

## ردیابی مقاوم موقعیت سیستم تعلیق مغناطیسی بر اساس

### کنترل کننده مد لغزشی مبتنی بر کنترل تاخیر اینرسی

سیستم تعلیق مغناطیسی، مکانیسمی مناسب جهت نگهداری بدون تماس اشیاء به کمک میدان مغناطیسی است که به دلیل ناپایداری و غیرخطی بودن زیاد، کنترل این سیستم چالش برانگیز است. در این مقاله، ساختار کنترلی پیشنهادی، کنترل تاخیر اینرسی است که در آن عدم قطعیت‌های سیستم و اغتشاشات ناشناخته به صورت متمرکز تخمین زده خواهند شد. هدف اصلی این مقاله، ردیابی مقاوم خروجی است که ضمن حفظ موقعیت جرم معلق، خطای تخمین نیز به سمت صفر میل کند. نتایج شبیه‌سازی بیان می‌کند که کنترل کننده طراحی شده بر روی این سیستم عملکرد مناسبی در مقایسه با سایر روش‌ها در تحقق اهداف مورد نظر داشته است.

حمید قدیری<sup>۱</sup>

استادیار

حامد خدادادی<sup>۲</sup>

استادیار

واژه های راهنما: کنترل مدل لغزشی، سیستم تعلیق مغناطیسی، کنترل تاخیر اینرسی، عدم قطعیت، اغتشاشات.

#### ۱- مقدمه

سیستم تعلیق مغناطیسی یک فناوری مناسب جهت نگهداری بدون تماس یک شی به وسیله میدان مغناطیسی است. از جمله مزایای مهم اینگونه سیستم‌ها می‌توان به عدم هرگونه تماس مکانیکی، عدم اصطکاک، عدم نیاز به روانسازی، آلودگی صوتی پایین و توانایی عملکرد در محیط‌های خاص مانند شرایط خلا اشاره نمود [۱]. در سال‌های اخیر این سیستم‌ها اجرای موفقیت آمیزی در کاربردهای مهندسی فراوان از قبیل قطارهای مسافری فوق سریع، سیستم‌های موقعیت با دقت بالا، یاتاقان‌ها و سیستم‌های چرخشی بدون اصطکاک، ماشین‌های حساس به لرزش و مدل تعلیق تونل‌های باد داشته‌اند. سیستم‌های تعلیق مغناطیسی، غیرخطی و به صورت ذاتی ناپایدارند، بنابراین وجود یک کنترل کننده با عملکرد مناسب برای تنظیم فاصله جسم معلق بسیار مهم است. نیروی مغناطیسی ایجاد شده در سیستم‌های تعلیق مغناطیسی که در واقع عامل معلق ماندن جسم است، به پارامترها و جنس مواد به کار رفته در اجزای تشکیل دهنده دستگاه و شرایط و پارامترهای محیطی بستگی دارد. این سیستم دارای ویژگی‌های یک سیستم حلقه باز ناپایدار و غیرخطی است که با معادلات دیفرانسیل شدیداً غیرخطی توصیف می‌شود [۲].

<sup>۱</sup> نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی برق، پزشکی و مکترونیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

h.ghadiri@qiau.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران khodadadi@iaukhsh.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۱۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۵

وجود بخش‌های غیرخطی در معادلات حالت سیستم مذکور سبب پیچیدگی و دشواری روش‌های طراحی کنترل کننده‌های غیرخطی برای آن‌ها می‌شود. بنابراین نیاز به طراحی یک کنترل پسخورد کارآمد جهت تنظیم موقعیت جرم معلق در اینگونه سیستم‌ها ضروری به نظر می‌رسد. در سال‌های اخیر تئوری‌های کنترل مختلفی برای این سیستم‌ها طراحی شده است. هرچند به دلیل پیچیدگی معادلات حالت غیرخطی، در بسیاری از آنها سعی بر آن شده است که با خطی‌سازی معادلات نسبت به ورودی کنترلی، ساختاری خطی ایجاد شود. روش کنترل مد لغزشی<sup>۱</sup> به دلیل خاصیت پایدار نمودن سیستم‌ها در حضور اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها، یک روش موثر و پرکاربرد در کنترل تئوری سیستم‌های غیرخطی است. در [۳] از کنترل مد لغزشی برای کنترل مقاوم سیستم غیرخطی تعلیق مغناطیسی استفاده شده است. با این وجود، یک سیستم دینامیک ناپیوسته در کنترل مد لغزشی ایجاد می‌شود که پدیده وزوز<sup>۲</sup> جدی را به همراه دارد. از این رو، کاهش دامنه و فرکانس لرزش سیگنال کنترل برای کنترل مد لغزشی بسیار قابل اهمیت است. در [۴] از کنترل مد لغزشی مرتبه دوم غیرمتمرکز برای پایدارسازی مقاوم و دفع اغتشاش موقعیت یک سیستم تعلیق گوی مغناطیسی ساینز کوچک استفاده شده است. روش به کار رفته در [۵] نیز همانند [۴]، رویکرد مد لغزشی مرتبه دوم است با این تفاوت که این ساختار برای رویکرد به کار رفته و با ترکیب با کنترل تطبیقی مدل مرجع<sup>۳</sup>، یک روش برای کنترل موتورهای القایی خطی بدون سنسور به منظور کاربرد در قطارهای مغناطیسی پیشنهاد کرده است. در [۶] از روش آشفته‌گی‌های تکین در مدل دینامیکی غیرخطی سیستم تعلیق مغناطیسی و کنترل مد لغزشی فازی به عنوان کنترل کننده سیستم استفاده شده است. در [۲] نیز به کنترل مقاوم ردیابی خروجی یک سیستم تعلیق مغناطیسی غیرآفاین<sup>۴</sup> (سیستم‌هایی که در معادلات حالت آن‌ها بخش‌های غیرخطی از ورودی کنترلی ظاهر می‌شود) پرداخته که در آن، با استفاده از کنترل مد لغزشی و تعریف بردار خطا برای متغیر لغزشی، مساله تعلیق مغناطیسی حل شده است. همچنین برای تعریف معادلات حالت با استفاده از نیروی رلوکتانسی و با فرض جریان سیم پیچ به عنوان ورودی کنترل به معادله حالت غیرآفاین غیرخطی دست یافته است. در [۷] برای سیستم تعلیق مغناطیسی، کنترل کننده پایدارساز در مد جریان طراحی شده است به طوری که از کنترل مد لغزشی برای مساله سیستم غیرآفاین و رهیافت خطی‌سازی فیدبک ورودی و قانون کلیدزنی استفاده شده است.

در [۸] کنترل کننده PID با برنامه‌ریزی بهره<sup>۵</sup> و در [۹] ترکیب ساختار کنترل تطبیقی مدل مرجع با PID مرتبه کسری به همراه حذف اغتشاش برای یک سیستم تعلیق مغناطیسی، بررسی و روش پیشنهادی پیاده‌سازی شده است. در [۱۰] و [۱۱]، به ترتیب کنترل کننده گام به عقب تطبیقی فازی پیشرفته با فرض تابع ورودی غیرخطی نایقین و کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی برای کنترل موقعیت سیستم تعلیق مغناطیسی مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین در [۱۲]، یک روش کنترل بر مبنای رویکرد چگالی شار مغناطیسی سیستم تعلیق مطرح شده است. پس از ارائه یک مدل دینامیکی برای این سیستم، یک کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی به منظور کاهش کران بالای عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات طراحی شده است. با توجه به اینکه در مدل‌سازی سیستم‌های عملی و ارائه معادلات حالت برای سیستم‌های غیرخطی، همواره یک سری از پارامترها

<sup>1</sup> Sliding Mode Control (SMC)

<sup>2</sup> Chattering

<sup>3</sup> Model Reference Adaptive Control (MRAC)

<sup>4</sup> Non-affine

<sup>5</sup> Gain-Scheduling

از دید طراح به دور می‌ماند یا به نوعی دیگر برای ساده‌سازی از برخی عوامل و پارامترها صرف‌نظر می‌شود، مدل‌سازی سیستم‌ها همواره با یک سری عدم قطعیت مواجه است. به‌علاوه، عوامل اغتشاش خارجی که بر روی سیستم‌ها اثر می‌گذارند باید مدنظر طراح قرار بگیرند. با توجه به موارد بیان شده، در کنترل سیستم‌های غیرخطی اهمیت و ضرورت طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم واضح و مشخص می‌باشد. یکی از روش‌های پیشنهادی جهت غلبه بر این چالش روش کنترل تاخیر اینرسی<sup>۱</sup> است. اساس روش IDC بر این اصل استوار است که نامعینی پارامتری و عدم قطعیت‌هایی که به‌صورت ذاتی همواره در سیستم‌ها وجود دارند و اغتشاشات خارجی تاثیرگذار بر سیستم را به‌صورت متمرکز در نظر گرفته و آن را تخمین خواهد زد. نکته قابل توجه در این روش این است که نیازی به دانستن کران‌های عدم قطعیت و اغتشاشات نیست و با استفاده از تخمین مناسب در فرآیند طراحی می‌توان کنترل مناسبی در سیستم داشت. بدین ترتیب از تخمین بیش از اندازه و در نتیجه، وسیع شدن ابعاد کنترل جلوگیری خواهد شد. طراحی مشاهده‌گر سیستم‌های خطی با مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات یکی از مسائل مهم است که در عمل نیز با آن مواجه هستیم. لذا، در [۱۳] کنترل مدل‌گزشی قابل پیاده‌سازی با تخمین حالت‌های سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات پیشنهاد شده است که در آن تخمین حالت‌ها با مشاهده‌گر خطی و عدم قطعیت‌ها با روش IDC تخمین زده شده و برای تخمین از فیلتر مرتبه اول باند پهن استفاده شده است. یک کنترل‌کننده مدل‌گزشی مقاوم براساس IDC در [۱۴] پیشنهاد شده است. در این ساختار، یک سیستم غیرخطی همراه با نامعینی با اغتشاشات متغیر با زمان در نظر گرفته شده و از روش کنترلی IDC به‌منظور تخمین عدم قطعیت‌های توزیع شده استفاده شده است. بدون نیاز به دانستن نامعینی‌ها و حتی سطح آن‌ها، روش پیشنهاد شده سطح لغزش را به صفر می‌رساند.

در [۱۵] یک سیستم مقیاس بزرگ غیرخطی با تاخیر زمانی متغیر در اتصالات داخلی با استفاده از کنترل مدل‌گزشی غیرمتمرکز براساس IDC طراحی شده است. با این فرض که لغزش در هر زیرسیستم برقرار شده و هیچ اطلاعاتی از عدم قطعیت‌ها، اتصالات داخلی یا تاخیر در اتصالات داخلی در دست نیست. همچنین، برخلاف دیگر استراتژی‌های کنترل مدل‌گزشی، کنترل پیشنهادی پیوسته است. در این مقاله از فیلتر مرتبه اول باند پهن برای تخمین عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات استفاده شده است. در [۱۶] روش کنترل مدل‌گزشی برای یک سیستم غیرخطی دارای عدم قطعیت در معرض اغتشاشات متغیر با زمان در ترکیب با IDC مطرح شده است. این سیستم، دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی محسوب می‌شود که عناصر غیرخطی وابسته به حالت بردار ورودی (علاوه بر ماتریس دستگاه) را شامل می‌شود. در این طرح نیز برای تخمین عدم قطعیت متمرکز از IDC استفاده شده و کنترل پیشنهادی بدون استفاده از کنترل ناپیوسته، سیستم را به لغزش وا می‌دارد.

