

تنش های حرارتی در دیسک و لنت قطار

اتلاف انرژی (گرمای ناشی از اصطکاک) از طریق دیسک سبب بالا رفتن دمای دیسک می گردد. در ترمز گیریهایی متعدد توزیع این افزایش دما در سطح دیسک به خاطر تشکیل نقاط داغ بسیار غیر یکنواخت می باشد و باعث ناپایداری حرارتی می گردد. این نقاط داغ کم کم رشد کرده و گرمای وارد شده به دیسک در آن ها متمرکز می گردند. نقاط داغ تشکیل شده به طور پیوسته دچار ساییش شده و دمای زیاد نقاط داغ با ایجاد تنش های حرارتی زیاد، خستگی حرارتی را بشدت تحت تاثیر قرار داده و باعث ایجاد ترک روی دیسک می شوند. با توجه به اهمیت این مسئله در این مقاله جنس های مختلف برای دیسک و لنت ترمز در نظر گرفته شده و عملکرد هر ترکیب فرض شده از دیسک و لنت های متفاوت مقایسه می شود. به منظور صرفه جویی در هزینه های تعمیرات و نگهداری و بهبود عملکرد سیستم ترمز، نهایتاً ترکیبات بهینه ای برای جنس دیسک و لنت ترمز پیشنهاد می شود.

پریسا حسینی تهرانی^۱

دانشیار

خدیجه مرادی^۲

کارشناس

سیمین بال محمدی^۳

کارشناس

واژه های راهنما: ناپایداری حرارتی، نقاط داغ، تنش های حرارتی، دیسک و لنت ترمز

۱- مقدمه

از اجزای مهم ترمز گیری در وسایل نقلیه ریلی، دیسک و لنت می باشد از اینرو بررسی جنس لنت و دیسک ترمز و اثرات آن ها بر یکدیگر و طول عمر آن ها از اهمیت زیادی در صنعت حمل و نقل ریلی برخوردار است. در وسایل نقلیه ریلی موجود در ایران، از انواع لنت های ترمز به عنوان یکی از اجزای اصطکاکی در سیستم ترمز استفاده میشود. مشکلاتی که در اثر استفاده از لنت های نامرغوب می تواند وجود داشته باشد عبارتند از:

- ساییش بیش از حد لنت که باعث کاهش عمر لنت میشود
- ایجاد صدای ناهنجار هنگام ترمز گیری
- اثرات و آسیب های حرارتی نامطلوب روی سطح دیسک

^۱ نویسنده مسئول، دانشیار، قطب حمل و نقل ریلی، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت Hosseini_t@iust.ac.ir

^۲ کارشناس مهندسی راه آهن، ماشین های ریلی، دانشگاه علم و صنعت

^۳ کارشناس مهندسی راه آهن، ماشین های ریلی، دانشگاه علم و صنعت

آسیبهای حرارتی یکی از جدی ترین مشکلاتی است که در اثر استفاده از لنت های نامرغوب بوجود می آید، که در این صورت دیسک ها علاوه بر سایش زودرس، دچار ترک خوردگی شده و پس از مدت کوتاهی از رده خارج می شوند.

هنگامی که دو نیم صفحه بر روی صفحه ای که در حال حرکت است فشرده می شوند تغییرات دما بصورت اختلالات حرارتی سینوسی کوچک در بین نیم صفحه ها و صفحه در حال لغزش بوجود می آیند. از این مثال می توان بعنوان مدلی برای تغییرات تنش و حرارت در دیسک و لنت هنگام ترمزگیری استفاده نمود. در شرایط خاص اختلالات حرارتی باعث ایجاد ناپایداری حرارتی می شوند. بعبارت دیگر سرعت لغزشی صفحه یا دیسک ترمز از سرعت بحرانی بیشتر و ناپایداری حرارتی مشاهده می شود (مدل ریاضی ناپایداری حرارتی در بخش دوم مقاله توضیح داده شده است).

ناپایداری گرمایی که به علت گرمای ناشی از اصطکاک در سطح تماس ایجاد می شود، ناپایداری ترموالاستیک ناشی از اصطکاک (TEI یا Thermoelastic Instability) نامیده می شود [۱،۲].

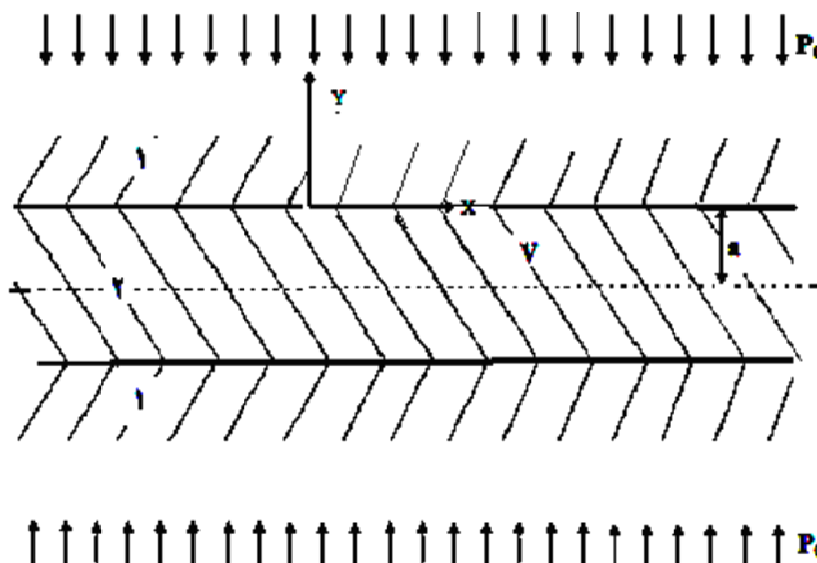
ناپایداری گرمایی باعث اعوجاج دیسک و ایجاد سطوح تماس محدود با گرمای زیادی می شود که به آنها نقاط داغ گفته میشود. این نقاط داغ باعث جوانه زنی و رشد ترک های مضر در سطح تماس می شوند [۳]. سابقه تحقیقات انجام شده در این زمینه به شرح زیر می باشد.

Lee و Barber [۴] ناپایداری گرمایی در سیستم ترمزی اتومبیل با ضخامت دیسک محدود را در حالت دو بعدی بررسی کردند. در این تحقیق دو ماده متفاوت برای لنت با هم مقایسه شدند. Lee [۵] ناپایداری گرمایی در سیستم های ترمزی یکطرفه اتومبیل با ضخامت دیسک محدود را بررسی کرد. او همچنین اثر خواص مختلف دیسک و لنت را بر سرعت بحرانی تحلیل نمود. Afferrante و Ciavarella [۶] ناپایداری گرمایی در دیسک و لنت اتومبیل را با در نظر گرفتن تغییرات زمان بررسی و رفتار گذرا بر سیستم ترمزی اتومبیل را تحلیل کردند.

در این مقاله با استفاده از فرمول بندی ارائه شده توسط Lee و Barber [۴] ناپایداری ترموالاستیک در دیسک و لنت های ترمز در قطار و عوامل موثر بر آن بررسی شده است. با توجه به اهمیت این مسئله در این مقاله جنس های مختلف برای دیسک و لنت در نظر گرفته شده و عملکرد هر ترکیب فرض شده از دیسک و لنت های متفاوت مقایسه شده است. به منظور صرفه جویی در هزینه های تعمیرات و نگهداری و بهبود عملکرد سیستم ترمز، نهایتاً ترکیبات بهینه ای برای جنس دیسک و لنت پیشنهاد می شود.

۲- مدل سازی

جهت مدل سازی رفتار ترموالاستیک دیسک و لنت هنگام ترمزگیری از مدل نشان داده شده در شکل (۱) استفاده می شود. در این شکل لنت ها با دو نیم صفحه با عدد ۱ و دیسک با لایه ای با ضخامت $2a$ با عدد ۲، نشان داده شده است.



شکل ۱ - یک لایه بین دو نیم صفحه که تحت فشار یکنواخت است

نیم صفحه ها در این مدل تحت فشار یکنواخت قرار دارند و دیسک بین دو نیم صفحه با سرعت ثابت می‌لغزد. از این مدل برای طول لنت ها محدود نیز می‌توان استفاده نمود زیرا ضریب رسانایی دیسک خیلی بزرگتر از ضریب رسانایی لنت می‌باشد. بعلاوه چون ضریب رسانایی لنت کم است و گرمای کمی روی صفحه لنت نفوذ می‌کند بنابراین می‌توان از این مدل، که در آن لنت بصورت نیم صفحه فرض شده، برای شبیه سازی حرارتی دیسک و لنت استفاده نمود.

