

اثر تغییر گام بر فرکانس های یک ملخ گام متغیر بصورت تحلیلی، عددی و تجربی

در این مقاله اثر تغییر گام بر فرکانس های یک ملخ گام متغیر به صورت تحلیلی، عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادلات ارتعاشات آزاد پرهی ملخ با استفاده از روش گالرکین استخراج شد. از اسکندر سه بعدی برای به دست آوردن پروفیل پره و آزمایش تراست استاتیکی جهت تعیین شرایط بارگذاری ملخ استفاده شد. به منظور آزمون مودال در حالت دورانی، شبیه سازی آنالیز مودال به کمک نرم افزار آباکوس انجام و نتایج با آزمون مودال تجربی در حالت استاتیکی صحت سنجی شد. نتایج تجربی مانند روش تحلیلی نشان داد که با افزایش گام، فرکانس طبیعی در مودهای فرد کاهش و در مودهای زوج افزایش می یابد. در نهایت نیز دیاگرام اسپک رسم گردید که هیچ گونه مشکل رزونانسی در شرایط کاری پره ملخ وجود نداشت.

محمد رضا الهامی^۱

دانشیار

محمد رضا نجفی^۲

استادیار

اسدالله پناهنده^۳

کارشناسی ارشد

واژه های راهنما: ارتعاشات پره ملخ، فرکانس طبیعی، ملخ گام متغیر، روش گالرکین، آنالیز مودال

۱- مقدمه

امروزه در هواپیماهای پیشرفته از ملخ های گام متغیر، جهت رسیدن به پایداری بیشتر و دستیابی به ارتفاعات بالاتر استفاده می شود. اولین بار معادلات دیفرانسیل حرکات خمش طولی، خمش عرضی و پیچش به همراه زاویه پیچشی اولیه برای پره به صورت غیریکنواخت توسط هوبلت و بروکس ارائه شد [۱]. روش های متعددی برای حل تقریبی این معادلات مثل روش ماتریس انتگرالی [۲] و انتقال ماتریسی [۳] ارائه گردیده است. نیولی به سه روش فرکانس های خمشی تیر دوار را استخراج و اثر نیروی گریز از مرکز بر سفتی تیر در بالا بردن فرکانس طبیعی را بررسی کرده است [۴]. در پژوهش دیگری تحلیل دینامیکی تیرهای دوار همگن دارای توزیع جرم و سختی خطی را با استفاده از سری های فریبینیوس انجام شد [۵]. ناگولسوران ارتعاش جانبی استاتیکی یک تیر یکنواخت اوپلر- برنولی را بر مبنای حل عمومی معادله ی شکل مود و با استفاده از برهم نهی چهار تابع

^۱دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)، تهران، ایران melhami@ihu.ac.ir
^۲استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)، تهران، ایران mmrnajafi@ihu.ac.ir