در این مقاله، از روش کنترل مدل‌گزشی در ترکیب با کنترل تاخیر اینرسی برای کنترل موقعیت یک سیستم تعلیق مغناطیسی استفاده شده است. نوآوری‌های این مقاله را می‌توان به شرح زیر بیان نمود:

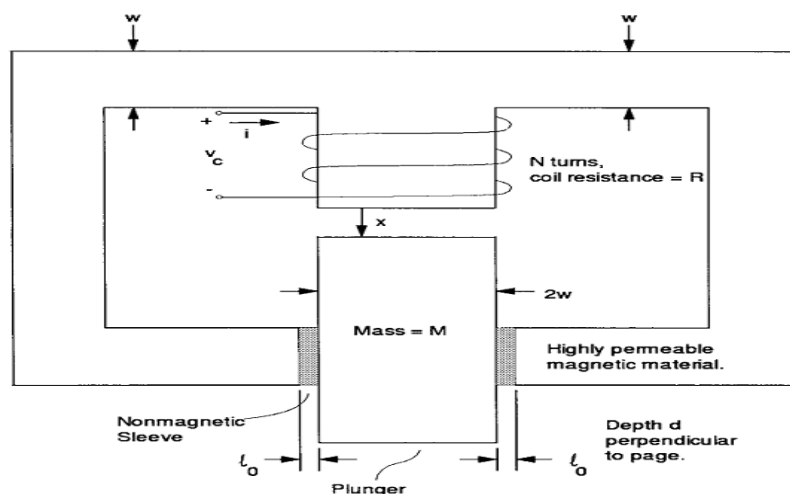
- معادلات حالت نسبت به ورودی کنترلی دارای ساختار غیرخطی غیرآفاین (بصورت توان دوم) دارد. همچنین، بخش‌های غیرخطی از ورودی کنترلی در معادله حالت این سیستم‌ها وجود دارد که بدون خطی‌سازی، حل مساله تا حد زیادی مشکل است. روش پیشنهادی به سهولت معادلات غیرخطی را حل نموده است.

<sup>1</sup> Inertial Delay Control (IDC)

- با استفاده از کنترل تاخیر اینرسی (در مقایسه با کنترل تاخیر زمانی) به دلیل حذف عمل مشتق‌گیری، لرزش در کنترل کاهش یافته است. همچنین، مساله لرزش سیگنال کنترلی در کنترل مد لغزشی مرسوم نیز تا حدود زیادی حل شده است.
  - از کنترل کننده مد لغزشی برای غلبه بر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات سیستم تعلیق استفاده شده و نیازی به دانستن کران‌های بالای عدم قطعیت و اغتشاش نیست.
  - در شرایطی که عوامل غیرخطی در معادلات حالت، عدم قطعیت و اغتشاشات متمرکز در سیستم تعلیق مغناطیسی وجود داشته است، کنترل کننده پیشنهادی سیستم را پایدار نموده است.
- عدم قطعیت‌های احتمالی در سیستم تعلیق می‌تواند در اثر عواملی نظیر نویز و اغتشاشات داخلی و خارجی، بخش‌های غیرخطی موجود در جریان سیم‌پیچ مغناطیسی، تغییرات شرایط فشار و اصطکاک هوا در محیط آزمایش و ... باشد. در این مقاله به عدم قطعیت و اغتشاشات متمرکز از جنس متغیرهای حالت به صورت توابع مثلثاتی پرداخته خواهد شد. ساختار مقاله بدین شرح است که بعد از مقدمه ذکر شده در این قسمت، در بخش دوم سیستم تعلیق مغناطیسی به صورت مختصر معرفی خواهد شد. سپس در قسمت سوم، روش کنترلی پیشنهادی ارائه شده و در بخش چهارم، شبیه‌سازی‌ها برای ورودی‌های مختلف انجام گرفته و نتایج با سایر روش‌ها مقایسه خواهد شد. در قسمت انتهایی، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲- معرفی سیستم تعلیق مغناطیسی

شکل (۱) یک ساختار ساده برای سیستم تعلیق مغناطیسی با یک درجه آزادی را نشان می‌دهد [۱۷]. نیروی مغناطیسی که توسط الکترومغناطیس‌ها اعمال می‌شود، برخلاف جهت نیروی جاذبه بوده و جسم معلق را در ارتفاع مورد نظر قرار می‌دهد.



شکل ۱- سیستم تعلیق مغناطیسی [۱۷]

براساس قانون دوم حرکت نیوتن، نیروهای وارد بر جرم در حال حرکت موجب شتاب آن می‌شوند:

$$\sum F = ma \quad (1)$$

رابطه (۱) نیز برای جسم معلق به صورت (۲) تعریف خواهد شد:

$$m\ddot{x} = mg - F \quad (2)$$

که در آن  $x$  موقعیت جسم معلق نسبت به سیم پیچ،  $m$  جرم جسم معلق،  $g$  نیروی گرانش جاذبه وارد شده بر جسم و  $F$  نیروی ایجاد شده توسط سیم پیچ مغناطیسی است. یک بیان ایده آل برای نیروی الکترومغناطیسی سیم پیچ به صورت (۳) است:

$$F = k_e \left( \frac{i}{l_0 + l} \right)^2 \quad (3)$$

که در آن  $k_e$  ثابت نیروی تعلیق،  $i$  جریان سیم پیچ،  $l$  موقعیت جسم و  $l_0$  در شکل (۱) مشخص شده است. با در نظر گرفتن فرم واقعی نیروی الکترومغناطیسی سیم پیچ، دینامیک سیستم شکل (۱) به صورت (۴) قابل بیان است:

$$m\ddot{x} = mg - wd\mu_0 N^2 \left( \frac{i}{l_0 + l} \right)^2 \quad (4)$$

که در آن  $i$  جریان سیم پیچ،  $\mu_0$  ضریب نفوذپذیری محیط،  $N$  تعداد دور سیم پیچ و سایر پارامترها نظیر  $w$  و  $d$  در شکل (۱) مشخص شده است. همانطور که از معادله (۳) مشخص است نیروی مغناطیسی ایجاد شده توسط سیم پیچ همواره در خلاف جهت افزایش  $l$  عمل می‌کند و در واقع نیرویی مخالف نیروی ایجاد شده توسط گرانش است. بنابراین، برای پایین رفتن جسم بایستی جریان سیم پیچ به اندازه لازم کاهش یابد تا نیروی گرانشی بر نیروی الکترومغناطیسی ایجاد شده غلبه کند و بالعکس برای بالا بردن جسم بایستی جریان سیم پیچ تا اندازه‌ای اضافه شود که نیروی الکترومغناطیسی بر نیروی گرانشی غلبه کند [۱۷]. پارامتر  $k_0$  نیز به صورت (۵) تعریف میشود:

$$k_0 = \frac{k_e}{m} = \frac{wd\mu_0 N^2}{m} \quad (5)$$

بنابراین، پارامترهای فیزیکی  $k_0$  و  $l_0$  پارامترهای مثبتی هستند که به دینامیک سیستم، مشخصات سیم پیچ و محیط سیستم تعلیق بستگی دارد. با فرض اینکه هدف تنظیم موقعیت جسم معلق در یک مکان مرجع مانند  $x_{ref}$  باشد متغیرهای  $x_1$  و  $x_2$  که به ترتیب خطای موقعیت جسم نسبت به نقطه مرجع و سرعت جسم هستند را می‌توان به صورت (۶) تعریف نمود:

$$\begin{cases} x_1 = x - x_{ref} \\ x_2 = \dot{x} \end{cases} \quad (6)$$

با تعریف حالت‌های سیستم به فرم  $x = [x_1, x_2]^T$ ، معادلات حالت سیستم تعلیق مغناطیسی با در نظر گرفتن روابط (۴) تا (۶) به صورت (۷) به دست خواهد آمد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g - \frac{k_0}{(l_0 + x_1 + x_{ref})^2} u^2 \end{cases} \quad (7)$$

معادلات حالت سیستم تعلیق مغناطیسی (۷) را با در نظر گرفتن عدم قطعیت و اغتشاش، میتوان به صورت (۸) تعریف نمود:

$$\dot{x} = g - \frac{k_0}{(l_0 + x + x_{ref})^2} u^2 + \delta(x, t) \quad (8)$$

همچنین، رابطه (۸) را می توان به صورت (۹) نیز در نظر گرفت:

$$\dot{x} = [A(x, t) + \Delta A(x, t)] + [B(x, t) + \Delta B(x, t)] u^2 + \delta(x, t) \quad (9)$$

که در آن بردار حالت و ورودی کنترلی است. همچنین، ماتریس سیستم غیرخطی شناخته شده و بردار ورودی غیرخطی شناخته شده است که بر اساس روابط (۷) و (۹) به صورت (۱۰) قابل تعریف هستند.

$$A(x, t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad B(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_0}{(l_0 + x + x_{ref})^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\Delta A(x, t)$  و  $\Delta B(x, t)$  به ترتیب بردارهای عدم قطعیت در سیستم و ورودی و  $\delta(x, t) \in R^n$  اغتشاش غیرقابل اندازه گیری تعریف می شوند. فرض کنید عدم قطعیت های  $\Delta A(x, t)$  و  $\Delta B(x, t)$  و اغتشاش  $\delta(x, t)$  شرایط انطباق (۱۱) را برآورده سازد:

$$\begin{cases} \Delta A(x, t) = B(x, t).E_A(x, t) \\ \Delta B(x, t) = B(x, t).E_B(x, t) \\ \delta(x, t) = B(x, t).E_\delta(x, t) \end{cases} \quad (11)$$

که در آن  $E_A$ ،  $E_B$  و  $E_\delta$  ناشناخته هستند. با استفاده از فرض اول، عدم قطعیت و اغتشاشات می تواند به یک بخش عدم قطعیت متمرکز  $E(x, u, t) \in R^1$  به صورت (۱۲) در نظر گرفته شود:

$$E(x, u, t) = E_A(x, t) + E_B(x, t)u^2 + E_\delta(x, t) \quad (12)$$

لذا می توان رابطه (۹) را به صورت (۱۳) بازنویسی نمود:

$$\dot{x} = A(x, t) + B(x, t)u^2 + B(x, t).E(x, u, t) \quad (13)$$

فرض کنید که عدم قطعیت متمرکز  $E(x, u, t)$  و مشتق های آن پیوسته و کراندار است اما نیازی به دانستن کران آن ها نیست. برای سیستم دارای عدم قطعیت (۱۳) یک مدل مطلوب کنترلی به فرم (۱۴) در نظر گرفته می شود:

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m^2 \quad (14)$$

که در آن  $x_m \in R^n$  حالت مدل و  $u_m \in R^1$  نیز ورودی است، همچنین  $A_m$  و  $B_m$  نیز به صورت (۱۵) بیان خواهد شد [۱۸]:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

برای اطمینان از مطلوب بودن جزئیات ساختار مدل، از فرض

$$\begin{cases} A(x,t) - A_m x = B(x,t).H \\ B_m = B(x,t).I \end{cases} \quad (16)$$

استفاده خواهد شد که  $H$  و  $I$  ماتریس های شناخته شده با ابعاد مناسب هستند. حال در بخش بعد به طراحی تابع ورودی کنترلی پرداخته می شود به گونه ای که سیستم دارای عدم قطعیت (۱۳) از مدل مطلوب (۱۶) پیروی نماید.

### ۳- طراحی کنترل کننده

در این قسمت، روش پیشنهادی IDC برای سیستم تعلیق مغناطیسی با ذکر روابط، معادلات و شبیه سازی های عددی بیان خواهد شد. رویکرد به کار گرفته شده در این تحقیق دستیابی و استفاده از معادله حالت غیرخطی و به کارگیری ورودی کنترلی به صورت غیرخطی و توان دوم نسبت به معادله حالت و مدل مرجع است. همچنین، از ورودی های مرجع مختلف با در نظرگیری عدم قطعیت و اغتشاش استفاده شده است.

کنترل کننده مد لغزشی از دسته رویکردهای مقاومی است که برای کنترل سیستم های غیرخطی مختلفی تاکنون مورد استفاده قرار گرفته است [۱۹-۲۰]. برای مدل تحت کنترل سطح لغزش آکرمن [۲۱] انتخاب می شود تا لغزش را مطمئن سازد و باعث شود که سیستم، مدل مورد نظر را دنبال نماید. سطح لغزشی به صورت (۱۷) تعریف می شود:

$$\sigma = b^T x + z, \quad z(0) = -b^T x(0) \quad (17)$$

که در این رابطه  $b = [0 \quad 1]^T$  و متغیر کمکی  $z$  به فرم (۱۸) تعریف می شود:

$$\dot{z} = -b^T A_m x - b^T B_m u_m^2 \quad (18)$$

سطح لغزشی (۱۸) یک لغزش مرتبه کامل را ارائه می دهد و فاز دسترسی را مشخص می کند. با تغییر دینامیک های متغیر کمکی و سطح لغزشی موجود، سطح لغزشی جدید تشکیل خواهد شد. هنگامی که  $\sigma$  به سمت صفر میل می کند، سیستم نیز از مدل مطلوب پیروی خواهد کرد.

