

تحلیل ضربه سرعت پایین بر ورق‌های حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت هدفمند

در این پژوهش، تحلیل عددی ضربه سرعت پایین بر ورق‌های حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت هدفمند با استفاده از روش‌های المان محدود ارائه شده است. معادلات تعادل ورق بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول ورق و اصل همپلتون استخراج شده است و برای حل این معادلات از روش المان محدود و الگوریتم پیکارد استفاده شده است. برای شبیه‌سازی نیروی تماس بین ورق و ضربه‌زننده از قانون تماس هرگز استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند، که توزیع نانولوله‌ها به ترتیب به شکل $FG-X$ ، $UD.FG-V$ و $FG-O$ در راستای ضخامت، دارای بیشترین نیروی تماسی می‌باشند. همچنین نتایج عددی این مطالعه نشان‌گر این است، که افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی از ۰/۱۱ به ۰/۱۷، سبب افزایش ۳۲ درصدی نیروی تماسی می‌گردد، در حالی که زمان تماس را کاهش می‌دهد.

مسعود بابایی^۱

دانشجوی دکترا

کامران عاصمی^۲

استادیار

نادر نظری^۳

کارشناسی ارشد

واژه‌های راهنما: ورق حلقوی، ضربه سرعت پایین، المان محدود، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی، توزیع هدفمند

۱- مقدمه

مواد مدرج تابعی بعنوان نسل جدیدی از کامپوزیت‌ها، برای اولین بار توسط دانشمندان ژاپنی در دهه (۱۹۸۰) به جهت مقاومت حرارتی بالا در کاربردهای حوزه هوافضا مطرح شدند. با توجه به ویژگی‌های مناسب این مواد از جمله تغییرات یکنواخت خواص مکانیکی در نتیجه تغییرات پیوسته مواد، کاهش یا حذف تمرکز تنش در سال‌های اخیر این مواد کاربرد گسترده‌ای در صنعت و مهندسی پیدا کرده‌اند. نانولوله‌های کربنی با توجه به خصوصیات منحصر به فردشان در زمینه‌های بسیار متنوعی مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای نانولوله‌های کربنی در حوزه مهندسی مکانیک و هوافضا استفاده از آن‌ها به عنوان تقویت‌کننده در مواد کامپوزیتی است. کامپوزیت‌های معمولی با وجود داشتن خواص مطلوب اغلب در صنایع پیشرفته جوابگوی کامل نیازها نیستند. در این خصوص نانولوله‌های کربنی یکی از بهترین گزینه‌ها می‌باشد.

^۱ دانشجوی دکترا، مدرس مدعو، دانشکده فنی و مهندسی برق، مکانیک و کامپیوتر، دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، ایران masoudbabaei@eyc.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تهران شمال، تهران، ایران kamiran64@yahoo.com

^۳ کارشناسی ارشد، دانشکده فنی مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تهران شمال، تهران، ایران

nadernazari1440@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۷/۱۲/۲۰، تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۷/۲۸

خواص فوق‌العاده اعم از مقاومت بالا، سختی بالا و چگالی پایین باعث برتری این مواد نسبت به دیگر فیبرهای تقویتی شده است [۱]. اضافه کردن درصد کمی از نانولوله‌های کربنی باعث بهبود بسیاری از خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی کامپوزیت‌ها می‌شود از این رو استفاده از این نوع نانوکامپوزیت‌ها در بسیاری از صنایع از جمله هوافضا، خودرو، دریایی و بخش‌های زیرساختی در حال رشد می‌باشد؛ بنابراین ضروری است که رفتار نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی تحت بارگذاری ضربه در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گیرد. مطالعات بسیاری ضربه سرعت پایین سازه‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند. قاجار و همکاران [۲] به بررسی اثر فاصله گلوله کروی تا ورق را طی یک فرایند ضربه با سرعت پایین پرداخته‌اند. آمبور و کروز [۳]، به کمک روش حل نیمه تحلیلی، پدیده ضربه روی یک صفحه چند لایه کامپوزیتی ساندویچی را به صورت دینامیکی مدل نموده و از رابطه برخورد هرتز که با فرض شبه استاتیک بودن بدست آمده بهره برده‌اند. السون [۴]، با بررسی تئوری و تجربی ورق‌های کامپوزیتی ساندویچی، نشان داد که قانون برخورد هرتز برای پانل‌های ساندویچی درست نبوده و باید اصلاح گردد. هراپ و پالازوتو [۵]، ضربه کم سرعت ورق ساندویچی را بر پایه تئوری ساده شده الاستیسیته، مورد بررسی قرار داده و به گونه‌ای قانون تماس هرتز را بازسازی نموده‌اند. بارلاتی [۶]، مساله ضربه کم‌سرعت را با یافتن پاسخ‌های کلی سازه، با در نظر گرفتن توزیع فشار تماس ویژه برای شبیه‌سازی قانون تماس هرتز بررسی نمود. ابریت [۷] به مروری بر روش‌های کلی تحلیل ضربه کم‌سرعت ورق‌های کامپوزیتی و ساندویچی پرداخته است. اکاردی و فریرو [۸]، با به‌کارگیری یک روش به هنگام سازی انرژی، ضربه کم‌سرعت ورق ساندویچی را با به‌کارگیری تئوری زیگزاگ برای ورق‌های رویه مدل‌سازی فراهم کرده است. در این زمینه، شعاع انحنای ناحیه تماس به صورت لحظه‌ای به هنگام می‌گردد. فو و همکاران [۹]، از ترکیب روش موازنه انرژی و قانون بقای مومنتم برای یافتن معادلات حاکم بر ضربه کم‌سرعت بهره جستند. در سالهای اخیر استفاده از تقویت‌کننده‌ها با نانولوله‌های کربنی به صورت هدفمند بیش از پیش مورد توجه قرار گرفت. نخستین بار شن [۱۰] به صورت بنیادی به تحلیل مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی پرداخته‌اند. در این مطالعه ایده مدرج تابعی کردن نانولوله‌ها در طول ضخامت ورق ارائه شد. وی نشان داد که با مدرج کردن نانولوله‌ها در طول ضخامت نسبت توزیع یکنواخت رفتار خمشی کامپوزیت‌ها بهبود پیدا می‌کند. تحقیقات متعددی در زمینه تحلیل ضربه بر روی ورق‌های کامپوزیتی که توزیع خواص در آن‌ها بصورت مدرج تابعی است، انجام شده است. بطور مثال، شریعت و جعفری [۱۱] به بررسی غیر خطی ضربه سرعت پایین ورق دایره ای مدرج تابعی دوجهته که در راستای شعاعی از پیش بارگذاری شده بود پرداخته‌اند. از روابط جابه جایی کرنش غیر خطی ون کارمن استفاده نموده و از الگوریتم نیومارک برای حل معادلات حاکم غیر خطی بهره گرفته‌اند. آن‌ها همچنین [۱۲] یک حل نیمه تحلیلی برای ضربه پایین ورق دایره‌ای مدرج تابعی دوطرفه که بر روی بستر الاستیک قرار گرفته است براساس مدل میکرومکانیکی ارائه داده‌اند. از مدل موری تاناکا و همچنین از یک مدل تماس ارتقا یافته استفاده نموده‌اند. عاصمی و همکارش [۱۳] به مطالعه رفتار ورق مستطیل شکل FGM تحت اثر ضربه سرعت پایین پرداخته‌اند. آن‌ها در این پژوهش از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی برای بیان معادلات مربوط به ورق و همچنین تئوری برخورد هرتز برای برخورد میان ضربه‌زن و ورق استفاده نمودند و در پایان نتایج بدست آمده را با نتایج حاصل از نرم افزار انسیس^۱ مقایسه کرده‌اند.

^۱ANSYS

ملک‌زاده و ده‌بزرگی [۱۴] رفتار ورق تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحت اثر ضربه سرعت پایین با استفاده از روش‌های المان محدود مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مقاله از قانون برخورد هرتز و مدل موری‌تاناکا برای توزیع نانولوله‌ها بهره گرفته شده و نتایج حاصل با استفاده از نرم‌افزار آباکوس^۱ صحت‌گذاری شده است. جم و کیانی [۱۵] به بررسی ضربه سرعت پایین روی تیر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت تاثیر حرارت پرداخته‌اند. آن‌ها در این مقاله از تئوری تیر تیموشنکو و از قانون برخورد هرتز بهره برده و با استفاده از مدل ریتز برای تحلیل توزیع نانولوله‌ها، نتایج بدست آمده را با مقالات موجود صحت‌گذاری نموده‌اند. شرعیات و فرزانه نسب [۱۶] همچنین ضربه غیرخطی سرعت پایین ورق مستطیلی مدرج تابعی که در راستای طولی و عرضی از پیش بارگذاری شده را بررسی نموده‌اند. از روابط جابه‌جایی کرنش غیرخطی ون کارمن استفاده نموده و نتایج حاضر را بانرم افزار اباکوس مقایسه و نتایج تطابق خوبی با یکدیگر داشته‌اند. آن‌ها همچنین [۱۷] ضربه کم سرعت ورق همسانگرد ویسکو الاستیک را با استفاده از یک تئوری ورق تک لایه هم ارز با جدا نمودن اثر خمشی و برشی بررسی کرده‌اند. آن‌ها [۱۸] در تحقیق دیگری به بررسی ضربه سرعت پایین ورق مستطیلی مدرج تابعی در راستای ضخامت که تمام یا بخش از آن بر روی بستر قرار گرفته پرداخته و از یک روش نیمه تحلیلی و مدل موری‌تاناکا^۲ برای توزیع نانو لوله‌ها استفاده نموده‌اند. مروری بر پژوهش‌های گذشته نشان می‌دهد که بیشترین تحقیقات در ارتباط با سازه‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی معطوف به تحلیل‌های استاتیکی و ارتعاشاتی بوده است و تاکنون تحلیل جامعی در مورد ضربه سرعت پایین بر روی ورق‌های حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی انجام نشده است. لذا در این مقاله با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و روش المان محدود، ضربه سرعت پایین بر روی ورق‌های حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی بررسی شده است.

