpha = 0, \quad (\text{ب}) \quad \varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3} \quad (\text{ج}) \quad \varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-2}$$

در شکل (۶) بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با مدل ماکسول به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل ویسکوالاستیک نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در مدل ماکسول وقتی مقادیر γ و $\varepsilon\alpha$ بسیار بزرگ باشند رفتار لوله ویسکوالاستیک حامل سیال مشابه با رفتار لوله‌های الاستیک می‌شود. در سرعت سیال برابر صفر، به ازای مقادیر بزرگتر پارامترهای مدل ماکسول (مثلاً $\varepsilon\alpha = \gamma = 100$) مقادیر ویژه به صورت کاملاً موهومی می‌باشند و با کاهش پارامترهای مدل ماکسول که متناظر

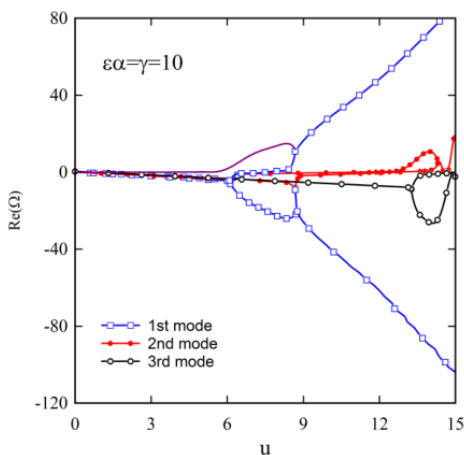
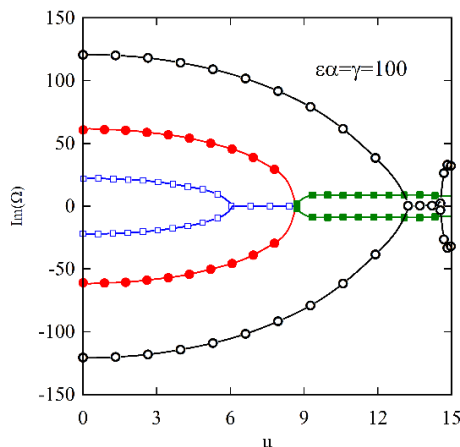
با کاهش ضریب میرایی مدل می‌باشد، بخش حقیقی مقادیر ویژه که مقادیر منفی به خود می‌گیرند، افزایش می‌یابد. مقادیر منفی باعث می‌شود پاسخ ارتعاشی سیستم در ناحیه پایدار سریع‌تر میرا شده و این به معنی افزایش میرایی سیستم می‌باشد. در مدل ماکسول، میرایی تأثیر بسیار زیادی بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله حامل سیال داشته و باعث کاهش سرعت بحرانی سیستم می‌شود. به ازای $\varepsilon\alpha = \gamma = 10$ ، هر چند در سرعت $u = 2\pi$ فرکانس طبیعی اول سیستم برابر صفر می‌باشد اما با توجه به اینکه بخش حقیقی مقدار ویژه اول در سرعت $u = 4.82$ مثبت می‌شود (شکل ۶ ب)، بنابراین با گذشت زمان دامنه ارتعاشات افزایش یافته و سیستم ناپایدار می‌شود. بر این اساس می‌توان بیان نمود که در چنین سیستم‌هایی بر خلاف لوله‌های الاستیک ترتیب ناپایداری سیستم به صورت ناپایداری فلتر و سپس ناپایداری دیورژانس است.

کاهش پارامترهای $\varepsilon\alpha$ و γ در مدل ماکسول باعث می‌شود تا این لوله‌ها برخلاف لوله‌های الاستیک که ابتدا تحت ناپایداری دیورژانس قرار می‌گیرند، دچار ناپایداری از نوع فلتر شده و علاوه بر این سیستم در سرعت‌های پایین ناپایدار می‌شود طوری که به ازای $\varepsilon\alpha = \gamma = 0.1$ ناپایداری سیستم در سرعت بسیار پایین $u = 1.33$ روی می‌دهد (شکل ۶ ج).

