

## شبیه سازی فرآیند فشردن دیسک با یک مدل جدید

### صلب پلاستیک بدون المان

در این مقاله بر اساس قانون جریان برای مواد کم تراکم پذیر که رفتارشان به صورت صلب پلاستیک فرض می‌شود، فرآیند فشردن دیسک به صورت تقارن محوری شبیه سازی می‌گردد. برای شبیه سازی از روش بدون المان  $RKPM$  استفاده می‌شود. برای شبیه سازی، میدان سرعت تقریبی در فرم ضعیف معادله تعادل مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای تعریف میدان سرعت تقریبی از توابع شکل بدون المان  $RKPM$  استفاده شده است. در این شبیه سازی از توابع شکل بدون المان مادی برای تقریب زدن استفاده شده است. این امر سبب می‌شود که گره های حوزه اثر نقاط در حین تغییر شکل ثابت بمانند. برای اعمال شرایط مرزی اساسی از روش تبدیل استفاده شده است. نتیجه‌های به دست آمده از شبیه سازی با روش اجزاء محدود و نتیجه‌های تجربی مقایسه گردیده و مطابقت خوبی بین آنها مشاهده گردیده است.

### مهرداد فروتن<sup>۱</sup>

استادیار

### رحیم ستوده بحرینی<sup>۲</sup>

کارشناس ارشد

### مهدی مرتضوی<sup>۳</sup>

کارشناس ارشد

واژه‌های راهنما: روش شبه بدون المان، شکل دهی حجمی فلز، صلب پلاستیک، فشردن دیسک

## ۱- مقدمه

فرآیندهای تولیدی مانند شکل دهی فلزات در صنعت بسیار مهم هستند. هزینه بالای اجزای دستگاه فرم-دهی در صورت پیشرفت‌های محاسباتی و فیزیکی در متدلوژی فرآیند طراحی و کنترل، می‌تواند به میزان قابل توجهی کاهش یابد. حل‌های عددی وسیله قدرتمندی برای تحلیل فرآیندهای شکل دهی فلزات هستند. این روش‌ها می‌توانند نواقص را در قسمت‌های تغییر شکل یافته پیش بینی کنند، عمر ابزار و قالب را بالا ببرند و فرآیند شکل دهی را بهینه سازی کنند.

بطور کلی فرآیند شکل دهی فلزات در دسته مسائل غیر خطی با تغییر شکل زیاد طبقه بندی می‌شوند. مسائل شکل دهی حجمی فلزات با استفاده از روش المان محدود الاستو-پلاستیک و صلب-پلاستیک به وسیله محققین زیادی تحلیل شده‌اند. کاربرد این روش‌ها برای تحلیل مسائل شکل دهی فلزات با محدودیت-

<sup>۱</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه [foroutan@razi.ac.ir](mailto:foroutan@razi.ac.ir)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه [rahim.sotoodeh@gmail.com](mailto:rahim.sotoodeh@gmail.com)

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه

هایی روبروست: (۱) مش بندی حوزه مسئله مورد نیاز است که هزینه بر می باشد. (۲) به دلیل تغییر شکل محلی زیاد المان ها جاکوبین منفی می گردد از این رو علاوه بر مش بندی ابتدائی مش بندی های مجدد در حین تحلیل نیز الزامی می گردد که باعث افزایش هزینه و کاهش دقت می گردد.