۲- معادلات حاکم

ورق حلقوی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و ضخامت h به همراه چهار حالت مختلف برای توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت در شکل (۱) نشان داده شده است. شکل (الف) مربوط به توزیع نانو لوله کربنی به صورت UD و شکل (ب) مربوط به توزیع نانو لوله کربنی به صورت FG-O می‌باشد. همچنین شکل‌های (ج) و (د) به ترتیب مربوط به توزیع نانو لوله‌های کربنی به صورت FG-X و FG-V می‌باشند.

۲-۱- خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی

در پژوهش حاضر مدل ارائه شده برای توزیع نانولوله‌ها، قانون مخلوط‌ها^۳ می‌باشد [۱۵]:

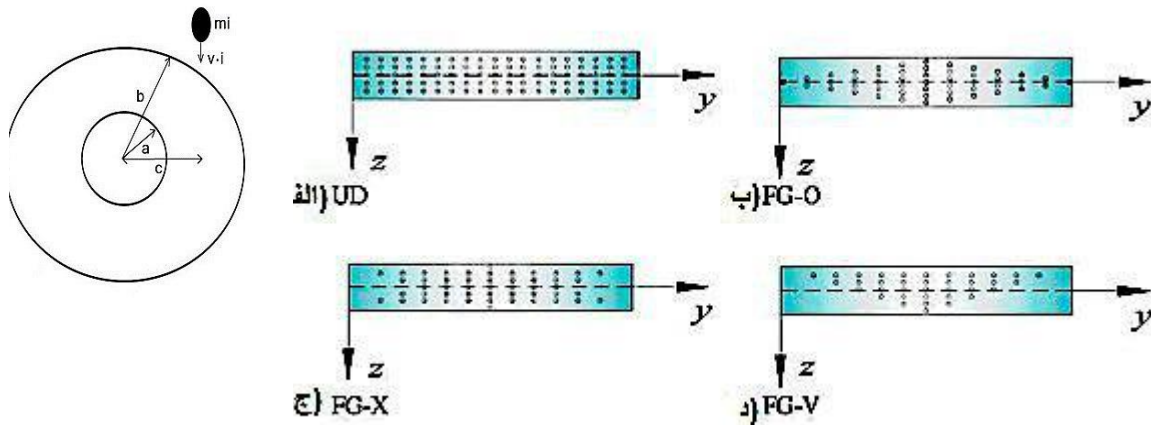
$$\rho = V_{CN} \rho^{CN} + V_m \rho^m \quad (1)$$

$$E_{11} = \eta_1 V_{CN} E_{11}^{CN} + V_m E^m \quad (2)$$

¹ ABAQUS

² Mori-Tanaka

³ rule of mixtures



شکل ۱- هندسه ورق حلقوی به همراه توزیع مختلف نانولوله کربنی در راستای ضخامت

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{CN}}{G_{12}^{CN}} + \frac{V_m}{G^m}, \quad \frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{CN}}{E_{22}^{CN}} + \frac{V_m}{E^m} \quad (3)$$

که در آن منظور از ρ^{CN} ، V_{CN} چگالی و درصد حجمی نانولوله‌های کربنی و اندیس m نیز بیانگر ماده زمینه است. مدول الاستیسیته در جهت ۱ می‌باشد. E_{11} همچنین منظور از با توجه به رابطه بالا، مقدار η_r ، η_θ ، η_z که ضرایب وابسته به میزان خواص ماده بر حسب V_{CN}^* می‌باشد، در جدول (۱) آورده شده است [۱۴].

$$V_{CN} + V_m = 1 \quad (4)$$

$$v_{12} = V_{CN}^* v_{12}^{CN} + V_m v^m \quad (5)$$

جدول ۱- مقدار η_r ، η_θ ، η_z بر حسب مقادیر مختلف V_{CN}^*

| Efficiency parameter | $V_{CN}^* = 0.11$ | $V_{CN}^* = 0.14$ | $V_{CN}^* = 0.17$ |
|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| η_r | 0.149 | 0.150 | 0.149 |
| η_θ | 0.934 | 0.941 | 1.381 |
| η_z | 0.934 | 0.941 | 1.381 |

جدول ۲- تقسیم بندی نحوه توزیع نانولوله‌های کربنی [۱۴]

| CNTs distribution | V_{CN} |
|-------------------|-----------------------------------|
| UD CNT | V_{CN}^* |
| FG- X CNT | $4V_{CN}^* \frac{ z }{h}$ |
| FG- V CNT | $V_{CN}^* (1 + 2 \frac{ z }{h})$ |
| FG- O CNT | $(1 - 2 \frac{ z }{h}) 2V_{CN}^*$ |

با توجه به جدول (۲) می‌توان رابطه V_{CN} ، به ازای توزیع نانولوله‌ها به صورت یکنواخت، شکل X، شکل V، شکل O و شکل را مشاهده نمود [۱۴].

۲-۲- معادله حرکت

با توجه به فرضیات تئوری برشی مرتبه اول، میدان جابجایی در تئوری مرتبه اول برشی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۲]:

$$\begin{aligned} u(r, z) &= u_0(r, \theta) + z \varphi_r(r, \theta) \\ v(r, \theta, z) &= v_0(r, \theta) + z \varphi_\theta(r, \theta) \\ w(r, \theta, z) &= w_0(r, \theta) \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن u, v, w مولفه‌های جابجایی عمومی می‌باشند، در حالیکه u_0, v_0, w_0 به ترتیب مولفه‌های جابجایی صفحه میانی در راستای r, θ, z می‌باشند. همچنین φ_r و φ_θ به ترتیب چرخش‌های نرمال عرضی حول r, θ بوده و کرنش‌های مربوط به میدان جابجایی (بالا) به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_r^0 + z k_r, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 + z k_\theta \\ \gamma_{r\theta} &= \gamma_{r\theta}^0 + z k_{r\theta}, \quad \gamma_{rz} = \gamma_{rz}^0, \quad \gamma_{\theta z} = \gamma_{\theta z}^0 \\ \varepsilon_r^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta^0 = \frac{u_0}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_0}{\partial \theta} \\ k_r &= \frac{\partial \varphi_r}{\partial r}, \quad k_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta} + \frac{\varphi_r}{r}, \quad k_{r\theta} = \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_r}{\partial \theta} - \frac{\varphi_\theta}{r} \\ \gamma_{rz}^0 &= \frac{\partial w}{\partial r} + \varphi_r, \quad \gamma_{\theta z}^0 = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \varphi_\theta, \quad \gamma_{r\theta}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} - \frac{v_0}{r} \end{aligned} \quad (۷)$$

که شکل ماتریسی آن به صورت زیر است:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{rz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial r} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_r \\ \varphi_\theta \end{bmatrix} = d_2 Q \quad (۸)$$

$$Q = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_r \\ \varphi_\theta \end{bmatrix} \quad (۹)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_r \\ \varphi_\theta \end{Bmatrix} = d_3 Q \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \varphi_r \\ \varphi_\theta \end{Bmatrix} = d_4 Q \quad (11)$$

۲-۳- معادلات ساختاری

رابطه تنش- کرنش برای ورق حلقوی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix}^k$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix}^k \quad (12)$$

$$C_{11} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad C_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad C_{22} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{44} = G_{13} \quad , \quad C_{55} = G_{23} \quad , \quad C_{66} = G_{12}$$

E_{22} و E_{11} مدول یانگ در جهت r و θ ، ν_{21} و ν_{12} ضرایب پواسون و G_{12} ، G_{23} و G_{13} نیز مدول‌های برشی ورق می‌باشد. برآیند نیروها و ممان‌های وارد به یک چند لایه را می‌توان از انتگرال‌گیری تنش‌های لایه‌ها در طول ضخامت چند لایه محاسبه نمود:

$$\begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} dz \quad , \quad \begin{Bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} z dz \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_r \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = K^2 \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix} dz \cdot = K^2 \sum_{K=1}^n \int_{z_{K-1}}^{z_K} \begin{Bmatrix} \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix}^{(k)} dz$$

در رابطه (۱۳)، K^2 ضریب تصحیح برش می‌باشد. که $\frac{5}{6}$ در نظر گرفته می‌شود.