طراحی قانون کنترل به گونه ای انجام خواهد شد که شرایط لغزش را برآورده سازد و سیستم نیز مدل مطلوب را دنبال کند. با مشتق گیری از رابطه (۱۷) و استفاده از روابط (۱۳) و (۱۸) خواهیم داشت:

$$\dot{\sigma} = b^T [A(x,t) + B(x,t)u^2 + B(x,t).E(x,u,t)] - b^T A_m x - b^T B_m u_m^2 \quad (19)$$

جهت کاهش پیچیدگی روابط از  $B$  به جای  $B(x,t)$  استفاده خواهد شد. با استفاده از رابطه (۱۶) در (۱۹) داریم:

$$\dot{\sigma} = b^T B H + b^T B u^2 + b^T B E(x,u,t) - b^T B I u_m^2 \quad (20)$$

قانون کنترل  $u$  به صورت (۲۱) در نظر گرفته می شود:

$$u^2 = u_{eq}^2 + u_n^2 \quad (21)$$

که  $u_{eq}$  بخش شناخته شده (نامی) است و  $u_n$  بخش ناشناخته که از خطای متمرکز در رابطه (۲۰) به دست خواهد آمد. با فرض معکوس پذیری  $(b^T B)$ ،  $u_{eq}$  به صورت (۲۲) در نظر گرفته می‌شود:

$$u_{eq}^2 = -H + Iu_m^2 - (b^T B)^{-1} k\sigma \quad (22)$$

که  $k$  یک ثابت مثبت است. با استفاده از (۲۱) معادله (۲۰) به (۲۳) تبدیل خواهد شد:

$$\dot{\sigma} = b^T B u_n^2 + b^T B E(x, u, t) - k\sigma \quad (23)$$

استراتژی کنترلی تخمین  $E(x, u, t)$  به صورت  $\hat{E}(x, u, t)$  با استفاده از IDC و استفاده از  $-\hat{E}(x, u, t)$  به صورت مولفه‌ای از  $u$  برای حذف اثرات  $E(x, u, t)$  است. لذا  $u_n$  به صورت (۲۴) بدست خواهد آمد:

$$u_n^2 = -\hat{E}(x, u, t) \quad (24)$$

با استفاده از رابطه (۲۴) در (۲۳) داریم:

$$\dot{\sigma} = -k\sigma + b^T B (E(x, u, t) - \hat{E}(x, u, t)) \quad (25)$$

که خطای تخمین به صورت (۲۶) تعریف می‌شود:

$$\tilde{E}(x, u, t) = E(x, u, t) - \hat{E}(x, u, t) \quad (26)$$

در نتیجه (۲۷) به دست می‌آید:

$$\dot{\sigma} = -k\sigma + b^T B \tilde{E}(x, u, t) \quad (27)$$

از رابطه (۲۷) میتوان به این نتیجه رسید که هنگامی  $\tilde{E} \rightarrow 0$  میل کند یعنی  $\hat{E}(x, u, t) \approx E(x, u, t)$  باشد، شرایط لغزش برآورده می‌شود و اگر  $k > 0$  باشد  $\sigma$  نیز به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود.

### ۳-۱- تخمین عدم قطعیت و اغتشاش

تخمین گر عدم قطعیت و اغتشاش<sup>۱</sup> [۲۲] یک استراتژی محتمل برای تخمین عدم قطعیت با تغییرات آرام است. الگوریتم کنترل UDE بر این اصل استوار است که یک سیگنال می‌تواند با استفاده از یک فیلتر با پهنای باند مناسب تخمین زده شود. عدم قطعیت متمرکز  $E(x, u, t)$  می‌تواند به صورت (۲۸) تخمین زده شود:

$$\hat{E}(x, u, t) = G_A(s) E(x, u, t) \quad (28)$$

که  $G_A(s)$  یک فیلتر پایین گذر مناسب محدود با بهره حالت دائم واحد و پهنای باند به میزان کافی بزرگ است. با عبور عدم قطعیت متمرکز  $(E)$  از طریق یک فیلتر اینرسی  $G_A(s)$  تخمین  $(\hat{E})$  به دست می‌آید. در مقایسه با کنترل تاخیر زمانی که در آن تخمین با تاخیر در زمان در سیگنال‌های سیستم به دست می‌آید، روش UDE به صورت IDC باز تعریف می‌شود. مرتبه فیلتر تخمین  $(n)$ ، IDC از مرتبه  $(n)$  را موجب می‌شود. با استفاده از (۲۳) و (۲۴) داریم:

$$E(x, u, t) = (b^T B)^{-1} (\dot{\sigma} + k\sigma) + \hat{E}(x, u, t) \quad (29)$$

<sup>1</sup> Uncertainty and Disturbance Estimator (UDE)



با جایگذاری (۲۹) در (۲۸) خواهیم داشت:

$$\hat{E}(x, u, t) = G_A(s) \left\{ (b^T B)^{-1} (\dot{\sigma} + k\sigma) + \hat{E}(x, u, t) \right\} \quad (30)$$

یک انتخاب خاص از  $G_A(s)$  نیز یک فیلتر مرتبه اول به صورت (۳۱) خواهد بود:

$$G_A(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (31)$$

که  $\tau$  یک ثابت کوچک مثبت است. رابطه (۳۰) را می توان به صورت (۳۲) نوشت:

$$\tau \dot{\hat{E}}(x, u, t) + \hat{E}(x, u, t) = (b^T B)^{-1} (\dot{\sigma} + k\sigma) + \hat{E}(x, u, t) \quad (32)$$

بنابراین با یک فیلتر پایین گذر مرتبه اول در واقع کنترل تاخیر اینرسی مرتبه اول<sup>۱</sup> (۳۳) به دست می آید.

$$\hat{E}(x, u, t) = \frac{(b^T B)^{-1}}{\tau} \left( \sigma + k \int_0^t \sigma \right) \quad (33)$$

از معادلات (۲۶)، (۲۸) و (۳۱) خواهیم داشت:

$$\dot{\tilde{E}}(x, u, t) = -\frac{1}{\tau} \tilde{E}(x, u, t) + \dot{E}(x, u, t) \quad (34)$$

اگر  $\dot{E} = 0$  شود،  $\tilde{E}$  نیز به صورت مجانبی به سمت صفر میل می کند، در غیراین صورت نهایتاً کران دار است. همچنین اگر  $\dot{E}$  نیز کوچک نباشد، اما  $\tilde{E}$  کوچک باشد، آنگاه دقت تخمین می تواند با تخمین  $E$  به علاوه  $\dot{E}$  نیز بهبود یابد.

### ۳-۲- بهبود تخمین

عدم قطعیت ( $E$ ) و مشتق آن ( $\dot{E}$ ) می تواند با استفاده از یک فیلتر مرتبه دو به صورت (۳۵) تخمین زده شود.

$$G_A(s) = \frac{1 + 2\tau s}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1} \quad (35)$$

که در آن  $\tau$  یک ثابت کوچک مثبت،  $\hat{E}_1$  تخمین  $E(x, u, t)$  و  $\hat{E}_2 = \dot{\hat{E}}_1$  تخمین  $\dot{E}(x, u, t)$  است. خطای تخمین با استفاده از (۲۶) به صورت رابطه (۳۶) و (۳۷) به دست می آید:

$$\tilde{E}_1 = E - \hat{E}_1 \quad (36)$$

$$\tilde{E}_2 = \dot{E} - \dot{\hat{E}}_2 \quad (37)$$

با استفاده از (۲۷) و (۳۴) داریم:

$$\hat{E}_1 = \left( \frac{1 + 2\tau s}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1} \right) E$$

$$\tau^2 \ddot{\hat{E}}_1 + 2\tau \dot{\hat{E}}_1 + \hat{E}_1 = 2\tau \dot{E} + E \quad (38)$$

$$\dot{\hat{E}}_2 = \frac{2}{\tau} \dot{\hat{E}}_2 + \frac{1}{\tau^2} \tilde{E}_1 \quad (39)$$

<sup>1</sup> First Order Inertial Delay Control (FOIDC)

$$\dot{\tilde{E}}_2 = -\frac{1}{\tau^2} \tilde{E}_1 - \frac{2}{\tau} \tilde{E}_2 + \ddot{E} \quad (40)$$

معادلات خطای تخمین را می توان به صورت متغیرهای حالت به فرم (۴۱) و (۴۲) بیان نمود:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{E}}_1 = \tilde{E}_2 \\ \dot{\tilde{E}}_2 = -\frac{1}{\tau^2} \tilde{E}_1 - \frac{2}{\tau} \tilde{E}_2 + \ddot{E} \end{cases} \quad (41)$$

$$\dot{\tilde{E}} = C\tilde{E} + D\ddot{E} \quad (42)$$

که به صورت ماتریسی (۴۳) تعریف خواهد شد:

$$\tilde{E} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_1 \\ \tilde{E}_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\tau^2} & -\frac{2}{\tau} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

بنابراین با یک فیلتر پایین گذر مرتبه - دو در واقع کنترل تاخیر اینرسی مرتبه دوم<sup>۱</sup> به دست خواهد آمد:

$$\hat{E}_1 = (b^T B)^{-1} \left( \frac{2}{\sigma} + \frac{2\tau k + 1}{\tau^2} \int_0^t \sigma dt + \frac{k}{\tau^2} \int_0^t \int_0^t \sigma dt dt \right) \quad (44)$$

### ۳-۳- پایداری کنترل کننده

در این بخش اثبات می شود که خطای تخمین ( $\hat{E}$ ) و متغیر لغزشی ( $\sigma$ ) سرانجام کران دار خواهند بود. پایداری نیز برای IDC مرتبه دوم مورد آنالیز قرار می گیرد.

از روابط (۴۲) و (۴۳) قابل مشاهده است که برای  $\tau > 0$ ، مقادیر ویژه می تواند به صورت اختیاری انتخاب شود. اگر  $\tau$  چنان انتخاب شود که همه مقادیر ویژه بخش حقیقی منفی داشته باشد، ماتریس  $C$  نیز یک ماتریس هرویتز خواهد بود و می توان همیشه یک ماتریس مثبت معین، متقارن و حقیقی  $P$  به صورت (۴۵) تعریف نمود:

$$PC + C^T P = -Q \quad (45)$$

که برای یک ماتریس مثبت معین  $Q$  نیز  $\lambda$  کوچکترین مقدار ویژه  $Q$  تعریف می شود. تابع لیپانوف انتخابی نیز به صورت (۴۶) در نظر گرفته می شود:

$$V(\tilde{E}) = \tilde{E}^T P \tilde{E} \quad (46)$$

با مشتق گیری از رابطه (۴۶) و استفاده روابط (۳۴) و (۴۲)، به صورت (۴۷) بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} V(\tilde{E}) &= \tilde{E}^T P \tilde{E} + \dot{\tilde{E}}^T P \tilde{E} = \tilde{E}^T (PC + C^T P) \tilde{E} + 2\tilde{E}^T P D \ddot{E} \\ &= -\tilde{E}^T Q \tilde{E} + 2\tilde{E}^T P D \ddot{E} \leq -\lambda \|\tilde{E}\|^2 + 2\|\tilde{E}\| \|PD\| \mu \\ &\leq -\|\tilde{E}\| (\lambda \|\tilde{E}\| - 2\|PD\| \mu) \end{aligned} \quad (47)$$

بنابراین، خطای تخمین ( $\tilde{E}$ ) نهایتاً به صورت (۴۸) کران دار خواهد شد:

<sup>1</sup> Second Order Inertial Delay Control (SOIDC)

$$\|\tilde{E}\| \leq \lambda_{\tilde{E}} = \frac{2\|PD\|\mu}{\lambda} \quad (48)$$

با استفاده از رابطه (۲۶)، کران روی  $|\sigma|$  به صورت (۴۹) تعیین می‌شود:

$$\dot{\sigma} = -k\sigma + b^T B \tilde{E} \quad (49)$$

از این رو داریم:

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= -k\sigma^2 + b^T B \sigma \tilde{E} \\ &\leq -k|\sigma|^2 + |b^T B| |\sigma| \|\tilde{E}\| \\ &\leq -|\sigma| (k|\sigma| - |b^T B| \lambda_{\tilde{E}}) \end{aligned} \quad (50)$$

بنابراین، متغیر لغزشی ( $\sigma$ ) نهایتاً با رابطه (۵۱) کران دار می‌شود:

