

طرح بهینه ی ریز ساختار مواد پادکشسان با استفاده

از رویکرد اجزای متحرک شکل پذیر

استفاده از مواد با ضریب پواسون منفی (مواد پادکشسان) در صنعت به سرعت در حال رشد است. اگرچه این نوع مواد در طبیعت یافت می شوند، اما برای کاربردهای صنعتی لازم است که طراحی و ساخته شوند. ریزساختار مواد پادکشسان، تاثیر زیادی بر ضریب پواسون آن ها دارد. تحقیق حاضر سعی دارد تا با استفاده از روش بهینه یابی توپولوژی اجزای متحرک شکل پذیر، طرحی را برای ریز ساختار این مواد پیشنهاد دهد. در این روش، توپولوژی سازه با استفاده از موقعیت و شکل اجزا تعریف می شود. پارامترهای تعریف کننده ی مکان و شکل این اجزا، متغیرهای طراحی در مساله ی بهینه یابی می باشند. تعداد نسبتاً کم متغیرهای طراحی و تعریف مرزهای سازه به صورت تابعی صریح، از مزیت های روش اجزا متحرک شکل پذیر می باشند. با توجه به ماهیت تکرار شونده و تناوبی ریز ساختار این مواد، طرح بهینه ی یک سلول در چارچوب مسئله ی بهینه یابی مکانیزم های سازگار تعریف شد. برای حل مسئله ی بهینه یابی، از روش بهینه یابی مرتبه یک مجانب های متحرک استفاده شد. گام اصلی در این دسته روش ها به دست آوردن گرادینان تابع هدف و قیود نسبت به متغیرهای طراحی است. در این تحقیق، برای محاسبه ی گرادینان تابع هدف، از ایده ی متفاوت مشتق توپولوژیک استفاده شده است. کارآیی روش پیشنهادی در طرح نهایی به دست آمده نشان داده شده است.

پیام قهرمانی^۱

دانشجوی کارشناسی ارشد

میثم تکلوزاده^۲

استادیار

واژه های راهنما: بهینه یابی توپولوژی، اجزای متحرک شکل پذیر، مواد پادکشسان، مشتق توپولوژیک، مکانیزم سازگار

۱- مقدمه

موادی که نسبت پواسون منفی دارند، اصطلاحاً مواد پادکشسان نامیده می شوند. به عبارتی دیگر، این مواد تحت کشش، عمود بر راستای نیروی اعمال شده ضخیم تر می شوند [۱، ۲]. پس از کشف اولیه این مواد در طبیعت در دهه ۱۸۰۰ میلادی [۳]، تحقیقات فراوانی در زمینه کشف و طراحی مواد پادکشسان صورت گرفته

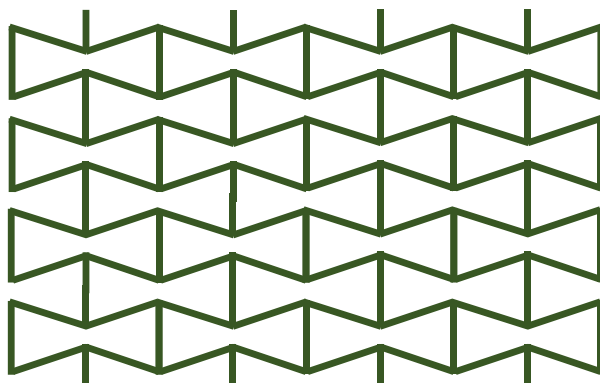
^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز payamghahremani94@gmail.comh

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز takaloozadeh@shirazu.ac.ir

است. به طور طبیعی، تعداد کمی از مواد پادکشسان وجود دارند. به عنوان مثال، نمونه‌ای از مواد طبیعی پادکشسان استخوان است که نسبت پواسون منفی آن توسط ویلیامز و لوئیس^۱ (۱۹۸۲) و ایوانز^۲ (۱۹۹۰) اندازه‌گیری شد [۴]. استفاده از مواد پادکشسان مصنوعی در زمینه‌های مختلفی مانند زره بدن، مهندسی هوا فضا، مواد بسته‌بندی، بالشتک‌های زانو و آرنج، مواد جاذب شوک قوی، پر کردن اتصالات بزرگراه‌ها، فیلترهای هوا، واشر و اسفنج شست‌وشو در حال رشد است [۵]. در مقایسه با مواد با ضریب پواسون مثبت، مواد پادکشسان دارای مدول برشی بالاتر، قابلیت جذب انرژی بالا، مقاومت بیشتر در ترک‌خوردگی و میرایی بالاتر هستند [۶]. مقاومت برشی بالای مواد پادکشسان، کاربرد این مواد را برای مهندسی هوافضا بسیار مناسب می‌کند؛ زیرا بیشتر قسمت‌های هواپیما مانند بال‌ها، نیروی برشی بالایی را تحمل می‌کنند. همچنین مواد پادکشسان نسبت مقاومت به وزن بالایی دارند که استفاده از این مواد، در صنعت هوافضا باعث کاهش وزن سازه‌های پرنده می‌شود. همچنین این کاهش وزن می‌تواند به کاهش مصرف انرژی و کاهش آلودگی منجر شود [۷]. با توجه به اهمیت رو به رشد این دسته از مواد، تحقیق پیش رو به طرح ریزساختار این مواد با رویکردی جدید می‌پردازد. نوآوری اصلی این تحقیق استفاده از روش جدید بهینه‌یابی توپولوژی اجزا متحرک شکل‌پذیر برای به دست آوردن طرح بهینه‌ی مواد پادکشسان می‌باشد. در این راستا، با استفاده از مفهوم مکانیزم‌های سازگار، تعریف ریاضی تابع هدف به شکلی جدید و مناسب برای همگرایی روش اجزا متحرک شکل‌پذیر انجام شد. همچنین به جای روش رایج مشتق ماتریس سختی، از مفهوم مشتق توپولوژیک برای محاسبه‌ی گرادیان این تابع استفاده شده است.

۱-۱- ساختارهای پادکشسان

اولین نمونه‌ی ارائه شده از یک ماده پادکشسان مصنوعی در سال ۱۹۸۷ و توسط لیکس^۳ بود [۸]. ساختار این مواد می‌تواند تک مولکولی، بلور یا ساختار خاصی از ماده ماکروسکوپی باشد [۹]. شکل (۱) یکی از ریزساختارهای اولیه برای مواد پادکشسان را نشان می‌دهد که به طور کلی شامل تعدادی لولا و المان می‌باشد [۵].



شکل ۱- یک ریزساختار برای مواد پادکشسان (شش ضلعی معکوس)

^۱Lewis

^۲Evans

^۳Lakes

خاصیت پادکشسانی در طیف وسیعی از مواد مشاهده شده است. به طور مثال می‌توان مواد فوم پلی‌اورتان^۱ [۱۰]، بعضی سنگ‌ها و مواد معدنی خاص، گرافن (که می‌تواند با استفاده از فضای خالی خاصیت پادکشسانی ایجاد کند)، انواع خاصی از پلیمرهای پلی‌تترافلوراتیلن^۲، کاغذ، چندین نوع اوریگامی مانند چین میورا^۳ و سایر الگوهای تناوبی و زنجیره‌ی مولکول‌های آلی را نام برد [۱۱]. همچنین بافت استخوان زنده و تاندون‌های سالم بسیار ناهمسانگرد هستند و هنگام کشیده شدن به شیوه‌ای بسیار نامتعارف رفتار می‌کنند و در برخی از صفحات وقتی تا دو درصد در طولشان کشیده می‌شوند، نسبت پواسون منفی (خاصیت پادکشسان) نشان می‌دهند. علاوه بر این، از آنجایی که نسبت پواسون به شدت به ریزساختار ماده وابسته است، ممکن است در صورت آسیب یا بیماری تاندون‌ها از بین برود. این ویژگی ممکن است ابزار تشخیصی مناسبی برای ارزیابی سلامت تاندون‌ها باشد [۱۲]. مواد پادکشسان، دارای ساختار تکرارشونده و تناوبی می‌باشند [۱۳]، بنابراین برای طراحی ریزساختار این مواد، می‌توان یک سلول را انتخاب و آن را تحلیل و طراحی کرد و نهایتاً طرح به دست آمده برای سلول نماینده را به کل ماده تعمیم داد. برخی مطالعات در زمینه طراحی بهینه‌ی مواد پادکشسان با یافتن چنین طرحی برای سلول نماینده و با هدف کمینه کردن ضریب پواسون ماده با استفاده از روش‌های بهینه‌یابی سازه‌ها انجام شده است [۱۴-۱۷]. به عنوان مثال شبکه‌های فیبری با رفتار پادکشسان خارج از صفحه به طور پراکنده بررسی شده‌اند. یکی از چالش‌های اصلی طراحی چنین موادی با نسبت پواسون منفی زیاد^۴ در برابر تغییر شکل‌های بزرگ است. در پژوهش [۱۴]، یک بررسی سیستماتیک برای ایجاد شبکه‌های فیبری سه‌بعدی به شکل منسوجات بی‌بافت سوزنی^۵ با رفتار پادکشسان خارج از صفحه بر روی تغییر شکل‌های بزرگ از طریق مدل‌سازی نظری و مجموعه‌ای گسترده از آزمایش‌ها گزارش شده است. جوادی و همکاران [۱۵]، یک روش عددی برای طراحی ریزساختار مواد پادکشسان با طیف وسیعی از نسبت‌های مختلف منفی پواسون ارائه کرده‌اند. در روش پیشنهادی، ریزساختارهای مختلف تولید و با استفاده از الگوریتم ژنتیک، ریزساختار بهینه به دست می‌آید. هر ریزساختار با استفاده از روش المان محدود برای مقایسه‌ی آن با سایر ریزساختارها تحلیل می‌شود. در این تحقیق دو مدل مختلف پادکشسان ارزیابی شد. در مدل اول، متغیرهای طراحی مختصات گره‌ها بودند در حالی که در مدل دوم متغیرها، اندازه‌ی مقاطع عناصر بودند. بنابراین روش‌های بهینه‌یابی شکل و اندازه برای به دست آوردن ریزساختارهای مواد پادکشسان استفاده شد. در تحقیقی دیگر، طراحی ریزساختارهای مکانیکی دارای رفتار پادکشسان با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌یابی توپولوژی برای مکانیسم‌های سازگار ارائه شده است [۱۶]. برای بهینه‌یابی از الگوریتمی ترکیبی و قدرتمند بر پایه‌ی الگوریتم‌های تکاملی و جستجوی محلی استفاده شد. با توجه به اینکه نتیجه به دست آمده ممکن است نیاز به بازبینی داشته باشد، از یک طرح همگن‌سازی عددی استفاده شد تا نشان داده شود که طرح نهایی هنوز ویژگی پواسون منفی را دارد. همچنین در تحقیق [۱۷]، از رویکرد جدید بهینه‌یابی توپولوژی ایزوژئومتری^۶ برای طراحی مواد

¹ Polyurethane foam

² Polytetrafluorethylene polymers

³ Miura fold

^۴Giant negative Poisson's ratio

^۵Needle punched nonwoven materials

⁶ Isogeometric Topology Optimization

پادکشسان در حالت دو بعدی و سه بعدی استفاده شده است. در مرحله‌ی اول، یک تابع توزیع تراکم با همواری و پیوستگی مطلوب، برای نشان دادن تغییرات توپولوژیکی ساختارها، با استفاده از تابع شپرد^۲ و توابع نرژساخته شد. در مرحله‌ی دوم، یک روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی برای ارزیابی خصوصیات موثر مواد، به صورت عددی توسط تحلیل ایزوژئومتریکی پیاده‌سازی شد. در مرحله‌ی سوم، فرمول‌بندی بهینه‌یابی توپولوژی برای مواد پادکشسان بر اساس تابع توزیع تراکم ارائه شد، به طوریکه تابع هدف به عنوان ترکیبی از تانسور الاستیک همگن تعریف شده و تحلیل ایزوژئومتریکی برای حل پاسخ‌های ساختاری استفاده می‌شود.