نیرو و ممان را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \sum_{K=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \end{Bmatrix} dz + \right. \\ &\quad \left. \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} K_r \\ K_\theta \\ K_{r\theta} \end{Bmatrix} z dz \right\} \\ \begin{Bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \sum_{K=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \end{Bmatrix} z dz + \right. \\ &\quad \left. \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} K_r \\ K_\theta \\ K_{r\theta} \end{Bmatrix} z^2 dz \right\} \\ \begin{Bmatrix} Q_r \\ Q_\theta \end{Bmatrix} &= k^2 \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{44} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \gamma_{rz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} dz \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

از آن جا که $\varepsilon_\theta^0, \gamma_{r\theta}^0, k_r, k_\theta, k_{r\theta}, \gamma_{rz}^0, \gamma_{\theta z}^0, \varepsilon_r^0$ کرنش‌های سطح میانی هستند و تابع Z نمی‌باشند بنابراین می‌توانند خارج از انتگرال نوشته شوند و رابطه (۱۴) را به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \\ M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \\ Q_r \\ Q_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K^2 A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K^2 A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \\ k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \\ \gamma_{rz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$N = A\varepsilon^0 + B$$

$$M = B\varepsilon^0 + Dk$$

$$Q = e\gamma^0$$

$\varepsilon^0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \end{Bmatrix}$ می باشد، همچنین نحوه‌ی بدست آوردن ضرایب A و B و D و e در پیوست آمده است.

$$k = \begin{Bmatrix} k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \end{Bmatrix}, \gamma = \begin{Bmatrix} \gamma_{rz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix}$$

طبق اصل همیلتون خواهیم داشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (16)$$

$$T = \frac{1}{2} \int \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV + \frac{1}{2} m_p \dot{w}_p^2 \quad (17)$$

m_p جرم ضربه زننده و \dot{W} سرعت آن است. ترم اول در عبارت فوق مربوط به انرژی جنبشی ورق و ترم دوم مربوط به انرژی جنبشی پرتابه است.

انرژی جنبشی بر حسب جابجایی، برای ورق حلقوی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۱۴].

$$\delta T = \int \frac{h}{2} \rho \left(\ddot{u} \delta u + \ddot{v} \delta v + \ddot{w} \delta w \right) dV + m_p \ddot{w}_p \delta w_p \quad (18)$$

$$\begin{cases} u = u_0 + z \varphi_r \\ v = v_0 + z \varphi_\theta \\ w = w_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \delta u = \delta u_0 + z \delta \varphi_r \\ \delta v = \delta v_0 + z \delta \varphi_\theta \\ \delta w = \delta w_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \ddot{u} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_r}{\partial t^2} \\ \ddot{v} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_\theta}{\partial t^2} \\ \ddot{w} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \end{cases}$$

$$\delta T = \int \int \frac{h}{2} \rho \left(\left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_r}{\partial t^2} \right) (\delta u_0 + z \delta \varphi_r) + \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_\theta}{\partial t^2} \right) (\delta v_0 + z \delta \varphi_\theta) + \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \delta w_0 \right) dz d\theta$$

همچنین انرژی کرنشی برای ورق حلقوی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$U = \iint \left\{ N_r \varepsilon_r^0 + N_\theta \varepsilon_\theta^0 + N_{r\theta} \gamma_{r\theta}^0 + M_r K_r + M_\theta K_\theta + \begin{matrix} M_{r\theta} K_{r\theta} + Q_r \gamma_{rz} + Q_\theta \gamma_{\theta z} \end{matrix} \right\} r dr d\theta \quad (19)$$

$$U = \int \left([N_r \quad N_\theta \quad N_{r\theta}] \begin{bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{r\theta}^0 \end{bmatrix} + [M_r \quad M_\theta \quad M_{r\theta}] \begin{bmatrix} K_r \\ K_\theta \\ K_{r\theta} \end{bmatrix} + [Q_r \quad Q_\theta] \begin{bmatrix} \gamma_{rz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{bmatrix} \right)$$

با توجه به رابطه ۱۵ می توان رابطه ۱۹ را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\delta U = \int \left[\begin{aligned} & \left((d_3 Q)^T A^T + (d_4 Q)^T B^T \right) (d_3 \delta Q) + \\ & \left((d_3 Q)^T B^T + (d_4 Q)^T D^T \right) (d_4 \delta Q) + \\ & (d_2 Q)^T e^T (d_2 \delta Q) \end{aligned} \right] r dr d\theta \quad (20)$$

۲-۴- قانون تماس هرتز

بیشتر مدل‌های ضربه برای ضربه موج-کنترل شده و مرز-کنترل شده، بر مبنای قانون تماس هرتز هستند. قانون تماس هرتز از تحلیل الاستیسیته استاتیکی^۱ تماس بین ضربه‌زن کروی و نیم فضای الاستیک، که در آن تغییر شکل‌های دائمی ناشی از آسیب در نظر گرفته نمی‌شود، بدست می‌آید. برای مراحل ابتدایی فرآیند بارگذاری، قانون تماس هرتزی برای بیشتر موارد دقیق است. در طی فاز بارگذاری ضربه رابطه نیروی تماس F با نفوذ α بدین صورت بیان می‌گردد [۲۰]:

$$F_c(t) = k_c \alpha^r(t) \quad (21)$$

از آنجا که قانون تماس هرتز بین دو ماده همگن ایزوتروپ صادق می‌باشد، استفاده از این قانون برای ماده کامپوزیت ارتوتروپ منوط به اصلاحاتی می‌باشد، که در آن سفتی تماس (KC) به صورت زیر تعریف می‌شود. علاوه بر این، براساس مشاهدات تجربی مقدار $r = 1.5$ برای ورق همگن و کامپوزیت یکسان است.

$$KC = \frac{4}{3} E^* R_i^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

که در آن E از روابط (۲۳) بدست می‌آیند:

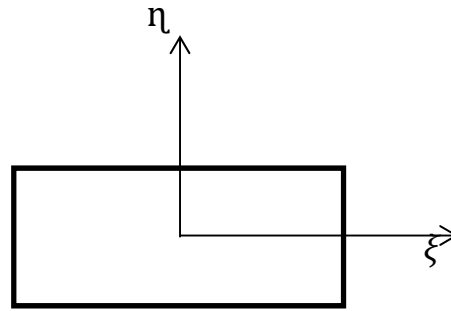
$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1}{E_p} \right)^{-1} \quad (23)$$

که در آن R_i شعاع انحنای ضربه‌زن می‌باشد. و $\nu_{i,i}$ و E_p به ترتیب مدول یانگ و نسبت پواسون ضربه‌زن و مدول یانگ عرضی ورق هستند. زیرنویس‌های i و p به ترتیب بیانگر خواص ضربه‌زن و هدف می‌باشد. معادله (۳-۱) به قانون تماس هرتز معروف است.

۳- مدلسازی اجزای محدود

در این بخش، معادلات حاکم بر ورق حلقوی تقویت شده، با نانو لوله‌های کربنی با استفاده از روش اجزا محدود گسسته‌سازی و حل می‌شوند. برای مدل‌سازی اجزا محدود ورق کامپوزیت در این تحقیق، از المان دو بعدی ۴ گرهی استفاده می‌شود. همچنین برای بیان توابع شکلی از دستگاه مختصات محلی طبیعی استفاده می‌شود.

¹ Elastostatic



شکل ۱- سیستم مختصات طبیعی جزء مستطیلی

رابطه بین مولفه‌های دستگاه مختصات طبیعی و دستگاه مختصات اصلی، با توجه به شکل (۲) به صورت روابط (۲۴) می‌باشد [۲۱].

$$\xi = \frac{2r - a^{(e)} - b^{(e)}}{b^{(e)} - a^{(e)}} \quad , \quad \eta = \frac{2(\theta - \theta_c)}{\beta^{(e)}} \quad (24)$$

توابع شکل مربوط به این المان در مختصات طبیعی به صورت روابط (۲۵) می‌باشد:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \\ N_m \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} (1 + \xi)(1 - \eta) \\ (1 + \xi)(1 + \eta) \\ (1 - \xi)(1 + \eta) \\ (1 - \xi)(1 - \eta) \end{Bmatrix} \quad (25)$$

با توجه به استفاده از تئوری مرتبه اول برشی، هر گره دارای ۵ درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳)، و بردار جابجایی المانی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{matrix} (u_{03}, v_{03}, w_{03}, \varphi_{r3}, \varphi_{\theta3}) & 3 & & 2 (u_{02}, v_{02}, w_{02}, \varphi_{r2}, \varphi_{\theta2}) \\ & & \square & \\ & 4 (u_{04}, v_{04}, w_{04}, \varphi_{r4}, \varphi_{\theta4}) & & 1 (u_{01}, v_{01}, w_{01}, \varphi_{r1}, \varphi_{\theta1}) \end{matrix}$$

شکل ۲- شماره گره‌های محلی برای المان (e) ام و درجات آزادی گره‌ها

$$Q^{(e)} = \left(\begin{pmatrix} \Psi_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Psi_1 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} \Psi_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Psi_4 \end{pmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_{01} \\ v_{01} \\ w_{01} \\ \varphi_{r1} \\ \varphi_{\theta 1} \\ \vdots \\ u_{04} \\ v_{04} \\ w_{04} \\ \varphi_{r4} \\ \varphi_{\theta 4} \end{Bmatrix} = \Psi q^{(e)} \quad (26)$$