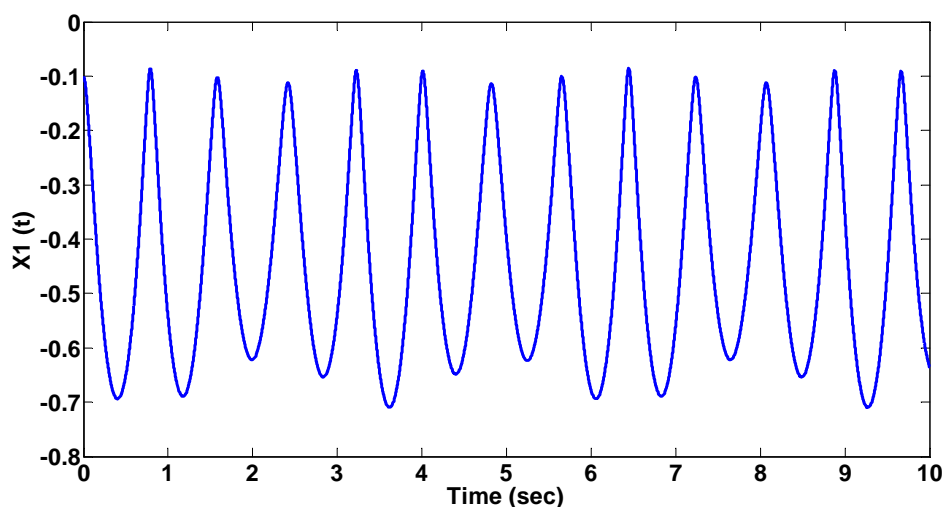
$$|\sigma| \leq \lambda_{\sigma} = \frac{|b^T B| \lambda_{\tilde{E}}}{k} \quad (51)$$

از (۴۷) و (۵۱) مشاهده می‌شود که  $\|\tilde{E}\|$  و  $|\sigma|$  نهایتاً کران دار خواهند بود و این کران‌ها می‌توانند با انتخاب پارامترهای کنترلی  $k$  و  $\tau$  نیز کوچک‌تر شوند.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به شبیه‌سازی IDC برای سیستم تعلیق مغناطیسی پرداخته و با انتخاب ورودی‌های مختلف پاسخ سیستم از نظر ردیابی مدل، مقاوم بودن، دقت تخمین و درصد خطای تخمین و سایر پارامترهای مهم مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. شکل (۲) عدم پایداری سیستم حلقه باز با ورودی پله را نشان می‌دهد.

در مرحله بعد، با در نظرگیری پارامترهای دینامیکی در (۷) به صورت  $l_0 = 1\text{cm}$ ،  $k_0 = 1$ ، موقعیت مرجع  $x_{ref} = 1\text{cm}$  و شتاب گرانشی زمین  $g = 9.81\text{m/sec}^2$  رابطه (۱۳) به صورت (۵۲) تعریف خواهد شد:



شکل ۲- مسیر متغیر حالت  $x_1$  سیستم حلقه باز

$$A(x, t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{9.81}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad B(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{(0.01+x_1+0.01)^2} \end{bmatrix}$$

$$\delta(x, t) = x_1 \sin(10t) + x_2 \cos(10t) \quad (52)$$

که با جایگذاری مقادیر در (۱۳)،  $H$  و  $I$  نیز به صورت (۵۳) بدست خواهد آمد:

$$H = -(9x_1 + 6x_2 + 9.81)(x_1 + 0.02)^2, \quad I = 9(x_1 + 0.02)^2 \quad (53)$$

شرایط اولیه برای سیستم و مدل به صورت (۳۵) فرض می‌شود:

$$x(0) = [1 \quad 0]^T, \quad x_m(0) = [1 \quad 0]^T \quad (54)$$

همچنین با انتخاب  $\xi = 1$  و  $\omega_n = 3$ ، پارامترهای مدل مطلوب (۱۴) نیز به صورت  $A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -6 \end{bmatrix}$  و  $B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$  به دست خواهد آمد.

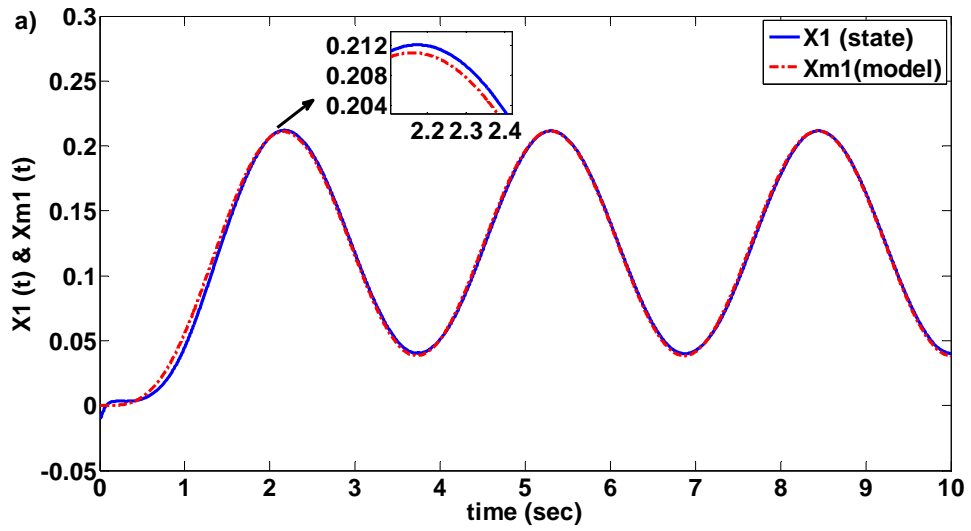
#### ۴-۱- ردیابی مدل

با انتخاب ورودی مرجع سینوسی به صورت  $u_m = 0.5 \sin(t)$  پاسخ‌های سیستم برای FOIDC مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۳) در بخش (الف) نشان می‌دهد که حالت سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات ردیابی بسیار دقیقی از مدل مطلوب انجام داده است. همچنین در بخش (ب) عدم قطعیت متمرکز و تخمین آن نیز از انطباق خوبی برخوردار است و کوچک بودن خطای تخمین در بخش (پ) نشان می‌دهد که تخمین مناسبی از عدم قطعیت صورت گرفته است. برای نشان دادن دقت ردیابی در نمودارهای خروجی سیستم، در بخشی از نمودارها بزرگ‌نمایی صورت گرفته است تا ردیابی به وضوح مشاهده شود.

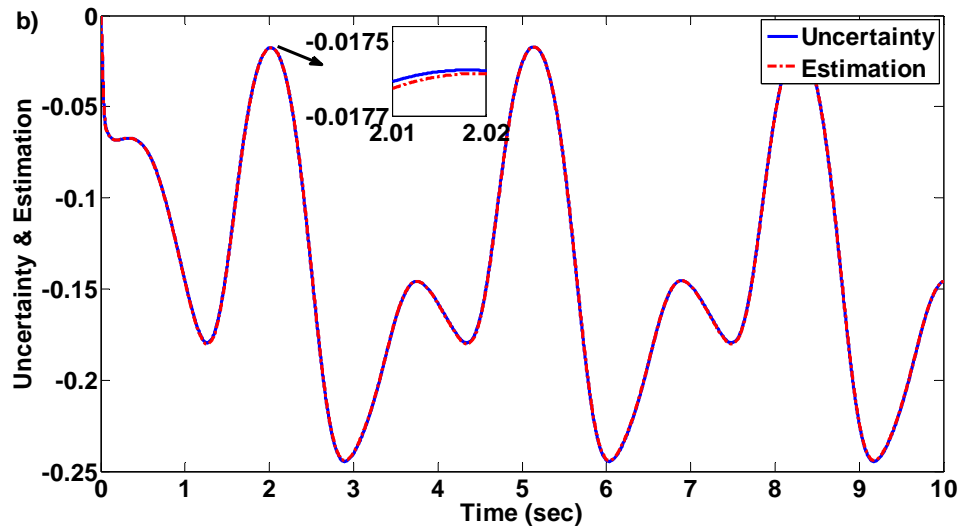
این بار ورودی مرجع را یک تابع شبه پالسی در نظر گرفته و خروجی سیستم مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل (۴) در بخش (الف) نشان می‌دهد که با ورودی شبه پالسی هم حالت سیستم (موقعیت) ردیابی مناسبی از مدل مطلوب انجام داده است و انطباق مناسب مدل و متغیر حالت سیستم اتفاق افتاده است. در قسمت (ب) نزدیکی نمودارهای عدم قطعیت و تخمین بیان شده است. همچنین ناچیز بودن خطای تخمین در بخش (پ) نشان می‌دهد که تخمین به‌کار گرفته شده برای ورودی شبه پالسی نیز مناسب است.

#### ۴-۲- بهبود با استفاده از تخمین مرتبه دوم

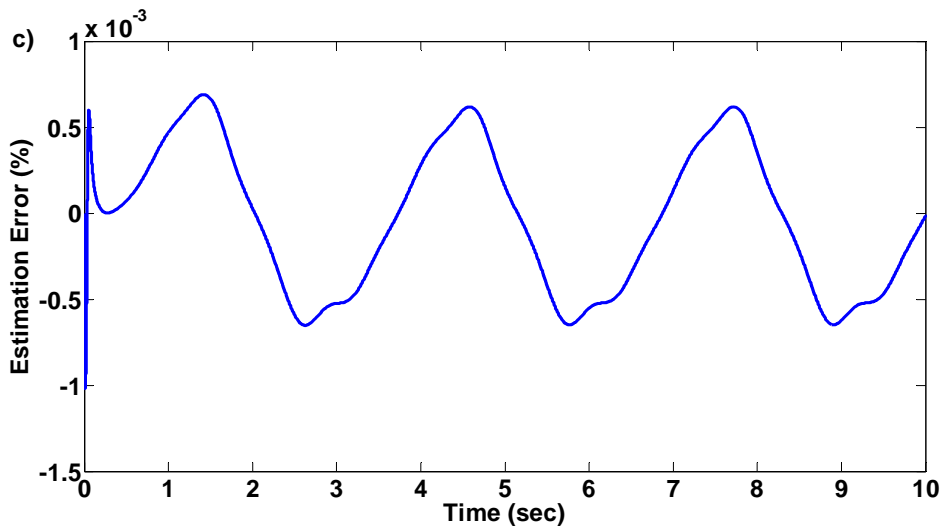
در این قسمت شبیه‌سازی پاسخ سیستم با استفاده از ساختار SOIDC بررسی خواهد شد. با در نظر گرفتن ورودی مرجع مانند حالت قبل، در شکل (۵) بخش (الف) قابل مشاهده است که با استفاده از SOIDC کران متغیر لغزشی حدود یک و نیم برابر و همچنین در بخش (ب) درصد خطای تخمین نیز دو برابر نسبت به حالت قبل یعنی FOIDC کاهش یافته است که این نشان می‌دهد استفاده از SOIDC موجب بهبود تخمین به‌کار گرفته شده است.