موج حاصل از انفجار تهدید بزرگی برای وسیله نقلیه نظامی است و ممکن است باعث خسارت به وسیله نقلیه و تلفات مسافران شود. چالش اصلی ایجاد تعادل در عملکرد محافظتی و خاصیت سبک وزنی خودروی نظامی است. امروزه انواع مختلفی از صفحات ساندویچی با هسته‌های مختلف به عنوان صفحات محافظ در وسایل نقلیه نظامی استفاده می‌شود. با توجه به قابلیت بالای جذب انرژی ساختار پادکشسان، استفاده از این ساختارها به عنوان هسته‌ی صفحات ساندویچی برای حفاظت از انفجار، نتایج امیدوارکننده‌ای را داشته است. وانگ^۳ و همکاران [۱۸]، یک صفحه‌ی ساندویچی جدید با هسته سه‌بعدی و ساختار پادکشسان دابل‌هفتی شکل^۴، برای این منظور ارائه کرده‌اند. به منظور کاهش پاسخ دینامیکی در زمان بارگذاری انفجاری و همچنین کاهش وزن صفحه، متغیرهای طراحی و تابع هدف مسئله‌ی بهینه‌یابی هسته به صورت پارامتری تعریف شدند و سپس بهینه‌یابی پارامتری بر اساس روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین^۵ و فرامدل فرآیند گوسی^۶ و الگوریتم بهینه‌یابی انبوه ذرات چند هدفه انجام شد. در تحقیقی دیگر، رویکردی متفاوت برای طراحی مواد مشبک پادکشسان در فضای سه‌بعدی با نسبت پواسون ثابت و تحت کرنش‌های محدود ارائه شده است [۱۹]. در این تحقیق از بهینه‌یابی توپولوژی مبتنی بر چگالی استفاده شده است و طرح بهینه‌ی یک سلول با تقارن‌های مختلف به دست آورده شد. نهایتاً طرح نهایی با درون‌یابی و همچنین بهینه‌یابی شکل برای ضریب پواسون‌های مختلف به دست آمد. برخی از نمونه‌های به دست آمده با استفاده از چاپگر سه‌بعدی ساخته و ارزیابی شده‌اند. اخیراً در تحقیقی در سال ۲۰۲۰، بهینه‌یابی توپولوژی چند هدفه، بر اساس الگوریتم‌های ژنتیک و روش پیشنهادی محدود، برای یافتن شکل بهینه‌ی مکانیزم سازگار دو بعدی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۳]. روش پیشنهادی منجر به مجموعه‌ای از بهترین راه‌حل‌ها می‌شود که در جبهه پاریتو با توپولوژی‌های مختلف قرار گرفته و یک نمای کلی از طرح‌های احتمالی ساختارهای جدید پادکشسان ارائه می‌دهد. در پژوهش دیگری در سال ۲۰۲۰ [۲۰]، به بررسی فرامواد مکانیکی با خاصیت پادکشسان می‌پردازد. تحقیقات مربوط به روش بهینه‌یابی ساختاری تکاملی دو جهته (BESO) به دلیل ماهیت گسسته متغیرهای طراحی، نادر هستند. این پژوهش با اعمال دو استراتژی عددی بر روی محاسبه حساسیت در این روش و به روز رسانی متغیرها، مواد ارتوتروپیک با خاصیت پادکشسان را به دست می‌آورد که به راحتی قابل اجرا هستند.

¹ Density distribution function

² Shepard

³ Non-uniform rational B-splines (NURBS)

⁴Wang

⁵ Double-V Auxetic

⁶ Latin Hypercube Sampling

⁷ Gaussian process metamodel

همانطور که در تحقیقات بالا اشاره شد، با استفاده از بهینه‌یابی توپولوژی می‌توان طرح مواد پادکشسان را در مقیاس ریزساختار به دست آورد. یکی از چالش‌ها در طرح‌های ذکر شده نیاز به پس‌پردازش مانند بهینه‌یابی شکل برای به دست آوردن ریزساختار مناسب ساخت است. همچنین در روش‌های بیان شده، طرح بهینه به طور ضمنی تعریف شده است. در مطالعه حاضر، رویکردی متفاوت و نسبتاً جدید به نام اجزای متحرک شکل‌پذیر^۲ که طرح نهایی را به صورت صریح توصیف می‌کند، توسعه داده و استفاده شده است. همچنین رویکرد متفاوت مشتق توپولوژیک برای محاسبه گرادیان تابع هدف به کار گرفته شده است. در ادامه به روش بهینه‌یابی اجزای متحرک شکل‌پذیر و مسئله مکانیزم‌های سازگار پرداخته می‌شود.

۱-۲- بهینه‌یابی توپولوژی و رویکرد اجزای متحرک شکل‌پذیر

هدف اصلی در بهینه‌یابی سازه، طراحی سازه‌ای با هزینه‌ی کمینه و یا عملکرد سازه‌ای بیشینه است. به عنوان مثال، طراحی سازه‌ای که ضمن عملکردی مشخص و مطلوب، جرم کمینه‌ای داشته باشد. بهینه‌یابی سازه‌ها بسته به نوع متغیرهای طراحی، به سه شاخه بهینه‌یابی اندازه، شکل و توپولوژی تقسیم‌بندی می‌شود. در روش بهینه‌یابی توپولوژی که جامع‌ترین نوع این روش‌ها است، هدف، تعیین توزیع جرم مشخصی از مصالح در فضای طراحی است، به گونه‌ای که موجب بیشینه شدن کارایی سازه گردد. در این شاخه از بهینه‌یابی سازه، ناحیه طراحی و شرایط مرزی سازه تنها پارامترهای از پیش تعیین شده هستند و فرم کلی سازه، محل قرارگیری اعضا و هندسه طرح در راستای دستیابی به هدف طراحی، دستخوش تغییر می‌شوند. این شاخه یکی از محبوب‌ترین روش‌ها در بهینه‌یابی سازه‌ای می‌باشد و کاربردهای آن در صنعت به سرعت در حال گسترش است [۲۱].

بهینه‌یابی توپولوژی سازه‌ها را می‌توان به دو دسته توپولوژی سازه‌های خرپایی با ماهیت گسسته و بهینه‌یابی سازه‌های پیوسته تقسیم کرد. پژوهش‌های اولیه در زمینه بهینه‌یابی سازه‌ها مبتنی بر روش‌های ریاضی مانند تئوری حساب تغییرات و روش‌های تحلیلی بوده است. به واسطه سرعت رو به رشد رایانه‌ها و با مطالعات گسترده‌ای که در دهه‌های گذشته در این زمینه انجام گرفته، روش‌های محاسباتی سریعی برای بهینه‌یابی توپولوژی توسعه داده شده است. در همین راستا، بهینه‌یابی توپولوژی سازه‌های پیوسته با رویکرد همگن‌سازی^۳ معرفی شد [۲۲] که در آن خصوصیات مختلف مواد در فضا توسط مواد مرکب^۴ توصیف می‌شود. در سال‌های بعد، بهینه‌یابی توپولوژی توسط دو رویکرد مشهور به نام‌های مواد همسانگرد جامد همراه با جریمه^۵ (سیمپ) [۲۳] و روش‌های مبتنی بر سطوح تراز توسعه یافت [۲۴]. همچنین برخی دیگر از رویکردهای جایگزین در بهینه‌یابی توپولوژی وجود دارد. به طور مثال در پژوهش [۲۵] یک روش بهینه‌یابی توپولوژی جایگزین را برای طراحی محرک‌های سازگار با استفاده از روش‌های بدون مش ارائه شده که در آن مدل‌سازی چندفیزیکی

^۱Post-processing

^۲Moving Morphable Component (MMC)

^۳Homogenization

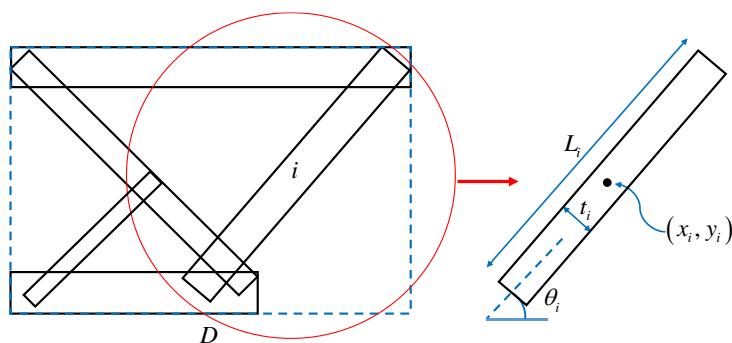
^۴Composite

^۵Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)

^۶Level set

ترمومکانیکی و تحلیل هندسی غیرخطی گنجانده شده است. روش نسبتاً جدید بدون مش به جای روش المان محدود استاندارد برای گسسته‌سازی دامنه‌ی طراحی و درونیابی میدان چگالی ظاهری استفاده شده است، زیرا روش بدون مش در برخی موارد توانایی بیشتری برای مدل‌سازی مکانیزم‌های سازگار با جابجایی بزرگ که شامل غیرخطی بودن هندسی است، را دارند. در این پژوهش، مسئله بهینه‌یابی از نظر ریاضی یک مسئله غیرخطی می‌باشد که یک روش برنامه‌نویسی محدب متوالی برای حل آن اعمال شده است. همچنین پیشرفت‌های اخیر در تکنیک‌های ساخت افزودنی، امکان ساخت مواد با ساختار پیچیده به دست آمده از بهینه‌یابی توپولوژی را فراهم می‌کند [۲۶].