روش های بدون المان گروهی از روش های عددی هستند که برای حل معادله های مشتق های جزئی بر روی مجموعه ای از نقطه های منظم و یا غیر منظم به کار می روند. این روش ها احتیاجی به روند پر هزینه مش بندی و مش بندی مجدد حین حل مسئله را ندارند. بعلاوه روش های بدون المان اجازه توزیع دلخواه گره ها در حوزه مسئله را می دهند. تفاوت اساسی این روش ها با روش اجزاء محدود در نحوه تقریب متغیر میدان است. برخی از روش های بدون المان عبارتند از: روش المان پراکنده<sup>۱</sup> [۱]، روش EFG<sup>۲</sup> [۲،۳]، روش RKPM<sup>۳</sup> [۴،۵]، روش sph<sup>۴</sup> [۶]، روش جزء واحد<sup>۵</sup> [۷]، روش نقطه محدود<sup>۶</sup> [۸] و تخمین بدون المان پتروف – گالرکین<sup>۷</sup> [۹]. چن [۱۰،۱۱،۱۲] نخستین کسی بود که از روش RKPM در تحلیل شکل دهی فلزات استفاده نمود. روش های بدون المان فوق اکثراً بر روی فرم ضعیف بنا شده اند. اگر انتگرال گیری بطور مستقیم در گره ها انجام شود روش را بدون المان حقیقی گویند و اگر انتگرال گیری بر روی سلول های مشابه المان محدود انجام شود روش شبه بدون المان نتیجه می شود. در فرآیندهای شکل دهی حجمی کرنش های الاستیک قابل چشم پوشی هستند. بنابراین برای تحلیل این فرآیندها می توان بجای استفاده از مدل های الاستو- پلاستیک، از مدل های صلب- پلاستیک که مدل های ساده تری هستند استفاده نمود. تحلیل فرآیندهای شکل دهی با استفاده از مدل های صلب- پلاستیک و روش های بدون المان اخیراً مورد توجه محققین قرار گرفته است. جیو و همکاران [۱۳،۱۴] با استفاده از روش بدون المان کالوکیشن فرآیندهای اکستروژن معکوس و فشردن کرنش صفحه ای را مدل کردند. ژیانگ و همکاران [۱۵] یک مدل صلب- پلاستیک بدون المان با استفاده از تقریب RKPM برای مدل کردن فرآیند فشردن حلقه ارائه نمود. لی و همکاران [۱۶] با استفاده از تقریب sph فرآیند فشردن حلقه را مدل نمودند. در دو مدل اخیر برای اعمال شرایط مرزی اساسی از روش تابع جریمه استفاده شده است.

در این مقاله از روش RKPM برای شبیه سازی فرآیند فشردن دیسک بصورت تقارن محوری استفاده شده است. رفتار ماده بصورت صلب- پلاستیک در نظر گرفته شده و از قانون جریان مواد کمی تراکم پذیر در فرم ضعیف معادله تعادل استفاده شده است. برای انتگرال گیری در فرم ضعیف معادله تعادل از یک شبکه پس زمینه استفاده شده است. روش انتگرال گیری عددی روش گوس است. در این شبیه سازی از توابع شکل بدون المان مادی برای تقریب زدن میدان سرعت استفاده شده است. به این ترتیب گره های حوزه اثر نقاط در حین تغییر شکل ثابت می مانند که در نتیجه باعث کاهش زمان حل مسئله توسط رایانه می شود.

<sup>1</sup> diffuse element method

<sup>2</sup> element free Galerkin

<sup>3</sup> reproducing kernel particle method

<sup>4</sup> smooth particle hydrodynamics

<sup>5</sup> partition of unity method

<sup>6</sup> finite point method

<sup>7</sup> meshless local Petrov-Galerkin approach

توابع شکل بدون المان شرط دلتای کرانیکر را ارضاء نمی کنند. بنابراین اعمال شرایط مرزی اساسی بصورت مستقیم امکان پذیر نمی باشد. در این مقاله از روش تبدیل برای اعمال شرایط مرزی اساسی (یعنی تعریف مقادیر مرزی گره ها) استفاده شده است. با استفاده از توابع شکل مادی، ماتریس تبدیل نیز فقط یکبار در گام اول تغییر شکل تشکیل شده و در طول تغییر شکل نیازی به محاسبه دوباره آن نمی باشد.

## ۲- فرمول بندی فرم ضعیف کم تراکم پذیر صلب پلاستیک

برای تحلیل فرآیندهای شکل دهی فلزات از معادله تعادل و یا فرم ضعیف آن استفاده می گردد. فرم ضعیف معادله تعادل در قالب قانون نرخ کار مجازی بشکل زیر بیان می شود.