در این تحقیق برای دیسک از دو جنس چدن ریخته گری و فولاد، و برای لنت از مواد کامپوزیتی C و D و E استفاده می‌شود. خواص مکانیکی و حرارتی مواد در نظر گرفته شده در جدول (۱) ذکر شده است. در ادامه حالتی که جنس لنت و دیسک از چدن ریخته گری می‌باشد نیز جهت نشان دادن اثر جنس دیسک و لنت یکسان بررسی می‌شود.

جدول ۱- جنس های مختلف لنت و دیسک

	$E(\frac{N}{m^2} \times 10^9)$	ν	$\alpha (c^{0-1} \times 10^{-6})$	$K(\frac{w}{m^\circ c})$	$k(\frac{m^2}{s} \times 10^{-6})$
C	۰/۵۳	۰/۲۵	۳۰	۰/۵	۰/۲۶۹
D	۱	۰/۲۵	۱۰	۵	۳/۵۷
E	۰/۳	۰/۱۲	۱۴	۰/۲۴۱	۰/۱۳
فولاد	۲۰۰	۰/۳	۱۲	۴۲	۱۱/۹۱
چدن ریخته گری	۱۲۵	۰/۲۵	۱۲	۵۴	۱۲/۹۸

در شکل (۱) هندسه نیم صفحه ها نسبت به صفحه میانی متقارن است اما این بدین معنا نمی باشد که همواره اختلالات حرارتی ناشی از اصطکاک در دیسک دارای همین تقارن ذکر شده می باشد تا زمانی که اختلال حرارتی کوچک است می توان مسئله را خطی فرض کرد و در این حالت اختلال حرارتی در حالت کلی بصورت جمع قسمت های متقارن و نامتقارن نسبت به محور تقارن دیسک تعریف می گردد. نتایج فرم کلی اختلالات حرارتی از طریق حل معادلات فوریه بدست می آید. در حل مسئله ترموالاستیسیته فقط سرفصل های حل و روابط بدست آمده در هر قسمت ذکر شده است، جزئیات بیشتر در مرجع [۴] آمده است.

۳- حل مسئله متقارن

مهمترین مسئله در این مقاله بدست آوردن سرعت بحرانی بر حسب متغیر A می باشد.

$$A = ma$$

a نصف ضخامت دیسک می باشد و m رابطه عکس با طول موج نقاط داغ دارد.

$$m = \frac{2\pi}{L}$$

L طول موج نقاط داغ یا بعبارت دیگر فاصله بین دو نقطه داغ بر روی دیسک می باشد. اگر نقاط داغ ایجاد شده در مرزهای مشترک بین لنت ها و دیسک در دو طرف دیسک تقارن داشته باشند مسئله در حالت متقارن می باشد. در این مقاله ابتدا مسئله در حالت متقارن حل می شود و سرعت بحرانی در این حالت بدست می آید.

در صورتیکه اختلال حرارتی ایجاد شده بین دیسک و نیم صفحه ها باعث سرعت مطلق C در جهت X در نیم صفحه ۱ انتشار یابد، سرعت نسبی C_1 نسبت به جسم I بصورت زیر بدست می آید. در صورتیکه $C = C_1 = V + C_2$ می توان سرعت لغزشی را به صورت زیر نشان داد :

$$V = C_1 - C_2 \quad (1)$$

با فرض یک سیستم مختصات (x, y) که با دیسک حرکت میکند مانند شکل ۱ و در نظر گرفتن فشار ثابت P_1 روی لنت ها، توزیع فشار در دیسک در حالت حرکت به صورت زیر نسبت به مکان متناوب و نسبت به زمان بصورت نمایی متغیر فرض می گردد [۴] :

$$P(x, t) = P_1 \exp(bt) \cos(mx) \quad (2)$$

که در آن b نرخ رشد و t زمان می باشد. این اختلال فشار ایجاد گرما می کند که رابطه آن با فشار، سرعت نسبی V و ضریب اصطکاک f به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$q_{\text{net}} = q_{y1} - q_{y2} = f v p_1 \exp(bt) \cos(mx) \quad (3)$$

در رابطه فوق q_{yi} شار حرارتی در جهت y و در فصل مشترک نیم صفحه i میباشد. سیستم مختصات موضعی به صورت (x_i, y_i) ثابت در نیم صفحه بالا و دیسک در نظر گرفته می شود و از آن روابط زیر بدست می آید :

$$x = x_1 - c_1 t \quad (4)$$

$$x = x_2 - c_2 t \quad (5)$$

$$y = y_1 \quad (6)$$

$$y = y_2 - a \quad (7)$$

۳-۱- میدان درجه حرارت

میدان حرارت در هر جسم باید در معادله انتقال حرارت گذرای زیر صدق کند :

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y_i^2} = \frac{1}{k_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad (8)$$

به طوری که :

$$k_i = \frac{K_i}{\rho_i c_{pi}} \quad (9)$$

که در آن بترتیب K_i ضریب هدایت حرارتی P_i چگالی و C_{pi} گرمای ویژه و k_i ضریب نفوذ حرارتی می-باشد.

یک فرم مناسب اختلالات دمایی که در معادله (۸) میتواند صدق کند به صورت زیر می باشد:

$$T_i = R\{f_i(y_i) \exp(bt + jm(x_i - c_i t))\} \quad (10)$$

که در آن $j = \sqrt{-1}$ میباشد. باید توجه شود که نرخ رشد که با b نشان داده شده ، باید دارای مقداری حقیقی در همه معادلات باشد. با قرار دادن معادله (۱۰) در معادله (۸) خواهیم داشت:

$$f_i(y_i) = F_i \exp(-\lambda_i y_i) + G_i \exp(\lambda_i y_i) \quad (11)$$

به طوری که :

$$\lambda_i \equiv \xi_i + j\eta_i = \sqrt{\left(m^2 + \frac{b}{k_i}\right) - \frac{jmc_i}{k_i}}, \quad (12)$$

به طوری که F_i و G_i ثوابت مختلط دلخواه هستند و ξ_i میباشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$T_i = R\{(F_i \exp(-\lambda_i y_i) + G_i \exp(\lambda_i y_i)) \exp(bt + jm(x_i - c_i t))\} \quad (13)$$

دمای جسم ۱ باید با دور شدن از سطح مشترک کاهش یابد به طوری که :

$$y_1 \rightarrow \infty \quad T_1 \rightarrow 0$$

از اینجا نتیجه می شود $G_1 = 0$ است و سپس دمای جسم یک بصورت زیر بدست می آید:

$$T_1 = R\{F_1 \exp(bt - \lambda_1 y_1 + jm(x_1 - c_1 t))\} \quad (14)$$

همچنین در حالت فرم متقارن مسئله داریم :

$$q_{y2} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y_2} \Big|_{y_2=0} = 0 \quad (15)$$

بدر نظر گرفتن معادله (۱۵) و (۱۳) میبایست

$$F_2 = G_2 \quad (16)$$

بنابراین دما در جسم دوم را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$T_2 = R\{2F_2 \cosh(\lambda_2 y_2) \exp(bt + jm(x_2 - c_2 t))\} \quad (17)$$

دما در فصل مشترک میبایست پیوسته باشد بنابراین:

$$T_1(x, 0, t) = T_2(x, 0, t) \quad (18)$$

از معادلات (۱۴)، (۱۷) و (۱۸) نتیجه می شود:

$$F_1 = 2F_2 \cosh(\lambda_2 a) \quad (19)$$

بنابراین میتوان دما در سیستم مختصات (x, y) را به فرم زیر نمایش داد:

$$T_1 = R\{T_0 \exp(bt - \lambda_1 y + jmx)\} \quad (20)$$

$$T_2 = R\left\{T_0 \frac{\cosh(\lambda_2(y+a))}{\cosh(\lambda_2 a)} \exp(bt + jmx)\right\} \quad (21)$$

در این روابط T_0 دمای اولیه می باشد. باید توجه شود که فقط معادله انتقال حرارت وابسته به زمان است بنابراین ادامه محاسبات را میتوان در سیستم مختصات متحرک (x, y) انجام داد.