که در آن Ψ_i تابع شکلی متناظر با گره ام است، که از رابطه (۲۵) بدست می‌آیند، که u_{0i} و v_{0i} و w_{0i} و $\varphi_{\theta i}$ و $\varphi_{r i}$ درجات آزادی گرهی بوده و در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. با اعمال رابطه (۴) در معادله (۲۰)، معادلات حرکت ورق به فرم اجزای محدود، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\iint_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \left(\left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_r}{\partial t^2} \right) (\delta u_0 + z \delta \varphi_r) + \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_\theta}{\partial t^2} \right) (\delta v_0 + z \delta \varphi_\theta) + \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \delta w_0 \right) dz dA + \int \left(((d_3 \Psi q)^T A^T + (d_4 \Psi q)^T B^T) d_3 \Psi \delta q + ((d_3 \Psi q)^T B^T + (d_4 \Psi q)^T D^T) d_4 \Psi \delta q + (d_2 \Psi q)^T e^T d_2 \Psi \delta q \right) r dr d\theta - \delta W \right] dt \quad (27)$$

که در رابطه بالا $d_2 \Psi = B_2, d_3 \Psi = B_3, d_4 \Psi = B_4$ می‌باشد. همچنین δW کار نیروی خارجی یا همان کار نیروی برخورد است، که از رابطه (۲۸) بدست می‌آید:

$$\delta W = k_c [w_p - \bar{w}]^2 \delta(w_p - \bar{w}) \quad (28)$$

در رابطه فوق، \bar{w} خیز نقطه برخورد و w_p جابجایی گوی است. با جاگذاری:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^4 \Psi_i U_{0i} & v_0 &= \sum_{i=1}^4 \Psi_i V_{0i} & w_0 &= \sum_{i=1}^4 \Psi_i W_{0i} \\ \varphi_r &= \sum_{i=1}^4 \Psi_i \theta_{ri} & \varphi_\theta &= \sum_{i=1}^4 \Psi_i \theta_{\theta i} \end{aligned} \quad (29)$$

با فاکتورگیری و مرتب سازی جملات حاوی ماتریس جابجایی گرهی المانی ($q^{(e)}$) و مشتقات آن، معادله (۲۷) به معادله (۳۰) تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_0^e} \left[(B_3^T A^T B_3 + B_4^T B^T B_3 + B_3^T B^T B_4 + B_4^T D^T B_4 + B_2^T D^T B_2) q + \Psi^T I \Psi \ddot{q} \right] r dr d\theta \\ = k_c [w_p - \bar{w}]^2 \delta(w_p - \bar{w}) \end{aligned} \quad (30)$$

و با مرتب سازی معادله (۳۰) معادله زیر برای ورق بدست می آید.

$$(k_1 + k_2 + k_3)^{(e)} q^{(e)} + M^e \ddot{q}^{(e)} = F^e \quad (31)$$

که در آن:

$$M^e = \int_{\Omega_0^e} \Psi^t I \Psi r dr d\theta \quad (32)$$

$$k_1^e = \int_{\Omega_0^e} [B_3^T A^T + B_4^T B^T] B_3 r dr d\theta \quad (33)$$

$$k_2^e = \int_{\Omega_0^e} [B_3^T B^T + B_4^T D^T] B_4 r dr d\theta \quad (34)$$

$$k_3^e = \int_{\Omega_0^e} [B_2^T e^T B_2] r dr d\theta \quad (35)$$

$$F^e = k_c [w_p - \bar{w}]^2 \quad (36)$$

در رابطه (۳۲)، I ماتریس اینرسی جرمی بوده و از رابطه زیر حاصل می گردد:

$$I = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

که در آن I_1 ها، از رابطه زیر محاسبه می گردند [۲۱].

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho dz \quad (38)$$

همچنین در کنار معادلات فوق برای ورق، معادله تعادل دینامیکی پرتابه نیز بایستی به صورت همزمان با معادلات ورق حل گردد:

$$m_p \ddot{w}_p = -k_c [w_p - \bar{w}]^2 \quad (39)$$

در انتها برای حل زمانی معادله حرکت از الگوریتم نیومارک استفاده شده است. لازم به ذکر است که با توجه به غیرخطی بودن نیروی تماس، باید برای حل این معادلات از الگوریتمهای حل غیرخطی استفاده نمود. در این پژوهش از روش تکرار مستقیم پیکارد برای حل معادلات غیرخطی استفاده شده است [۲۲].

۴- بحث و نتایج

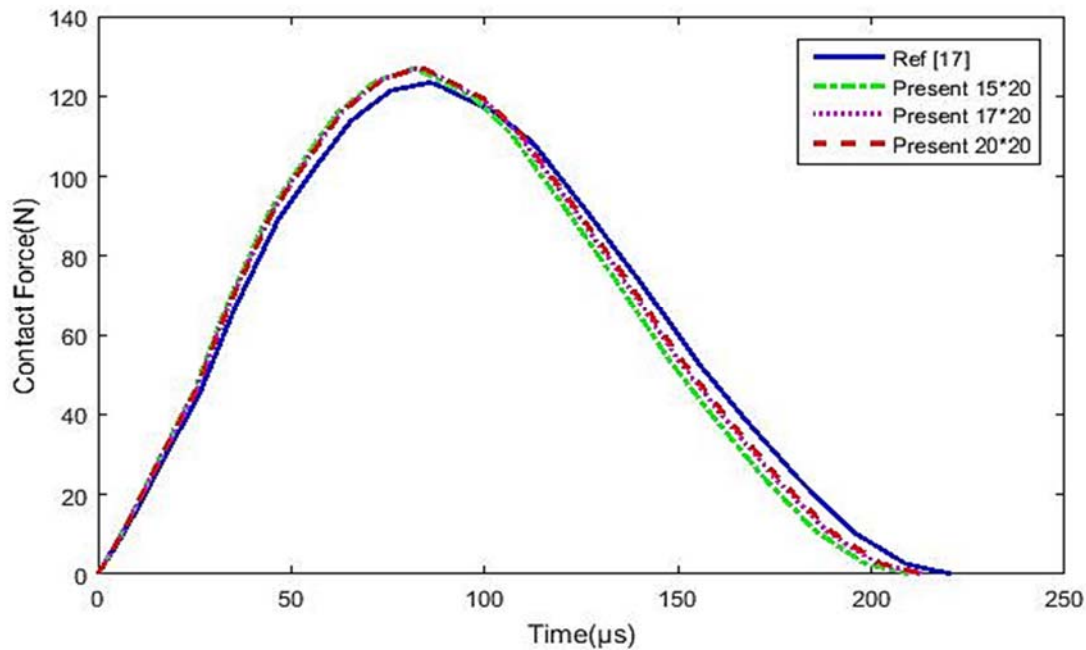
در این قسمت، نتایج تحلیل عددی ضربه سرعت پایین بر ورق‌های حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت هدفمند با استفاده از روش‌های المان محدود ارائه شده است و نتایج حاصل با در نظر گرفتن متیل متاکریلات به عنوان ماده زمینه ورق حلقوی با مدول یانگ ($E = 2.5 \text{ Gpa}$) و ضریب پواسون ($\nu = 0.34$) و چگالی ($\rho = 1150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) که با استفاده از توزیع نانولوله‌ها با مدول یانگ ($E_{22} = E_{11} = 5.6466 \text{ Tpa}$) و مدول برشی ($G = 1.9445 \text{ Tpa}$) و ضریب پواسون ($\nu_{12} = 0.175$) و چگالی ($\rho = 2100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) تقویت شده، ارائه شده است.

۴-۱- صحنه گذاری نتایج تحقیق

از آنجایی که مرجعی برای صحنه‌گذاری نتایج تحلیل ضربه سرعت پایین بر ورق‌های حلقوی شکل هدفمند موجود نمی‌باشد، نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر با نتایج موجود برای ورق‌های مستطیلی هدفمند صحنه‌گذاری شده است. ملک‌زاده و همکاران [۱۴] در سال (۲۰۱۶)، ضربه سرعت پایین بر ورق‌های مستطیلی هدفمند دارای تکیه‌گاه‌های ساده و گیردار را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول بررسی نموده‌اند. برای صحنه‌گذاری تحلیل ضربه سرعت پایین بر روی ورق‌های حلقوی شکل هدفمند با نتایج موجود برای ورق‌های مستطیلی هدفمند، بایستی ابتدا قطاعی از ورق را در نظر گرفت و سپس شعاع‌های داخلی و خارجی ورق قطاعی شکل را بسیار بزرگ و زاویه‌ی قطاع را عددی بسیار کوچک قرار داد.

با این تقریب، هندسه‌ی ورق قطاعی شکل با دقت بسیار خوبی تبدیل به ورق مستطیلی شکل می‌شود. بدین منظور، زاویه‌ی قطاع برابر با $\beta = 0.0025 \text{ rad}$ و شعاع‌های داخلی، خارجی و ضخامت ورق به ترتیب برابر $a=200 \text{ m}$ ، $b=200.5 \text{ m}$ ، $h=0.01 \text{ m}$ در نظر گرفته شده است و ضربه‌زن کروی به جرم 0.03 kg و شعاع 0.01 m با سرعت $0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به مرکز ورق مستطیل شکل تقویت شده با توزیع یکنواخت نانولوله‌ها و درصد حجمی 7.5 با خواص مکانیکی $E_m = 3.3 \text{ Gpa}$ ، $\nu_m = 0.48$ و $\rho_m = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ برای ماده زمینه و چگالی $\rho_{CN} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، مدول یانگ $E_{22} = E_{33} = 11.27 \text{ Gpa}$ ، $E_{11} = 649.12 \text{ Gpa}$ و مدول برشی $G = 5.13 \text{ Gpa}$ و ضریب پواسون $\nu = 0.284$ برای نانولوله کربنی، که توسط تکیه‌گاه گیردار مهار شده است، برخورد می‌کند. با انتخاب این مقادیر، ورق قطاعی شکل تبدیل به ورق مستطیلی با نسبت تقریبی ضخامت $\frac{a}{h} = 50$ می‌شود. لازم به ذکر است که کل زمان لازم برای فرآیند ضربه $250 \mu\text{s}$ می‌باشد و گام زمانی محاسبات 10^{-6} در نظر گرفته شده است.