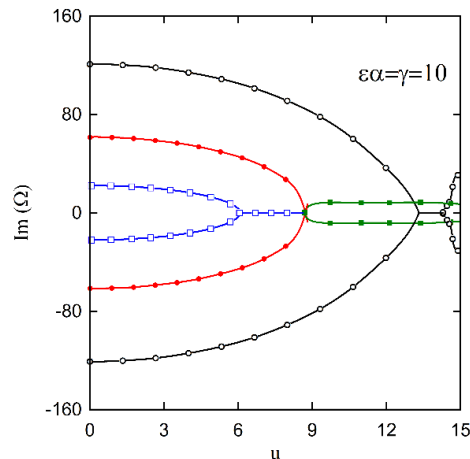
همچنین نتایج نشان می‌دهد که با کاهش مقادیر پارامترهای مدل ماکسول، در سرعت‌های بالاتر سیال مقادیر ویژه اول و دوم متمایز شده و بنابراین رفتار مود ترکیبی در سیستم ایجاد نخواهد شد.

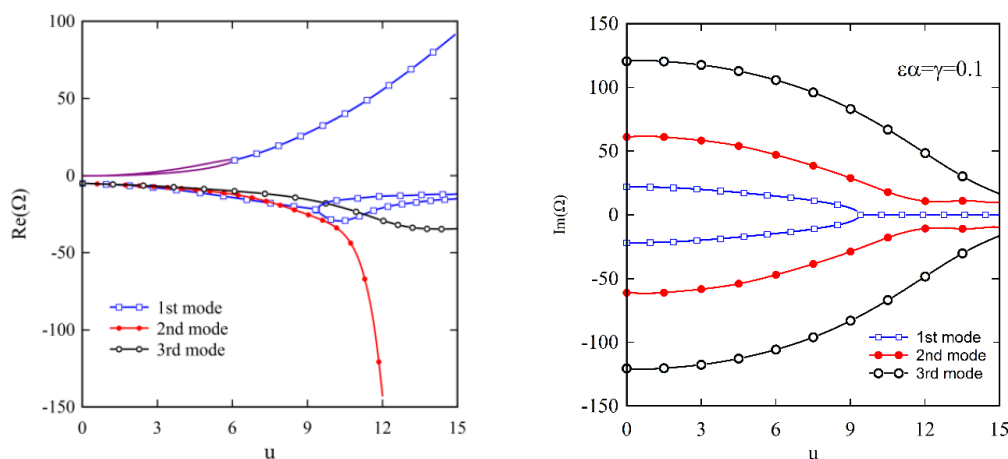


(الف)



(ب)





(ج)

شکل ۶- بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با رفتار ماکسول به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل ویسکوالاستیک

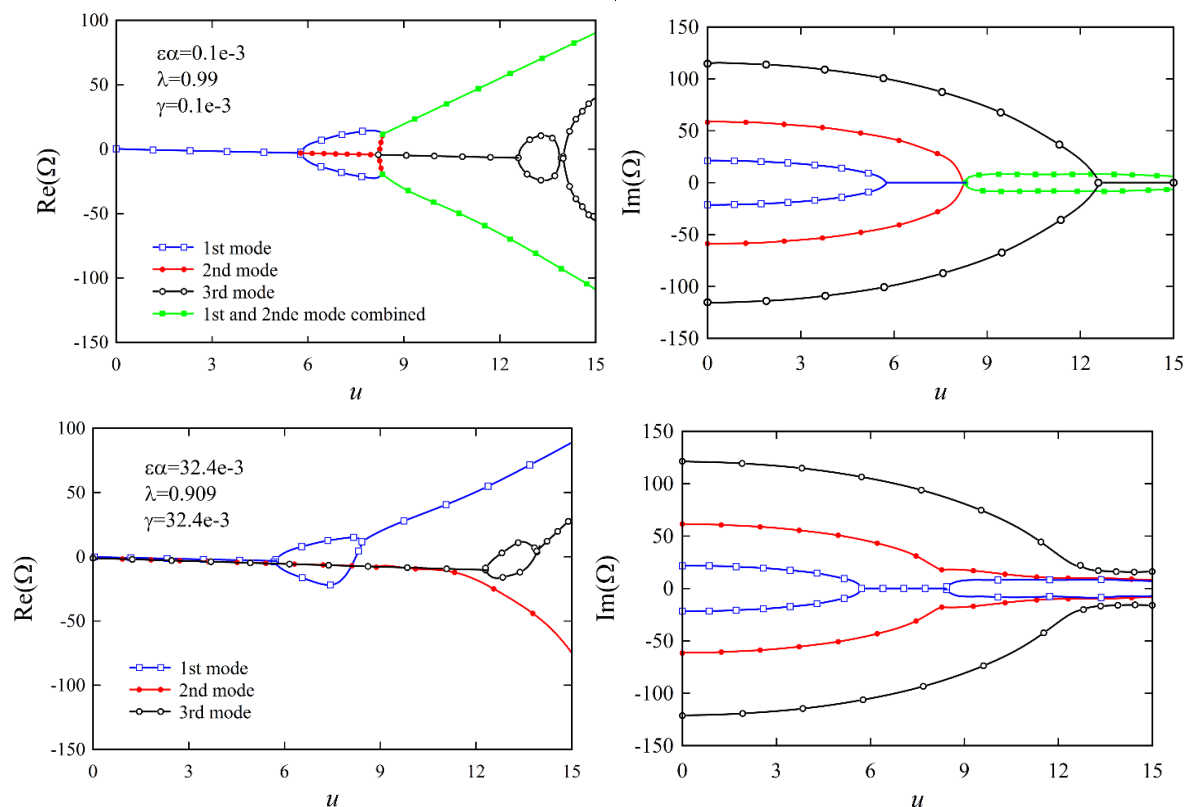
۳-۳- لوله ویسکوالاستیک با مدل تامسون- پوینتینگ