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) dv - \int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{u} ds = 0 \quad (1)$$

در این معادله  $\boldsymbol{\sigma}$ ،  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  و  $\mathbf{F}$  و  $\mathbf{u}$  به ترتیب بردار تنش، بردار نرخ کرنش، بردار ترکشن خارجی و بردار سرعت هستند.  $\Gamma$  قسمتی از مرز ناحیه  $\Omega$  است که ترکشن سطحی  $\mathbf{F}$  بر آن اثر می کند. مولفه های بردارهای تنش و نرخ کرنش در مسائل متقارن محوری بشکل زیر هستند.

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_r, \sigma_{\theta}, \sigma_z, \sigma_{rz}]^T, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_{\theta}, \dot{\varepsilon}_z, \dot{\varepsilon}_{rz}]^T \quad (2)$$

همچنین مولفه های نرخ کرنش برحسب مولفه های سرعت بصورت زیر تعریف می شوند.

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \dot{\varepsilon}_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (3)$$

قانون جریان برای مواد کمی تراکم پذیر بصورت زیر بیان می گردد.

$$\sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \left( \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij} + \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

که  $\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2) \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + g (\sigma'_{kk}/3)^2}$  تنش مؤثر و  $\dot{\varepsilon}_{ij}(u)$  تانسور نرخ کرنش،  $\dot{\varepsilon} = \sqrt{(2/3) \dot{\varepsilon}_{ij}(u) \dot{\varepsilon}_{ij}(u) + (\dot{\varepsilon}_{kk}^2/g)}$  نرخ کرنش مؤثر و  $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}/3 \delta_{ij}$  تانسور تنش انحرافی است.  $\delta_{ij}$  دلتای کرانیکر و  $g$  ثابت کوچک و مثبت ماده برای مواد کم تراکم پذیر می باشد (که بین ۰/۰۱ تا ۰/۰۰۰۱ تغییر می کند). معادله (۴) با توجه به تعریف های رابطه (۲) بشکل ماتریسی زیر هم قابل بیان است.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (5)$$

که ماتریس  $\mathbf{D}$  بصورت زیر تعریف میشود.

$$\mathbf{D} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \left[ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (۶)$$

### ۳- گسسته سازی با روش بدون المان

با استفاده از تقریب بدون المان RKPM مولفه‌های میدان سرعت تقریب زده می‌شوند.

$$u_r = \sum \Phi_i (\hat{u}_r)_i, \quad u_z = \sum \Phi_i (\hat{u}_z)_i \quad (۷)$$

که در این تقریب ها،  $\Phi_i$  تابع شکل گره  $i$  ام و  $(\hat{u}_r)_i$ ،  $(\hat{u}_z)_i$  مولفه‌های سرعت تعمیم یافته در گره مذکور هستند. با استفاده از تقریب‌های فوق بردار نرخ کرنش بصورت زیر قابل بیان است.

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (۸)$$

مولفه های بردار  $\hat{\mathbf{u}}$  و ماتریس  $\mathbf{B}$  بصورت زیر هستند.

$$\hat{\mathbf{u}} = [(\hat{u}_r)_1, (\hat{u}_z)_1, \dots, (\hat{u}_r)_N, (\hat{u}_z)_N]^T \quad (۹)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} & 0 & \dots & \frac{\partial \Phi_N}{\partial r} & 0 \\ \frac{\Phi_1}{r} & 0 & \frac{\Phi_2}{r} & 0 & \dots & \frac{\Phi_N}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} & \dots & 0 & \frac{\partial \Phi_N}{\partial z} \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} & \dots & \frac{\partial \Phi_N}{\partial z} & \frac{\partial \Phi_N}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

در روابط (۹) و (۱۰)  $N$  تعداد کل گره‌ها است. با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۱) و استفاده از رابطه (۸) نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$\delta(\hat{\mathbf{u}})^T \left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \right) \hat{\mathbf{u}} - \delta(\hat{\mathbf{u}})^T \int_{\Gamma} \Phi^T \mathbf{F} ds = 0 \quad (۱۱)$$