^۳کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)، تهران، ایران

Panahandeh@gmail.com

مستقل خطی بررسی کرد [۶]. بررسی ارتعاشات وارد بر پره‌ها با مدل سازی آنها بعنوان تیر در شرایط مرزی مختلف مورد توجه محققان بوده است [۷-۱۰]. بازون روابط بین فرکانس‌های طبیعی خارج صفحه و داخل صفحه در حال دوران را برحسب ضرایب ساوتول مورد بحث قرارداد [۱۱] و مشخصه‌های ارتعاشی یک تیر تیموشینکو با سطح مقطع متغیر را با استفاده از روش المان محدود بررسی کرد [۱۲]. آلبدور و حمدان به مطالعه ویژگی‌های پاسخ دینامیکی از تیر دوار متصل به یک‌هاب صلب، با زاویه تنظیمی صفر درجه پرداختند [۱۳]. پایداری و ارتعاشات آزاد تیر همگن دوار با شرایط مرزی الاستیک و دارای زاویه پیچش اولیه توسط لین بررسی شد [۱۴]. لین و همکاران ارتعاشات آزاد تیر غیرهمگن دارای زاویه پیچش اولیه و جرم متمرکز در انتها را بررسی کرده [۱۵] و همچنین لی و همکاران تحلیل دینامیکی جرم متمرکز با اثر استهلاکی را بررسی کردند و تابع گرین را برای این تیر به دست آوردند [۱۶]. فرانسویس و همکاران به ارائه روش‌های محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها برای تیرهای دوار پرداختند [۱۷]. راثو به روش‌های تقریبی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها برای سیستم‌های پیوسته پرداخته و روش المان محدود را برای سیستم‌های پیوسته ارائه نموده است [۱۸]. راثو و گوپتا روش المان محدود را برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر دورانی با سطح مقطع متغیر به کار بردند و چهار فرکانس طبیعی اول و مودهای شکل در شرایط خمشی برای تیر یک سر گیردار به دست آوردند [۱۹]. معینی فرد و همکاران به بررسی ناپایداری دینامیکی تیرهای با مقطع متغیر در اثر تحریکات آیرودینامیکی و باد پرداختند و الگوریتم جدیدی جهت حل فرکانس‌ها و شکل مودها بر اساس فضای حالت ارائه نمودند [۲۰]. واریکو و هادارا با در نظر گرفتن تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی به بررسی ارتعاشات عرضی ملخ و محور آن پرداختند [۲۱]. جان و همکاران به بررسی ارتعاشات کوپل تیر یکنواخت جدار نازک اویلر-برنولی پرداختند و از روش ماتریس انتقال دینامیکی برای محاسبه دقیق فرکانس طبیعی و مودهای حالت این تیر غیرمتقارن استفاده شده است [۲۲]. یاردیموگلو و همکاران مدل المان محدودی را برای ارتعاشات کوپل تیر تیموشینکو نامتقارن، با زاویه پیچش اولیه ارائه نمودند و نتایج عددی را با داده‌های تجربی مطابقت دادند [۲۳]. وروس به بررسی ارتعاشات کوپل تیر متقارن دارای بار جانبی یکنواخت پرداخت و نزدیک‌ترین پاسخ‌ها برای فرکانس‌های کوپل و مودهای حالت تیر به دست آمد و برای صحت سنجی پاسخ عددی، آن را با دیگر پاسخ‌های موجود مقایسه کرد [۲۴]. ویسوکا آنالیز مودال پره‌های ملخ یک هواپیما به سه روش اجزای محدود را انجام داد و فرکانس طبیعی، توابع حالت و جرم مؤثر آن را محاسبه کرد [۲۵]. تیان و همکاران بررسی عددی و تجربی ارتعاشات پره‌های الاستیکی در جریان گردشی سیال و گستره فشار بر پره‌ها را مورد بررسی قرار دادند [۲۶]. استفاده از ارتعاش سنج لیزری برای اندازه‌گیری ارتعاشات پره‌های ملخ در زیر آب و در هوا استفاده می‌شود [۲۷]. تونگ و چن پاسخ‌های اتفاقی از یک سیستم پروانه در چرخش تحت تأثیر تلاطم‌های جریان سیال را اندازه‌گیری و ارتباط بین اثر تقویت نیرو و مشخصه‌های مودال سیستم در حال چرخش را بررسی کردند [۲۸]. به دلیل کاربرد گسترده ملخ‌ها در ساخت پهبادها و بالگردها مطالعات عددی و تجربی بر آن‌ها در سال‌های اخیر افزایش یافته است [۲۹-۳۲]. چن و همکاران میرایی هیدرودینامیک یک ملخ بدون تراست به صورت عددی و تجربی را مورد مطالعه قرار داده و تأثیر زاویه پره‌ها بر میرایی هیدرودینامیک آن بررسی شده است.