۳-۲- محاسبه گرمای تولید شده در سطح مشترک

شار گرمایی در فصل مشترک دیسک و لنت به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$q_{yi} = -k_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (22)$$

اگر معادله (۲۰) و (۲۱) ابتدا در معادله (۲۲) قرار داده شود و سپس در معادل (۳) قرار گیرد آنگاه نتیجه می شود:

$$f_{vp1} \exp(bt) \cos(mx) = R\{[k_1 \lambda_1 + k_2 \lambda_2 \tanh(\lambda_2 a)] T_0 \exp(bt + jmx)\} \quad (23)$$

در نتیجه :

$$k_1\lambda_1 + k_2\lambda_2 \tanh(\lambda_2 a)\}T_0 = fvp_1 \quad (24)$$

۳-۳- محاسبه تنش ها و جابجایی های ترمو الاستیک

برای حل مسئله شرایط مرزی مکانیکی بصورت زیر در نظر گرفته می شود. بعبارت دیگر فرض می شود تنش به علت اختلافات حرارتی در فاصله ای دور از فصل مشترک دیسک و لنت، که در اینجا مطابق تصویر (۱) جهت ساده سازی حل تحلیلی بصورت نیم صفحه فرض شده است، صفر است. بنابراین:

$$\sigma_{xx1}, \sigma_{xy1}, \sigma_{yy1} \rightarrow 0 \quad y \rightarrow \infty \quad (25)$$

لازم به ذکر است که با توجه به کم بودن ضریب انتقال حرارت لنت نیم صفحه فرض نمودن لنت خطای زیادی را به همراه نخواهد داشت همچنین جهت حل تحلیلی مسئله بصورت فوق مدل شده است. بنابراین در حالت مقارن می توان نوشت:

$$u_{y2} = 0 \quad y = -a \quad (26)$$

$$\sigma_{xy2} = 0 \quad y = -a \quad (27)$$

در فصل مشترک $y=0$ می توان نوشت :

$$u_{y1} = u_{y2} \quad (28)$$

$$\sigma_{yy1} = \sigma_{yy2} = -p(x, t) \quad (29)$$

$$\sigma_{xy1} = \sigma_{xy2} = -fp(x, t) \quad (30)$$

علامت معادله (۳۰) وقتی صادق است که $V > 0$ باشد. حل خصوصی مسئله ترمو الاستیک مربوط به میدان حرارتی منطبق با معادلات (۲۰) و (۲۱) را میتوان با فرض تابع کرنشی ψ بصورت زیر بدست آورد.

$$2\mu u_i = \nabla \psi_i \quad (31)$$

$$\nabla^2 \psi_i = \beta_i T_i \quad (32)$$

$$\beta_i = \frac{2\mu_i \alpha_i (1 + \vartheta_i)}{1 - \vartheta_i} \quad (33)$$

که در آن α_i ضریب انبساط طولی، μ_i مدول برشی و ϑ_i ضریب پواسون می باشد. اگر معادله (۲۰) و (۲۱) در معادله (۳۲) جایگذاری شود می توان نتیجه گرفت:

$$\psi_1 = R\left\{\frac{\beta_1 T_0}{\lambda_1^2 - m^2} \exp(bt - \lambda_1 y + jmx)\right\} \quad (34)$$

$$\psi_2 = R\left\{\frac{\beta_2 T_0}{\lambda_2^2 - m^2} \frac{\cosh(\lambda_2(y+\alpha))}{\cosh(\lambda_2 \alpha)} \exp(bt + jmx)\right\} \quad (35)$$

با استفاده از روابط فوق تنش ها و جابه جایی ها از روابط زیر بدست می آید.

$$u_{yi} = \frac{1}{2\mu_i} \frac{\partial \psi_i}{\partial y}; \quad \sigma_{yyi} = -\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2}; \quad \sigma_{xyi} = \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x \partial y} \quad (36)$$

جزئیات حل مسئله فوق در مرجع [۴] ذکر شده است. با استفاده از مرجع [۴] میدانهای جابجایی و تنش بصورت زیر حاصل میگردد:

$$u_{y1} = R\left[-\frac{1}{2\mu_1} \left\{\frac{\beta_1 T_0 \lambda_1}{\lambda_1^2 - m^2} \exp(-\lambda_1 y + bt + jmx)\right\} - \frac{1}{2\mu_1} \{mA_1 \exp(-my + jmx)\} - \frac{1}{2\mu_1} \{m\gamma + (3-4\nu_1) B_1 \exp(-my + jmx)\}\right] \quad (37)$$

$$\sigma_{yy1} = R\left[m^2 \left\{\frac{\beta_1 T_0}{\lambda_1^2 - m^2} \exp(-\lambda_1 y + bt + jmx)\right\} + m^2 A_1 \exp(-my + jmx) + [m\gamma + 2(1-\nu_1)] m B_1 \exp(-my + jmx)\right] \quad (38)$$

$$\sigma_{xy1} = R\left[-jm \left\{\frac{\beta_1 T_0 \lambda_1}{\lambda_1^2 - m^2} \exp(-\lambda_1 y + bt + jmx)\right\} - jm^2 A_1 \exp(-my + jmx) - j\{m\gamma + (1-2\nu_1) m B_1 \exp(-my + jmx)\}\right] \quad (39)$$

$$u_{y2} = R\left[\frac{1}{2\mu_2} \left\{\frac{\beta_2 T_0 \lambda_2}{\lambda_2^2 - m^2} \frac{\sinh(\lambda_2(y+\alpha))}{\cosh(\lambda_2 \alpha)} \exp(bt + jmx)\right\} + \frac{1}{2\mu_2} mA_2 \sinh(m(y+\alpha)) \exp(jmx)\right] + \frac{1}{2\mu_2} \{(y+\alpha)m \cosh(m(y+\alpha)) - (3-4\nu_2) \sinh(m(y+\alpha))\} m B_2 \exp(jmx) \quad (40)$$

$$\sigma_{yy2} = R\left[m^2 \left\{\frac{\beta_2 T_0}{\lambda_2^2 - m^2} \frac{\cosh(\lambda_2(y+\alpha))}{\cosh(\lambda_2 \alpha)} \exp(bt + jmx)\right\} + m^2 A_2 \cosh(m(y+\alpha)) \exp(jmx)\right] + \{(y+\alpha)m \sinh(m(y+\alpha)) - 2(1-\nu_2) \cosh(m(y+\alpha))\} m B_2 \exp(jmx) \quad (41)$$

$$\sigma_{xy2} = R\left[jm^2 \left\{\frac{\beta_2 T_0 \lambda_2}{\lambda_2^2 - m^2} \frac{\sinh(\lambda_2(y+\alpha))}{\cosh(\lambda_2 \alpha)} \exp(bt + jmx)\right\} + jm^2 A_2 \sinh(m(y+\alpha)) \exp(jmx)\right] + j\{(y+\alpha)m \cosh(m(y+\alpha)) - (1-2\nu_2) \sinh(m(y+\alpha))\} m B_2 \exp(jmx) \quad (42)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی سطح مشترک که در معادلات (۲۸-۳۰) ذکر شده چهار معادله برای چهار ثابت مختلط B_2, B_1, A_1, A_2 تعریف می‌شود. همچنین ترکشن در ناحیه تماس بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\sigma_{yy1}(x, 0, t) = -p_1 \exp(bt) \cos(mx), \quad (43)$$

با قراردادن p_1 از معادلات فوق در معادله (۲۴) می‌توان معادله مشخصه مختلط زیر را بدست آورد.

$$\left\{ \frac{K_1}{K_2} \lambda_1 + \lambda_2 \tanh(\lambda_2 \alpha) \right\} \left(1 - j f \frac{H_1}{H_2} \right) = \frac{f H_1 V m}{k_2} \left[\frac{1}{\lambda_1 + m} \frac{\alpha_1 (1 + v_1)}{\alpha_2 (1 + v_2)} \{ A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A \} + \frac{\tanh A}{\lambda_2^2 - m^2} \{ \tanh(\lambda_2 \alpha) - m \tanh A \} \right] \quad (44)$$

که در آن :

$$H_1(A) = \frac{2 \mu_1 \mu_2 k_2 \alpha_2 (1 + v_2)}{\{ \mu_2 (1 - v_1) (A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A) + \mu_1 (1 - v_2) \tanh^2 A \} k_2}, \quad (45)$$

$$H_2(A) = \frac{4 \mu_1 \mu_2 k_2 \alpha_2 (1 + v_2)}{\{ \mu_2 (1 - 2v_1) (A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A) + \mu_1 (1 - 2v_2) \tanh A + \mu_1 A \operatorname{sech}^2 A \} k_2} \quad (46)$$

و $A = ma$ برای مقادیر مشخص m, V و خواص مادی معلوم، معادله (۴۴) نرخ رشد b را که بصورت ضمنی در λ_1 آمده با توجه به معادله (۱۲) مشخص مینماید.