ماتریس  $\Phi$  دارای دو سطر و  $N$  ستون است.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & \Phi_2 & 0 & . & . & . & . & \Phi_N & 0 \\ 0 & \Phi_1 & 0 & \Phi_2 & . & . & . & . & 0 & \Phi_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

معادله (۱۱) بایستی بازاء هر بردار  $\delta(\hat{\mathbf{u}})$  دلخواه برقرار باشد. بنابراین می‌توان معادله (۱۱) را بشکل زیر نوشت :

$$\mathbf{k}\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (13)$$

که در رابطه بالا :

$$\mathbf{f} = \int_{\Gamma} \Phi^T \mathbf{F} ds, \quad \mathbf{k} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \quad (14)$$

در این مقاله از روش تبدیل<sup>۸</sup> برای اعمال شرایط مرزی اساسی استفاده می‌گردد. در این روش بردار سرعت تعمیم یافته  $\hat{\mathbf{u}}$  در معادله (۱۳) بر حسب سرعت واقعی گره‌ها بیان می‌گردد.

$$\mathbf{U} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{u}} \quad (15)$$

$$\mathbf{U} = [(u_r)_1, (u_z)_1, \dots, (u_r)_N, (u_z)_N]^T \quad (16)$$

ماتریس  $\mathbf{T}$  ماتریس انتقال نامیده می‌شود و بصورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Phi_1(\mathbf{x}_1) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_1) & . & . & . & . & \Phi_N(\mathbf{x}_1) & 0 \\ 0 & \Phi_1(\mathbf{x}_1) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_1) & . & . & . & 0 & \Phi_N(\mathbf{x}_1) \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ \Phi_1(\mathbf{x}_N) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_N) & 0 & . & . & . & \Phi_N(\mathbf{x}_N) & 0 \\ 0 & \Phi_1(\mathbf{x}_N) & 0 & \Phi_2(\mathbf{x}_N) & . & . & . & 0 & \Phi_N(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} \quad (17)$$

با تعریف توابع شکل بدون المان بر حسب مختصات اولیه گره‌ها، ماتریس انتقال در طی فرآیند ثابت باقی می‌ماند. با استفاده از رابطه (۱۵) می‌توان رابطه (۱۳) را بشکل زیر نوشت :

$$\hat{\mathbf{k}}\mathbf{U} = \hat{\mathbf{f}} \quad (18)$$

که در این معادله :

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{T}^{-T} \mathbf{f}, \quad \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{T}^{-T} \mathbf{k} \mathbf{T}^{-1} \quad (19)$$

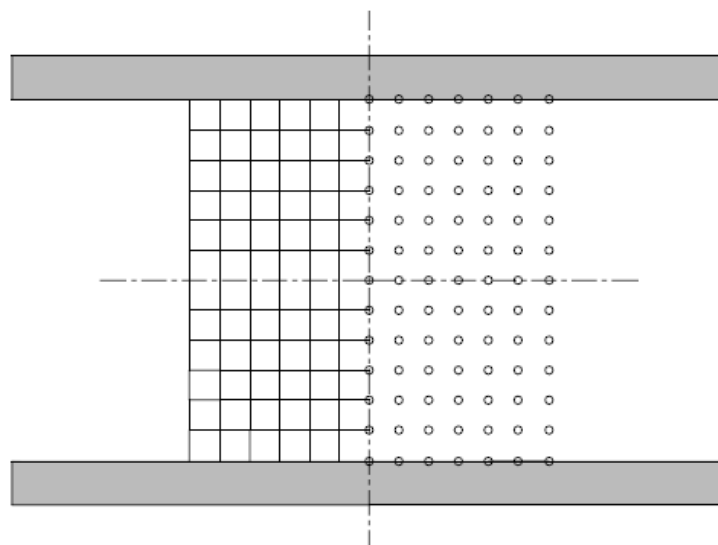
در دستگاه معادلات (۱۸) می‌توان شرایط مرزی اساسی را شبیه به روش اجزاء محدود به راحتی اعمال نمود. این دستگاه معادلات غیرخطی است که برای حل آن از روش نیوتن-رفسون استفاده شده است.