مدل تامسون-پوینتینگ مدل سه پارامتری است که پارامترهای بی‌بعد $\epsilon\alpha$ ، γ و λ در رفتار سیستم تأثیرگذار هستند. در شکل (۷) بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله حامل سیال با مدل تامسون-پوینتینگ و به ازای مقادیر مختلف پارامترهای بی‌بعد $\epsilon\alpha = \gamma$ و λ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که به ازای مقادیر کوچک پارامترهای $\epsilon\alpha$ ، γ و λ رفتار سیستم مشابه لوله‌های الاستیک می‌شود و با افزایش مقدار این پارامترها رفتار مود ترکیبی ظاهر نشده و سرعت بحرانی سیستم کاهش می‌یابد. به ازای مقادیر $\epsilon\alpha = \gamma = 32.4e-3$ و $\lambda = 0.99$ ، سرعت بحرانی سیستم نسبت به لوله الاستیک حدود ۵/۹۷ درصد کاهش می‌یابد. بایستی توجه داشت هر چند به ازای این مقادیر، بخش موهومی مقادیر ویژه اول و دوم در سرعت‌های بالاتر سیال برابر می‌باشند اما از آنجا که نحوه تغییر بخش حقیقی آنها متفاوت است بنابراین رفتار مود ترکیبی در سیستم ایجاد نمی‌شود.

۳-۴- لوله ویسکوالاستیک با مدل استاندارد جامد خطی

مدل استاندارد جامد خطی از یک المان الاستیک که موازی با المان ماکسول قرار دارد، تشکیل شده است. این مدل با فرض اینکه $E_1 \rightarrow \infty$ و $E_2 \neq 0$ باشد، به مدل کلونین-وویت و اگر $E_1 \neq 0$ و $E_2 = 0$ باشد، به مدل ماکسول تبدیل می‌شود.

بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله حامل سیال ویسکوالاستیک با مدل استاندارد جامد خطی به ازای مقادیر مختلف پارامترهای ویسکوالاستیک در شکل (۸) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که به ازای مقادیر کم پارامترهای بی‌بعد $\epsilon\alpha = \gamma$ و λ ، رفتار سیستم مشابه با لوله‌های الاستیک می‌باشد و با افزایش مقدار این پارامترها رفتار سیستم به صورت کلی تغییر می‌کند.



شکل ۷- بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با رفتار تامسون-پوینتینگ به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل ویسکوالاستیک