۳-۴- معرفی پارامترهای بی بعد

پارامترهای بی بعد به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$k^* = \frac{K_1}{K_2}; \quad K^* = \frac{K_1}{K_2}; \quad \alpha^* = \frac{\alpha_1 (1 + v_1)}{\alpha_2 (1 + v_2)} \quad (47)$$

$$\lambda_i^* = \frac{\lambda_i}{m}; \quad c_i^* = \frac{c_i}{k_2 m} \quad (48)$$

$$V^* = \frac{V}{k_2 m} = c_1^* - c_2^* \quad (49)$$

$$b^* = \frac{b}{k_2 m^2} \quad (50)$$

اگر عبارت های (۴۷-۴۹) در معادله (۴۴) قرار داده شود، معادله مشخصه بی بعد بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\{k^*\lambda_1^* + \lambda_2^* \tanh(\lambda_2^* A)\} \left(1 - jf \frac{H_1}{H_2}\right) = fH_1 V^* \left[\frac{\alpha^*}{\lambda_1^{*2} + 1} (A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A) + \frac{\tanh A}{\lambda_2^{*2} - 1} \times \right. \\ \left. \{\lambda_2^* \tanh(\lambda_2^* A) - \tanh A\} \right] \quad (51)$$

۳-۵- شرایط پایداری مسئله

پایداری در میدانهای تنش و حرارت در صورتیکه نرخ رشد این میدانها با زمان منفی باشد قابل تعریف میباشد. در این حالت کلیه اغتشاشات اولیه در حرارت و تنشها با زمان سیر نزولی خواهند داشت. لذا حد پایداری را میتوان با صفر قراردادن نرخ رشد بدست آورد. در این حالت وقتی $b=0$ است، فرم بی بعد معادله (۱۲) بصورت زیر خواهد شد :

$$\lambda_i^* \equiv \xi_i^* + j\eta_i \quad (52)$$

درحالیکه :

$$\xi_i^* = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c_1^*}{k^*} \right)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (53)$$

$$\eta_1^* = - \left\{ \frac{1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c_1^*}{k^*} \right)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (54)$$

$$\xi_2^* = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + (c_2^*)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (55)$$

$$\eta_2^* = \left\{ \frac{1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + (c_2^*)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (56)$$

باتوجه به روابط فوق رابطه زیر نتیجه می شود:

$$\xi_1^{*2} - \eta_1^{*2} = 1; \quad \xi_2^{*2} - \eta_2^{*2} = 1 \quad (57)$$

بعد از قرار دادن معادله (۵۲) در معادله (۵۱) و جدا کردن قسمت حقیقی و موهومی، دو معادله حقیقی بدست می آید که با استفاده از معادله (۵۷) بصورت زیر خواهد بود:

$$K^* \xi_1^* + \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) - \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} + f \frac{H_1}{H_2} \left\{ k^* \eta_1^* + \frac{\xi_2^* \sin(2A\eta_2^*) + \eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \\ = \frac{fH_1 V^*}{2} \left[\frac{\alpha^*}{\xi_1^*} (A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A) + \frac{\tanh A}{\xi_2^* \eta_2^*} \times \left\{ \frac{\xi_2^* \sin(2A\eta_2^*) - \eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \right] \quad (58)$$

$$K^* \eta_1^* + \frac{\xi_2^* \sin(2A\eta_2^*) + \eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} - f \frac{H_1}{H_2} \left\{ K^* \xi_1^* + \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) - \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} \right\} = - \frac{fH_1 V^*}{2}$$

$$\left[\frac{\alpha^* \eta_1^*}{\xi_1^* (\xi_1^* + 1)} (A \operatorname{sech}^2 A + \tanh A) + \frac{\tanh A}{\xi_2^* \eta_2^*} \left\{ \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) - \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*) - \tanh A (\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*))}{\cosh(2A\xi_2^*) + \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \right] \quad (59)$$

از معادلات (۵۸) و (۵۹) و رابطه (۴۹) میتوان c_1^* و c_2^* را حذف نمود و سرعت بحرانی را برای حالت متقارن بدست آورد.

۴- حل مسئله نامتقارن

برای حالت نامتقارن مسئله می توان نوشت :

$$T_2=0 \quad y=-a \quad (60)$$

$$u_{x2} = 0 \quad y = -a \quad (61)$$

$$\sigma_{yy2} = 0 \quad y = -a \quad (62)$$

همان گام های مسئله متقارن برای حالت نامتقارن استفاده می شود و معادله مشخصه نامتقارن بصورت زیر بدست می آید.

$$\{K^* \lambda_1^* + \lambda_2^* \coth(\lambda_2^* A)\} \left(1 - j f \frac{H_1}{H_2}\right) = f H_1 V^* \left[\frac{\alpha^*}{\lambda_1^{*+1}} (-A \operatorname{csch}^2 A + \coth A) + \frac{\coth A}{\lambda_2^{*+1}} \{\lambda_2^* \coth(\lambda_2^* A) - \coth A\} \right] \quad (63)$$

جایی که ،

$$H_1(A) = \frac{2\mu_1 \mu_2 K_2 \alpha_2 (1+v_2)}{\{\mu_2 (1-v_1) (-A \operatorname{csch}^2 A + \coth A) + \mu_1 (1-v_2) \coth^2 A\} K_2} \quad (64)$$

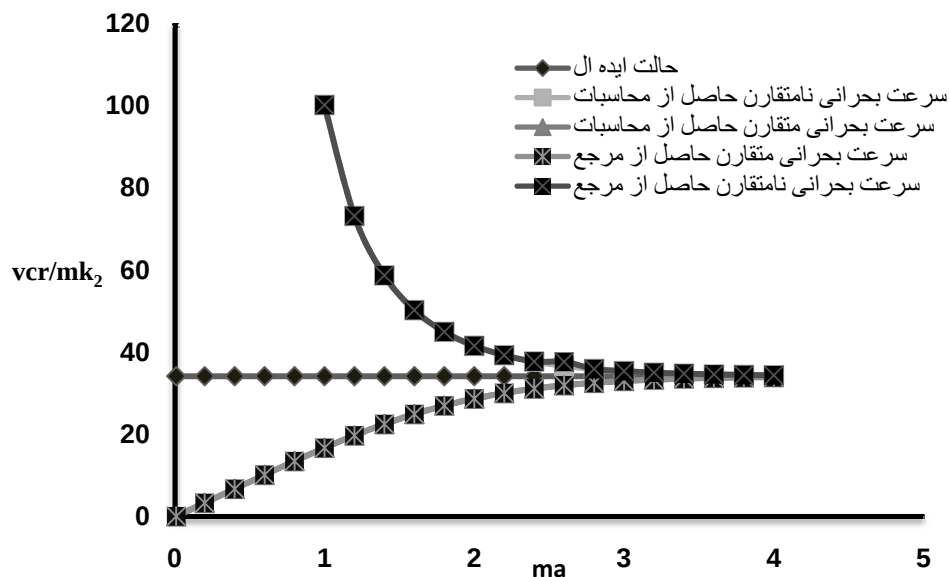
$$H_2(A) = \frac{4\mu_1 \mu_2 K_2 \alpha_2 (1+v_2)}{\{\mu_2 (1-2v_1) (-\operatorname{csch}^2 A + \coth A) - \mu_1 (1-2v_2) \coth A - \mu_1 A \operatorname{csch}^2 A\} K_2} \quad (65)$$

بنابراین برای حالت نامتقارن می توان داشت :

$$K^* \xi_1^* + \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) + \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} + f \frac{H_1}{H_2} \left\{ k^* \eta_1^* + \frac{\eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*) - \xi_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \\ = \frac{f H_1 V^*}{2} \left[\frac{\alpha^*}{\xi_1^*} (-A \operatorname{csch}^2 A + \coth A) + \frac{\coth A}{\xi_2^* \eta_2^*} \times \left\{ \frac{\eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*) - \xi_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \right] \quad (66)$$

$$K^* \eta_1^* + \frac{-\xi_2^* \sin(2A\eta_2^*) + \eta_2^* \sinh(2A\xi_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} - f \frac{H_1}{H_2} \left\{ k^* \xi_1^* + \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) + \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*)}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} \right\} = - \frac{f H_1 V^*}{2} \left[\frac{\alpha^* \eta_1^*}{\xi_1^* (\xi_1^* + 1)} \times \right. \\ \left. (-A \operatorname{csch}^2 A + \coth A) + \frac{\coth A}{\xi_2^* \eta_2^*} \left\{ \frac{\xi_2^* \sinh(2A\xi_2^*) + \eta_2^* \sin(2A\eta_2^*) - \coth A (\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*))}{\cosh(2A\xi_2^*) - \cos(2A\eta_2^*)} \right\} \right] \quad (67)$$