#### ۴- نتیجه‌گیری و بحث

با استفاده از مدل ارائه شده فرآیند فشردن یک دیسک از جنس آلیاژ آلومینوم Al6060 با رابطه تنش کرنش زیر شبیه سازی شده است.

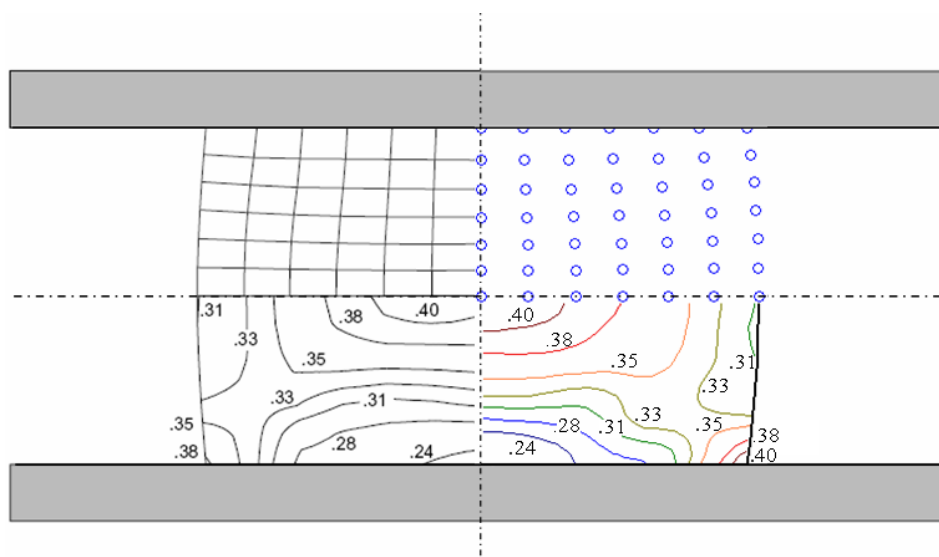
$$\bar{\sigma} = 298.32 \bar{\epsilon}^{0.0857} MPa \quad (20)$$

دیسک شبیه سازی شده دارای قطر اولیه ۸ mm و ارتفاع اولیه ۸ mm می‌باشد. در یک نیمه آن آرایش گره‌ای ۱۳×۷ در نظر گرفته شده است. آرایش گره‌ای در نظر گرفته شده در مدل حاضر به همراه شبکه المان‌ها مربوط به تحلیل اجزاء محدود مرجع [۱۵] در شکل (۱) نشان داده شده است. برای مدل کردن اصطکاک بین قطعه کار و سطح تماس تنش برشی ثابت با ضریب اصطکاک  $m = 0.11$  در نظر گرفته شده است. در هر مرحله از حل مسئله میزان فشردگی یک در صد اعمال گردیده است.