الف) ردیابی مدل

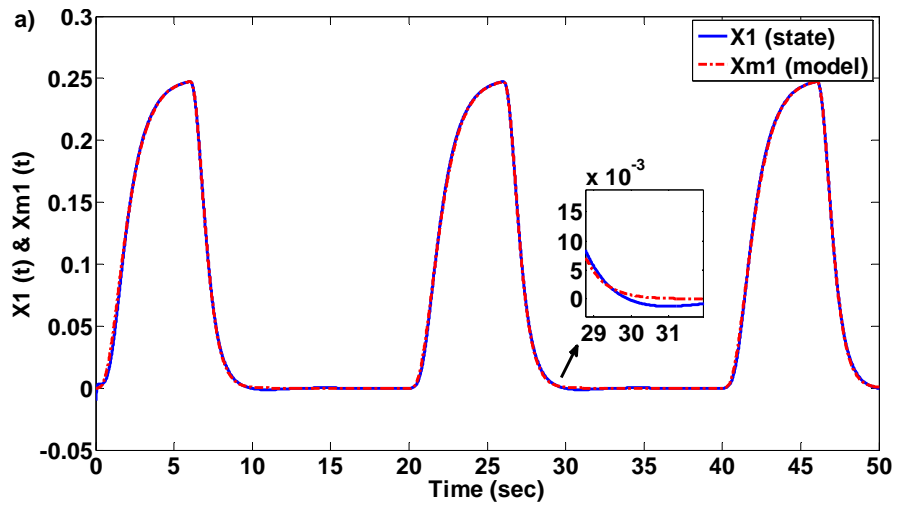


ب) عدم قطعیت و تخمین

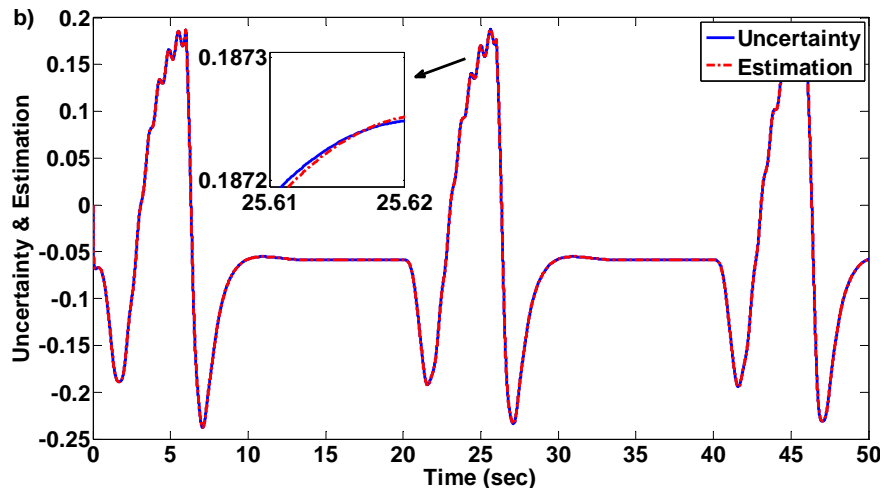


پ) خطای تخمین

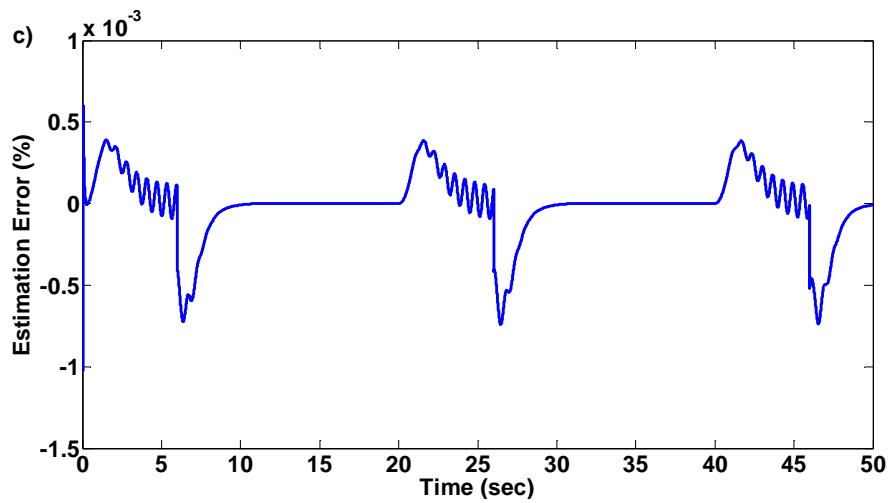
شکل ۳- ردیابی مدل، عدم قطعیت و تخمین و خطای تخمین با سیگنال ورودی سینوسی



الف) ردیابی مدل

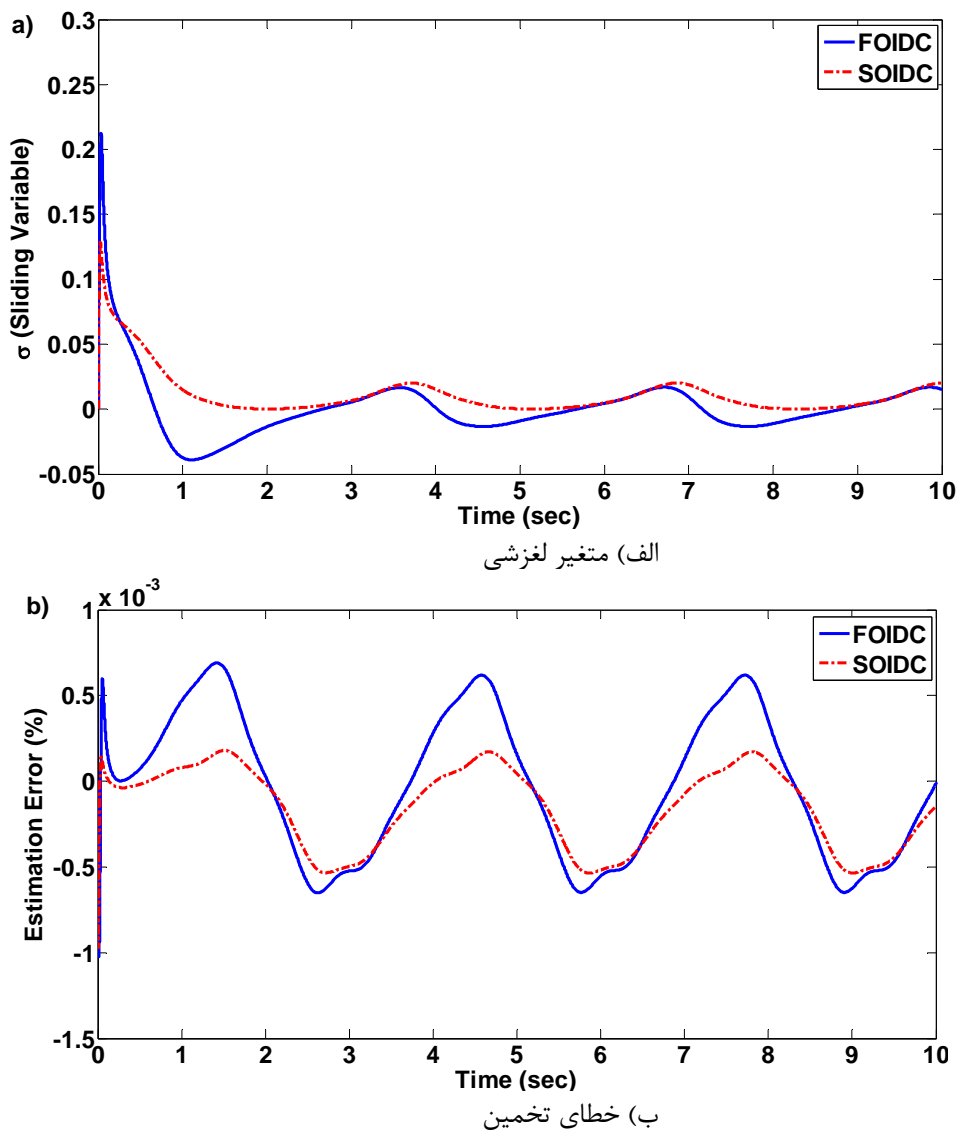


ب) عدم قطعیت و تخمین



پ) خطای تخمین

شکل ۴- ردیابی مدل، عدم قطعیت و تخمین و خطای تخمین با سیگنال ورودی شبه پالسی

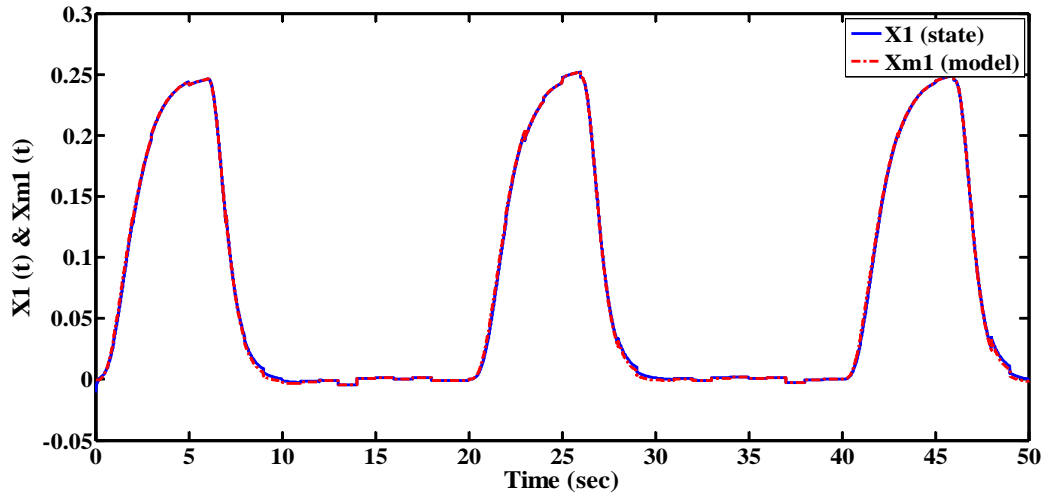


شکل ۵- مقایسه بین تخمین مرتبه اول و دوم جهت دقت تخمین

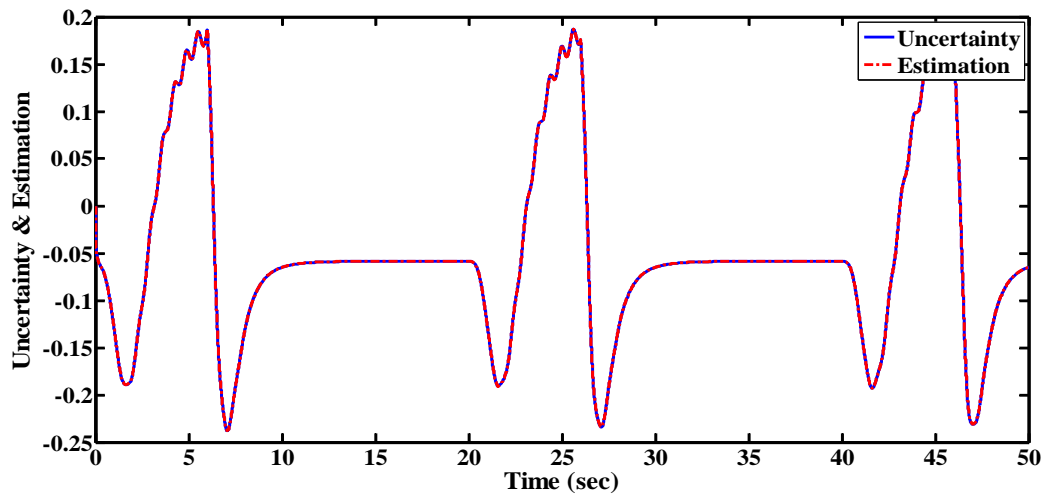
در جدول (۱) میزان خطای تخمین در روش‌های FOIDC و SOIDC مقایسه شده است.

جدول ۱- مقایسه کمیت‌های کنترل تاخیر اینرسی مرتبه اول و دوم

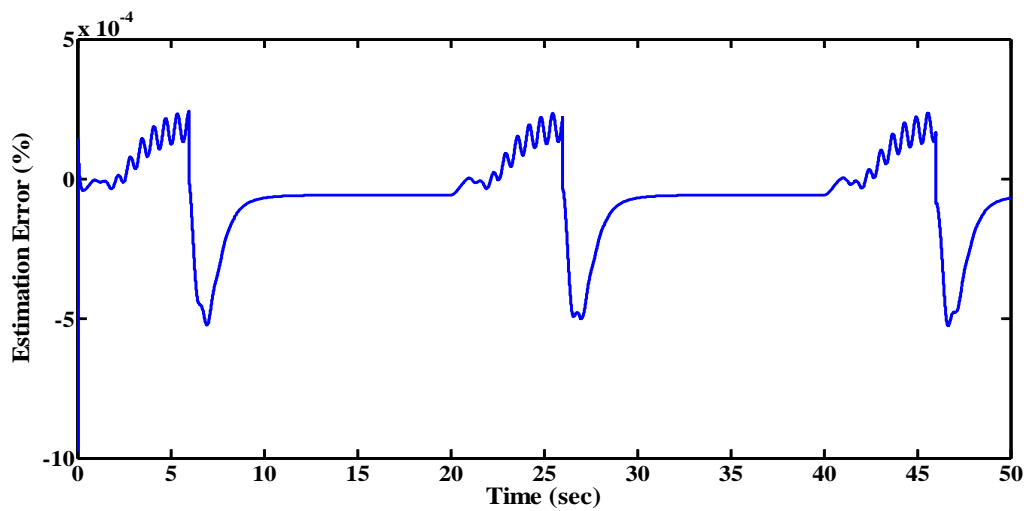
روش حل مساله	ورودی مرجع	می نیمم خطای تخمین	ماکزیمم خطای تخمین
FOIDC	سینوسی	$-10 \times 10^{-4}$	$6.89 \times 10^{-4}$
FOIDC	شبه پالسی	$-10 \times 10^{-4}$	$5.98 \times 10^{-4}$
SOIDC	سینوسی	$-9.72 \times 10^{-4}$	$1.79 \times 10^{-4}$
SOIDC	شبه پالسی	$-9.72 \times 10^{-4}$	$2.41 \times 10^{-4}$



الف) ردیابی مدل



ب) عدم قطعیت و تخمین



پ) خطای تخمین

شکل ۶- ردیابی مدل، عدم قطعیت و تخمین و خطای تخمین با سیگنال ورودی شبه پالسی در حالت وجود نویز خروجی



جدول (۱) نشان می‌دهد که به کارگیری تخمین مرتبه دوم برای هر دو ورودی مرجع سینوسی و شبه‌پالسی موجب کاهش دامنه خطای تخمین شده و در نتیجه دقت تخمین نسبت به تخمین مرتبه اول، افزایش یافته است.