در این تحقیق برای یافتن سرعت بحرانی بر حسب $A=ma$ از نرم افزار *Mathematica* استفاده شده است برای یک ماده معین $A=ma$ ، از بازه (۰ - ۶) تغییر کرده است در حالی که بقیه متغیرها ثابت اند و سرعت بحرانی در هر حالت محاسبه می شود. به ازای $A=ma$ در بازه (۰ - ۶) مقدار سرعت بحرانی با استفاده از نرم افزار بدست می آید و می توان نمودار سرعت بحرانی بر حسب ma را مانند شکل (۲) رسم نمود. با مقایسه سرعت های بحرانی حاصل از جنس های متفاوت برای دیسک و لنت می توان بهترین جنس برای دیسک و لنت را انتخاب نمود. برای بررسی صحت نتایج بدست آمده ابتدا یک نمونه از نتایج حاصله با بتایج بدست آمده از مقاله [۶] مقایسه میشود. بدین منظور مانند مرجع [۶] لنت و دیسک از جنس چدن ریخته گری انتخاب می شوند و تغییرات بی بعد سرعت بحرانی بر حسب ma رسم میگردد. همانگونه که در تصویر (۲) مشاهده می شود نمودار حاصل بطور کامل منطبق بر نمودار بدست آمده در مرجع [۶] می باشد.



شکل ۲- مقایسه نتایج محاسبات

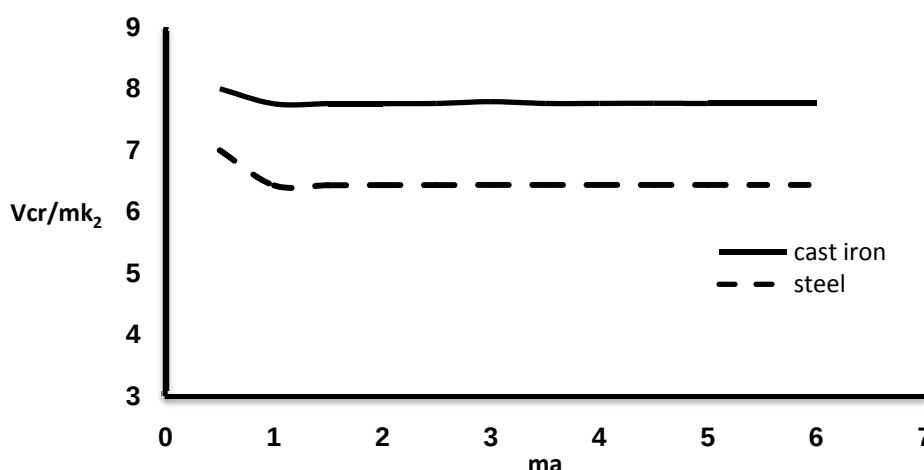
در شکل (۲) مقایسه بین سرعت های بحرانی بدست آمده در محاسبات انجام شده در این مقاله و سرعت بحرانی موجود در مرجع [۶] در دو حالت متقارن و نامتقارن مشاهده میشود. منظور از حالت ایده ال حالتی است که ضخامت دیسک نامحدود فرض شده است.

۵- نتایج

در این بخش سرعت بحرانی دیسک و لنت های مختلف با یکدیگر مقایسه خواهد شد. چدن ریخته گری و فولاد برای دیسک و سه ماده کامپوزیتی معمول در راه آهن برای لنت مورد بررسی قرار خواهند گرفت. خواص مواد ذکر شده در جدول (۱) آمده است. در تمام تحلیل ها ضریب اصطکاک مقدار ثابت $f=0.4$ خواهد بود. همه نمودارها بصورت بی بعد رسم شده اند.

۵-۱- مقایسه جنس های مختلف دیسک

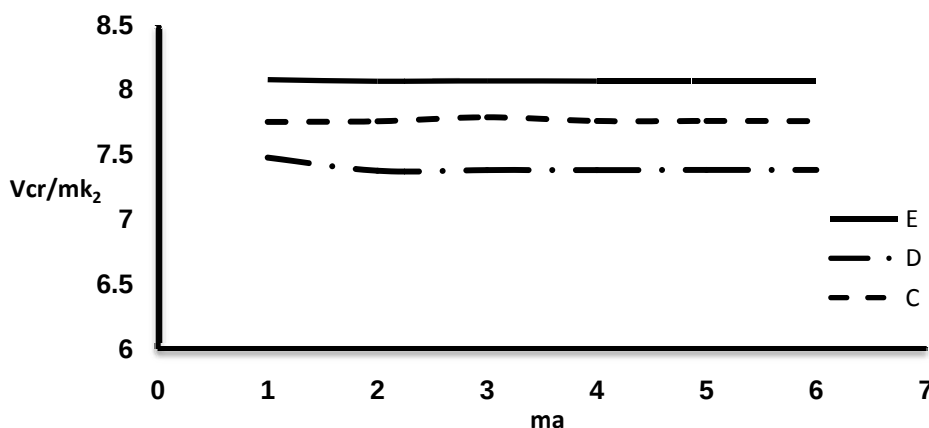
در این بخش به منظور بررسی اثر جنس دیسک بر روی سرعت بحرانی فرض می شود که جنس لنت از ماده C می باشد و منحنی تغییرات سرعت بحرانی بر حسب ma برای دو حالت دیسک با جنس چدن ریخته گری و فولاد رسم می گردد. با توجه به شکل (۳) برای یک مقدار ثابت ma سرعت بحرانی دیسک از جنس چدن ریخته گری مقدار بیشتری از سرعت بحرانی دیسک از جنس فولاد می باشد. این بدان معنی است که دیسک از جنس چدن ریخته گری دیرتر به حالت ناپایداری گرمایی می رسد، در نتیجه دیسک از جنس چدن ریخته گری بهتر از دیسک از جنس فولاد عمل می کند.



شکل ۳- مقایسه سرعت های بحرانی دیسک از جنس فولاد و چدن ریخته گری

۵-۲- مقایسه جنس های مختلف لنت در حالت متقارن

جهت بررسی اثر جنس لنت در این قسمت جنس دیسک بصورت ثابت چدنی فرض شده است. سه ماده کامپوزیتی C و D و E برای لنت در نظر گرفته شده است. برای سه جنس فرض شده نمودار سرعت بحرانی بر حسب ma در شکل (۴) رسم شده است.

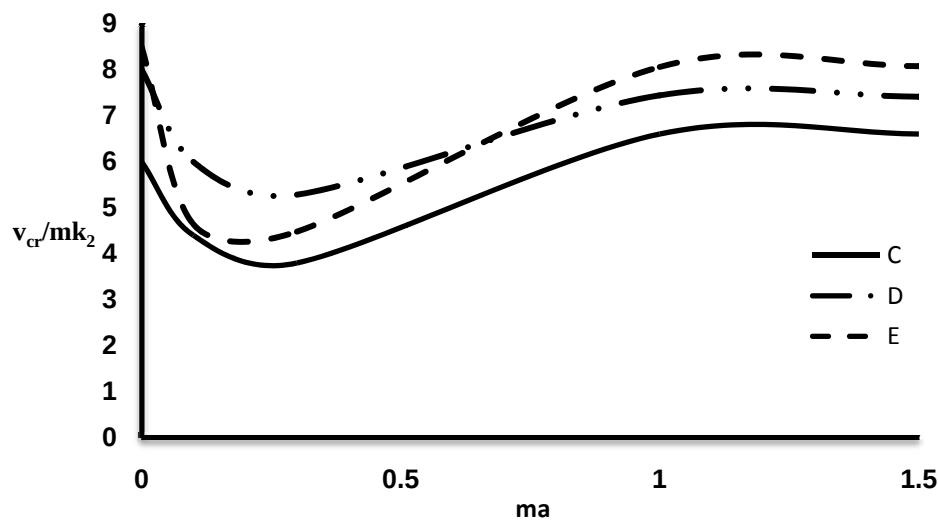


شکل ۴- مقایسه سرعت بحرانی برای لنت با مواد C و D و E در حالت متقارن

با توجه به شکل (۴) و مقایسه سرعت بحرانی سه ماده فرض شده این نتیجه حاصل می شود که لنت از جنس E به علت داشتن سرعت بحرانی بیشتر نسبت به دو ماده دیگر بهترین ویژگی را دارد. لازم به ذکر است که ماده E کمترین مدول الاستیته و ضریب رسانایی را دارا می باشد و ماده C بیشترین ضریب انبساط طولی را دارا می باشد.