نتایج نشان می‌دهد تغییر زاویه پره‌ها از صفر تا ۵ درجه اثر جانبی بر پاسخ‌های ضریب تراست و نرخ دمپینگ دارد [۳۳].

پژوهش حاضر به بررسی تغییر گام بر ارتعاشات ملخ‌های گام متغیر که بسیار مورد توجه صنایع است، تمرکز نموده است. علاوه بر نوآوری موضوع مورد بررسی، روش استفاده شده نیز دارای نوآوری بوده و علاوه بر اثبات روش تحلیلی، از مهندسی معکوس برای شبیه‌سازی عددی و همچنین صحت‌سنجی با تست تجربی استفاده شده است. ابتدا معادلات دینامیکی پره استخراج شده و از روش گالرکین برای حل معادلات استفاده و تغییرات فرکانس‌های طبیعی ملخ در اثر تغییر گام بررسی می‌شود. با استفاده از اسکنر سه‌بعدی، مهندسی معکوس پره ی ملخ گام متغیر و همچنین تبدیل ابر نقاط به دست آمده به مدل سالیید صورت می‌گیرد. شبیه‌سازی عددی با بیشترین دقت انجام و آنالیز مودال برای پره‌ی ملخ گام متغیر با نتایج تست تجربی مقایسه می‌شوند.

۲- استخراج معادلات

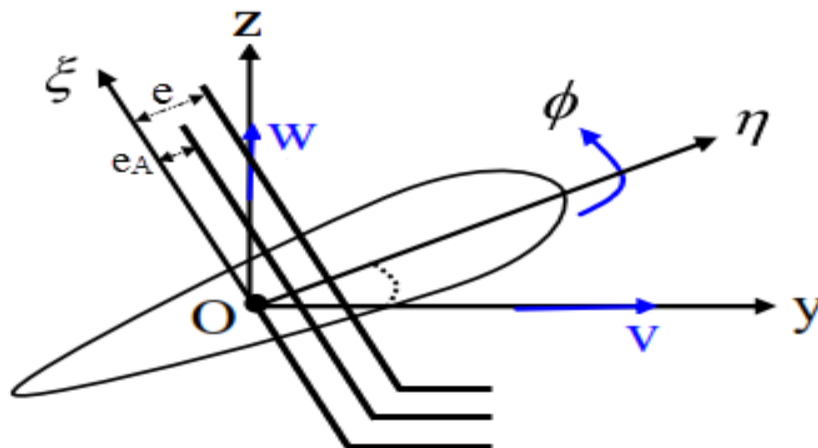
مطابق شکل (۱) جهت محاسبه‌ی ممان‌ها، تنش‌های توزیع شده در طول المان ملخ به دو جزء یکی در راستای محور الاستیک و دیگری عمود بر آن تجزیه شده است.

روابط کرنش و تنش بر حسب تغییر شکل‌های v ، w و ϕ به صورت معادلات (۱) و (۲) خواهد بود [۱].

$$\varepsilon = \varepsilon_T + (e_A - \eta)(v'' \cos\beta + w'' \sin\beta) + \xi(v'' \sin\beta - w'' \cos\beta) + (\xi^2 + \eta^2 - K_A^2)\beta' \phi' \quad (1)$$

$$\sigma = E[\varepsilon_T + (e_A - \eta)(v'' \cos\beta + w'' \sin\beta) + \xi(v'' \sin\beta - w'' \cos\beta) + (\xi^2 + \eta^2 - K_A^2)\beta' \phi'] \quad (2)$$

ε_T کرنش ناشی از کشش دوران ($\varepsilon_T = \frac{T}{EA}$) است، e_A فاصله مرکز فشار تا مرکز سطح مقطع پره، β زاویه‌ی حمله یا همان تغییر گام ملخ و K_A شعاع ژیراسیون قطبی سطح مقطع پره حول محور الاستیک است. جهت محاسبه‌ی ممان‌ها، تنش‌های توزیع شده در طول المان ملخ به دو جزء تجزیه شده است که یکی در راستای محور الاستیک و دیگری عمود بر آن می‌باشد.