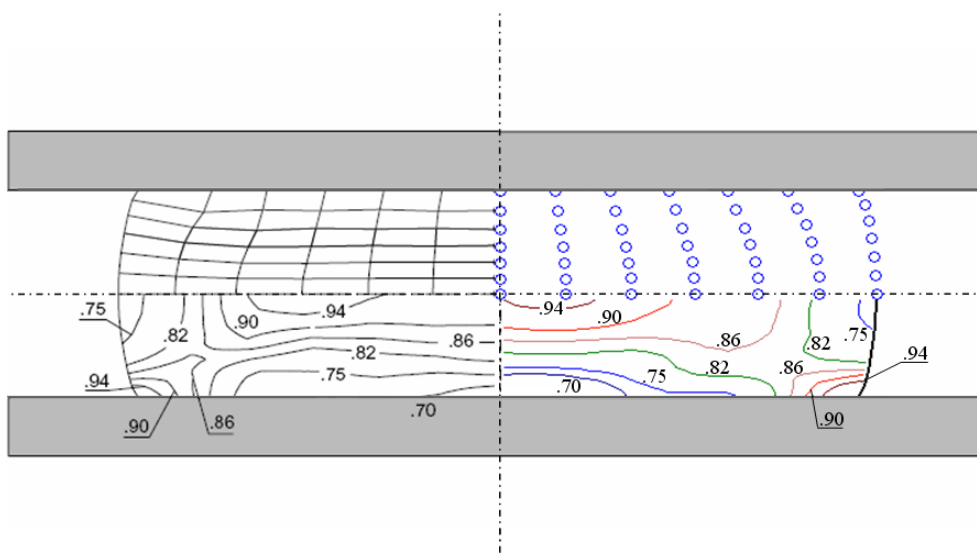


شکل ۱ - مقایسه جداسازی حوزه اثر مسئله در روش FEM و RKPM

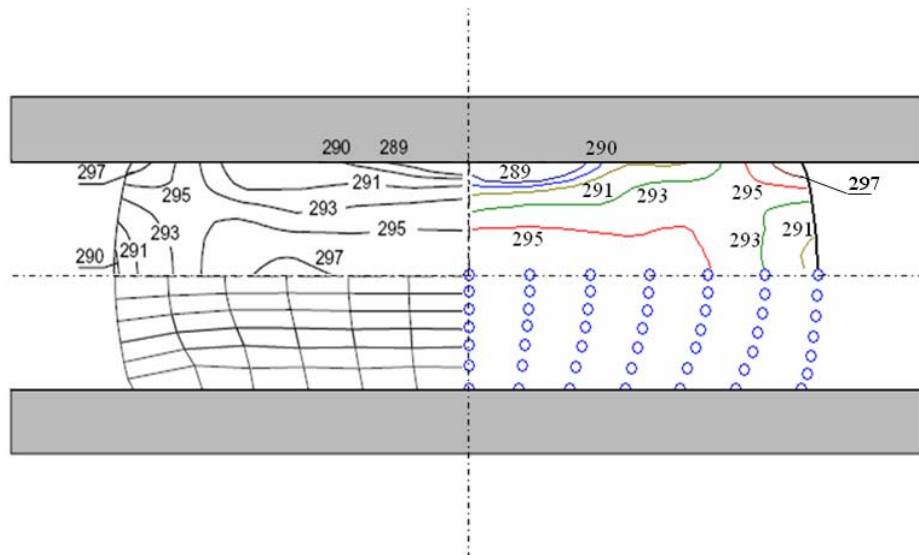
در شکل (۲) و (۳) نحوه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر به ترتیب در دو مرحله‌ی ۲۸ درصد کاهش ارتفاع و ۵۷ درصد کاهش ارتفاع نشان داده شده است. در این شکل‌ها نتیجه‌های حاصل از مدل حاضر و روش اجزاء محدود با هم مقایسه گردیده‌اند. همچنین در شکل (۴) توزیع تنش موثر در مرحله ۵۷ درصد کاهش ارتفاع برای دو روش مقایسه شده است. شایان ذکر است که نتیجه‌های مربوط به روش اجزاء محدود از مرجع [۱۵] می‌باشند. مشاهده می‌شود که شکل‌های (۲) تا (۴) مطابقت خوبی را بین نتیجه‌های مدل حاضر و روش اجزاء محدود نشان می‌دهند.



شکل ۲- مقایسه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر در ۲۸ درصد کاهش ارتفاع