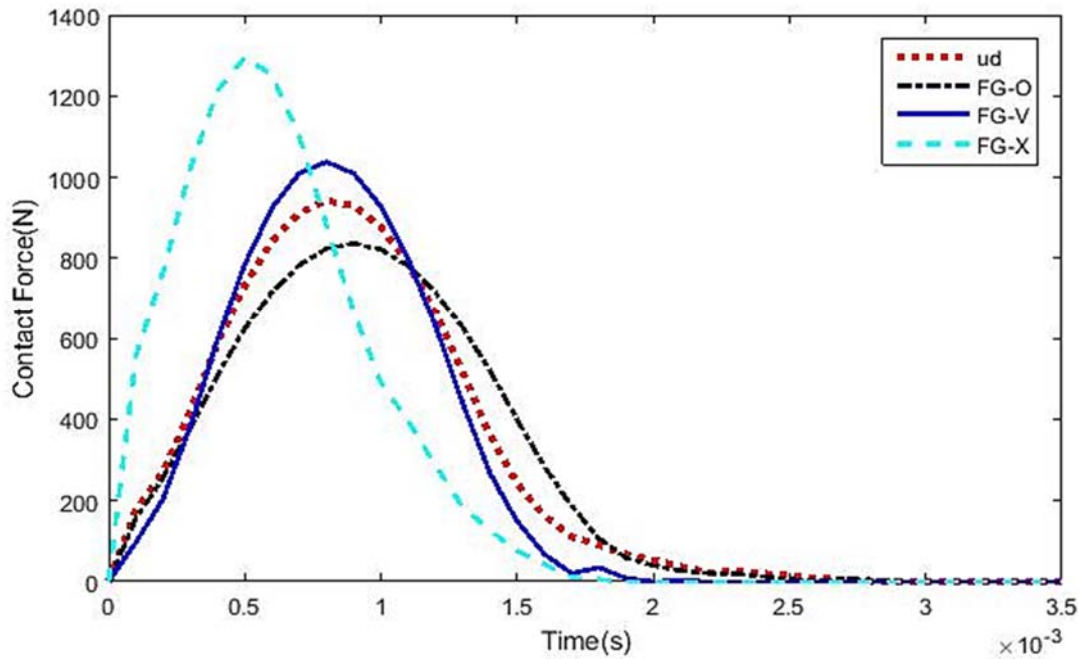
همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، نتایج کار حاضر با نتایج مرجع [۱۴] مطابقت بسیار خوبی دارد. همچنین روند همگرایی نتایج نسبت به تعداد المان‌ها در راستای شعاع ورق نیز در این شکل نشان داده شده است. برای همگرایی نتایج تعداد $20 * 20$ المان به ترتیب در راستاهای شعاعی و محیطی در نظر گرفته شده است. استفاده از 20 المان در راستای شعاع ورق باعث ایجاد خطای $1/9$ درصدی می‌شود.



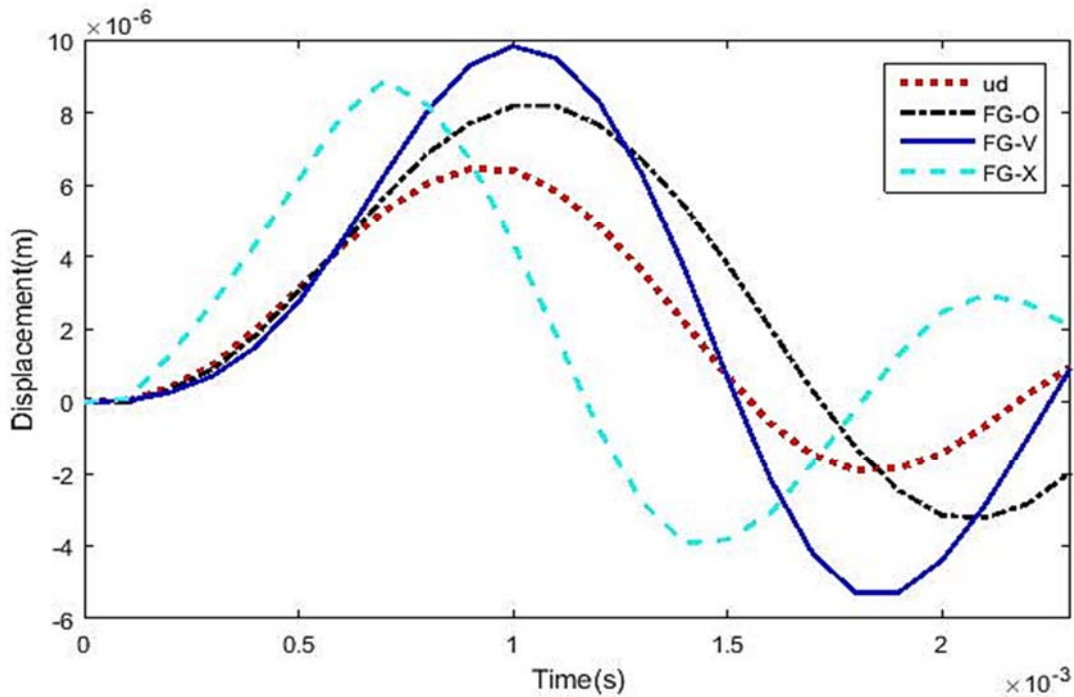
شکل ۴- مقایسه نتایج حاصل از تاریخچه زمانی نیروی تماس با [۱۴]

۴-۲- بررسی نتایج توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت

در این پژوهش چهار حالت برای توزیع نانولوله‌ها در راستای ضخامت در نظر گرفته شده است، که در همه حالات درصد حجمی نانولوله‌ها ($V_{cn}^* = 0.11$) می‌باشد. به این صورت که ضربه‌زن کروی به شعاع $0.5m$ و جرم $0.5kg$ با سرعت اولیه $1 \frac{m}{s}$ به سطح ورق حلقوی (با توجه به شکل ۵-۱، $c = 0.375 m$) به ضخامت $0.1m$ ، شعاع داخلی $0.25m$ و شعاع خارجی $0.5m$ برخورد می‌کنند. در این حالت از تکیه‌گاه گیردار حول قطر بزرگ ورق به‌عنوان شرایط مرزی استفاده شده و گام زمانی محاسبات 10^{-5} در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل نشان دهنده تاثیر نحوه توزیع نانولوله‌ها در راستای ضخامت روی پارامترهایی چون توزیع نیروی تماسی و جابه‌جایی می‌باشد. با توجه به شکل (۵) که بیانگر مقایسه اثر توزیع نانولوله‌ها بر روی نمودار نیروی تماسی برحسب زمان می‌باشد، کمترین مقدار نیروی تماسی و بیشترین مدت زمان تماس به ترتیب برای ورق با توزیع نانولوله‌ها به صورت O شکل، و پس از آن برای توزیع نانولوله‌ها به صورت UD و V شکل می‌باشد و در پایان، توزیع نانولوله‌ها به صورت X شکل در ورق دارای بیشترین مقدار نیروی تماسی می‌باشد و به این علت می‌باشد که مدول یانگ در سطح تماس برای توزیع نانولوله X بیشترین مقدار را دارد و به همین خاطر هست که مقدار نفوذ کمتر از بقیه بوده و خیز ورق بیشتر است. شکل (۶) بیانگر میزان جابه‌جایی ورق در اثر ضربه حاصل از برخورد ورق و ضربه‌زن، در فاصله 0.375 متری از مرکز ورق می‌باشد. در این حالت نیز با در نظر گرفتن تکیه‌گاه گیردار حول قطر خارجی ورق حلقوی و مقدار 0.11 به‌عنوان درصد حجمی نانولوله‌ها، نمودارهای مربوط به جابه‌جایی ورق حلقوی به‌ازای توزیع نانولوله‌ها در راستای ضخامت رسم شده است، که به ترتیب بیشترین جابه‌جایی مربوط به ورق تقویت شده، با نانولوله‌ها به صورت V شکل و پس از آن ورق تقویت شده با نانولوله‌ها به صورت X شکل و سپس ورق تقویت شده با نانولوله‌ها به صورت O شکل و در آخر کم‌ترین جابه‌جایی متعلق به ورق تقویت شده به صورت UD می‌باشد.