شکل ۱- مقطع پره ملخ و مشخصات هندسی آن

$$M_1 = - \int_{\eta te}^{\eta le} \int_{-t/2}^{t/2} \sigma \xi d\xi d\eta \quad (3)$$

$$M_2 = - \int_{\eta te}^{\eta le} \int_{-t/2}^{t/2} \sigma \eta d\xi d\eta \quad (4)$$

علامت منفی به دلیل مثبت شدن ممان کششی آمده است و برای محاسبه ممان پیچشی نیز داریم:

$$Q = GJ\phi' + \int_{\eta te}^{\eta le} \int_{-t/2}^{t/2} \sigma(\beta + \phi)'(\eta^2 + \xi^2) d\xi d\eta \quad (5)$$

در این معادله مؤلفه‌ی اول ناشی از ممان موجود در صفحه‌ی عمود بر محور الاستیک و مؤلفه‌ی دوم ناشی از گشتاور پیچشی سن ونان است. با جایگزینی معادله (۲) در معادلات (۳)، (۴) و (۵) معادلات زیر برای گشتاورهای الاستیک کل بر حسب تغییر مکان به دست می‌آید.

$$M_1 = EI_1(-v'' \sin\beta + w'' \cos\beta) \quad (6)$$

$$M_2 = EI_2(v'' \cos\beta + w'' \sin\beta) - Te_A - EB_2\beta'\phi' \quad (7)$$

$$Q = [GJ + TK_A^2 + EB_1(\beta')^2]\phi' + TK_A^2\beta' - EB_2\beta'(v'' \cos\beta + w'' \sin\beta) \quad (8)$$

که I_1 و I_2 ممان اینرسی محورهای اصلی و B_1 و B_2 ثابت‌های سطح مقطع پره می‌باشند. به منظور سهولت در تعادل بین ممان‌ها و نیروها از ممان‌های موازی و عمود بر محورهای اصلی M_x ، M_y و M_z استفاده می‌شود. با فرض کوچک بودن ϕ ، روابط زیر برای ممان‌های محورهای اصلی به دست می‌آید.

$$M_x = Q + M_1(\cos\beta - \phi \sin\beta)v' + M_1(\sin\beta + \phi \cos\beta)w' + M_2(\sin\beta + \phi \cos\beta)v' - M_2(\cos\beta - \phi \sin\beta)w' \quad (9)$$

$$M_y = M_1(\cos\beta - \phi \sin\beta) + M_2(\sin\beta + \phi \cos\beta) - Qv' \quad (10)$$

$$M_z = -M_1(\sin\beta + \phi \cos\beta) + M_2(\cos\beta - \phi \sin\beta) + Qw' \quad (11)$$

با جایگزینی معادلات (۸-۶) در معادله‌های (۱۱-۹) و همچنین ساده‌سازی و حذف عبارت‌های مرتبه ۲،

ممان‌های فوق بر حسب مؤلفه‌های جابه‌جایی به دست می‌آیند و روابط زیر حاکم است:

$$-\left([GJ + TK_A^2 + EB_1(\beta')^2]\phi' + TK_A^2\beta' - EB_2\beta'(v''\cos\beta + w''\sin\beta)\right)' + Te_A v''\sin\beta - Te_A w''\cos\beta + \bar{q}_y v' + \bar{q}_z w' - \bar{q}_x = 0 \quad (12)$$

$$[(EI_1\cos^2\beta + EI_2\sin^2\beta)w'' + (EI_2 - EI_1)\sin\beta\cos\beta v'' - (Te_A + EB_2\beta'\phi')\sin\beta - Te_A\phi\cos\beta]'' - (Tw')' + \bar{q}_y' - \bar{p}_z = 0 \quad (13)$$

$$[(EI_2 - EI_1)\sin\beta\cos\beta w'' + (EI_1\sin^2\beta + EI_2\cos^2\beta)v'' - (Te_A + EB_2\beta'\phi')\cos\beta + Te_A\phi\sin\beta]'' - (Tv')' + \bar{q}_z' - \bar{p}_y = 0 \quad (14)$$