۵-۳- مقایسه جنس های مختلف لنت در حالت نامتقارن

در اینجا جنس دیسک از چدن فرض می شود و برای لنت جنس های متفاوت در نظر گرفته می شود.

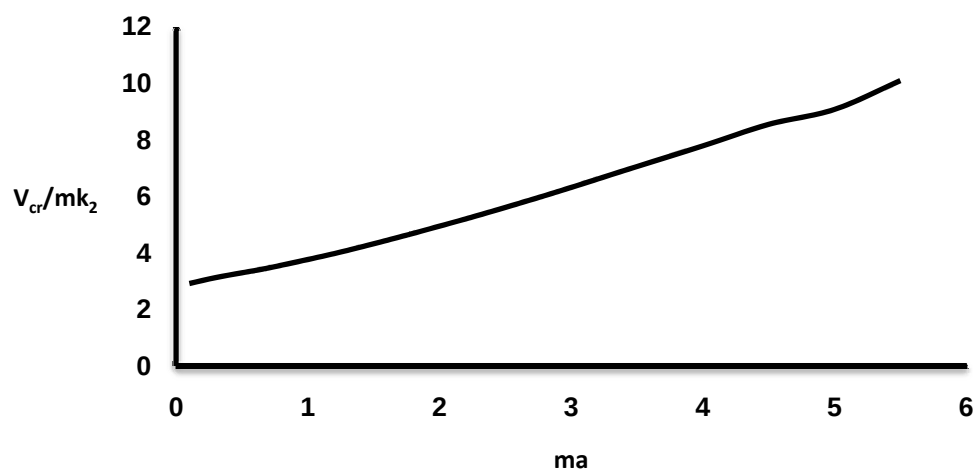


شکل ۵- مقایسه سرعت بحرانی برای لنت با مواد C و D در حالت نامتقارن

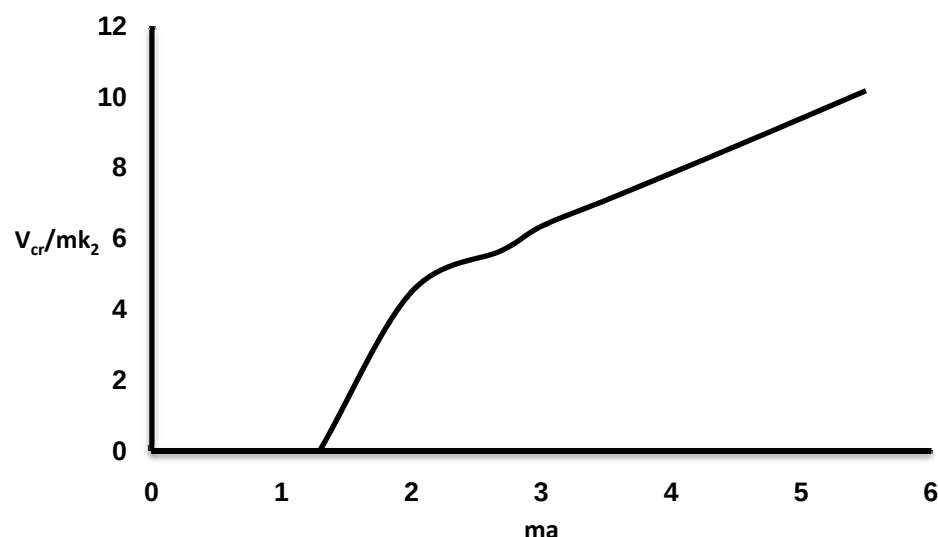
با توجه به شکل (۵) مشاهده می شود که مینیمم سرعت بحرانی ماده D بیشتر از مینیمم سرعت بحرانی ماده C و E است که نشان می دهد ماده D در حالت نامتقارن نسبت به ماده C و E عملکرد بهتری در ma های کمتر از ۰/۷ دارد ولی در ma های بزرگتر از ۰/۷ ماده E رفتار بهتری را نشان می دهد.

۵-۴- نمودار های لنت و دیسک همجنس

در این قسمت حالتی در نظر گرفته می شود که ماده تشکیل دهنده دیسک و لنت بصورت یکسان و از چدن ریخته گری می باشند.



شکل ۶- نمودار سرعت بحرانی دیسک و لنت از جنس چدن ریخته گری در حالت متقارن

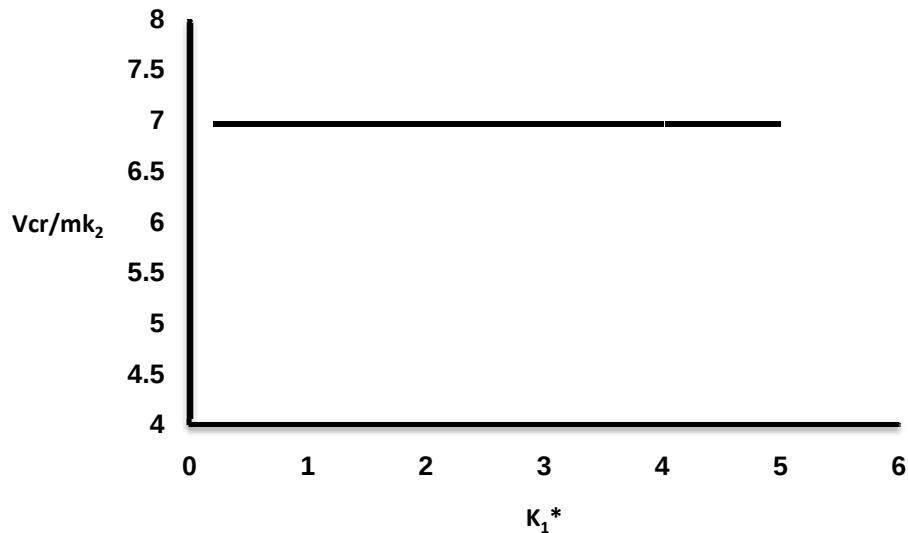


شکل ۷- نمودار سرعت بحرانی دیسک و لنت از جنس چدن ریخته گری در حالت نامتقارن

همانگونه که در تصاویر (۶) و (۷) مشاهده می‌شود سرعت بحرانی در این تصاویر در مقادیر کوچک A خیلی کم است. به دلیل سرعت های بحرانی کم بهتر است از دیسک و لنت های همجنس در ضخامت های کم (مقادیر کوچک A) به هیچوجه استفاده نشود.

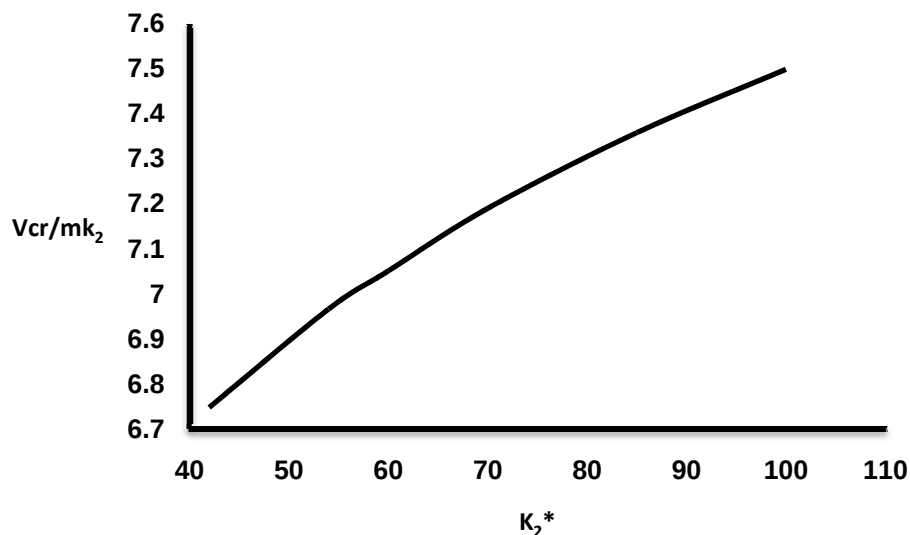
۵-۵- نمودارهای تاثیرات خواص مختلف ماده روی سرعت بحرانی

در ادامه با فرض مقدار ثابت برای A تغییرات سرعت بحرانی با تغییر خواص مختلف ماده مانند ضریب انبساط طولی (α)، ضریب رسانایی (K)، ضریب اصطکاک (f) و مدول الاستیته (E) لنت و دیسک بررسی خواهد شد.