#### ۳-۴- بررسی اثر نویز

این قسمت به بررسی اثر نویز خروجی بر روی پاسخ سیستم تعلیق مغناطیسی می‌پردازد. با فرض نویز خروجی به صورت گوسی و ورودی مرجع به فرم یک تابع شبه پالسی، خروجی سیستم مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل (۶) در بخش (الف) نشان می‌دهد که با ورودی شبه پالسی نیز موقعیت، ردیابی مناسبی از مدل مطلوب با وجود نویز انجام داده است. در قسمت (ب) نزدیکی نمودارهای عدم قطعیت و تخمین در حالت وجود نویز بیان شده است. همچنین، ناچیز بودن خطای تخمین با وجود نویز در بخش (پ) نشان می‌دهد که تخمین به کارگرفته شده برای ورودی شبه پالسی نیز مناسب است.

#### ۴-۴- افزایش فرکانس اغتشاش

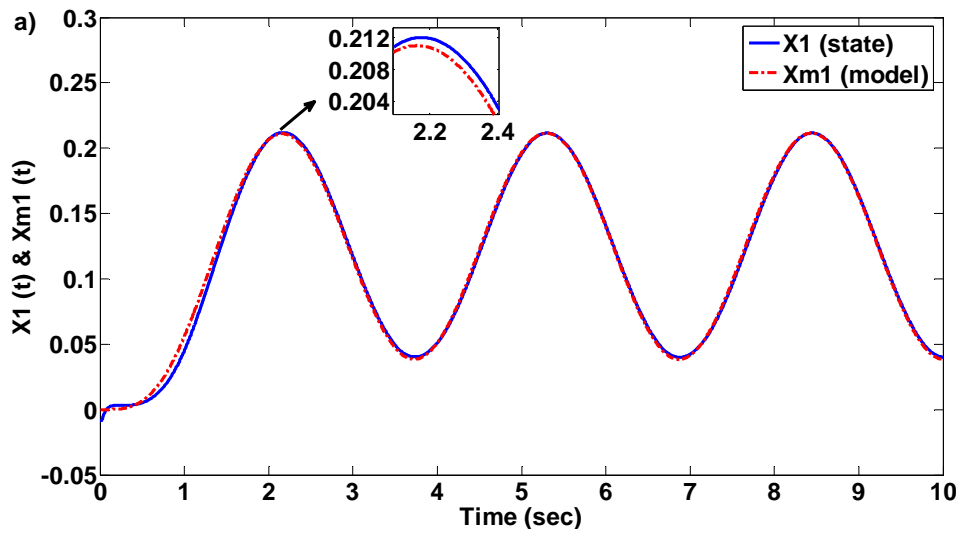
در این حالت با افزایش ۱۰ برابری فرکانس اغتشاش به صورت  $\delta = x_1 \sin(100t) + x_2 \cos(100t)$  در حالت FOIDC پاسخ‌های سیستم مورد بررسی قرار خواهد گرفت. همانطور که از شکل (۷) مشخص است با افزایش فرکانس اغتشاش، ردیابی موقعیت سیستم از مدل مطلوب به خوبی صورت می‌گیرد. همچنین قابل مشاهده است که تخمین مناسبی از عدم قطعیت انجام شده و دامنه خطای تخمین نسبت به FOIDC در حالت اول به صورت اندکی افزایش یافته است.

#### ۴-۵- کاهش ثابت زمانی

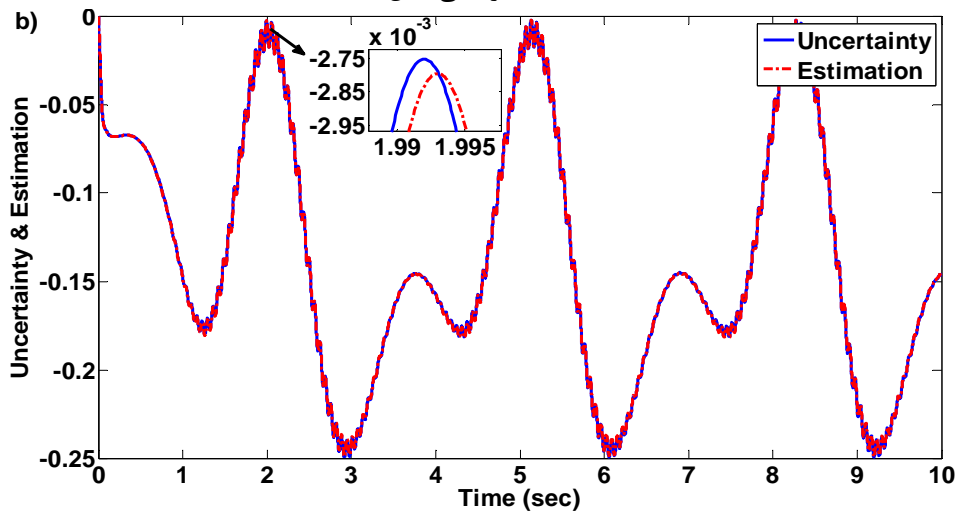
در این حالت با کاهش ثابت زمانی در FOIDC از  $\tau = 1msec$  به  $\tau = 0.1msec$  دقت تخمین مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل (۸) نشان می‌دهد که با کاهش ثابت زمانی، کران خطای تخمین ( $\tilde{E}$ ) در حدود ۱۲ برابر کاهش یافته و به صفر نزدیک شده است.

#### ۴-۶- تغییرات سریع در سیستم

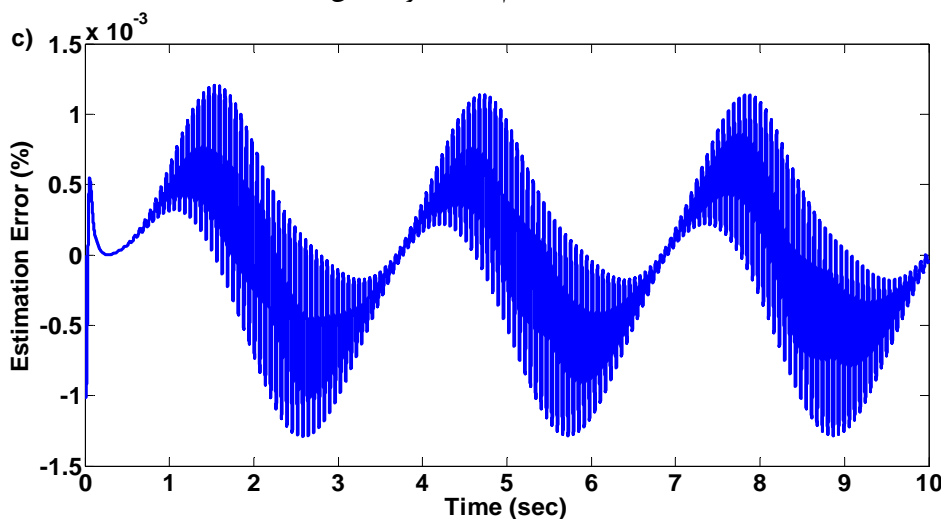
در این حالت با افزایش ۱۰۰ برابری فرکانس در ورودی مرجع سینوسی و کاهش پریود زمانی از ۲۰ به ۵ ثانیه در ورودی مرجع شبه پالسی (با افزایش قابل ملاحظه سرعت در سیستم)، پاسخ‌های سیستم مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در شکل (۹) بخش (الف) و (ب) قابل مشاهده است که ردیابی موقعیت سیستم از مدل مطلوب به خوبی صورت گرفته است و به خصوص در بخش (ب)، ردیابی در گوشه‌های نمودار، مقاومت سیستم در برابر تغییرات سریع را به خوبی نشان می‌دهد.