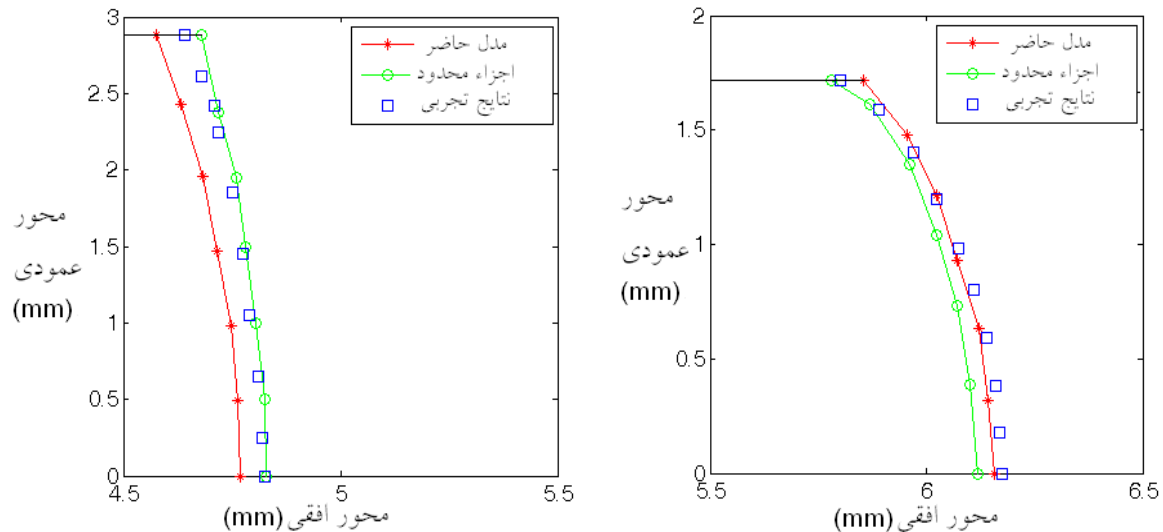


شکل ۳- مقایسه تغییر مکان گره‌ها و توزیع کرنش موثر در ۵۷ درصد کاهش ارتفاع



شکل ۴ - مقایسه تغییر مکان گره ها و توزیع تنش موثر (مگا پاسکال) در ۵۷ درصد کاهش ارتفاع

برای ارزیابی دقیق تر نتیجه های بدست آمده، پروفیل بدست آمده برای دیواره دیسک در دو مرحله اشاره شده در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل پروفیل های بدست آمده از روش اجزاء محدود و مدل حاضر با نتیجه های تجربی مرجع [۱۵] مقایسه شده اند. در این شکل هم تطابق خوبی بین نتیجه های بدست آمده از مدل حاضر و نتیجه های تجربی مشاهده می شود، بخصوص در درصد کاهش بالاتر که دقت مدل حاضر از روش اجزاء محدود بیشتر است.



شکل ۵ - مقایسه هندسه به دست آمده در روش های FEM، RKPM و روش تجربی در درصدهای فشردگی ۲۸٪ و ۵۷٪

## نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش بدون المان RKPM و تئوری پلاستیسیته برای مواد صلب کم تراکم پذیر شبیه سازی فرآیند فشردن دیسک انجام شد. از روش تبدیل برای اعمال شرایط مرزی اساسی استفاده گردید. از آنجاکه از توابع شکل مادی بدون المان استفاده شد، ماتریس تبدیل در طول فرآیند ثابت می ماند که همین باعث صرفه جویی در وقت گردید. برای انتگرال گیری نیز از روش انتگرال گیری عددی گوس با شبکه پس

زمینه استفاده شد. با مقایسه نتیجه‌های بدست آمده از مدل حاضر با نتیجه‌های تجربی و FEM مطابقت خوبی مشاهده گردید. همچنین نشان داده شد که مدل حاضر در فشردگی‌های بالاتر نسبت به روش FEM دقت بهتری دارد. این مدل قابلیت استفاده برای تحلیل سایر فرآیندهای شکل دهی متقارن محوری را داراست.