مقادیر p و q بارها و ممان‌های وارد به پره ملخ می‌باشند که ناشی از بارها و ممان‌های اینرسی و آیرودینامیکی هستند. بارهای اینرسی حاصل از نیروی کریولیس، شتاب‌های عرضی و جانب مرکز و بارهای آیرودینامیکی L_y و L_z به ترتیب در اثر نیروی آیرودینامیکی جانبی و عمودی وارد بر صفحه دوران و ممان آیرودینامیکی است. با به دست آوردن مقادیر p و q در سه جهت x و y و z و جایگذاری در معادلات (۱۲-۱۴) و حذف نیروهای آیرودینامیکی و فرض اینکه سطح مقطع پره ملخ متقارن ($e_A=B_1=B_2=0$) و ریشه‌ی آن از مرکز دوران فاصله‌ای ندارد ($e_0=0$) معادلات دیفرانسیل حرکت به صورت زیر به دست می‌آید.

$$-(GJ)\phi'' + \Omega^2 m(k_{m2}^2 - k_{m1}^2)\phi\cos 2\beta + \Omega^2 m e x(-v'\sin\beta + w'\cos\beta) + \Omega^2 m e v \sin\beta - \omega^2 m k_m^2 \phi + \omega^2 m e (v \sin\beta - w \cos\beta) = 0 \quad (15)$$

$$[(EI_1\cos^2\beta + EI_2\sin^2\beta)w'' + (EI_2 - EI_1)\sin\beta\cos\beta v'']'' - (Tw')' - (\Omega^2 m e x \cos\beta \phi)' - \omega^2 m (w + e \phi \cos\beta) = 0 \quad (16)$$

$$[(EI_2 - EI_1)\sin\beta\cos\beta w'' + (EI_1\sin^2\beta + EI_2\cos^2\beta)v'']'' - (Tv')' + (\Omega^2 m e x \phi \sin\beta)' + \Omega^2 m e \phi \sin\beta - \omega^2 m (v - e \phi \sin\beta) - \Omega^2 m v = 0 \quad (17)$$

معادلات فوق توسط دو پارامتر زاویه تغییر گام و فاصله محور الاستیک در سه جهت به یکدیگر کوپل شده و غیرخطی می‌باشند و نمی‌توان آن‌ها را به صورت تحلیلی دقیق حل نمود. اگر $\beta = 0$ باشد، معادلات در دو جهت پیش‌پیشی و خمش خارج از صفحه کوپل شده و اگر $e=0$ باشد معادلات در دو جهت خمش خارج از صفحه و خمش داخل صفحه کوپل می‌شوند. جهت حل معادلات فوق از روش گالرکین استفاده می‌گردد. بر اساس معادله (۱۸) در روش گالرکین می‌بایست تابع وزن ψ_i برابر تابع تقریب γ_i باشد.

$$A_{i,j} = \int \psi_i A(\gamma_i) \quad (18)$$

با توجه به اینکه شکل مود پرهی ملخ مشابه تیر یکسر گیردار است، از توابع شکل مود این تیرها در معادلات (۱۹-۲۳) جهت تقریب شکل مود ملخ استفاده شده است.