شکل ۵- مقایسه اثر توزیع نانولوله‌ها روی تاریخچه زمانی نیروی تماسی ورق حلقوی



شکل ۶- مقایسه اثر توزیع نانولوله‌ها روی تاریخچه زمانی جابه‌جایی نقطه برخورد ضربه‌زن و ورق حلقوی

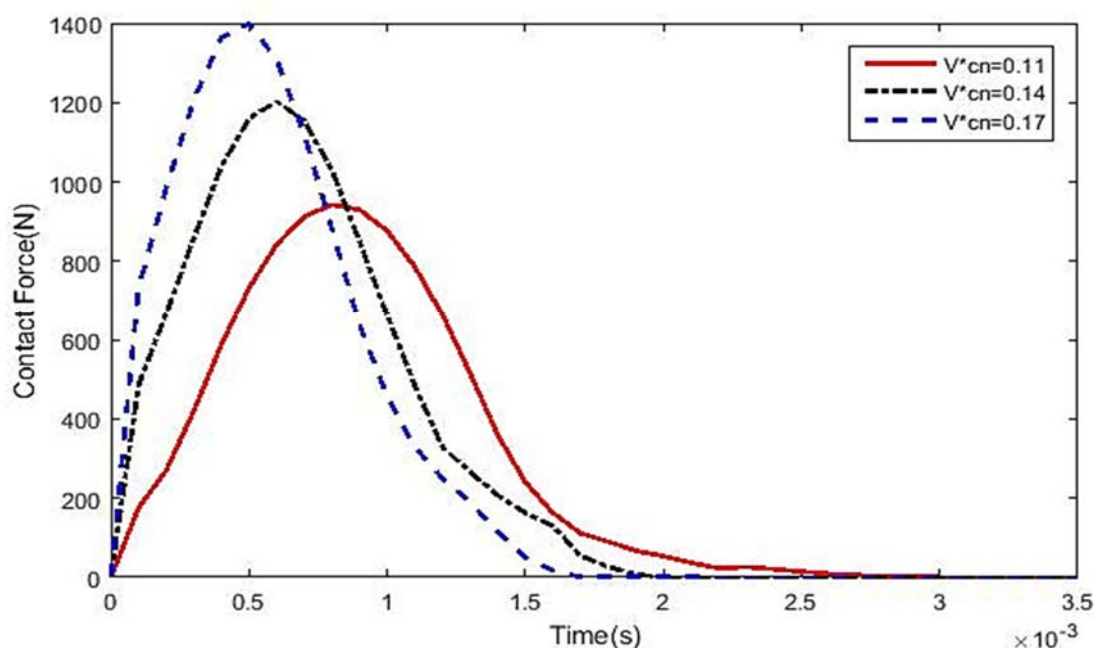
۴-۳- بررسی نتایج درصد حجمی نانولوله‌ها

در این حالت به بررسی متغیر درصد حجمی نانولوله‌های کربن به مقادیر ۰/۱۱، ۰/۱۴ و ۰/۱۷ و اثر این پارامتر روی نمودارهای نیروی تماسی و جابه‌جایی در ورق حلقوی پرداخته می‌شود. به این صورت که ضربه‌زن کروی به شعاع ۰/۰۵m و جرم ۰/۵kg با سرعت اولیه $1 \frac{m}{s}$ به سطح ورق حلقوی (با توجه به شکل ۵-۱، $c =$

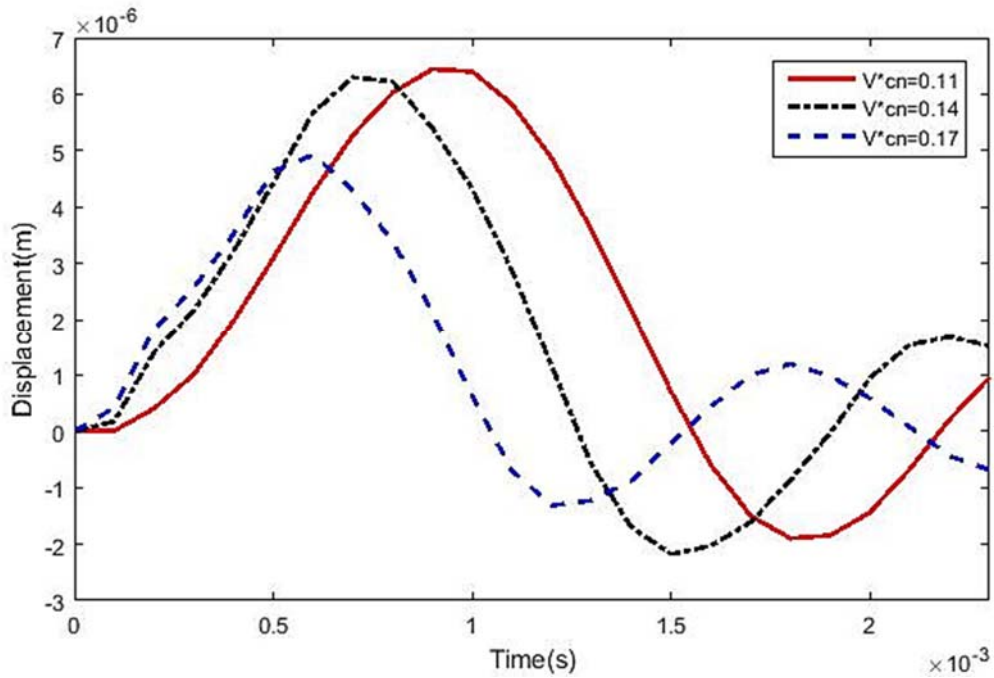
0.375 m) به ضخامت ۰/۱m، شعاع داخلی ۰/۲۵m و شعاع خارجی ۰/۵m برخورد می‌کنند. در این حالت نیز از تکیه‌گاه گیردار حول قطر خارجی ورق به عنوان شرایط مرزی استفاده شده است. نتایج حاصل نشان دهنده تاثیر درصد حجمی نانولوله‌ها می‌باشد. شکل (۷) بیانگر مقایسه اثر درصد حجمی نانولوله‌ها روی نمودار نیروی تماسی- زمان برای ورق حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربن می‌باشد. بر اساس این شکل با افزایش درصد حجمی نانولوله‌ها، نیروی تماسی افزایش یافته در حالی که باعث کاهش زمان تماس میان ورق و ضربه‌زن شده است. همانطور که مشاهده میشود، با افزایش کسر حجمی، مقدار نانولوله در محل تماس افزایش پیدا کرده، در نتیجه نیروی تماس افزایش پیدا کرده و میزان خیز ورق کاهش می‌یابد. همچنین نفوذ ضربه زن در ورق و مدت زمان تماس با افزایش کسر حجمی نانولوله کربنی کاهش می‌یابد. با توجه به شکل (۸) که بیانگر مقایسه اثر درصد حجمی نانولوله‌ها روی نمودار جابه‌جایی- زمان می‌باشد، با افزایش درصد حجمی نانولوله‌ها، جابه‌جایی‌ها کاهش می‌یابد.

۴-۴- بررسی اثر پارامترهای هندسی ضربه‌زن

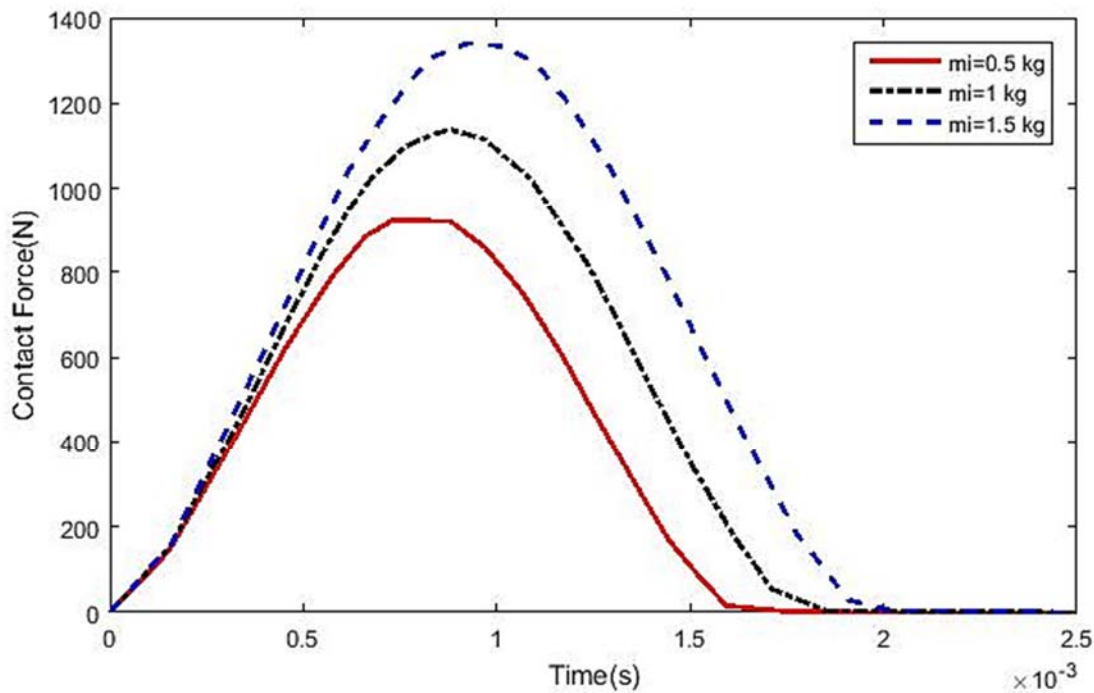
در این قسمت، اثر پارامترهای هندسی ضربه‌زن کروی با چگالی ثابت را که با سرعت $1 \frac{m}{s}$ در تماس با ورق حلقوی به شعاع داخلی ۰/۲۵m و شعاع خارجی ۰/۵m که با توزیع یکنواخت نانولوله‌ها و درصد حجمی ۰/۱۱ در راستای ضخامت، به صورت هدمند تقویت شده است مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۹) به‌ازای چگالی ثابت و با تغییر شعاع ضربه‌زننده، اثر جرم‌های مختلف ضربه‌زن کروی را روی نمودار توزیع نیروی تماسی نشان داده است. بیشترین نیروی تماسی ورق مربوط به برخورد ضربه‌زن ۱/۵ کیلوگرمی و کم‌ترین نیروی مربوط به ضربه‌زن کروی با جرم ۰/۵ kg می‌باشد.