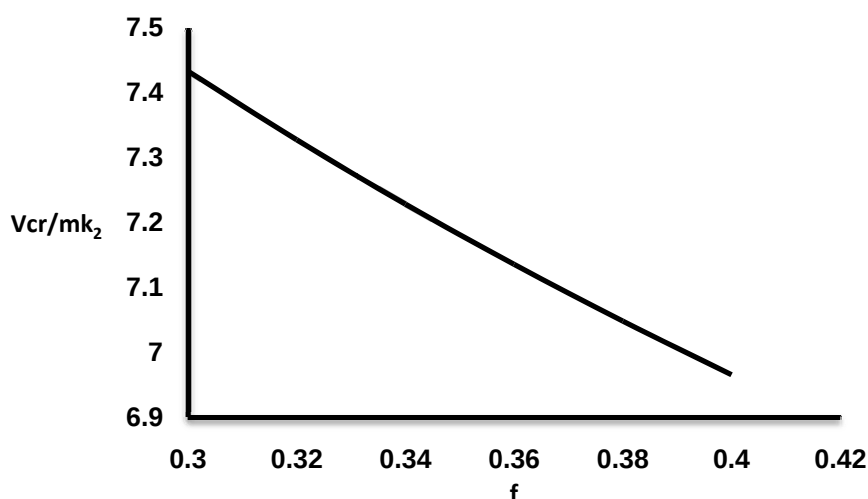
شکل ۸- نمودار تغییرات سرعت بحرانی برحسب ضریب رسانایی لنت

با توجه به تصویر (۸) مشاهده می شود که تغییرات سرعت بحرانی برحسب ضریب رسانایی لنت تقریباً ناچیز می باشد و نمودار آن تقریباً یک خط ثابت است. از تصویر (۸) نتیجه گرفته می شود که مقدار ضریب رسانایی لنت تأثیر کمی روی سرعت بحرانی دارد این نتیجه با توجه به این که انتقال حرارت بیشتر از طریق دیسک می باشد و انتقال حرارت ناچیزی از لنت صورت می گیرد کاملاً منطبق بنظر می رسد.



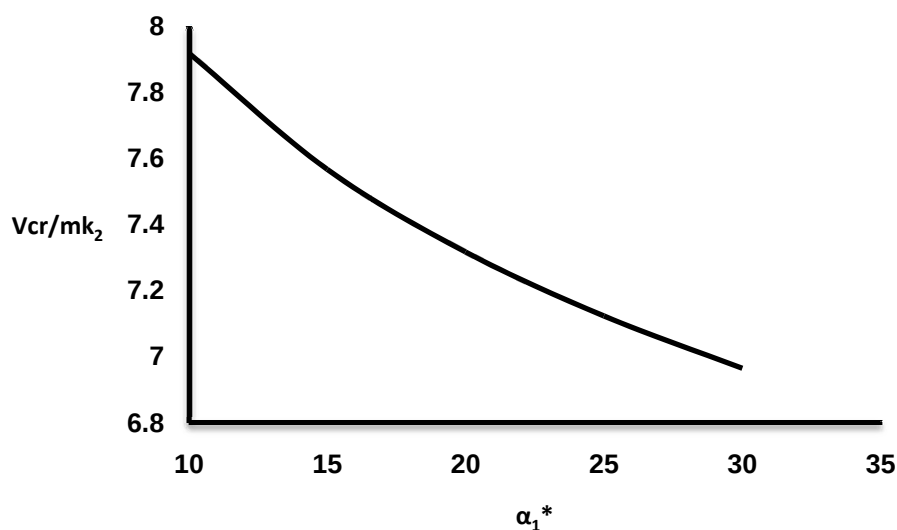
شکل ۹- تغییرات سرعت بحرانی برحسب ضریب رسانایی دیسک

از شکل (۹) نتیجه می شود که افزایش ضریب رسانایی دیسک تأثیر قابل ملاحظه ای روی سرعت بحرانی دارد بطوری که با افزایش ضریب رسانایی دیسک سرعت بحرانی افزایش می یابد. با افزایش ضریب رسانایی دیسک، دیسک حرارت بیشتری را انتقال می دهد و از اینرو سطح را خنک تر می کند و نقاط داغ دیرتر تشکیل می شود و مقدار سرعت بحرانی بالا می رود.



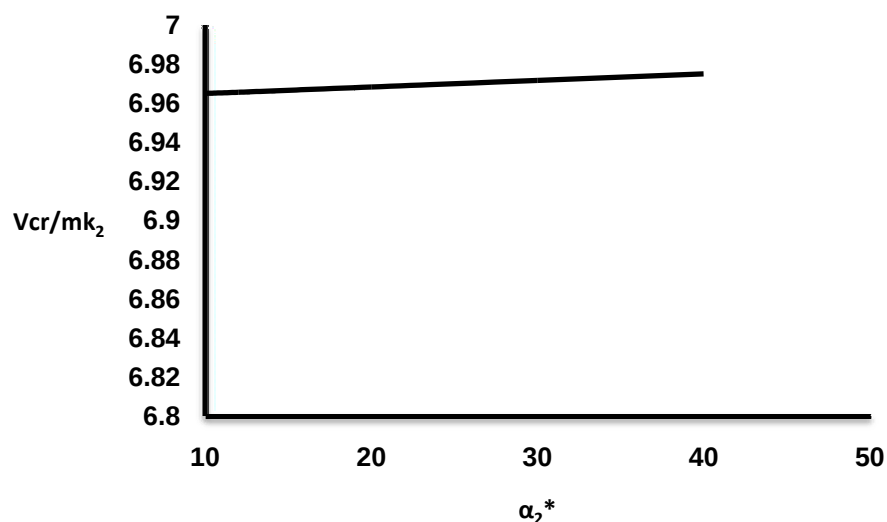
شکل ۱۰- تغییرات سرعت بحرانی برحسب ضریب اصطکاک

همانطور که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود با افزایش ضریب اصطکاک سرعت بحرانی کم می‌شود زیرا افزایش اصطکاک با افزایش سرعت مقابله خواهد کرد. اما باید توجه داشت که نمی‌توان مقدار ضریب اصطکاک را از یک حدی کمتر در نظر گرفت زیرا برای ترمزگیری نیاز به اصطکاک می‌باشد و در غیر اینصورت ایجاد مشکل می‌کند. بنابراین برای ضریب اصطکاک باید یک مقدار بهینه در نظر گرفته شود.



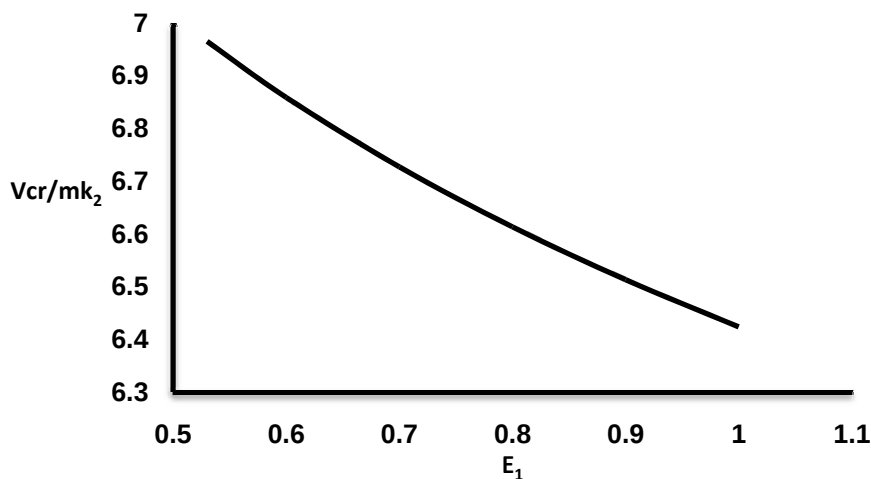
شکل ۱۱- تغییرات سرعت بحرانی برحسب ضریب انبساط طولی لنت

همانگونه که در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود با افزایش ضریب انبساط طولی لنت سرعت بحرانی کاهش می‌یابد. این کاهش سرعت بدین دلیل است که با افزایش ضریب انبساط طولی لنت، تغییر شکل لنت بیشتر می‌شود در نتیجه اعوجاج بیشتر و امکان تشکیل نقاط داغ بیشتر خواهد شد. و در نتیجه افزایش ضریب انبساط طولی لنت باعث کاهش سرعت بحرانی می‌شود.