$$V_i(x) = \cosh(\beta_i x) - \cos(\beta_i x) - \sigma_i [\sinh(\beta_i x) - \sin(\beta_i x)] \quad (19)$$

$$W_i(x) = \cosh(\beta_i x) - \cos(\beta_i x) - \sigma_i [\sinh(\beta_i x) - \sin(\beta_i x)] \quad (20)$$

$$\sigma_i = \frac{\cosh(\beta_i) + \cos(\beta_i)}{\sinh(\beta_i) + \sin(\beta_i)} \quad (21)$$

$$\Phi_i(x) = \sqrt{2} \sin(\gamma_i x) \quad (22)$$

$$\gamma_i(x) = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

جهت استخراج معادلات ارتعاشات آزاد پرهی ملخ به روش گالرکین ابتدا معادلات (۱۷-۱۵) را بی‌بعد و سپس این معادلات بی‌بعد شده برحسب پارامتر $\Gamma = X/R$ را در توابع وزن مربوطه ضرب نموده و بر روی طول بی‌بعد پره ملخ انتگرال گرفته می‌شود. معادلات (۲۴-۲۶) با استفاده از شرایط تعامد، ساده شده و یک معادله ماتریسی را تولید می‌کند که برای داشتن جواب غیر صفر معنی‌دار، باید دترمینان آن صفر گردد. با بسط معادله مشخصه دترمینان، فرکانس‌های طبیعی پرهی ملخ استخراج می‌شود.

$$\int_0^1 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left[\phi_j \left\{ -(GJ/R^2) \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r^2} + \Omega^2 m (k_{m2}^2 - k_{m1}^2) \phi_i \cos 2\beta - \omega^2 m k_m^2 \phi_i \right\} + \int_0^1 v_j \left\{ \Omega^2 m e r \left(-\frac{\partial v_i}{\partial r} \sin \beta \right) + \Omega^2 m e v_i \sin \beta + \omega^2 m e v_i \sin \beta \right\} + \int_0^1 w_j \left\{ \Omega^2 m e r \left(-\frac{\partial w_i}{\partial r} \cos \beta \right) + \omega^2 m e (-w_i \cos \beta) \right\} = 0 \right] \quad (24)$$

$$\int_0^1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[w_j \left\{ \left(\frac{EI_1 \cos^2 \beta + EI_2 \sin^2 \beta}{R^4} \right) \frac{\partial^4 w_i}{\partial r^4} - \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(T \frac{\partial w_i}{\partial r} \right) \right) / R^2 - \omega^2 m w_i \right\} + \int_0^1 v_j \left\{ \left(\frac{(EI_2 - EI_1) \sin \beta \cos \beta}{R^4} \right) \frac{\partial^4 v_i}{\partial r^4} \right\} + \int_0^1 \phi_j \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\Omega^2 m e r \cos \beta \phi_i) + \omega^2 m e \phi_i \cos \beta \right\} = 0 \right] \quad (25)$$

$$\int_0^1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[v_j \left\{ \left(\frac{EI_1 \sin^2 \beta + EI_2 \cos^2 \beta}{R^4} \right) \frac{\partial^4 v_i}{\partial r^4} - \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(T \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) \right) \frac{1}{R^2} - \omega^2 m v_i - \Omega^2 m v_i \right\} + \int_0^1 w_j \left\{ \left(\frac{(EI_2 - EI_1) \sin \beta \cos \beta}{R^4} \right) \frac{\partial^4 w_i}{\partial r^4} \right\} + \int_0^1 \phi_j \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\Omega^2 m e r \phi_i \sin \beta) + \omega^2 m e \phi_i \sin \beta + \Omega^2 m e \phi_i \sin \beta \right\} = 0 \right] \quad (26)$$

۳- صحت سنجی

جهت صحت‌سنجی روش حل گالرکین ارائه‌شده برای پره‌ی ملخ، با استفاده از کد نویسی معادلات (۲۴-۲۶) در نرم‌افزار متلب و حل آنالیتیک آن، معادلات ارتعاشی به‌دست‌آمده در سه مود متفاوت حل شده است. مقایسه نتایج با نتایج به‌دست‌آمده از مرجع [۳۴] که از ماتریس انتقال استفاده نموده در جدول (۱) آورده شده که تطابق خوب این نتایج، صحت روش حاضر را تأیید می‌نماید. ورودی‌های مسئله به‌این ترتیب است:

$$EI_1 = 7.316 \text{ kg.m}^2, EI_2 = 21.948 \text{ kg.m}^2, GJ = 2.634 \text{ kg.m}^2,$$

$$R = 1.016 \text{ m}, \beta = 45, m = 0.862 \text{ kg/m}, e = 0.036 \text{ m}, k_m = 0.00129 \text{ m}$$