شکل ۷- مقایسه اثر درصد حجمی نانولوله‌ها روی تاریخچه زمانی نیروی تماسی ورق حلقوی

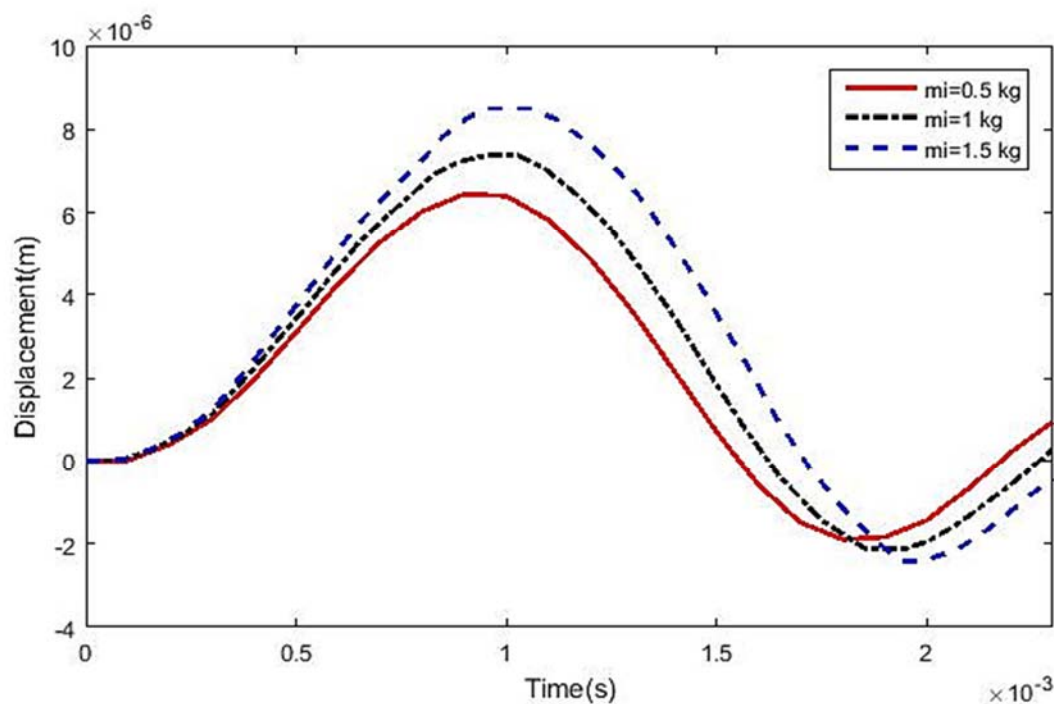


شکل ۸- مقایسه اثر درصد حجمی نانولوله‌ها روی تاریخچه زمانی جابه‌جایی نقطه برخورد ضربه‌زن و ورق حلقوی



شکل ۹- مقایسه اثر شکل هندسی روی تاریخچه زمانی نیروی تماسی ورق حلقوی

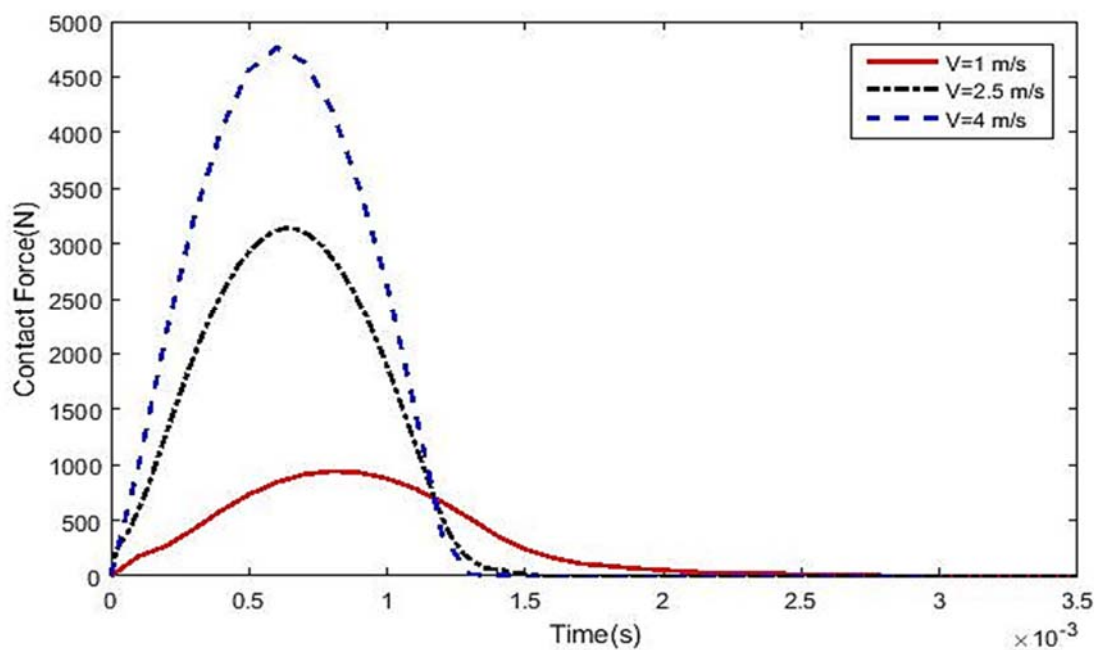
شکل (۱۰) جابه‌جایی حاصل از برخورد ضربه‌زن‌هایی با جرم و حجم‌های مختلف را نشان می‌دهد، که با افزایش جرم ضربه‌زن جابه‌جایی ورق افزایش می‌یابد.



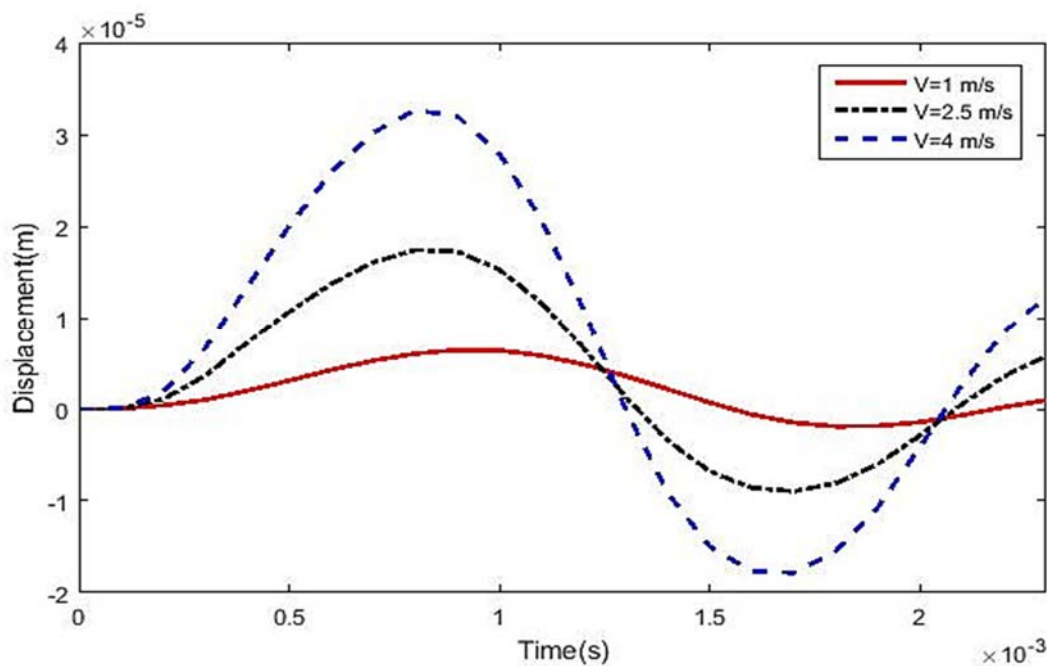
شکل ۱۰- مقایسه اثر شکل هندسی روی تاریخچه زمانی جابه‌جایی نقطه برخورد ضربه‌زن و ورق حلقوی

۴-۵- بررسی اثر سرعت

در این حالت ضربه‌زن کروی به شعاع 0.05 m و جرم 0.5 kg با سرعت‌های مختلف به ورق حلقوی با تکیه‌گاه گیردار حول قطر خارجی ورق، به شعاع داخلی 0.25 m و شعاع خارجی 0.5 m که با استفاده از توزیع یکنواخت نانولوله‌ها و درصد حجمی 0.11 تقویت شده، برخورد کرده است.