یک رویکرد جدید و عملی در بهینه‌یابی توپولوژی که از آن به عنوان روش اجزای متحرک شکل‌پذیر یاد می‌شود، از اجزای شکل‌پذیری استفاده می‌کند که می‌توانند با حرکت در فضای طراحی و تغییر شکل، طرح بهینه‌ی یک سازه را در شرایط مرزی داده شده تعریف کنند [۲۷-۲۹]. پژوهش [۲۷] نحوه انجام بهینه‌یابی توپولوژی را به صورت صریح و هندسی نشان می‌دهد. برای این منظور، یک چارچوب محاسباتی جدید برای بهینه‌یابی توپولوژی ساختاری بر اساس مفهوم اجزای متحرک شکل‌پذیر پیشنهاد شده است. در مقایسه با چارچوب حل سنتی مبتنی بر نقطه یا گره، الگوی راه‌حل پیشنهادی می‌تواند هندسه و اطلاعات مکانیکی بیشتری را مستقیماً در بهینه‌سازی توپولوژی بگنجانند و بنابراین فرآیند حل را انعطاف‌پذیرتر می‌کند. روش پیشنهادی در پژوهش [۲۸]، چندین ضعف رویکرد قبلی [۲۷] را بهبود می‌بخشد به این معنا که نه تنها مؤلفه‌ها می‌توانند ضخامت‌های متغیر داشته باشند، بلکه کارایی حل عددی را نیز به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. همچنین در پژوهش [۲۹]، از این روش جدید برای بهینه‌یابی سازه‌های سه بعدی استفاده شده است. در واقع، این روش می‌تواند پلی بین بهینه‌یابی اندازه، بهینه‌یابی شکل و بهینه‌یابی توپولوژی باشد. شکل‌های این اجزا با مرز صریح شده‌اند، که تابع تعداد محدودی از متغیرها می‌باشند. این متغیرهای تعریف شکل اجزا به علاوه‌ی موقعیت اجزا، متغیرهای طراحی در فرآیند بهینه‌یابی می‌باشند. به عنوان مثال، می‌توان از برخی میله‌ها با ضخامت ثابت به عنوان اجزایی برای تعریف طرح دوبعدی در دامنه طراحی (D) استفاده کرد. این دامنه طراحی به صورت خط‌چین در شکل (۲) نشان داده شده است. در این مثال، توپولوژی سازه توسط چهار جزء تعریف شده است. تعداد متغیرهای طراحی برای هر جزء ۵ عدد است. x_i و y_i مختصات مرکز جزء، L_i طول، t_i ضخامت و θ_i زاویه جزء شماره i با محور افقی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- تعریف دامنه یک سازه با میله‌هایی با ضخامت ثابت

تعداد کل متغیرهای طراحی برای این مثال $4 \times 5 = 20$ می‌باشد. در مقایسه با روش‌های رایجی مانند سیمپ، تعداد کم متغیرهای طراحی که یک توپولوژی را تعریف می‌کنند، از دیگر مزایای روش اجزای متحرک شکل‌پذیر می‌باشد. بدیهی است که می‌توان از اجزایی با اشکال و متغیرهای طراحی متفاوت استفاده کرد، اما مرز طرح همچنان به صورت صریح مشخص می‌شود. پارامترهای بیشتر برای تعریف شکل اجزا منجر به شکل‌های انعطاف‌پذیرتری می‌شود، اما هزینه‌های محاسباتی را افزایش خواهد داد.

۳-۱ مکانیزم سازگار

مکانیزم سازگار^۱ مکانیزمی است که مقدار یا تمام تحرک خود را از انعطاف‌پذیری اجزای سازنده آن به دست می‌آورد. در نتیجه، مکانیزم‌های سازگار ممکن است از اجزای بسیار محدودی ساخته شوند، به این معنی که با استفاده از این مکانیزم‌ها، می‌توان نیاز به روش‌های مونتاژ را به حداقل کاهش داد. مکانیزم‌های سازگار به دلایل مختلفی در طراحی مکانیکی محبوب هستند: ساخت آن‌ها آسان است و دارای سایش و اصطکاک کم هستند [۳۰]. مکانیزم‌های سازگار عموماً از دو روش مدل بدن شبه صلب^۲ و بهینه‌یابی توپولوژی طراحی می‌شوند. مزایای نسبی این دو روش، به عنوان نمونه، در مراجع [۳۱] و [۳۲] ارائه شده است. کاربردهای فراوانی برای مکانیزم‌های سازگار می‌توان برشمرد. به عنوان مثال، یکی از حوزه‌هایی که استفاده از مکانیزم‌های سازگار در آن رایج است، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS)^۳ است. MEMS سیستم‌های مکانیکی زیر میلی‌متری هستند که با مدارهای الکترونیکی همراه هستند. به دلیل کوچک بودن، استفاده از لولا، یاتاقان‌ها و فرایندهای مونتاژ در این مدارها امکان‌پذیر نیست و این سیستم‌ها بایستی با استفاده از مکانیزم سازگار طراحی و ساخته شوند.

۴-۱ مشتق توپولوژیک

در روش‌های مرتبه یک بهینه‌یابی، محاسبه گرادیان توابع هدف و قیود نسبت به متغیرهای طراحی ضروری است. یکی از روش‌های کارآمد برای یافتن گرادیان توابع هدف رایج در بهینه‌یابی سازه‌ها، استفاده از مشتق توپولوژیک است. به بیان ساده، مشتق توپولوژیک میزان تغییرات در تابع هدف به ازای تغییرات بسیار جزئی در توپولوژی مانند اضافه یا کم کردن مقدار ناچیزی ماده به یا از سازه را نشان می‌دهد. بنابراین این مفهوم بیانگر تغییرات در تابع هدف با توجه به تغییر بینهایت کوچک در توپولوژی است. شکل (۳) تغییر در تابع هدف ψ را به ازای ایجاد حفره در سازه Ω و تغییر آن به سازه Ω' را نشان می‌دهد. مفهوم مشتق توپولوژیک توسط اشنر^۴ [۳۴] معرفی شد و بعداً توسط نووتنی^۵ [۳۵] توسعه یافت. در پژوهش [۳۵] از روش حساسیت توپولوژیکی شکل برای به دست آوردن مشتق توپولوژیک مسائل الاستیسیته خطی سه بعدی استفاده شده است.

^۱Compliant mechanism

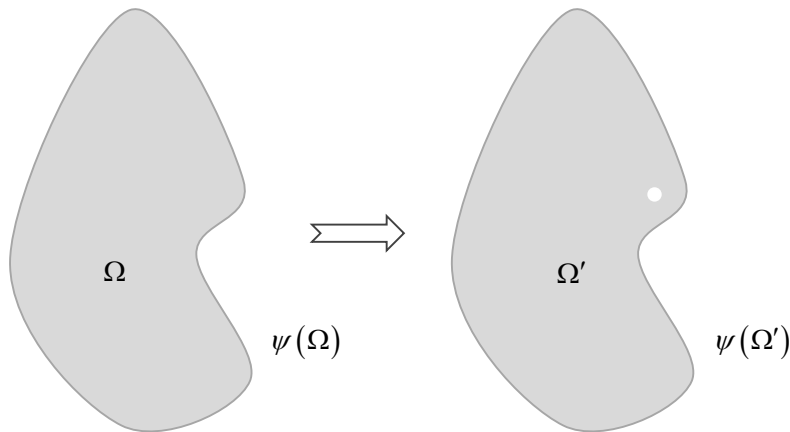
^۲Pseudo rigid body models

^۳Micro-electromechanical system

^۴Eschenauer

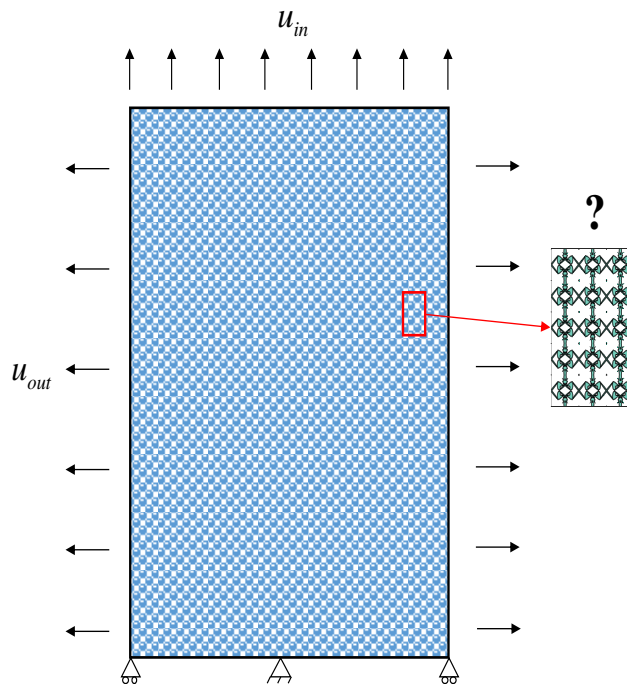
^۵A. A. Novotny

^۶Topological-Shape Sensitivity Method



شکل ۳- تغییر در توپولوژی یک سازه با کم کردن ماده (ایجاد حفره)

انرژی پتانسیل کل به عنوان تابع هدف و معادله تعادل به عنوان قید مسئله در نظر گرفته شده است. مشتق توپولوژیک در بهینه‌یابی شکل و توپولوژی، پردازش تصویر و همچنین مدل‌سازی مکانیکی کاربرد دارد [۳۶]. دو روش عمده برای به دست آوردن مشتق توپولوژیک وجود دارد: گسترش مجانبی تابع هدف [۳۷] و مشتق شکل با تغییر اندازه‌ی یک حفره بسیار کوچک [۳۸]. مفهوم مشتق توپولوژیک قبلاً در روش‌های مبتنی بر سطح تراز برای به دست آوردن توپولوژی بهینه استفاده شده است [۲۲]. در این روش، مشتق توپولوژیک برای تغییر مرز سازه در روش‌های سطح تراز استفاده می‌شود. با استفاده از این مفهوم، چیدمان بهینه مستقل از تعداد حفره‌های دامنه اولیه است. رویکرد دیگر استفاده مستقیم از مشتق توپولوژیک به عنوان یک سطح تراز است [۳۹]. توپولوژی بهینه در این روش با استفاده از صفحه برش در میدان حساسیت توپولوژی استخراج می‌شود. در مطالعه حاضر، مشتق توپولوژیک در روش اجزای متحرک شکل پذیر و برای محاسبه‌ی گرادیان تابع هدف در طراحی ریزساختار مواد با نسبت پواسون منفی استفاده شده است.