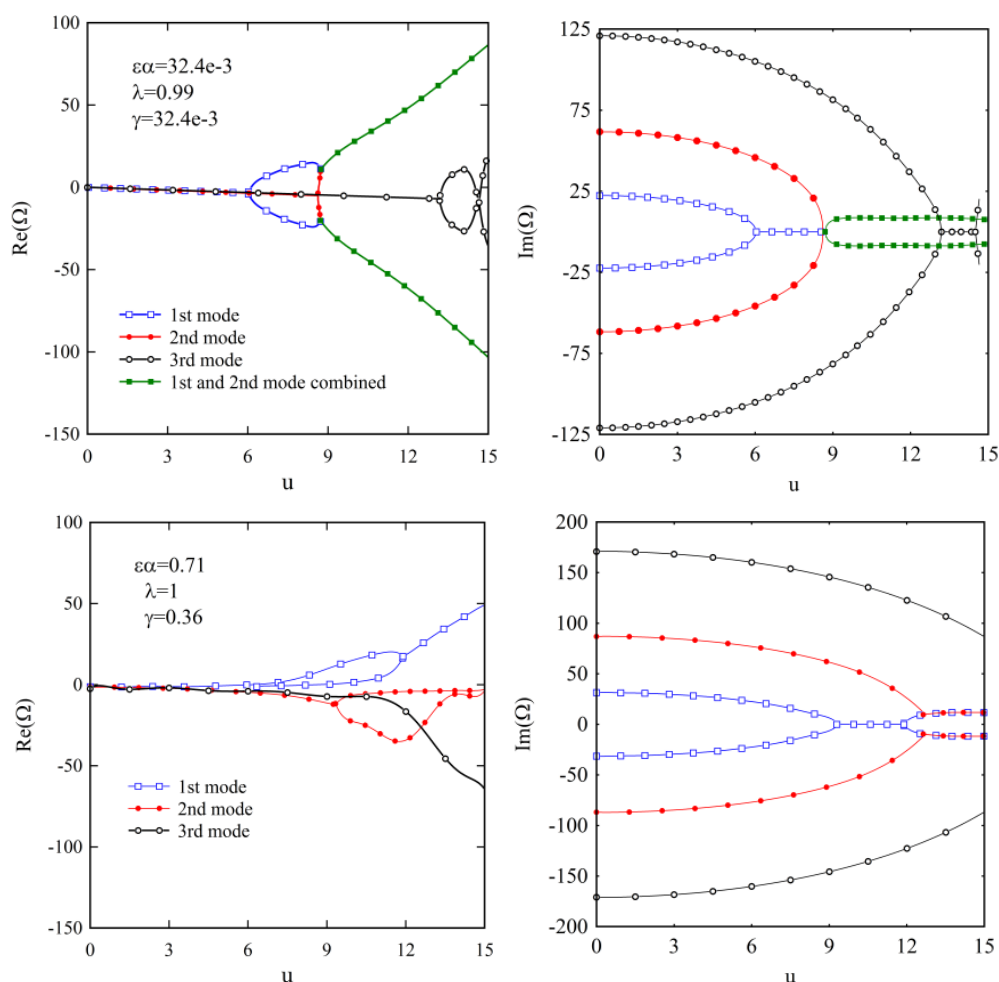
به ازای مقادیر کوچک پارامترهای بی‌بعد $\varepsilon\alpha = \gamma$ و λ ، اولین ناپایداری سیستم از نوع دیورژانس می‌باشد که با افزایش مقدار این پارامترها، ناپایداری سیستم به ناپایداری فلتر تغییر می‌یابد. به ازای مقادیر $\varepsilon\alpha = 0.71$ ، $\gamma = 0.36$ و $\lambda = 1$ ، فرکانس طبیعی اول در سرعت بی‌بعد $u = 9.3$ برابر صفر می‌شود، ولی از آنجایی که به ازای سرعت $u = 6.24$ بخش حقیقی اولین مقدار ویژه مثبت می‌باشد، بنابراین سیستم در این سرعت به صورت دینامیکی ناپایدار خواهد شد.

۵-۳- مقایسه نتایج مدل‌های مختلف ویسکوالاستیک

به منظور مقایسه مشخصه‌های ارتعاشی مدل‌های مختلف ساختاری ویسکوالاستیک، سه فرکانس طبیعی اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها و با در نظر گرفتن مدل‌های ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی، تامسون-پوینتینگ، ماکسول و کلونین-وویت به همراه نتایج مدل الاستیک در جدول‌های (۲) و (۳) مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که مقدار پارامترها و همچنین نوع مدل مورد استفاده تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال دارد. در مقایسه با مدل الاستیک، مدل ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی بر خلاف سایر مدل‌های ویسکوالاستیک، فرکانس‌های طبیعی سیستم را بیشتر پیش‌بینی می‌کند.