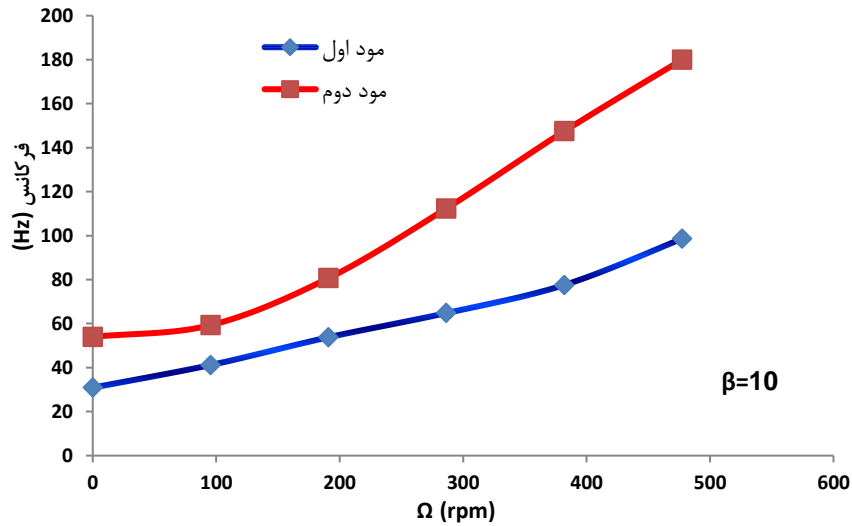
نتایج به‌دست‌آمده از روش حاضر تطابق خوبی را با نتایج مرجع [۳۴] نشان می‌دهد و صحت روش حاضر را تأیید می‌نماید.

۴- حل تحلیلی

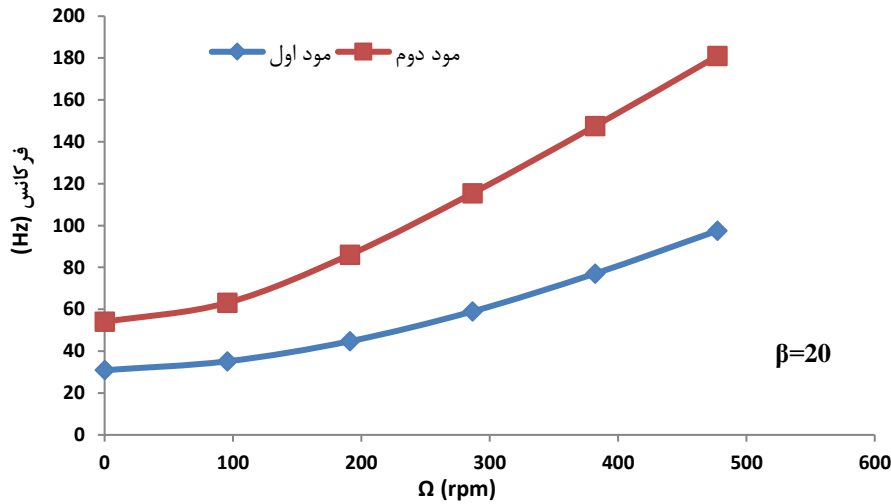
با توجه به تأیید صحت نتایج، تأثیر سرعت دورانی و تغییر گام بر رفتار فرکانسی ملخ بررسی می‌شود. مطابق شکل‌های (۲) تا (۴) با افزایش گام می‌توان کاهش فرکانس طبیعی را در مود اول و افزایش فرکانس طبیعی را در مود دوم مشاهده کرد. همچنین با افزایش سرعت دورانی ملخ، همه فرکانس‌های طبیعی افزایش یافته‌اند. شکل ۵ (۵) مقایسه اثر تغییر گام را به طور مجزا برای سرعت 100rpm نشان می‌دهد.