الف) ردیابی مدل

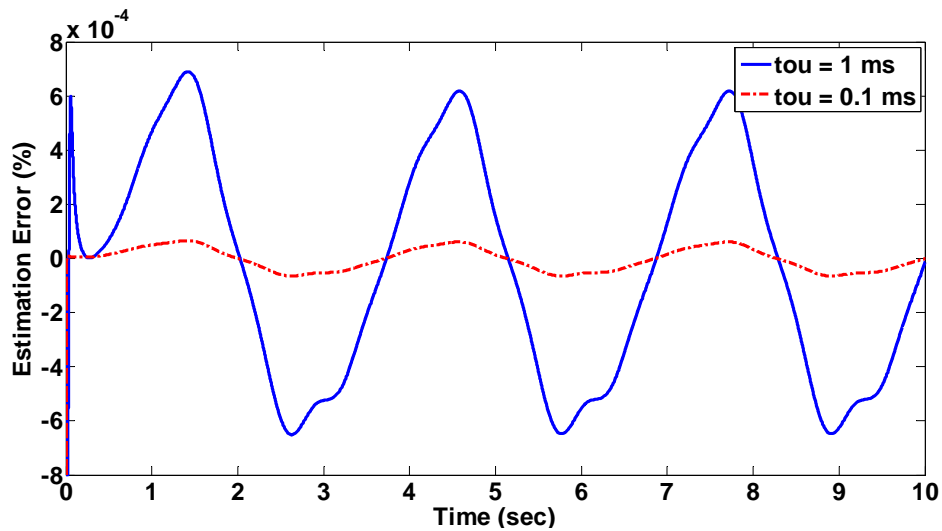


ب) عدم قطعیت و تخمین

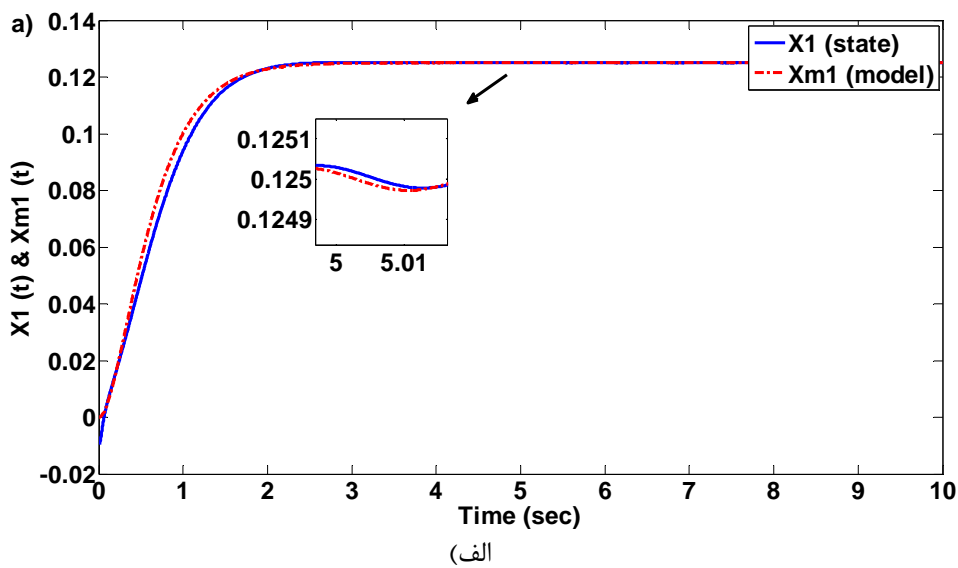


پ) خطای تخمین

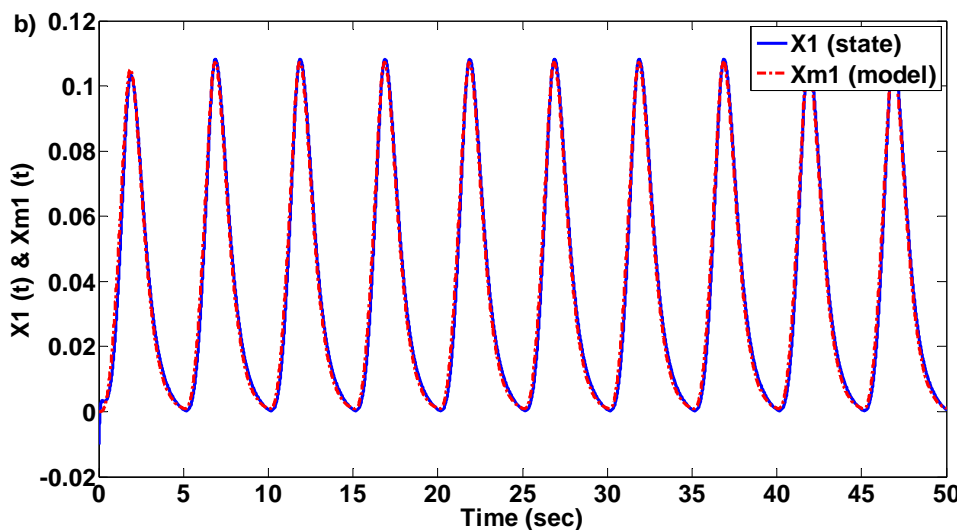
شکل ۷- مقاومت با افزایش فرکانس اغتشاش



شکل ۸- دقت تخمین با ثابت زمانی مختلف

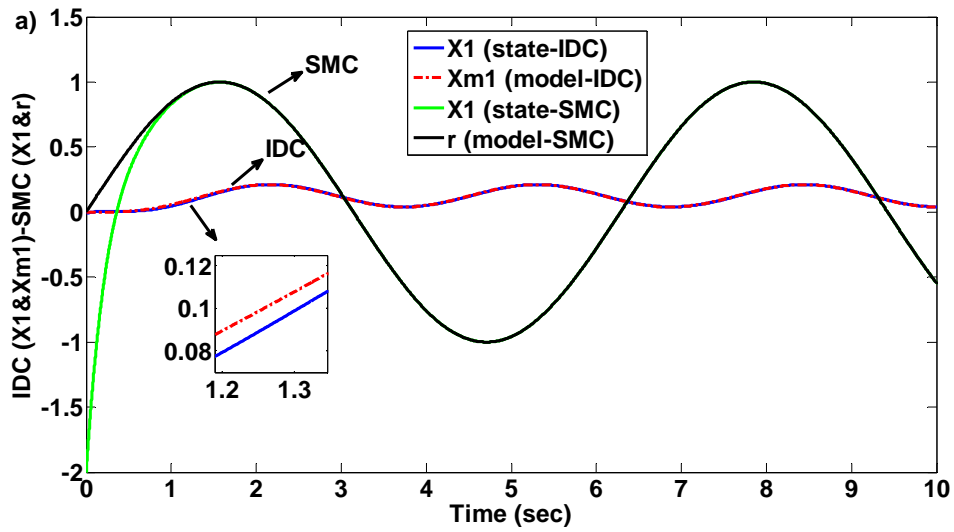


(الف)

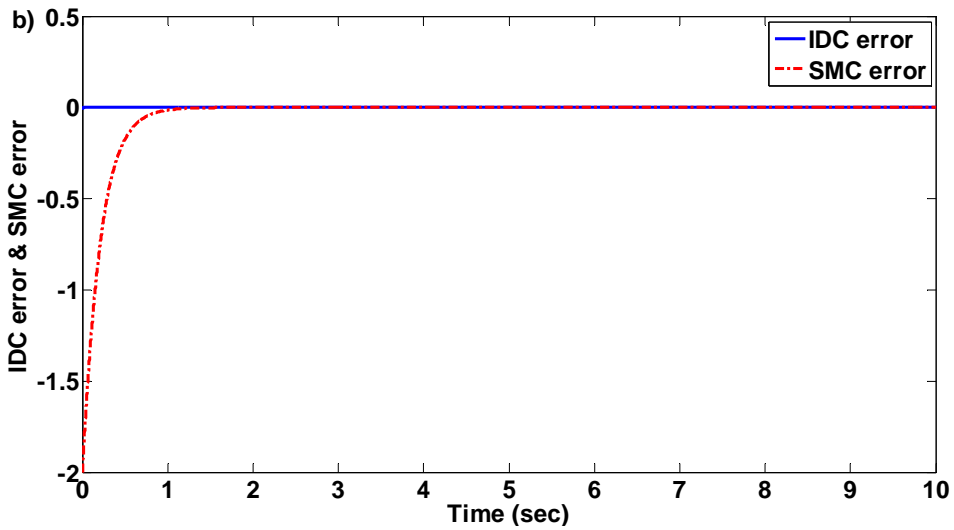


(ب)

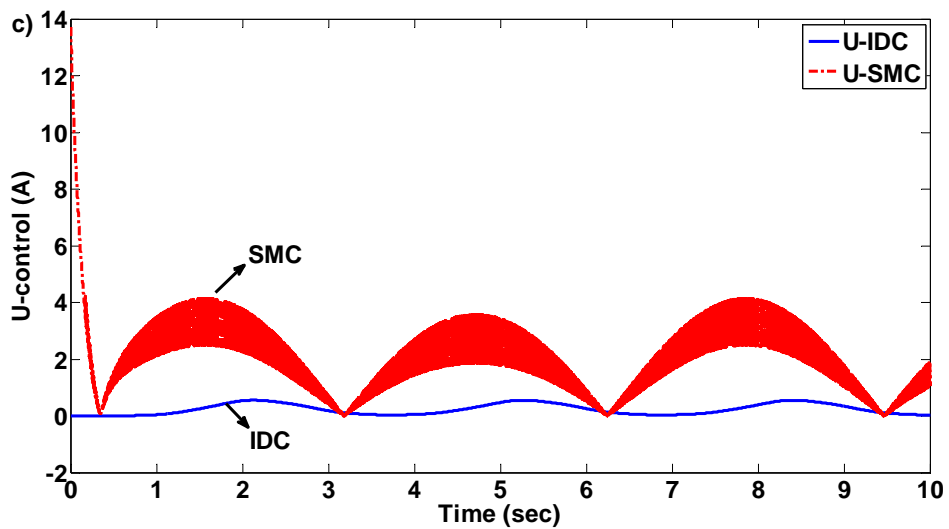
شکل ۹- مقاومت با تغییرات سریع در ورودی مرجع



الف) ردیابی مدل

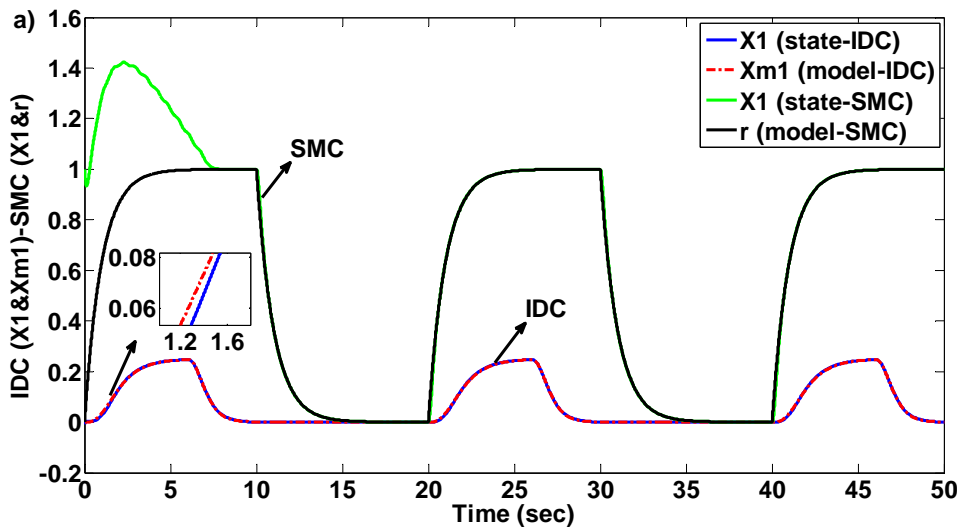


ب) خطا

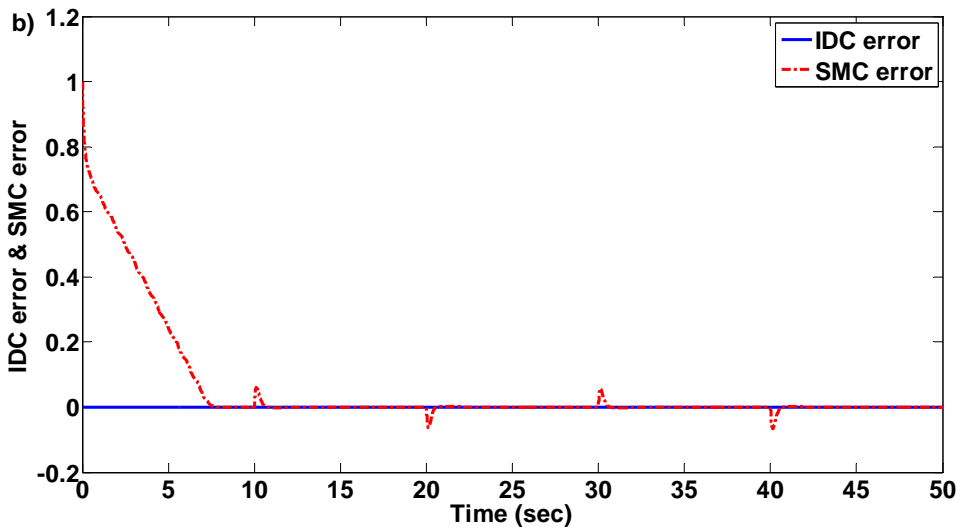


پ) سیگنال کنترلی

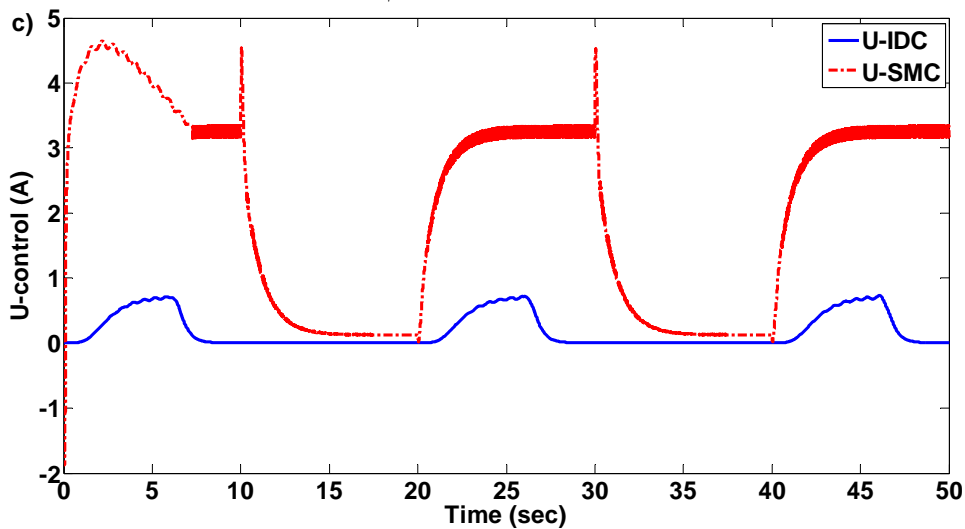
شکل ۱۰- ردیابی مدل، خطا و سیگنال کنترلی در حالت ورودی سینوسی



الف) ردیابی مدل



ب) خطای سیستم



پ) سیگنال کنترلی

شکل ۱۱- ردیابی مدل، خطای سیستم و سیگنال کنترلی برای سیستم غیرآفاین با ورودی شبه پالسی

#### ۴-۷- مقایسه با سایر روش‌ها

در این قسمت برای نشان دادن قابلیت کنترل کننده پیشنهادی، مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده در این مقاله و روش کنترل مد لغزشی سیستم غیرآفاین مطرح شده در [۲] انجام خواهد شد. با در نظرگیری سیگنال ورودی مرجع به صورت  $r(t) = \sin(t)$ ، عدم قطعیت و اغتشاشات به فرم  $\delta_2 = 0.5 \sin(10t)$  در نظر گرفته خواهد شد. شکل‌های (۱۰) و (۱۱) مقایسه بین دو روش پیشنهادی مقاله و روش کنترل مد لغزشی سیستم غیرآفاین در ردیابی خروجی سیستم از سیگنال مرجع، خطای سیستم و مقدار تابع کنترل را برای ورودی‌های سینوسی و شبه پالسی نشان می‌دهد. بخش (پ) شکل (۱۰) بیان می‌کند که روش پیشنهادی با مقدار دامنه کنترل کمتری نسبت به روش مطرح شده در [۲] به ردیابی مطلوب خروجی پرداخته است.