همچنین در مدل ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی تأثیر مدل ویسکوالاستیک بر فرکانس‌های بالاتر بر خلاف مدل‌های دیگر بیشتر می‌باشد. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که با تغییر نسبت E_1/E_2 ، روند تغییرات مشخصه‌های ارتعاشی سیستم با مدل استاندارد جامد خطی با مدل کلویین-وویت و مدل تامسون-پوینتینگ با مدل ماکسول یکسان می‌گردد. در مدل‌های استاندارد جامد خطی و کلویین-وویت با افزایش نسبت E_1/E_2 فرکانس‌های طبیعی با حالت الاستیک یکسان شده و برعکس این حالت، برای مدل‌های تامسون-پوینتینگ و ماکسول صادق می‌باشد. همچنین، در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک باعث افزایش بخش حقیقی مقادیر ویژه می‌شود و در نتیجه میرایی سیستم افزایش می‌یابد و با افزایش سرعت سیال، بخش موهومی مقادیر ویژه کاهش و میرایی سیستم افزایش می‌یابد.

در جدول (۴) سرعت بحرانی در لوله‌های حامل سیال ویسکوالاستیک و نوع اولین ناپایداری در آنها با استفاده از مدل‌های مختلف ویسکوالاستیک ارائه شده است.



شکل ۸- بخش‌های حقیقی و موهومی سه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با مدل استاندارد جامد خطی به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل ویسکوالاستیک

جدول ۲- سه فرکانس طبیعی اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها

با در نظر گرفتن مدل‌های ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی و تامسون- پوینتینگ

الاستیک	استاندارد جامد خطی			تامسون- پوینتینگ		
	$E_1/E_2 = 0.1$	$E_1/E_2 = 1$	$E_1/E_2 = 10$	$E_1/E_2 = 0.1$	$E_1/E_2 = 1$	$E_1/E_2 = 10$
$u=0$	22.37i	-4.03+74.05i	-0.7+31.60i	-0.50+21.68i	-3.64+20.27i	-13.69+14.78i
	61.67i	-4.03+204.49i	-0.7+87.20i	-1.15+61.13i	-4.34+60.88i	-13.20+59.39i
	120.90i	-4.03+400.96i	-0.7+170.97i	-1.33+120.59i	-4.41+120.50i	-14.01+119.76i
$u=2$	-1.10+21.10i	-5.17+73.74i	-1.84+30.7i	-1.65+20.33i	-5.47+18.90i	-16.76+15.80i
	-1.1+60.14i	-5.17+204.07i	-1.83+86.14i	-2.33+59.57i	-5.70+59.36i	-15.85+58.24i
	-1.1+119.25i	-5.14+400.47i	-1.82+169.82i	-2.48+118.93i	-5.64+118.87i	-15.51+118.26i
$u=4$	-2.19+16.72i	-6.39+72.67i	-3.09+27.95i	-2.87+15.55	-10.12+14.89i	-21.23+16.62i
	-2.22+55.26i	-6.32+202.70i	-3.0+82.82i	-3.65+54.56i	-7.71+54.53i	-19.49+54.42i
	-2.21+114.15i	-6.28+399.01i	-2.95+166.27i	-3.71+113.80i	-7.17+113.79i	-17.93+113.45i

جدول ۳- سه فرکانس طبیعی اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها

با در نظر گرفتن مدل‌های ویسکوالاستیک ماکسول و کلونین- وویت

الاستیک	ماکسول			کلونین- وویت		
	$E_1/E_2 = 0.1$	$E_1/E_2 = 1$	$E_1/E_2 = 10$	$E_1/E_2 = 10$	$E_1/E_2 = 100$	$E_1/E_2 = 1000$
$u=0$	22.37i	-1.40+22.33i	-4.43+21.93i	-8.93+20.51i	-2.82+22.19i	-0.89+22.36i
	61.67i	-1.40+60.65i	-4.43+61.51i	-	-21.45+57.82i	-6.78+61.30i
	120.90i	-1.40+120.90i	-4.43+120.82i	-	-82.37+88.44i	-26.07+118.06i
$u=2$	-1.10+21.10i	-2.67+21.15i	-6.03+21.06i	-10.23+18.60i	-3.92+20.76i	-1.99+21.04i
	-1.1+60.14i	-2.58+60.15i	-5.78+60.08i	-	-22.56+55.76i	-7.89+59.63i
	-1.1+119.25i	-2.55+119.25i	-5.66+119.21i	-	-83.56+85.12i	-27.17+116.12i
$u=4$	-2.19+16.72i	-4.56+17.13i	-8.97+18.09i	-11.11+12.67i	-5.01+16.12i	-3.08+16.58i
	-2.22+55.26i	-3.96+55.32i	-7.72+55.42i	-	-23.7+50.00i	-9.03+54.57i
	-2.21+114.15i	-3.78+114.17i	-7.18+114.18i	-	-84.64+76.62i	-28.28+110.61i