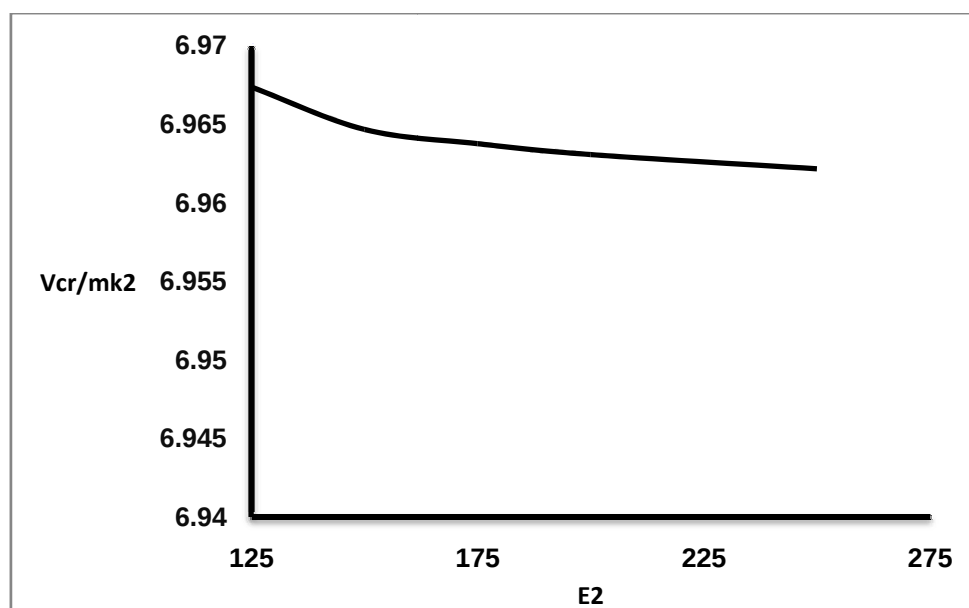
شکل ۱۲- تغییرات سرعت بحرانی بر حسب ضریب انبساط طولی دیسک

با توجه به تصویر (۱۲) افزایش ضریب انبساط طولی دیسک تاثیر ناچیزی بر روی سرعت بحرانی دارد. با افزایش ضریب انبساط طولی دیسک چون فضای بزرگی نسبت به لنت دارد و همچنین انتقال حرارت دیسک بیشتر از لنت است افزایش ضریب انبساط طولی دیسک روی تشکیل نقاط داغ اثر کمتری دارد در نتیجه اثر کمی روی سرعت بحرانی خواهد داشت.



شکل ۱۳- تغییرات سرعت بحرانی بر حسب مدول الاستیته لنت

همانگونه که در شکل (۱۳) مشاهده می شود افزایش مدول الاستیته لنت باعث کاهش سرعت بحرانی خواهد شد.



شکل ۱۴- تغییرات سرعت بحرانی بر حسب مدول الاسیته دیسک

همانطور که در شکل (۱۴) مشاهده می‌شود با افزایش مدول الاسیته دیسک تغییرات سرعت بحرانی نا چیز است. این در حالی است که تغییرات سرعت بحرانی بر حسب مدول الاسیته در لنت قابل توجه می‌باشد. از تصاویر (۱۳) و (۱۴) این نتیجه بدست می‌آید که لنت نسبت به دیسک باید از جنس نرمتری انتخاب شود یعنی مدول الاسیته لنت باید کمتر از مدول الاسیته دیسک باشد.

نتیجه گیری

- ۱- تحلیل و مقایسه نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که افزایش ضخامت دیسک با افزایش سرعت بحرانی رابطه مستقیم دارد. اما باید دقت شود که برای افزایش ضخامت دیسک محدودیت‌هایی از قبیل افزایش هزینه، افزایش وزن و افزایش فضای اشغال شده توسط دیسک وجود دارد و نمی‌توان بیش از حد مشخصی ضخامت دیسک را افزایش داد.
- ۲- همواره لنت باید از جنس نرمتری نسبت به دیسک باشد زیرا در غیر اینصورت باعث ایجاد ترک بر روی دیسک خواهد شد و این مسئله دلیل انتخاب مدول الاسیته کم برای لنت می‌باشد.
- ۳- کم بودن ضریب انبساط طولی برای لنت باعث بالا بردن سرعت بحرانی شده و مفید می‌باشد.
- ۴- انتخاب لنت و دیسک از یک جنس بخصوص در ضخامت‌های کم دیسک باعث کم شدن سرعت بحرانی توصیه نمی‌شود.
- ۵- بررسی‌ها نشان می‌دهد که انتخاب دیسک با ضریب رسانایی بالا و لنت با مدول الاسیته کم می‌تواند بهترین حالت به منظور بالا بردن عمر تجهیزات و کیفیت ترمز گیری باشد.

مراجع

- [1] Barber, J.R., "The Influence of Thermal Expansion on the Friction and Wear Process", Wear, Vol. 10, pp. 155-159, (1967).
- [2] Barber, J.R., "Thermoelastic Instabilities in the Sliding of Conforming Solids", Proc. Roy. Soc. Series A 312, pp. 381-394, (1969).
- [3] Anderson, A.E., and Knapp, R.A., "Hot Spotting in Automotive Friction Systems", Int. Conf. on Wear of Materials, Vol. 2, pp. 673-680, Denver, USA, (1989).
- [4] Lee, K., and Barber, J.R., "Frictionally-excited Thermoelastic Instability in Automotive Disk Brakes", ASME J Tribology, Vol. 115, pp. 607-614, (1993).
- [5] Lee, K., and Barber, JR., , "The Effect of Shear Traction on Frictionally-excited Thermoelastic Instability", Wear, Vol. 160, pp. 237-242, (1993).
- [6] Afferrante, L., Ciavarella, M., and Decuzzi, P., "Thermoelastic Instability in a Thin Layer Sliding Between Two Half Plane: Transient Behavior", Tribology International, Vol. 36, pp. 205-212, (2000).

فهرست نمادهای انگلیسی

- a: ضخامت نیم لایه
 b: نرخ رشد
 b*: نرخ رشد بی بعد
 c: سرعت مطلق اختلالات حرارتی
 c_i: سرعت نسبی اختلالات حرارتی نسبت به جسم i
 c_i*: سرعت نسبی بی بعد اختلالات حرارتی نسبت به جسم i
 c_p: گرمایی مخصوص
 E: مدول الاستیسیته
 f: ضریب اصطکاک
 K: ضریب رسانایی گرمایی
 K*: ضریب رسانایی گرمایی بی بعد
 k: ضریب نفوذ گرمایی
 k*: نرخ نفوذ گرمایی
 l: طول موج
 l_p: طول لنت
 m: بسامد اختلال سینوسی ناشی از بارگذاری
 P: فشار

q_{net} : اختلال در گرمای اصطکاکی

q_y : شار گرمایی در جهت y

R : قسمت حقیقی تابع

T : درجه حرارت

t : زمان

u : جابجایی

V : سرعت لغزشی

V^* : سرعت لغزشی بی بعد

α : ضریب انبساط گرمایی

α^* : ضریب انبساط گرمایی بی بعد

η : قسمت موهومی λ^*

λ : ثابت جداساز

λ^* : بی بعد λ

μ : مدول برشی

ν : ضریب پواسون

Abstract

A disk brake stops a vehicle by converting kinetic energy into thermal energy. Concentration of frictional heating over zones smaller than the nominal friction interface can occur in brakes, thus leading to high localized temperature and mechanical pressure or on the other word hot spots. This feedback process is generally found to be unstable and is called thermoelastic instability. The resulting high local temperatures and thermal stresses in hot spots also have various undesirable effects such as material transformation, thermal cracking, brake fade and thermoelastic buckling of disks. In this paper different materials for disk and pads brake are considered and their behavior in contact process is investigated. At the end, the best materials for disk and pads from the efficiency point of view have been proposed.