در حالت بعدی  $r(t)$  را یک سیگنال شبه پالسی با همان وضعیت اغتشاش قبل در نظر گرفته و پاسخ سیستم بررسی خواهد شد. شکل (۱۱) در بخش (الف) ردیابی بسیار مناسب خروجی سیستم، بخش (ب) خطای موقعیت ناچیز و بخش پ دامنه کنترل کم و در مجموع عملکرد مناسب روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. در جدول (۲)، سیستم تعلیق مغناطیسی با استفاده از کنترل مد لغزشی مبتنی بر IDC و کنترل مد لغزشی برای دو ورودی سینوسی و شبه پالسی مورد مقایسه قرار گرفته است. از جدول (۲) قابل مشاهده است که روش IDC نسبت به روش مد لغزشی با میزان ورودی کنترلی کمتری قابل پیاده‌سازی است و در نتیجه هزینه کاهش می‌یابد. با مقایسه مینیمم و ماکزیمم خطا به وضوح قابل مشاهده است که در روش پیشنهادی دامنه خطا به مراتب کمتر از روش مد لغزشی است. همچنین، انتگرال مربع خطا که شاخص مناسبی برای خطای عملکرد سیستم خواهد بود در روش IDC مقدار کمتری را نسبت به روش دیگر نشان می‌دهد که خود بیانگر عملکرد بهتر روش پیشنهادی است. به علاوه، کران بالای لغزش به جز در مورد ورودی سینوسی برای کنترل مد لغزشی در روش پیشنهادی پایین‌تر و به صفر نزدیک است که عملکرد مناسب روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مقایسه کمیت‌ها در روش IDC با روش کنترل مد لغزشی

روش حل مساله	ورودی مرجع	ماکزیمم مقدار کنترل	کران بالای لغزش	مینیمم خطا	ماکزیمم خطا	انتگرال مربع خطا
SMC مبتنی بر IDC	سینوسی	0.55	0.21	-0.24	-0.001	0.023
SMC	سینوسی	13.72	0.01	-2	0.0007	0.042
SMC مبتنی بر IDC	شبه پالسی	0.73	0.21	-0.23	0.18	0.011
SMC	شبه پالسی	4.64	4	-0.06	1	0.028

## ۵- نتیجه گیری

نتایج به دست آمده در این تحقیق نشان می‌دهد که روش پیشنهادی کنترل مد لغزشی مبتنی بر IDC روش مناسبی برای سیستم تعلیق مغناطیسی است. در این روش، با در نظر گرفتن عدم قطعیت و اغتشاش به صورت متمرکز و استفاده از FOIDC در مرحله اول و به کارگیری SOIDC در مرحله دوم، ردیابی موقعیت جسم معلق از ورودی‌های مرجع مختلف مورد بررسی قرار گرفت. همچنین مقاومت در برابر تغییرات سریع سیستم، فرکانس اغتشاش و ثابت زمانی با خطای بسیار ناچیز به خوبی صورت گرفته که مقاوم بودن سیستم را نشان می‌دهد. در نظر گرفتن این نکته که تخمین عدم قطعیت و اغتشاشات متمرکز با خطای ناچیزی صورت گرفته است نشان می‌دهد که تخمین پیشنهادی عملکرد بسیار مناسب و مطلوبی داشته و با وجود عوامل غیرخطی در معادلات حالت و عدم قطعیت و اغتشاشات متمرکز، کنترل کننده پیشنهادی سیستم تعلیق را پایدار نموده است. همچنین، روش پیشنهادی IDC موجب کاهش پدیده لرزش سیگنال کنترل شده و با مقدار ورودی کنترلی کم که خود موجب کاهش هزینه‌ها می‌شود، به اهداف مقاوم بودن سیستم می‌توان دست یافت.

## مراجع

- [1] Feng, S., "Magnetic Suspension Systems using Permanent Magnet", Ph.D. Thesis, Department of Intelligent Mechanical Engineering, Graduate School of Engineering Kochi University of Technology, Kochi, Japan, (2010).
- [2] Rahgoshay, M.A., Binazadeh, T., and Shafiei, M.H., "Robust Output Tracking of Nonaffine Magnetic Suspension System", 3rd International Conference on Control, Instrumentation, and Automation, ICCIA 2013, Tehran, Iran, pp. 307-310, (2013).
- [3] Khimani, D., and Rokade, R., "Implementation of Sliding Mode Control on Magnetic Levitation System", in Advances in Computing, Communication and Control (ICAC3), IEEE International Conference, Mumbai, India, pp. 1-5, (2017).
- [4] Banza, A.T., and Chen, Q., "Decentralized Second-order Sliding Mode Control Design for a Small-scale Magnetic Levitation Platform", in 11th IEEE Asian Control Conference (ASCC), Gold Coast, QLD, Australia, pp. 549-554, (2017).
- [5] Wang, H., Ge, X., and Liu, Y.C., "Second-order Sliding-mode MRAS Observer Based Sensorless Vector Control of Linear Induction Motor Drives for Medium-low Speed Maglev Applications", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 65, No. 12, pp. 9938-9952, (2018).
- [6] kuo, C.L., Li, T.H.S., and Gue, N.R., "Design of a Novel Fuzzy Sliding-mode Control for Magnetic Ball Levitation System", Journal of Intelligent Robotic System, Vol. 42, No. 3, pp. 295-316, (2005).
- [7] Gutierrez, H.M., and Ro, P.I., "Magnetic Servo Levitation by Sliding-mode Control of Nonaffine Systems with Algebraic Input Invertibility", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 52, No. 5, pp. 1449-1455, (2005).

- [8] Bojan-Dragos, C.A., Precup, R.E., Tomescu, M.L., Preitl, S., Tanasoiu, O.M., and Hergane, S., "Proportional-integral-derivative Gain-scheduling Control of a Magnetic Levitation System", *International Journal of Computers, Communications & Control*, Vol. 12, No. 5, pp. 599-611, (2017).
- [9] Tepljakov, A., Alagoz, B.B., Gonzalez, E., Petlenkov, E., and Yeroglu, C., "Model Reference Adaptive Control Scheme for Retuning Method-based Fractional-order PID Control with Disturbance Rejection Applied to Closed-loop Control of a Magnetic Levitation System", *Journal of Circuits, Systems and Computers*, Vol. 27, No. 11, pp. 1850176/1-29, (2018).
- [10] Sadek, U., Sarjaš, A., Chowdhury, A., and Svečko, R., "Improved Adaptive Fuzzy Backstepping Control of a Magnetic Levitation System Based on Symbiotic Organism Search", *Applied Soft Computing*, Vol. 56, pp. 19-33, (2017).
- [11] Al-Samarraie, S.A., Midhat, B.F., and Al-Deen, R.A.B., "Adaptive Sliding Mode Control for Magnetic Levitation System", *Al-Nahrain Journal for Engineering Sciences*, Vol. 21, No. 2, pp. 266-274, (2018).
- [12] Xu, J., Sun, Y., Gao, D., Ma, W., Luo, S., and Qian, Q., "Dynamic Modeling and Adaptive Sliding Mode Control for a Maglev Train System Based on a Magnetic Flux Observer", *IEEE Access*, Vol. 6, pp. 31571-31579, (2018).
- [13] Verma, R., Ginoya, D., Shendge, P.D., and Phadke, S.B., "Slip Regulation for Anti-lock Braking Systems using Multiple Surface Sliding Controller Combined with Inertial Delay Control", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 53, No. 8, pp. 1150-1171, (2015).
- [14] Suryawanshi, P.V., Shendge, P.D., and Phadke, S.B., "Robust Sliding Mode Control for a Class of Nonlinear Systems using Inertial Delay Control", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 78, No. 3, pp. 1921-1932, (2014).
- [15] Choudhary, M.M., Nerkar, P.P., Shendge, P.D., and Phadke, S.B., "Decentralized Sliding Mode Control for Perturbed Nonlinear Large Scale Systems with Variable Time Delay in Interconnections Based on Inertial Delay Control", *3rd International Conference on Electronics Computer Technology, ICECT 2011, Kanyakumari, Tamil Nadu, India*, pp. 197-201, (2011).
- [16] Suryawanshi, P.V., Shendge, P.D., and Phadke, S.B., "Robust Sliding Mode Control for a Class of Nonlinear System using Inertial Delay Control Nonlinear Dynamic", *Springer Netherlands*, Vol. 78, No. 3, pp. 1921-1932, (2014).
- [17] Trumper, D.L., Olson, S.M., and Subrahmanyam, P.K., "Linearizing Control of Magnetic Suspension System", *IEEE Transaction on Control System Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 427-438, (1997).
- [18] Chang, P.H., and Lee, J.W., "An Observer Design for Time-delay Control and Its Application to DC Servo Motor", *Control Eng. Pract.* Vol. 2, No. 2, pp. 263-270, (1994).



[۱۹] حسنلو، مجتبی، باقری، احمد، "کنترل هوشمند تیرتیموشنکو با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات و کنترلر PID مطابق با نگرش جایابی بهینه وصله‌های محرک پیزوالکتریک"، نشریه پژوهشی مهندسی مکانیک ایران، شماره ۲۰(۳)، ص ۶-۲۸، (۱۳۹۷).

[20] Samani, R., and Khodadadi, H., "A Particle Swarm Optimization Approach for Sliding Mode Control of Electromechanical Valve Actuator in Camless Internal Combustion Engines", In 2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe), Milan, Italy, pp. 1-4, (2017).

[21] Ackermann, J., and Utkin, V., "Sliding Mode Control Design Based on Ackermann's Formula", IEEE Trans. Autom. Control, Vol. 43, No. 2, pp. 234-237, (1998).

[22] Zhong, Q.C., and Rees, D., "Control of Uncertain LTI Systems Based on an Uncertainty and Disturbance Estimator", ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 126, No. 4, pp. 905-910, (2004).

## فهرست نمادهای انگلیسی

$A(x,t)$ : ماتریس سیستم غیرخطی شناخته شده

$B(x,t)$ : بردار ورودی غیرخطی شناخته شده

$C$ : ماتریس خروجی

$E$ : عدم قطعیت متمرکز

$\hat{E}$ : تخمین عدم قطعیت متمرکز

$\hat{E}_1$ : تخمین  $E(x,u,t)$

$E_A$ : عامل ناشناخته

$E_B$ : عامل ناشناخته

$E_\delta$ : عامل ناشناخته

$F$ : نیروی ایجاد شده توسط سیم پیچ مغناطیسی

$g$ : نیروی گرانش جاذبه وارد شده بر جسم

$G_A(s)$ : فیلتر پایین گذر مناسب محدود با بهره حالت دائم واحد و پهنای باند به میزان کافی بزرگ

$H$ : ماتریس شناخته شده با ابعاد مناسب

$I$ : ماتریس شناخته شده با ابعاد مناسب

$i$ : جریان سیم پیچ

$k_e$ : ثابت نیروی تعلیق

$l$ : موقعیت جسم

$l_0$ : موقعیت اولیه جسم

$m$ : جرم جسم معلق

$N$ : تعداد دور سیم پیچ

$n$ : مرتبه فیلتر تخمین

$P$ : ماتریس مثبت معین، متقارن و حقیقی

$Q$ : ماتریس مثبت معین

$u$ : ورودی کنترلی

$u_m$ : ورودی مرجع

$u_{eq}$ : بخش شناخته شده (نامی) قانون کنترل

$u_n$ : بخش ناشناخته قانون کنترل

$V$ : تابع لیاپانوف

$X$ : موقعیت جسم معلق نسبت به سیم پیچ

$x_m$ : حالت مدل

$x_{ref}$ : موقعیت مرجع

$x_1$ : خطای موقعیت جسم نسبت به نقطه مرجع

$x_2$ : سرعت جسم

### نمادهای یونانی

$\lambda$ : مقدار ویژه

$\sigma$ : متغیر لغزشی

$\mu_0$ : ضریب نفوذپذیری محیط

$\tau$ : ثابت کوچک مثبت

$\delta(x, t)$ : اغتشاش غیرقابل اندازه گیری

## Abstract

Magnetic suspension system as an appropriate mechanism for non-touch maintaining the objects through magnetic force has become very important in many applications. Due to their instability and high nonlinearity, such systems pose a challenge to many researchers attempting to design high-performance and robust tracking control. This paper proposes a sliding mode control strategy for a nonlinear magnetic suspension system with one degree-of-freedom. In conventional sliding mode control systems, insensitivity to uncertain parameters and external disturbances is achieved when the bounds of the uncertainty and disturbance are known.

In this regard, the proposed control structure is the inertial delay control being concentratedly estimated the uncertainties of the system and unknown disturbances. The main purpose of this paper is to implement the robust output tracking through centralized uncertainty and its estimation in which, by considering the suspension system coil current as the control input, the position of the suspended object is maintained and the estimation error tends to zero. Simulation results indicate the designed controller on the magnetic suspension system has a good performance compared to the other methods. In addition, the proposed method is effective and the output robust tracking, as well as the estimation of system uncertainties, are realized.