جدول ۴- سرعت بحرانی و اولین نوع ناپایداری در لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار

در دو انتها با در نظر گرفتن مدل‌های ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی، تامسون- پوینتینگ،

ماکسول و کلونین- وویت به ازای $E_1/E_2 = 10$

	Elastic	Standard Linear Solid model	Thomson- Poynting	Maxwell	Kelvin-Voigt
سرعت بحرانی	6.28	6.09	1.845	0.4	6.12
اولین ناپایداری	دیورژانس	دیورژانس	فلاتر	دیورژانس	دیورژانس

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با در نظر گرفتن فرمول‌بندی کلی رفتار ویسکوالاستیک، مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا معادله حرکت حاکم بر سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتن استخراج و سپس با ارائه حل تحلیلی، شکل مودهای ارتعاشی و معادله مشخصه حاکم بر سیستم بدست آمد. در ادامه با توجه به اینکه تاکنون تأثیر مدل‌های ویسکوالاستیک کاربردی استاندارد جامد خطی و

مدل تامسون- پوینتینگ بر رفتار ارتعاشی این سیستم‌ها مطالعه نشده است، فرکانس‌های طبیعی و شکل موده‌های لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها با استفاده از چهار مدل ویسکوالاستیک کلونین- وویت، ماکسول، استاندارد جامد خطی و تامسون- پوینتینگ استخراج شد. در نهایت تأثیر پارامترهای ویسکوالاستیک بر دینامیک و پایداری لوله‌های حامل سیال و نحوه تغییر رفتار سیستم از حالت پایدار به ناپایدار مطالعه شد. نتایج حاصل از تحقیق حاضر را به اختصار می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

- در مدل کلونین- وویت وجود میرایی سازه‌ای باعث کاهش فرکانس نوسانات شده و تأثیر آن بر کاهش فرکانس‌های طبیعی بالاتر بسیار قابل ملاحظه است. وجود میرایی سازه‌ای باعث می‌شود تا سرعت ناپایداری دیورژانس در موده‌های بالاتر به شدت افزایش یابد و رفتار موده‌های ترکیبی ظاهر نشود.

به عنوان یک نتیجه جدید می‌توان بیان نمود که بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ناپایداری سیستم به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی می‌باشد در حالی که تحت شرایط خاصی رفتار ویسکوالاستیک باعث می‌شود ناپایداری به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم اتفاق بیافتد.

- با در نظر گرفتن مدل ماکسول، ترتیب ناپایداری سیستم بر خلاف لوله‌های الاستیک به صورت ناپایداری فلاتر و سپس ناپایداری دیورژانس است و علاوه بر این سیستم در سرعت‌های پایین ناپایدار می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش مقادیر پارامترهای مدل ماکسول، در سرعت‌های بالاتر سیال، مقادیر ویژه اول و دوم متمایز شده و بنابراین رفتار مود ترکیبی در سیستم ایجاد نخواهد شد.

- در مدل تامسون- پوینتینگ، به ازای مقادیر کوچک پارامترهای ویسکوالاستیک رفتار سیستم مشابه لوله‌های الاستیک می‌باشد. با افزایش مقدار این پارامترها رفتار مود ترکیبی ظاهر نشده و سرعت بحرانی سیستم کاهش می‌یابد طوری که به ازای مقادیر $\varepsilon\alpha = \gamma = 32.4 \times 10^{-3}$ و $\lambda = 0.99$ ، سرعت بحرانی سیستم نسبت به لوله الاستیک حدود ۵/۹۷ درصد کاهش می‌یابد.

- در مدل استاندارد جامد خطی، با افزایش مقدار پارامترهای ویسکوالاستیک رفتار سیستم به صورت کلی تغییر می‌کند. به ازای مقادیر کوچک پارامترهای بی‌بعد $\varepsilon\alpha = \gamma$ و λ ، اولین ناپایداری سیستم از نوع دیورژانس می‌باشد که با افزایش مقدار این پارامترها، ناپایداری سیستم به ناپایداری فلاتر تغییر می‌یابد. یافته‌های تحقیق حاضر حاکی از این است که رفتار ویسکوالاستیک تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مشخصه‌های ارتعاشی و در نتیجه پاسخ دینامیکی دارد. بنابراین در کاربردهایی که لوله دارای رفتار ویسکوالاستیک است مانند لوله‌های پلیمری و غیره، رفتار ویسکوالاستیک بایستی در مدل‌سازی سیستم مد نظر قرار داده شود.