شکل ۱۱- مقایسه اثر سرعت روی تاریخچه زمانی نیروی تماسی ورق حلقوی



شکل ۱۲- مقایسه اثر سرعت روی تاریخچه زمانی جابه‌جایی نقطه برخورد ضربه‌زن و ورق حلقوی

با توجه به شکل (۱۱) که در آن اثر سرعت ضربه‌زن روی ورق حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربن نشان داده شده است، با افزایش سرعت ضربه‌زن نیروی وارد شده بر ورق افزایش و مدت زمان تماس کاهش یافته است. شکل (۱۲) بیان‌گر اثر سرعت ضربه‌زن روی جابه‌جایی ورق در نقطه برخورد ضربه‌زن و ورق می‌باشد، که در آن با افزایش سرعت ضربه‌زن و برخورد حاصل از آن جابه‌جایی ورق نیز افزایش یافته است.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق پاسخ ورق حلقوی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت ضربه سرعت پایین مورد بررسی قرار گرفته است. از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و روش المان محدود برای تحلیل رفتار ورق و همچنین از رابطه خطی کرنش- جابجایی برای بیان معادلات مربوط به ورق بهره گرفته شده است. همچنین لازم به ذکر است که رفتار سازه در محدوده بارگذاری در ناحیه الاستیک و توزیع نانولوله‌ها در سازه در راستای محیطی، به صورت یکنواخت و در راستای ضخامت، به صورت هدفمند بررسی شده‌اند.

با توجه به فرضیات عنوان شده نتایج زیر حاصل شده است:

- از میان توزیع نانولوله‌های کربنی به صورت FG-O, FG-V, FG-X و UD توزیع نانولوله‌ها به صورت X شکل در راستای ضخامت دارای بیشترین نیروی تماسی و پس از آن توزیع نانولوله‌ها به صورت V, UD و O به ترتیب دارای نیروی تماسی کمتری نسبت به حالت FG-X می‌باشند.
- مجموع کسر حجمی نانولوله‌های کربنی عامل مهمی در فرآیند ضربه سرعت پایین می‌باشد. نتایج عددی این مطالعه نشان‌گر این است که افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی نیروی تماسی را افزایش می‌دهد، در حالی که باعث کاهش زمان تماس و جابه‌جایی‌های ورق در نقطه برخورد می‌گردد.

- افزایش جرم و حجم ضربه‌زن سبب افزایش نیروی تماسی و جابه‌جایی در ورق حلقوی می‌شود. همچنین افزایش جرم و حجم ضربه‌زن باعث افزایش زمان تماس می‌گردد.
- افزایش سرعت ضربه‌زن باعث افزایش نیروی تماسی و جابه‌جایی می‌گردد و در عین حال زمان تماس را کاهش می‌دهد.

مراجع

- [1] Sgobba, V., and Guldi, D. M., "Carbon Nanotubes Electronic/electrochemical Properties and Application for Nanoelectronics and Photonics", *Chemical Society Reviews*, Vol. 38, No. 1, pp. 165-184, (2009).
- [2] Tooski, M., Yarmohammad, et al, "Experimental Investigation on Distance Effects in Repeated Low Velocity Impact on Fiber-metal Laminates", *Composite Structures*, Vol. 99, pp. 31-40, (2013).
- [3] Ambur, D., and Cruz, J., "Low-speed Impact Response Characteristics of Composite Sandwich Panels", In 36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, pp. 1460, (1995).
- [4] Olsson, R., and McManus, H. L., "Improved Theory for Contact Indentation of Sandwich Panels", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 6, pp. 1238-1244, (1996).
- [5] Palazotto, A. N., Herup, E. J., and Gummadi, L. N. B., "Finite Element Analysis of Low-velocity Impact on Composite Sandwich Plates", *Composite Structures*, Vol. 42, No. 2, pp. 209-227, (2000).
- [6] Sburlati, R., "The Effect of a Slow Impact on Sandwich Plates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 36, No. 2, pp. 1079-1092, (2002).
- [7] Abrate, S., "*Impact on Composite Structures*", Cambridge University Press, (2005).
- [8] Icardi, U., and Ferrero, L., "Impact Analysis of Sandwich Composites Based on a Refined Plate Element with Strain Energy Updating", *Composite Structures*, Vol. 89, No.1, pp. 35-51, (2009).
- [9] Foo, C. C., Seah, L. K., and Chai, G. B., "A Modified Energy-balance Model to Predict Low-velocity Impact Response for Sandwich Composites", *Composite Structures*, Vol. 93, No. 5, pp. 1385-1393, (2011).
- [10] Shen, H. S., "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced Composite Plates in Thermal Environments", *Composite Structures*, Vol. 91, No. 1, pp. 9-19, (2009).
- [11] Shariyat, M., and Jafari, R., "Nonlinear Low-velocity Impact Response Analysis of a Radially Preloaded Two-directional-functionally Graded Circular Plate: A Refined Contact Stiffness Approach", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 45, No. 1, pp. 981-994, (2013).

- [12] Shariyat, M., and Jafari, R., "A Micromechanical Approach for Semi-analytical Low-velocity Impact Analysis of a Bidirectional Functionally Graded Circular Plate Resting on an Elastic Foundation", *Meccanica*, Vol. 48, No. 9, pp. 2127-2148, (2013).
- [13] Asemi, K., and Salami, S. J., "A Study on Low Velocity Impact Response of FGM Rectangular Plates with 3D Elasticity Based Graded Finite Element Modeling", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 4, pp. 859-872, (2015).
- [14] Malekzadeh, P., and Dehbozorgi, M., "Low Velocity Impact Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotubes Reinforced Composite Skew Plates", *Composite Structures*, Vol. 140, pp. 728-748, (2016).
- [15] Jam, J. E., and Kiani, Y., "Low Velocity Impact Response of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Beams in Thermal Environment", *Composite Structures*, Vol. 140, pp. 35-43, (2015).
- [16] Shariyat, M., and Farzan, F., "Nonlinear Eccentric Low-velocity Impact Analysis of a Highly Prestressed FGM Rectangular Plate, using a Refined Contact Law", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 83, No. 4, pp. 623-641, (2013).
- [17] Shariyat, M., and Nasab, F. F., "Low-velocity Impact Analysis of the Hierarchical Viscoelastic FGM Plates, using an Explicit Shear-bending Decomposition Theory and the New DQ Method", *Composite Structures*, Vol. 113, pp. 63-73, (2014).
- [18] Shariyat, M., and Nasab, F. F., "Eccentric Low-velocity Impact Analysis of Transversely Graded Plates with Winkler-type Elastic Foundations and Fully or Partially Supported Edges", *Thin-Walled Structures*, Vol. 84, pp. 112-122, (2014).
- [19] Timoshenko, S. P., and Woinowsky-Krieger, S., "*Theory of Plates and Shells*", McGraw-Hill, New York, (1959).
- [20] Olsson, R., "Mass Criterion for Wave Controlled Impact Response of Composite Plates", *Composites Part A, Applied Science and Manufacturing*, Vol. 31, No. 8, pp. 879-887, (2000).
- [21] Babaei, M., and Asemi, K., "Static, Dynamic and Natural Frequency Analyses of Functionally Graded Carbon Nanotube Annular Sector Plates Resting on Viscoelastic Foundation", *SN Applied Sciences*, Vol. 2, No. 10, pp. 1-21, (2020).
- [22] Reddy, J. N., "An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis: with Applications to Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Solid Mechanics", OUP Oxford, (2014).

فهرست نمادهای انگلیسی

a: شعاع داخلی ورق حلقوی

b: شعاع خارجی ورق حلقوی

C: شعاع میانی ورق حلقوی

- E_{11} : مدول الاستیسته در جهت ۱
 V_{CN}^* : کسر حجمی نانو لوله کربنی
 u_0 : تغییر مکان صفحه میانی در راستای شعاعی
 u : تغییر مکان شعاعی
 v_0 : تغییر مکان صفحه میانی در راستای محیطی
 v : تغییر مکان محیطی
 w_0 : تغییر مکان صفحه میانی در راستای ضخامت
 m_i : جرم ضربه زن
 v : سرعت ضربه زن
 M^e : ماتریس جرم هرالمان
 F^e : ماتریس نیرو هر المان
 k_1^e, k_2^e, k_3^e : ماتریس سختی هر المان
 I : ماتریس اینرسی جرمی
 F_C : نیروی تماسی
 K_C : سفتی تماس
 α : نفوذپذیری

پیوست

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \longrightarrow A = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k dz \right\} \quad \text{الف}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \longrightarrow B = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k z dz \right\} \quad \text{ب}$$

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \longrightarrow D = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^k z^2 dz \right\} \quad \text{پ}$$

$$e = k^2 \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} C_{44} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix}^{(k)} dz \right\} \quad \text{ت}$$

Abstract

In the present study, numerical investigation on the low velocity impact of FG annular plate reinforced with carbon nanotubes is presented. The governing equations of the plate are derived based on first order shear deformation theory and Hamilton principle. For solving equations, finite element method and Picard algorithm are used. Hertz contact principle is employed to simulate contact forces between plate and impactor. It can be concluded from the results that the distribution of nanotubes which are FG-X, FGV, UD and FG-O respectively, in the thickness direction, have the maximum value of contact force. Furthermore, the numerical results shown that increasing volume fraction of carbon nanotubes from 11 to 17, leads to an increase of contact force up to 32%, whereas, contacting time decreases.