## مراجع

- [1] Nayroles, B., Touzot, G., and Villon, P., "Generalizing the FEM: Diffuse Approximation and Diffuse Elements", Computational Mechanics Vol. 10, pp. 307-318, (1992).
- [2] Belytschko, T., Lu, Y.Y., and Gu, L., "Element Free Galerkin Methods", International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 37, pp. 229-256, (1994).
- [3] Lu, Y.Y., Belytschko, T. and Gu, L., "A New Implementation of the Element-free Galerkin Method", Computer Methods in Applied Mechanics Engineering Vol. 113, pp. 397-414, (1994).
- [4] Liu, W.K., Jun, S., Li, S., Adey, J. and Belytschko, T., "Reproducing Kernel Particle Methods for Structural Dynamics", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 38, pp. 1655-1679, (1995).
- [5] Liu, W.K., Jun, S., and Zhang, Y.F., "Reproducing Kernel Particle Methods", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 20, pp. 1081-1086, (1995).
- [6] Monaghan, J.J., "An Introduction to SPH", Computer Physics Communications, Vol. 48, pp. 89-96, (1988).
- [7] Melenk, J.M., and Babuska, I., "The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications", Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol. 139, pp. 289-314, (1996).
- [8] Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., and Sacco, C., "A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems", Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol. 139, pp. 315-346, (1996).
- [9] Atluri, S.N., and Zhu, T., "A New Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics", Computational Mechanics, Vol. 22, pp. 117-127, (1998).
- [10] Chen, J.S., Roque, C.M.O.L., Pan, C., and Button, S.T., "Analysis of Metal Forming Process Based on Meshless Method", Journal of Material Processing Technology, Vol. 80, pp. 642-656, (1998).
- [11] Chen, J.S., Pan, C., Roque, C.M.O.L., and Wang, H.P., "Lagrangian Reproducing Kernel Particle Method For Metal Forming Analysis", Computational Mechanics, Vol. 22, pp. 289-307, (1998).

- [12] Chen, J.S., Pan, C., Wu, C.T., and Liu, W.K., "Reproducing Kernel Particle Methods for Large Deformation Analysis of Non-linear Structures", Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol. 139, pp. 195-227, (1996).
- [13] Guo, Y.M., and Nakanishi, K., "A Backward Extrusion Analysis by the Rigid-plastic Integralless-meshless Method", Journal of Material Processing Technology Vol. 140, pp. 19-24, (2003).
- [14] Guo, Y.M., and Nakanishi, K., "A Nonlinear Rigid-plastic Analysis for Metal Forming Problem using the Rigid-plastic Point Collocation Method", Advances in Engineering Software, Vol. 36, pp. 234-242, (2005).
- [15] Xiong, S., Li, C.S., Rodrigues, J.M.C., and Martins, P.A.F., "Simulation of Bulk Metal Forming Processes using the Reproducing Kernel Particle Method", Computer and Structures, Vol. 83, pp. 574-587, (2005).
- [16] Li, C.S., Liu, X.H., and Wang, G.D., "Ring Upsetting Simulation by Meshless Method of Corrected Smooth Particle Hydrodynamics", Journal of Material Processing Technology, Vol. 183, pp. 425-431, (2007).

### فهرست نمادهای انگلیسی

- $F$  : بردار ترکشن خارجی
- $f$  : بردار نیرو
- $\hat{f}$  : بردار نیروی اصلاح شده
- $g$  : ثابت ماده
- $K$  : ماتریس سفتی
- $\hat{K}$  : ماتریس سفتی اصلاح شده
- $T$  : ماتریس انتقال
- $u$  : بردار سرعت
- $U$  : بردار سرعت گره‌ای
- $\hat{u}$  : بردار سرعت گره‌ای تعمیم یافته

### نمادهای یونانی

- $\sigma$  : بردار تنش
- $\bar{\sigma}$  : تنش موثر
- $\dot{\epsilon}$  : بردار نرخ کرنش
- $\bar{\epsilon}$  : کرنش موثر
- $\dot{\bar{\epsilon}}$  : نرخ کرنش موثر
- $\Phi$  : تابع شکل بدون المان

**Abstract**

In this paper a rigid plastic mesh free method for slightly compressible materials is presented for the simulation of axisymmetric disk upsetting processes. In this model RKPM shape functions are used for the approximation of velocity field in weak form of equilibrium equation. These shape functions are defined in initial coordinates of particles. By using this method the support of shape functions covers the same set of particles during material deformation. Transformation method is used for imposition of essential boundary conditions. For evaluation of the presented model, disk upsetting processes are simulated using aluminum Al6060 (natural aged). Results obtained from this model are compared with experimental data and FEM results and good agreement is observed between them.