شکل ۴- ساختار یک سازه دوبعدی پادکشسان

۲- تعریف ریاضی مسئله‌ی بهینه‌یابی توپولوژی مواد پادکشسان

یکی از مهم‌ترین مزایای مکانیزم سازگار، توانایی کنترل نسبت‌های بین جابجایی دو قسمت از سازه است. در مطالعه حاضر، از این مفهوم در طراحی ریز ساختار مواد پادکشسان استفاده شده است. سازه‌ی دوبعدی نشان داده شده در شکل (۴) را در نظر بگیرید. برای یافتن طرح ریز ساختار این سازه با نسبت پواسون منفی، بایستی جابجایی خروجی در اضلاع قائم (u_{out}) تحت جابجایی واحد که در اضلاع افقی (u_{in}) اعمال می‌شود، بیشینه شود. بنابراین تابع هدف در مسئله بهینه‌یابی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\max \left(\frac{u_{out}}{u_{in}} \right) \quad (1)$$

برای محاسبه حساسیت تابع هدف فوق نسبت به متغیرهای طراحی و استفاده در فرایند بهینه‌یابی، ساده‌تر است که نسبت بالا را بر حسب انرژی کرنشی تحت جابجایی‌های مختلف بنویسیم. نسبت جابجایی فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت [۴۰]:

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_2}{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_1} = \frac{S_{mut}}{S_{in}} \quad (2)$$

اثبات رابطه‌ی بالا در مراجع [۴۰، ۴۱] و به صورت خلاصه در پیوست آورده شده است. در این رابطه، \mathbf{K} ماتریس سختی سازه، \mathbf{u}_1 میدان جابجایی تحت نیروی واحد در درجات آزادی in با فرض گیرداری در درجات آزادی out و \mathbf{u}_2 میدان جابجایی تحت نیروی واحد در درجات آزادی out با فرض گیرداری در درجات آزادی in می‌باشد. بنابراین، $\mathbf{F}_1 = \mathbf{K} \mathbf{u}_1$ و $\mathbf{F}_2 = \mathbf{K} \mathbf{u}_2$ بردارهای واحدی هستند که به ترتیب به درجات آزادی in و out اعمال می‌شوند. همچنین در رابطه‌ی ۲، S_{in} عنوان انرژی کرنشی در سازه Ω تحت میدان جابجایی \mathbf{u}_1 است و داریم:

$$S_{in} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_1) d\Omega \quad (3)$$

در این رابطه $\boldsymbol{\sigma}$ و $\boldsymbol{\varepsilon}$ به ترتیب تانسورهای تنش و کرنش هستند. به همین ترتیب S_{mut} که انرژی کرنشی متقابل (MPE) نامیده می‌شود، کار انجام شده توسط بارگذاری واحد در درجات آزادی out تحت جابجایی \mathbf{u}_1 است. بنابراین برای انرژی کرنشی متقابل، به طور مشابه می‌توان نوشت:

$$S_{mut} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) d\Omega \quad (4)$$

در مکانیزم‌های سازگار، ضمن اینکه انعطاف‌پذیری کافی برای تأمین جابجایی مورد نیاز ضروری است، لازم است تا سازه، سختی قابل قبولی نیز داشته باشد و بتواند بارهای خارجی را انتقال داده و تحت بارگذاری پایدار باشد. بنابراین، هنگام طراحی یک مکانیزم سازگار، دو هدف طراحی وجود دارد که باید به طور همزمان محقق شود: سیستم به اندازه کافی انعطاف‌پذیر باشد تا نیازهای حرکتی را برآورده کند و به اندازه کافی سخت باشد تا بارهای خارجی را بدون از دست دادن پایداری سازه منتقل کند. از این رو، در طراحی مکانیزم‌های سازگار تعادل مطلوب بین دو نیاز انعطاف‌پذیری و سختی مورد نیاز است. برای وارد کردن قید سختی در مسئله بهینه‌یابی، یک ایده استفاده از تابع هدف اصلاح شده‌ی زیر برای مسئله بهینه‌یابی مکانیزم‌های سازگار است [۴۰]:

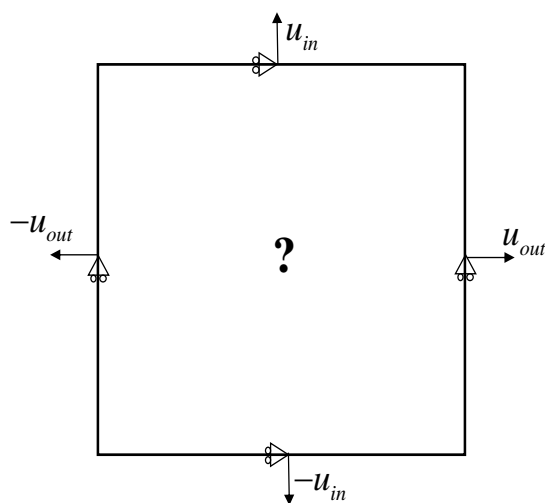
$$\psi = \frac{S_{out}}{S_{in} + S_{out}} \quad (۵)$$

مشابه روابط بالا، انرژی کرنشی در سازه تحت میدان جابجایی \mathbf{u}_2 (S_{out}) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{out} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_2) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) d\Omega \quad (۶)$$

اضافه شدن ترم S_{out} در کنار S_{in} به مخرج کسر، باعث می‌شود تا کمینه کردن این ترم‌ها که معادل کمینه کردن جابجایی زیر نقاط اعمال بار (درجات آزادی *in* و *out*) است، به بیشینه کردن تابع هدف منجر شود. توضیحات بیشتر در مورد رابطه‌ی فوق در پیوست آورده شده است.

با توجه به ساختار تکرارشونده و متناوب مواد پادکشسان، یک سلول از این مواد را در نظر می‌گیریم (شکل ۵). مسئله‌ای که به دنبال حل آن هستیم، پیدا کردن توپولوژی این سلول با مقدار ماده معین است، به نحوی که نسبت جابجایی u_{out} به u_{in} بیشینه شود. بیشینه شدن این نسبت به معنای کمینه کردن ضریب پواسون برای کل ماده پادکشسان است.



شکل ۵- تعریف مسئله بر روی یک سلول نماینده

بنابراین مسئله بهینه‌یابی توپولوژی مکانیزم سازگار برای سلول فوق با روش اجزای متحرک شکل‌پذیر به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Find } \quad & \mathbf{DV} = \{\mathbf{DV}_1, \mathbf{DV}_2, \dots, \mathbf{DV}_i, \dots, \mathbf{DV}_N\} \\ \text{Max}_{\Omega \subset D} \quad & \psi = \frac{S_{mut}}{S_{in} + S_{out}} \\ \text{Subject to:} \quad & \\ & |\Omega| = |\Omega|^* \\ & \mathbf{Ku}_1 = \mathbf{F}_1, \quad \mathbf{Ku}_2 = \mathbf{F}_2 \end{aligned} \quad (7)$$

$|\Omega|$ حجم سازه و \mathbf{DV} بردار متغیرهای طراحی است که از متغیرهای تعریف شکل و مکان N جزء تشکیل شده است. در این تحقیق تعداد این متغیرها برای هر جزء γ عدد و شامل متغیرهای زیر می‌باشد:

$$\mathbf{DV}_i = \{x, y, L, t_1, t_2, t_3, \theta\}_i \quad (8)$$

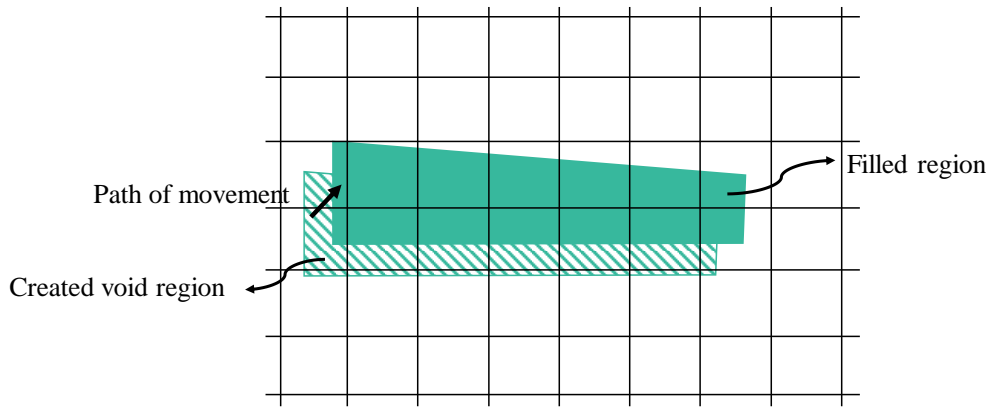
در مقایسه با جزء نشان داده شده در شکل (۲)، ضخامت جزء در تحقیق حاضر در طول آن متغیر در نظر گرفته شده است. نحوه تغییرات درجه دو فرض شده که با معلوم بودن ضخامت سه نقطه از جزء (t_1, t_2, t_3) قابل محاسبه است. در عمل نتایج این تحقیق نشان داد که در طرح نهایی امکان دارد پیوستگی کافی بین اجزا وجود نداشته باشد. بنابر این هدف زیر در این تحقیق پیشنهاد و به کار گرفته شده است:

$$\psi = \frac{S_{mut}}{(S_{in} + S_{out})^P} \quad (9)$$

پارامتر P عددی بزرگ‌تر از یک است که مقدار مناسب برای این پارامتر در قسمت نتایج بحث شده است.

۲-۱- تحلیل حساسیت و مشتق توپولوژیک

رویکرد MMC از تعداد محدودی اجزای متحرک و شکل‌پذیر برای تعریف توپولوژی یک سازه استفاده می‌کند. برای حل مسئله بهینه‌یابی آورده شده در رابطه‌ی (۷)، با استفاده از روش‌های مرتبه یک بهینه‌یابی، لازم است تا گرادیان تابع هدف (ψ) و قیدها نسبت به متغیرهای طراحی (\mathbf{DV}) محاسبه شوند. روش معمول، روش محاسبه حساسیت گسسته است که از تابع هدف پس از گسسته‌سازی سازه به المان‌ها، مشتق‌گیری می‌شود. در این دسته از روش‌ها نیاز است تا مشتق ماتریس سختی نسبت به متغیرهای طراحی محاسبه شود. رویکرد جایگزین که توسط تکلوزاده و یون [۴۲] پیشنهاد شده است، استفاده از مفهوم مشتق توپولوژیک برای محاسبه گرادیان فوق است.