ضمناً، با در نظر گرفتن مدل‌های مذکور و با توجه نتایج تحقیق حاضر، مشاهده می‌شود که در صورت تعیین مناسب پارامترهای مدل ویسکوالاستیک بسته به نوع ماده لوله و شرایط کاری، مدل ویسکوالاستیک استاندارد جامد خطی مناسب‌ترین مدل برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال می‌باشد.

مراجع

- [1] Kheiri, M., Paidoussis, M.P., and Del Pozo, G.C., "Dynamics of a Pipe Conveying Fluid Flexibly Supported at the Ends", in ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference, American Society of Mechanical Engineers, New York, (2014).
- [2] Paidoussis, M.P., "Fluid-structure interactions: Slender Structures and Axial Flow", Academic Press, Vol. 1, (1998).
- [3] Weaver, D., and Paidoussis, M., "On Collapse and Flutter Phenomena in Thin Tubes Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 50, No.1, pp. 117-132, (1977).
- [4] Qian, Q., Wang, L., and Ni, Q., "Instability of Simply Supported Pipes Conveying Fluid under Thermal Loads", Mechanics Research Communications, Vol. 36, No. 3, pp. 413-417, (2009).
- [5] Li, Z. Y., Wang, J. J., and Qiu, M. X., "Dynamic Characteristics of Fluid-conveying Pipes with Piecewise Linear Support", International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 16, pp. 15-32, (2015).
- [6] Kheiri, M., "Dynamics of a Pipe Conveying Fluid Flexibly Restrained at the Ends", Journal of Fluids and Structures, Vol. 49, pp. 360-385, (2014).
- [7] Paidoussis, M.P., and Li, G.X., "Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem", Journal of Fluids and Structures, Vol. 7, No. 2, pp. 137-204, (1993).
- Ibrahim, R., "Overview of Mechanics of Pipes Conveying Fluids, Part I: Fundamental Studies", Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 132, No. 3, pp. 340-349, (2010).
- [8] Ibrahim, R., "Mechanics of Pipes Conveying Fluids Part II: Applications and Fluidelastic Problems", Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 133, No. 2, pp. 240-255, (2011).
- [9] Paidoussis, M., "The Dynamics of Cylindrical Conduits Containing Flowing Fluid", 10th International Conference on Computational Structures Technology and 7th International Conference on Engineering Computational Technology, Valencia, Spain, September. (2010).
- [10] Feng, Z. Y., Wang, Z. M., and Zhao, F. Q., "Dynamic Stability of Kelvin Viscoelastic Pipes Conveying Fluid with Both Ends Simply Supported [J]", Engineering Mechanics, Vol. 1, pp. 33-46, (2004).
- [11] Fengqun, Z., and Zhongmin, W., "Analyzing Stability of Simply Supported Kelvin Viscoelastic Pipe Conveying Fluid with Follower Force", Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, Vol. 9, pp. 27-53, (2011).