شکل ۶- حرکت یک جزء در دامنه طراحی و المان‌های پس‌زمینه

مشتق توپولوژیک با استفاده از مفهوم مشتق شکل^۱، برای بسیاری از مسائل سازه‌ای و غیرسازه‌ای توسط آقای نووتنی و همکاران توسعه داده شده است [۳۶]. با جابجایی یا تغییر شکل اجزا در روش MMC، برخی فضاهای خالی در دامنه طراحی ایجاد می‌شوند یا برخی فضاهای خالی با ماده پر می‌شوند (شکل (۶)). از طرف دیگر، مشتق توپولوژیک به صورت اثر یک تغییر بینهایت کوچک در توپولوژی سازه در مقدار تابع هدف تعریف می‌شود. این تغییر توپولوژیک می‌تواند قرار دادن یک حفره کوچک در دامنه یا افزودن مقدار کمی ماده به توپولوژی سازه باشد. بنابراین می‌توان از ایده‌ی مشتق توپولوژیک برای محاسبه میزان تغییرات تابع هدف نسبت به تغییر شکل یا تغییر مکان اجزا ($\frac{\partial \psi}{\partial a}$) استفاده کرد. این ایده به تفصیل در تحقیق [۴۲] شرح داده شده است. رابطه‌ی نهایی به شکل زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial \psi}{\partial a} = \sum_{e=1}^{NE} T^e \Delta A^e \quad (10)$$

در این رابطه T^e مشتق توپولوژیک در المان شماره‌ی e و ΔA^e میزان تغییر مساحت المان شماره‌ی e تحت جابجایی یا تغییر شکل جزء در رویکرد MMC می‌باشد. در مسئله نشان داده شده در شکل (۳)، اگر سازه تحت بارگذاری دارای میدان جابجایی \mathbf{u} باشد، مشتق توپولوژیک برای تابع هدف مجموع انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه ($S(\mathbf{u})$) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۳۶]:

$$S' = T = -\frac{4}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \frac{1-3\nu}{1-\nu^2} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad (11)$$

در این رابطه ν ضریب پواسون و tr عملگر اثر^۲ بر روی ماتریس‌های تنش و کرنش، محاسبه شده در محل ایجاد تغییر توپولوژیک در سازه می‌باشد. بنابراین به طور مشابه برای توابع S_{in} ، S_{out} و S_{mut} می‌توان حساسیت توپولوژیک را مطابق روابط زیر تعریف کرد:

¹ Shape Derivative

² Trace

$$S'_{in} = T_{in} = -\frac{4}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_1) + \frac{1-3\nu}{1-\nu^2} \text{tr}\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_1) \quad (12)$$

با قرار دادن $\mathbf{u} = \mathbf{u}_2$ می توان نوشت:

$$S'_{out} = T_{out} = -\frac{4}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_2) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) + \frac{1-3\nu}{1-\nu^2} \text{tr}\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_2) \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) \quad (13)$$

و به همین ترتیب برای $S = S_{mut}$ داریم:

$$S'_{mut} = T_{mut} = -\frac{4}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) + \frac{1-3\nu}{1-\nu^2} \text{tr}\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_1) \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_2) \quad (14)$$

بنابراین با توجه به میدان‌های مختلف جابجایی در سازه، حساسیت‌های توپولوژیک برای سه کمیت فوق محاسبه می‌شود. در نهایت، مشتق توپولوژیک برای تابع هدف ψ آورده شده در رابطه‌ی (۹) با اعمال مشتق زنجیره‌ای به دست می‌آید.

$$\psi' = \frac{S'_{mut} (S_{in} + S_{out})^P - P \times S_{mut} (S_{in} + S_{out})^{P-1} (S'_{in} + S'_{out})}{(S_{in} + S_{out})^{2P}} = w_{mut} T_{mut} - (w_{in} T_{in} + w_{out} T_{out}) \quad (15)$$

که در آن وزن‌ها با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$w_{mut} = \frac{1}{(S_{in} + S_{out})^P}, \quad w_{in} = \frac{P \times S_{mut}}{(S_{in} + S_{out})^{P+1}}, \quad w_{out} = \frac{P \times S_{mut}}{(S_{in} + S_{out})^{P+1}} \quad (16)$$

بدون از دست دادن کلیت موضوع، می‌توان این وزن‌ها را به شکل زیر نرمال کرد:

$$w_{in} + w_{out} + w_{mut} = 1 \quad (17)$$

با داشتن مشتق فوق، می‌توان مسئله‌ی بهینه‌یابی آورده شده در رابطه‌ی (۷) را با استفاده از روش‌های مرتبه‌ی یک بهینه‌یابی حل کرد. در این تحقیق از روش مجانب‌های متحرک^۱ برای حل مسئله بهینه‌یابی استفاده شده است [۴۳]. این روش یک رویکرد جدید برای حل مسائل بهینه‌یابی غیرخطی و به طور خاص کارا در مسائل بهینه‌یابی سازه است. مبنای این روش، بر اساس نوع خاصی از تقریب محدب است. در حل مسئله بهینه‌یابی

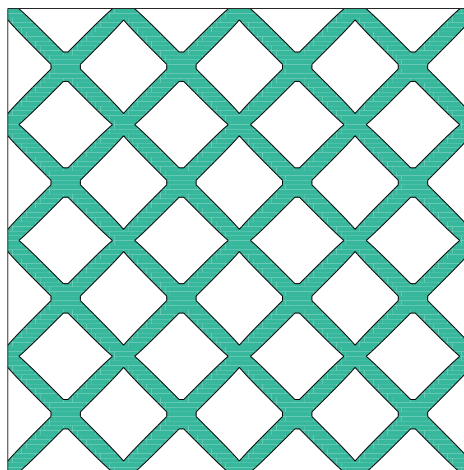
^۱The method of moving asymptotes (MMA)

تحقیق حاضر و همچنین به طور کلی مسائل بهینه‌یابی سازه، روش استفاده شده باید انعطاف‌پذیر و عمومی باشد و باید بتواند نه تنها اندازه‌المان‌ها را به عنوان متغیرهای طراحی، بلکه متغیرهای شکل و زوایای جهت‌گیری مواد را نیز کنترل کند. همچنین باید بتواند انواع قیدها را مدیریت کند، به شرطی که مشتقات توابع قید با توجه به متغیرهای طراحی قابل محاسبه (تحلیلی یا عددی) باشند. در حقیقت، روش مناسب برای حل مسئله بهینه‌یابی باید قادر به حل مسائل عمومی برنامه‌ریزی غیرخطی نیز باشد. علاوه بر این، باید ویژگی‌های مسائل بهینه‌یابی سازه را در نظر بگیرد و همچنین، این روش باید پایدار باشد و دنباله‌ای از راه‌حل‌های امکان‌پذیر (یا تقریباً امکان‌پذیر) بهبود یافته را ایجاد کند. الزامات خواسته شده تا حد زیادی با روش مجانب‌های متحرک برآورده می‌شود. علاوه بر این، روش MMA برای پیاده‌سازی و استفاده آسان است. در هر مرحله از فرآیند تکرارشونده، یک مسئله فرعی تقریبی کاملاً محدب ایجاد و حل می‌شود. ایجاد این مسائل فرعی توسط مجانب‌های متحرک کنترل می‌شود، که همگرایی روند کلی را تثبیت کرده و سرعت می‌بخشد.

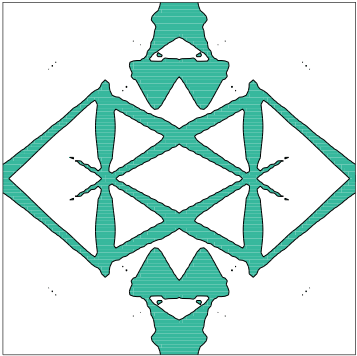
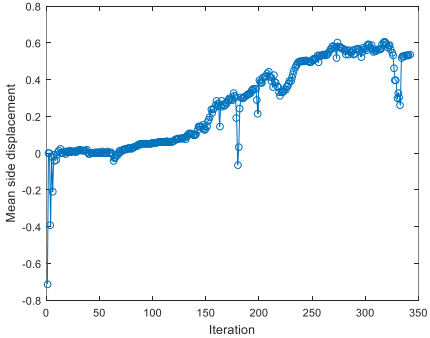
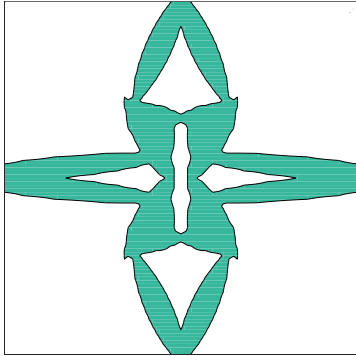
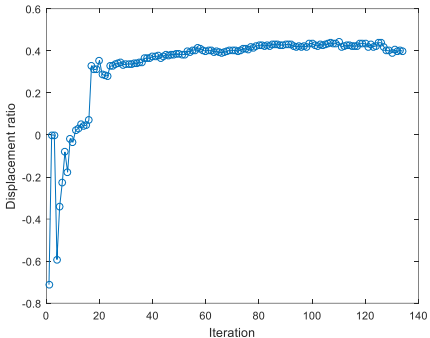
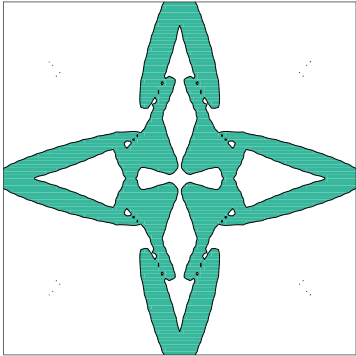
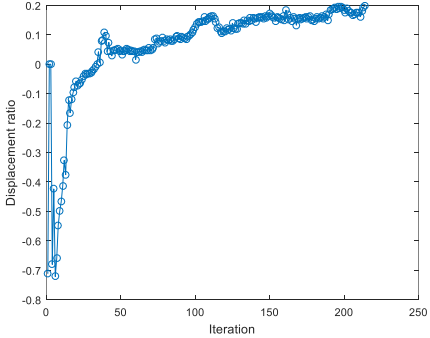
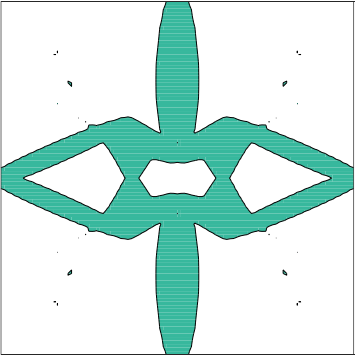
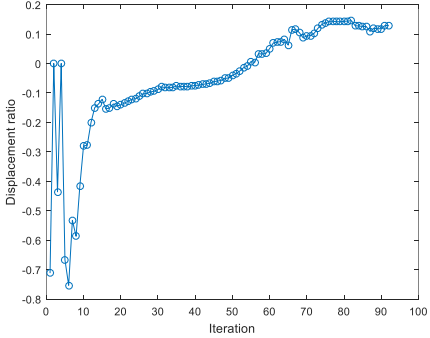
۳- نتایج