- [12] Yin, Y., and Zhu, K. Q., "Oscillating Flow of a Viscoelastic Fluid in a Pipe with the Fractional Maxwell Model", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 173, No. 1, pp. 231-242, (2006).
- [13] Yang, X., Yang, T., and Jin, J., "Dynamic Stability of a Beam-model Viscoelastic Pipe for Conveying Pulsative Fluid", *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 20, No. 4, pp. 350-356, (2007).
- [14] Zhongmin, W., "The Dynamic Behaviors of Viscoelastic Pipe Conveying Fluid with the Kelvin Model", *Acta Mechanica Solid Sinica*, Vol. 13, No. 3, pp. 262, (2000).
- [15] Bilgin, Ö., "Modeling Viscoelastic Behavior of Polyethylene Pipe Stresses", *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 676-683, (2013)
- [16] Celentano, D., "Viscoelastic Mechanical Characterization of a Short-fiber Reinforced Polyethylene Tube: Experiments and Modelling", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 134, pp. 82-91, (2015).
- [17] Pezzinga, G., "Two-dimensional Features of Viscoelastic Models of Pipe Transients", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 140, No. 8, pp. 153-169, (2014).
- [18] Steindl, A., and Troger, H., "One and Two-parameter Bifurcations to Divergence and Flutter in the Three-dimensional Motions of a Fluid Conveying Viscoelastic Tube with D4-symmetry", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 8, No. 1, pp. 161-178, (1995).
- [19] Steindl, A., and Troger, H., "Heteroclinic Cycles in the Three-dimensional Post Bifurcation Motion of O(2)-symmetric Fluid Conveying Tubes", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 78, No. 2-3, pp. 269-277, (1996).
- [20] Kruijer, M., Warnet, L., and Akkerman, R., "Modelling of the Viscoelastic Behaviour of Steel Reinforced Thermoplastic Pipes", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 37, No. 2, pp. 356-367, (2006).
- [21] Zhao, F. Q., "Stability Analysis of Maxwell Viscoelastic Pipes Conveying Fluid with Both Ends Simply Supported", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 22, No. 12, pp. 1436-1445, (2001).
- [22] Vassilev, V.M., and Djondjorov, P.A., "Dynamic Stability of Viscoelastic Pipes on Elastic Foundations of Variable Modulus", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, No. 1, pp. 414-419, (2006).
- [23] Smir, B., and Demir, D.D., "The Analysis of Nonlinear Vibrations of a Pipe Conveying an Ideal Fluid", *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 52, pp. 38-44, (2015).
- [24] Zhao, D., Liu, J., and Wu, C., "Stability and Local Bifurcation of Parameter-excited Vibration of Pipes Conveying Pulsating Fluid under Thermal Loading", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 36, No. 8, pp. 1017-1032, (2015).

- [25] Naguleswaran, S., and Williams, C., "Lateral Vibration of a Pipe Conveying a Fluid", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 10, No. 3, pp. 228-238, (1968).
- [26] Christensen, R., "*Theory of Viscoelasticity: an Introduction*", Elsevier, London, (2012).
- [27] Zhang, Y. L., and Chen, L. Q., "External and Internal Resonances of the Pipe Conveying Fluid in the Supercritical Regime", Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, No. 9, pp. 2318-2337, (2013).
- [28] Je, kot, T., "Nonlinear Problems of Thermal Postbuckling of a Beam", Journal of Thermal Stresses, Vol. 19, No. 4, pp. 359-367, (1996).
- [29] Paidoussis, M.P., and Issid, N., "Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, (1974).

فهرست نمادهای انگلیسی

مساحت سطح مقطع	A
مساحت سطح مقطع لوله	A_p
مساحت سطح سیال	A_f
ثوابت تعیین کننده خواص رئولوژیکی	a_i, b_i
ضریب میرایی سازه‌ای	c
ثوابت شکل مود ارتعاشی	C_i
مدول یانگ	E
نیروی اندرکنش بین لوله و سیال	$F(x, t)$
طول لوله	l
جرم واحد طول لوله	m_p
جرم واحد طول سیال	m_f
گشتاور خمشی	$M(x, t)$
فشار داخلی لوله	P
ممان اینرسی جرمی	I
زمان	t
سرعت سیال	U
سرعت بی بعد سیال	u
نیروی برشی	$V(x, t)$
جابجایی در راستای قائم لوله	w
مؤلفه‌های محورهای مختصات	x, y, z

نمادهای یونانی

ضریب انبساط حرارتی	α
جرم بی بعد	β
عملگر ویسکوالاستیک	Γ
پارامتر بی بعد	γ
ضریب انبساط حرارتی	α

پارامتر بی بعد زمان آسایش	$\varepsilon\alpha$
پارامتر بی بعد	η
زاویه المان	θ
پارامتر بی بعد	λ
مقدار ویژه	λ_n
نسبت پواسون	ν
عملگر ویسکوالاستیک	Ξ
طول بی بعد	ξ

Abstract

In this paper, applying the general form of the viscoelastic model, vibration characteristics of viscoelastic fluid conveying pipes are investigated. By considering various viscoelastic constitutive equations, the equation governing the motion of the fluid conveying pipes is obtained and by introducing a new analytical method, the exact mode shapes of the system are derived. Then, the effect of various system parameters on the complex eigenvalues and the divergence and flutter instabilities are studied.

The results show that for a pipe with viscoelastic behavior, the natural frequencies decrease and at the higher modes, the divergence critical fluid velocity increases dramatically. As a new result, it is observed the viscoelastic fluid conveying pipes with certain values of viscoelastic parameters, can experience the flutter instability before the divergence one. In addition, because the viscoelastic behavior does not affect all the vibration mode shapes in the same manner, therefore, the coupled-mode flutter does not take place.