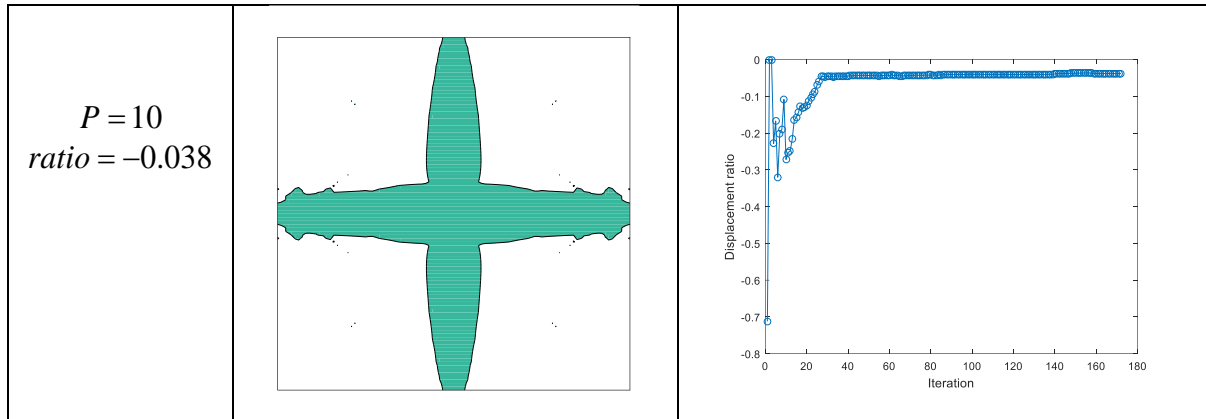
در ادامه نتایج بهینه‌یابی توپولوژی برای سلول نشان داده شده در شکل (۵) آورده می‌شود. مسئله بهینه‌یابی توپولوژی با رویکرد اجزای متحرک شکل‌پذیر (رابطه‌ی (۷)) و با استفاده از روش مرتبه یک مجانب‌های متحرک حل شده است. گرادیان مورد نیاز برای استفاده در این روش با استفاده از مفهوم مشتق توپولوژیک و طبق رابطه‌ی (۱۵) محاسبه شده است. طرح اولیه با استفاده از ۳۲ جزء در روش اجزای متحرک شکل‌پذیر در شکل (۷) نشان داده شده است.

در شکل (۸)، نتایج به دست آمده از حل مسئله‌ی بهینه‌یابی آورده شده است. در این شکل، در ستون وسط، توپولوژی‌های بهینه به ازای مقادیر مختلف پارامتر P (رابطه‌ی (۹)) نشان داده شده است. مقدار نسبت جابجایی خروجی به ورودی ($ratio = \frac{u_{out}}{u_{in}}$) در طرح بهینه، در ستون سمت چپ ذکر شده است. همچنین تغییرات تابع هدف در طی فرایند بهینه‌یابی در ستون سمت راست نمایش داده شده است.

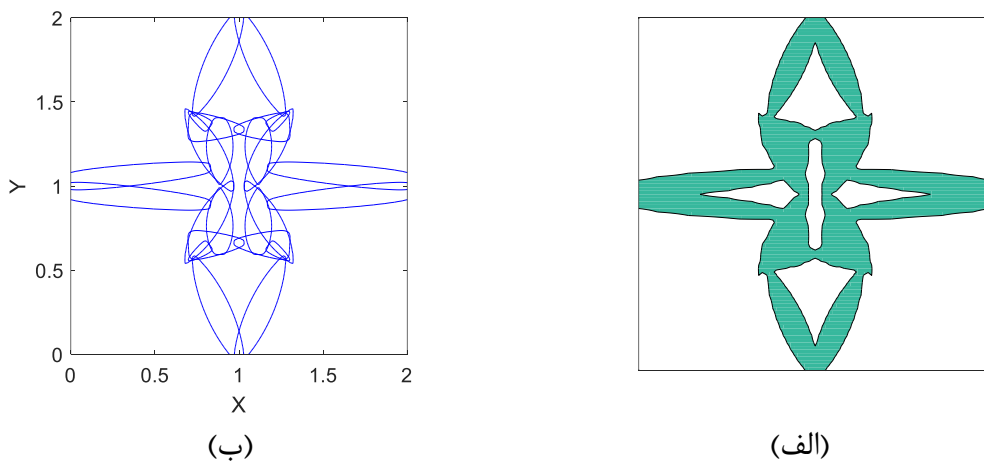


شکل ۷- طرح اولیه یک سلول

	طرح بهینه‌ی نهایی	تاریخچه بهینه‌یابی
<p>$P = 1$ $ratio = 0.537$</p>		
<p>$P = 2$ $ratio = 0.394$</p>		
<p>$P = 3$ $ratio = 0.198$</p>		
<p>$P = 5$ $ratio = 0.114$</p>		



شکل ۸- توپولوژی‌های بهینه برای توابع هدف با مقادیر متفاوت P و تاریخچه‌ی بهینه‌یابی



شکل ۹- (الف) توپولوژی بهینه و (ب) نحوه چیدمان و شکل اجزا در توپولوژی بهینه

در نهایت با به دست آوردن طرح‌های بهینه با مقادیر مختلف پارامتر P و مقایسه‌ی نتایج، که تعدادی از آنها در شکل (۸) آورده شده‌اند، طرح بهینه‌ی نشان داده شده در شکل (۹)-الف به ازای نسبت $P = 2$ برای یک سلول ماده‌ی پادکشان انتخاب مناسبی می‌باشد. در این طرح ضمن اینکه نسبت $\frac{u_{out}}{u_{in}}$ مقدار قابل قبولی است، طرح نهایی سختی کافی نیز دارد. همچنین چیدمان اجزا در روش اجزای متحرک شکل‌پذیر برای این طرح در شکل (۹)-ب آورده شده است.

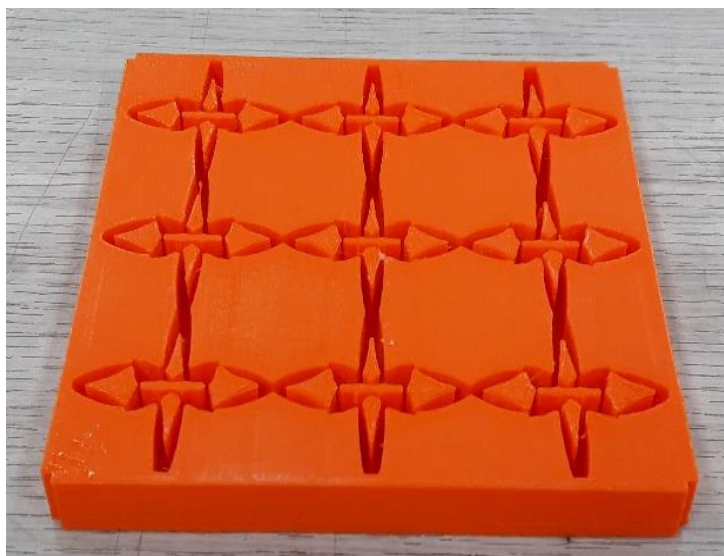
۳-۱- ساخت نمونه

جهت بررسی اینکه آیا طرح پیشنهادی رفتار ماده‌ای با ضریب پواسون منفی از خود نشان می‌دهد، مدلی از الگوی پیشنهادی ساخته شد. مرزهای سازه‌ی بهینه که از روش اجزای متحرک شکل‌پذیر به دست آمده است، به صورت توابع صریح بیان می‌شود و بنابراین به سادگی قابل پیاده‌سازی در نرم‌افزارهای ترسیم می‌باشد. این طرح برای ۹ سلول در نرم‌افزار اتوکد^۱ رسم و سپس مدلی سه بعدی از این طرح ساخته شد. این طرح به

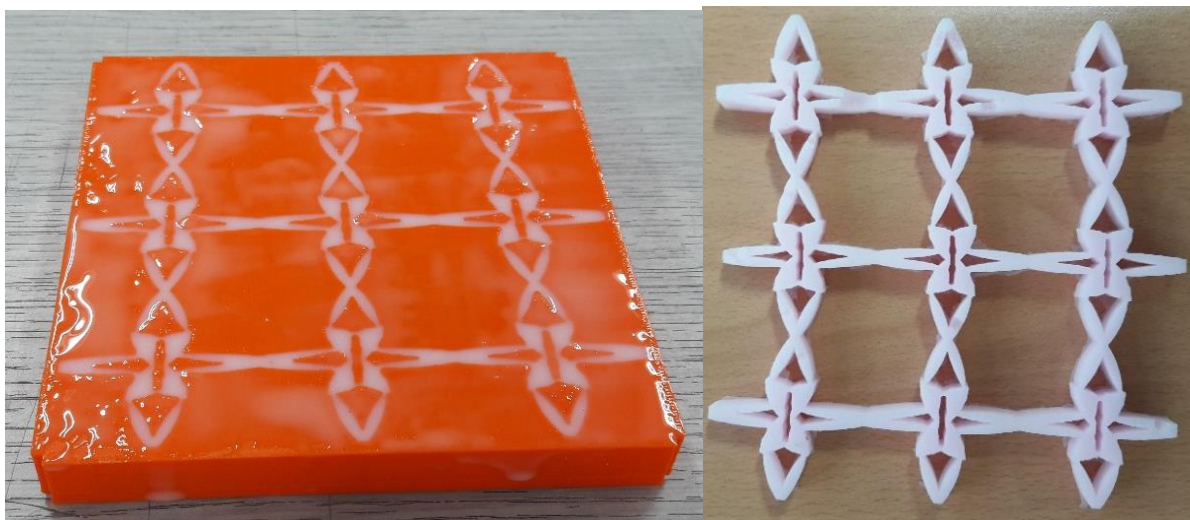
^۱AutoCAD

نرم افزار میکربات^۱ فرستاده شد و پس از مقیاس گذاری، قالب با استفاده از چاپ سه بعدی (روش مدل رسوب ذوب شده)^۲ تهیه شد (شکل (۱۰)).

در نهایت با پر کردن قالب با سیلیکون^۳ مدلی از الگوی پیشنهادی ساخته شد (شکل (۱۱)). در مدل ساخته شده اعمال کشش در یک راستا باعث افزایش ابعاد در راستای دیگر شد که بیانگر ضریب پواسون منفی برای طرح پیشنهادی می باشد. با توجه به اینکه در عمل منحنی تنش- کرنش سیلیکون غیرخطی می باشد، نتایج عددی آزمایش انجام شده بر روی نمونه ی ساخته شده، قابل مقایسه با نتایج به دست آمده از طرح بهینه ی به دست آمده از مدل خطی نمی باشد.



شکل ۱۰- قالب پرینت شده با چاپگر سه بعدی



شکل ۱۱- سیلیکون در قالب و ساختار ساخته شده

^۱MakerBot

^۲Fused Deposition Modelling (FDM)

^۳Silicone

۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش عملی برای طراحی ریزساختار مواد با نسبت پواسون منفی (مواد پادکشسان) ارائه شد. برای این منظور، مسئله به صورت یک مسئله بهینه‌یابی توپولوژی مکانیزم‌های سازگار تعریف شد. در مسائل بهینه‌یابی مکانیزم سازگار، هدف، طراحی سازه‌ای با نسبت جابجایی مطلوب در دو نقطه‌ی دلخواه از سازه است. رویکرد اجزا متحرک شکل‌پذیر برای بهینه‌یابی توپولوژی مسئله فوق به کار گرفته شد. مزیت این رویکرد، تعداد کم متغیرهای طراحی و بیان مرزهای طرح نهایی به صورت توابع صریح می‌باشد. سپس از روش مجانب‌های متحرک برای حل مسئله بهینه‌یابی فوق استفاده شد. گرادیان مورد نیاز با استفاده از مفهوم مشتق توپولوژیک محاسبه شد. با تعریف پارامتری در تابع هدف، طرح‌های مختلفی از حل مسئله بهینه‌یابی به دست آمد که در نهایت طرحی عملی برای ساخت از بین طرح‌های به دست آمده پیشنهاد شد. همچنین ساخت نمونه‌ای از طرح نهایی، بیانگر عملکرد پادکشسان طرح پیشنهادی است.

مراجع

- [1] Wojciechowski, K. W., "Two-dimensional Isotropic System with a Negative Poisson Ratio", *Physics Letters A*, Vol. 137, pp. 60-64, (1989).
- [2] Yang, W., Li, Z.M., Shi, W., Xie, B.H., and Yang, M.B., "Review on Auxetic Materials", *Journal of Materials Science*, Vol. 39, pp. 3269-3279, (2004).
- [3] Voigt, W., "Bestimmung Oder Elasticitätsconstanten Einiger Quasi-istropoper Metalle Durch Langsame Schwingungen von Stäben", *Annalen Der Physik*, Vol. 284, pp. 674-707, (1893).
- [4] Williams, J.L., and Lewis, J.L., "Properties and an Anisotropic Model of Cancellous Bone From the Proximal Tibial Epiphysis", *Biomechanical Engineering*, Vol. 104, pp. 50-56, (1982).
- [5] Alderson, A., and Alderson, K.L., "Auxetic Materials", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 221, pp. 565-575, (2007).
- [6] Mir, M., Ali, M.N., Sami, J., and Ansari, U., "Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures", *Advances in Materials Science and Engineering*, Vol. 2014, pp. 1-17, (2014).
- [7] Wang, Z., Zulifqar, A., and Hu, H., "*Advanced Composite Materials for Aerospace Engineering*", First Edition, Woodhead Publishing Is an Imprint of Elsevier, Cambridge, England, doi.org/10.1016/C2014-0-00846-5, pp. 213-240, (2016).
- [8] Lakes, R., "Foam Structures with a Negative Poisson's Ratio", *Science*, Vol. 235, pp. 1038-1040, (1987).

- [9] Evans, K.E., Nkansah, M.A., and Hutchinson, I.J., "Auxetic Foams: Modelling Negative Poisson's Ratios", *Acta Metallurgica Et Materialia*, Vol. 42, pp. 1289-1294, (1994).
- [10] Li, Y., and Zeng, C., "On the Successful Fabrication of Auxetic Polyurethane Foams: Materials Requirement, Processing Strategy and Conversion Mechanism", *Polymer*, Vol. 87, pp. 98-107, (2016).
- [11] Stetsenko, M.S., "Determining the Elastic Constants of Hydrocarbons of Heavy Oil Products using Molecular Dynamics Simulation Approach", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 126, pp. 124-130, (2015).
- [12] Gatt, R., Wood, M.V., Gatt, A., Zarb, F., Formosa, C., Azzopardi, K.M., Casha, A., Agius, T.P., Schembri-Wismayer, P., Attard, L., and Chockalingam, N., "Negative Poisson's Ratios in Tendons: an Unexpected Mechanical Response", *Acta Biomaterialia*, Vol. 24, pp. 201-208, (2015).
- [13] Borovinšek, M., Novak, N., Vesenjāk, M., Ren, Z., and Ulbin, M., "Designing 2D Auxetic Structures using Multi-objective Topology Optimization", *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 795, Article Number. 139914, (2020).
- [14] Rawal, A., Kumar, V., Saraswat, H., Weerasinghe, D., Wild, K., Hietel, D., and Dauner, M., "Creating Three-dimensional (3D) Fiber Networks with Out-of-plane Auxetic Behavior Over Large Deformations", *Journal of Materials Science*, Vol. 52(5), pp. 2534-2548, (2017).
- [15] Javadi, A.A., Faramarzi, A., and Farmani, R., "Design and Optimization of Microstructure of Auxetic Materials", *Engineering Computations*, Vol. 29, pp. 260-276, (2012).
- [16] Kaminakis, N.T., Drosopoulos, G.A., and Stavroulakis, G.E., "Design and Verification of Auxetic Microstructures using Topology Optimization and Homogenization", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 85, pp. 1289-1306, (2015).
- [17] Gao, J., Xue, H., Gao, L., and Luo, Z., "Topology Optimization for Auxetic Metamaterials Based on Isogeometric Analysis", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 352, pp. 211-236, (2019).
- [18] Wang, Y., Zhao, W., Zhou, G., and Wang, C., "Analysis and Parametric Optimization of a Novel Sandwich Panel with Double-V Auxetic Structure Core under Air Blast Loading", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 142, pp. 245-254, (2018).
- [19] Wang, F., "Systematic Design of 3D Auxetic Lattice Materials with Programmable Poisson's Ratio for Finite Strains", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 114, pp. 303-318, (2018).
- [20] Zheng, Y., Wang, Y., Lu, X., Liao, Z., and Qu, J., "Evolutionary Topology Optimization for Mechanical Metamaterials with Auxetic Property", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 179, Article Number. 105638, (2020).
- [21] Rozvany, G.I., "A Critical Review of Established Methods of Structural Topology Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, pp. 217-237, (2009).

- [22] Bendsøe, M.P., and Kikuchi, N., "Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197-224, (1988).
- [23] Bndsoe, M.P., "Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem", *Structural Optimization*, Vol. 1, pp. 193-202, (1989).
- [24] Allaire, G., Jouve, F., and Toader, A.M., "Structural Optimization using Sensitivity Analysis and a Level-set Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, pp. 363-393, (2004).
- [25] Du, Y., Luo, Z., Tian, Q., and Chen, L., "Topology Optimization for Thermo-mechanical Compliant Actuators using Mesh-free Methods", *Engineering Optimization*, Vol. 41, pp. 753-772, (2009).
- [26] Kolken, H.M., and Zadpoor, A.A., "Auxetic Mechanical Metamaterials", *RSC Advances*, Vol. 7, pp. 5111-5129, (2017).
- [27] Guo, X., Zhang, W., and Zhong, W., "Doing Topology Optimization Explicitly and Geometrically—A New Moving Morphable Components Based Framework", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 81, Article Number. 081009, (2014).
- [28] Zhang, W., Yuan, J., Zhang, J., and Guo, X., "A New Topology Optimization Approach Based on Moving Morphable Components (MMC) and the Ersatz Material Model", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, pp. 1243-1260, (2016).
- [29] Zhang, W., Li, D., Yuan, J., Song, J., and Guo, X., "A New Three-dimensional Topology Optimization Method Based on Moving Morphable Components (MMCs)", *Computational Mechanics*, Vol. 59, pp. 647-665, (2017).
- [30] Howell, L.L., "*Compliant Mechanisms*", 21st Century Kinematics, First Edition, Springer, London, pp. 189-216, (2013).
- [31] Ananthasuresh, G.K., and Howell, L.L., "Mechanical Design of Compliant Microsystems—A Perspective and Prospects", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 127, pp. 736-738, (2005).
- [32] Albanesi, A.E., Fachinotti, V.D., and Pucheta, M.A., "A Review on Design Methods for Compliant Mechanisms", *Mecánica Computacional*, Vol. 29, pp. 59-72, (2010).
- [33] Kota, S., Joo, J., Li, Z., Rodgers, S.M., and Sniegowski, J., "Design of Compliant Mechanisms: Applications to MEMS", *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, Vol. 29, pp. 7-15, (2001).
- [34] Eschenauer, H.A., Kobelev, V.V., and Schumacher, A., "Bubble Method for Topology and Shape Optimization of Structures", *Structural Optimization*, Vol. 8, pp. 42-51, (1994).
- [35] Novotny, A.A., Feijóo, R.A., Taroco, E., and Padra, C., "Topological Sensitivity Analysis for Three-dimensional Linear Elasticity Problem", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, pp. 4354-4364, (2007).

- [36] Novotny, A.A., and Sokołowski, J., "*Topological Derivatives in Shape Optimization*", First Edition, Springer Berlin, Heidelberg, (2012).
- [37] Sokolowski, J., and Zochowski, A., "On the Topological Derivative in Shape Optimization", *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol. 37, pp. 1251-1272, (1999).
- [38] He, L., Kao, C.Y., and Osher, S., "Incorporating Topological Derivatives into Shape Derivatives Based Level-set Methods", *Journal of Computational Physics*, Vol. 225, pp. 891-909, (2007).
- [39] Deng, S., and Suresh, K., "Multi-constrained 3D Topology Optimization via Augmented Topological Level-set", *Computers and Structures*, Vol. 170, pp. 1-12, (2016).
- [40] Ansola, R., Veguería, E., Canales, J., and Tárrago, J.A., "A Simple Evolutionary Topology Optimization Procedure for Compliant Mechanism Design", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 44, pp. 53-62, (2007).
- [41] Krishnakumar, A., and Suresh, K., "Hinge-free Compliant Mechanism Design via the Topological Level-set", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 137, Article Number. 031406, (2015).
- [42] Takaloozadeh, M., and Yoon, G.H., "Implementation of Topological Derivative in the Moving Morphable Components Approach", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 134, pp. 16-26, (2017).
- [43] Svanberg, K., "The Method of Moving Asymptotes—A New Method for Structural Optimization", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pp. 359-373, (1987).
- [44] Sigmund, O., "On the Design of Compliant Mechanisms using Topology Optimization", *Mechanics of Structures and Machines*, doi.org/10.1080/08905459708945415, Vol. 25(4), pp. 493-524, (1997).

فهرست نمادهای انگلیسی

دامنه طراحی	D
بردار متغیرهای طراحی	DV
شماره المان	e
بردار نیروی واحد اعمال شده به درجه آزادی <i>in</i>	F_1
بردار نیروی واحد اعمال شده به درجه آزادی <i>out</i>	F_2
شماره جزء	i
ماتریس سختی	K
طول جزء i م	L_i

N	تعداد جزءها
P	عدد بزرگ تر از ۱ برای حذف ساختارهای اضافی
S_{in}	انرژی کرنشی تحت میدان جابجایی u_1
S_{out}	انرژی کرنشی تحت میدان جابجایی u_2
S_{mut}	انرژی کرنشی متقابل
t_1, t_2, t_3	ضخامت ۳ نقطه از یک جزء
T_{in}, T_{out}, T_{mut}	مشتق توپولوژیک
\mathbf{u}	میدان جابجایی
\mathbf{u}_1	میدان جابجایی تحت نیروی واحد در درجه آزادی in
\mathbf{u}_2	میدان جابجایی تحت نیروی واحد در درجه آزادی out
u_{in}	جابجایی ورودی
u_{out}	جابجایی خروجی
w_{in}, w_{out}, w_{mut}	ضرایب وزنی
x_i	مختصه افقی مرکز جزء
y_i	مختصه قائم مرکز جزء

فهرست نمادهای یونانی

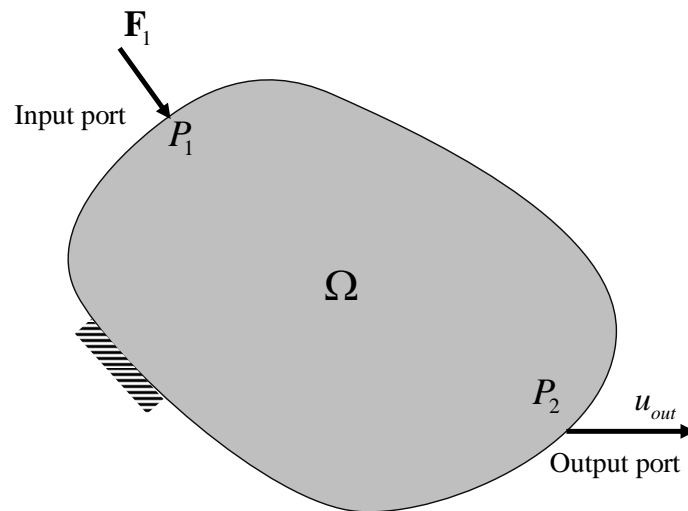
σ	انسور تنش
ε	تانسور کرنش
ΔA^e	تغییر مساحت المان شماره e ام
ψ	تابع هدف
Ω	حجم سازه بدون اعمال حفره
Ω'	حجم سازه با اعمال حفره
ν	ضریب پواسون

پیوست

در این پیوست به اثبات رابطه‌ی زیر پرداخته می‌شود:

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_2}{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_1} = \frac{S_{mut}}{S_{in}} \quad (18)$$

دامنه طراحی Ω را با شرایط مرزی و بارگذاری داده شده در شکل (۱۲) را در نظر بگیرید، که P_1 محل اعمال نیروی ورودی واحد \mathbf{F}_1 است و u_{out} تغییر مکان خروجی مورد انتظار در نقطه P_2 می‌باشد. مایل هستیم u_{out} بیشینه شود.

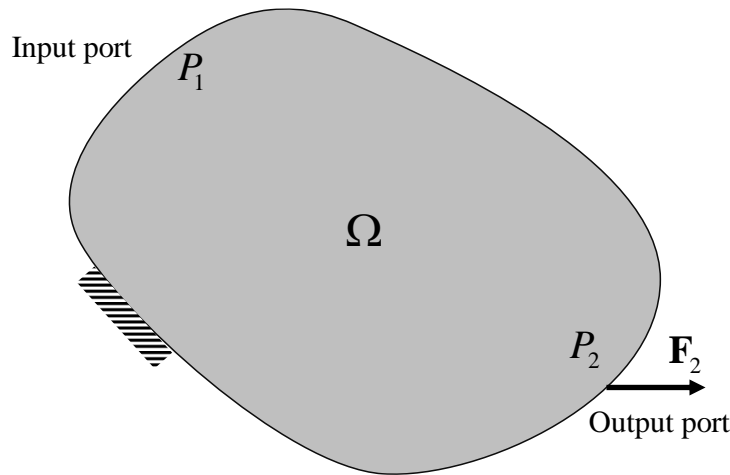


شکل ۱۲- بار اعمالی واحد در نقطه‌ی ورودی

برای تحلیل، سازه موجود در شکل (۱۲) را شبکه‌بندی کرده و از روش المان محدود با حل معادله $\mathbf{F}_1 = \mathbf{K} \mathbf{u}_1$ ، بردار جابجایی \mathbf{u}_1 محاسبه شود. بنابراین تابع هدف را به شکل زیر نیز می‌توان نوشت که $\mathbf{u}_1(j)$ درایه جابجایی نقطه‌ی خروجی بردار \mathbf{u}_1 و $\mathbf{u}_1(i)$ درایه جابجایی نقطه‌ی ورودی در بردار \mathbf{u}_1 می‌باشد:

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\mathbf{u}_1(j)}{\mathbf{u}_1(i)} \quad (19)$$

در حالتی دیگر، فرض کنید به سازه بالا یک نیروی واحد در نقطه‌ی خروجی (P_2) اعمال شود. در این حالت تمام درایه‌های بردار نیروی اعمالی \mathbf{F}_2 برابر صفر می‌باشند به جز درایه‌ی مربوط به نقطه P_2 که برابر واحد است (شکل (۱۳)). مجدداً از روش المان محدود با حل معادله $\mathbf{F}_2 = \mathbf{K} \mathbf{u}_2$ ، بردار جابجایی \mathbf{u}_2 محاسبه می‌شود.



شکل ۱۳- بار اعمالی واحد در نقطه ی خروجی

تمامی درایه های بردارهای \mathbf{F}_1 و \mathbf{F}_2 به جز درایه های شماره ی i در بردار \mathbf{F}_1 و درایه ی j در بردار \mathbf{F}_2 که واحد هستند، برابر صفرند. بنابراین می توان رابطه ی زیر را نوشت:

$$\frac{\mathbf{u}_1(j)}{\mathbf{u}_1(i)} = \frac{\mathbf{F}_2^T \times \mathbf{u}_1}{\mathbf{F}_1^T \times \mathbf{u}_1} \quad (20)$$

لازم به ذکر است که درایه های نیرویی در تکیه گاه نیز غیر صفر می باشند اما جابجایی در آن درایه ها صفر می باشد. با استفاده از قضیه بتی- ماکسول، صورت کسر به شکل زیر نوشته می شود:

$$\frac{\mathbf{F}_2^T \times \mathbf{u}_1}{\mathbf{F}_1^T \times \mathbf{u}_1} = \frac{\mathbf{F}_1^T \times \mathbf{u}_2}{\mathbf{F}_1^T \times \mathbf{u}_1} \quad (21)$$

با جایگذاری مقادیر بردار نیرو با رابطه ی تعادل، تابع هدف به معادله زیر تبدیل می شود:

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_2}{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_1} \quad (22)$$

در روش المان محدود، ماتریس سختی از رابطه ی $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$ به دست می آید. از طرفی با داشتن بردارهای جابجایی، ماتریس های کرنش و تنش از روابط $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{u}$ و $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}$ محاسبه می شوند. با جایگذاری این روابط در رابطه ی (۲۲) به رابطه ی مطلوب زیر می رسیم:

$$\psi = \frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_2}{\mathbf{u}_1^T \mathbf{K} \mathbf{u}_1} = \frac{S_{mut}}{S_{in}} \quad (23)$$

که در آن $S_{mut} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_2 : \varepsilon_1 d\Omega$ انرژی کرنشی متقابل و $S_{in} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_1 : \varepsilon_1 d\Omega$ انرژی کرنشی ورودی، σ_2 و σ_1 به ترتیب میدان تنش در محیط پیوسته ناشی از نیروهای واحد F_1 و F_2 و ε_1 و ε_2 میدان کرنش در محیط پیوسته ناشی از نیروهای مذکور می‌باشند.

در مسائل مکانیزم سازگار، علاوه بر این که به دنبال بیشینه کردن انعطاف‌پذیری هستیم، سازه باید حداقل سختی لازم را داشته باشد تا بتواند وظیفه‌ی انتقال نیرو را به درستی انجام دهد و تحت نیروی اعمالی دچار ناپایداری نشود. بنابراین به منظور رعایت سختی حداقل برای سازه، می‌توان قید $u_{in} \leq u_{in}^*$ را اعمال کرد. معنی این قید این می‌باشد که جابجایی تحت بار ورودی نباید از مقدار معینی بیشتر باشد که معادل سختی حداقل سازه است. بنابراین، مسئله بهینه‌یابی توپولوژی مکانیزم سازگار، با توزیع مقدار محدودی ماده (قید حجم) در دامنه طراحی به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & M \\ \text{Subject to:} \quad & V \leq V^* \\ & u_{in} \leq u_{in}^* \end{aligned} \quad (24)$$

که V^* و u_{in}^* به ترتیب حجم و جابجایی مجاز می‌باشند. مقدار M مزیت مکانیکی نامیده می‌شود که برابر نسبت نیروی خروجی به نیروی ورودی است. این رویکرد توسط زیگموند ارائه شد و با رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود [۴۴]:

$$M = \frac{F_{out}}{F_{in}} = \frac{S_{mut}}{S_{out}} \quad (25)$$

در رابطه‌ی فوق $S_{out} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma(\mathbf{u}_2) : \varepsilon(\mathbf{u}_2) d\Omega$ انرژی کرنشی الاستیک ناشی از نیروی واحد اعمالی در نقطه‌ی خروجی می‌باشد. در تحقیق [۴۰] برای به حداکثر رساندن مزیت مکانیکی مکانیزم سازگار که هدف آن انتقال بیشترین نیروی خروجی است، از تابع هدف متفاوتی استفاده شد. در تابع هدف جدید محدودیت جابجایی ورودی $u_{in} \leq u_{in}^*$ به صورت جریمه اعمال شده است؛ به طوری که در مخرج کسر تابع هدف M ، انرژی کرنشی الاستیک S_{in} اضافه می‌شود تا جابجایی ورودی را محدود کند. بنابراین با استفاده از این رویکرد، تابع هدف نهایی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است با هدف بیشینه کردن نسبت جابجایی خروجی به ورودی و لحاظ کردن قید حداقل سختی به شکل زیر بیان شد:

$$\psi = \frac{S_{mut}}{S_{in} + S_{out}} \quad (26)$$

Abstract

The application of the negative Poisson's ratio materials (auxetic materials) is growing rapidly. Although these types of materials were found in nature, these materials are designed and made for industrial applications. The layout of the microstructure of auxetic has a big effect on their Poisson's ratio. The present study aims to design the microstructure of auxetic materials by utilizing shape optimization of some moving components and by finding their position to minimize Poisson's ratio. The shape of components is defined by a few variables explicitly which is a great advantage in the manufacturing of the final design. Due to the periodic structure of auxetic materials, the design problem is defined as the compliant mechanism topology optimization of one cell. A first-order method called the method of moving asymptotes (MMA) is utilized to solve the optimization problem. The core of the first-order methods is to find the gradient of the objective function and constraints with respect to design variables. The topological derivative for the compliant mechanism is utilized for this purpose. The obtained microstructure shows the efficiency of the proposed approach. Moreover, a sample of the designed structure is made using an additive manufacturing technique.