جدول ۱- مقایسه فرکانس‌های ارتعاشی ملخ

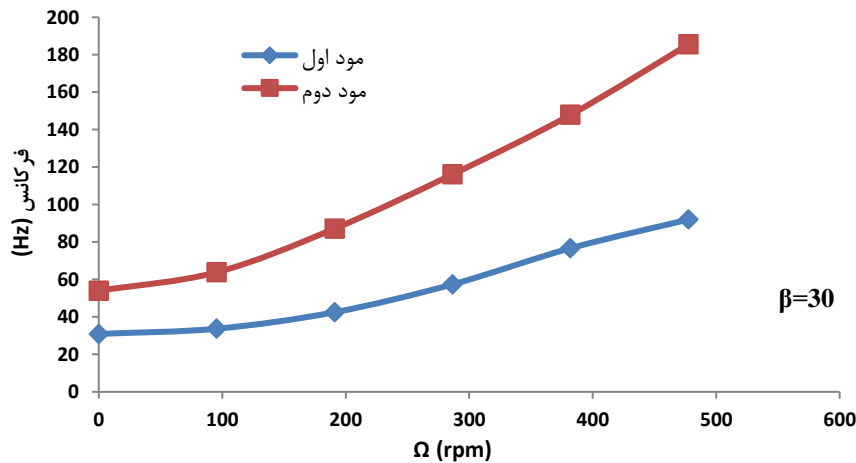
شماره مود	روش حاضر	مرجع [۳۴]	درصد خطا
۱	۳۰/۹۰	۳۰/۸۴	۰/۲۲
۲	۵۴/۰۰	۵۳/۸۴	۰/۲۸
۳	۱۹۲/۷۳	۱۸۴/۵۶	۴/۴۲
۴	۳۳۸/۲۶	۳۳۷/۴۱	۰/۲۵
۵	۵۲۹/۶۱	۴۸۲/۳۰	۹/۸۱



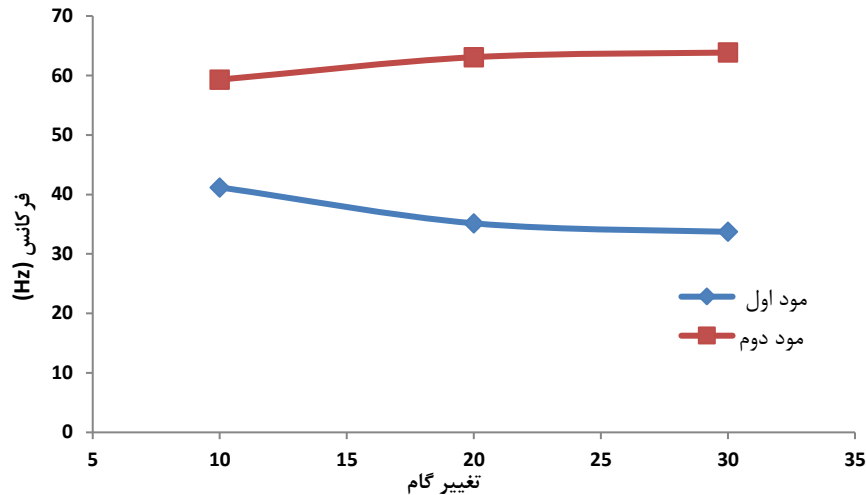
شکل ۲- تغییر فرکانس‌های طبیعی ملخ برحسب سرعت دورانی با زاویه گام ۱۰ درجه



شکل ۳- تغییر فرکانس‌های طبیعی ملخ برحسب سرعت دورانی با زاویه گام ۲۰ درجه



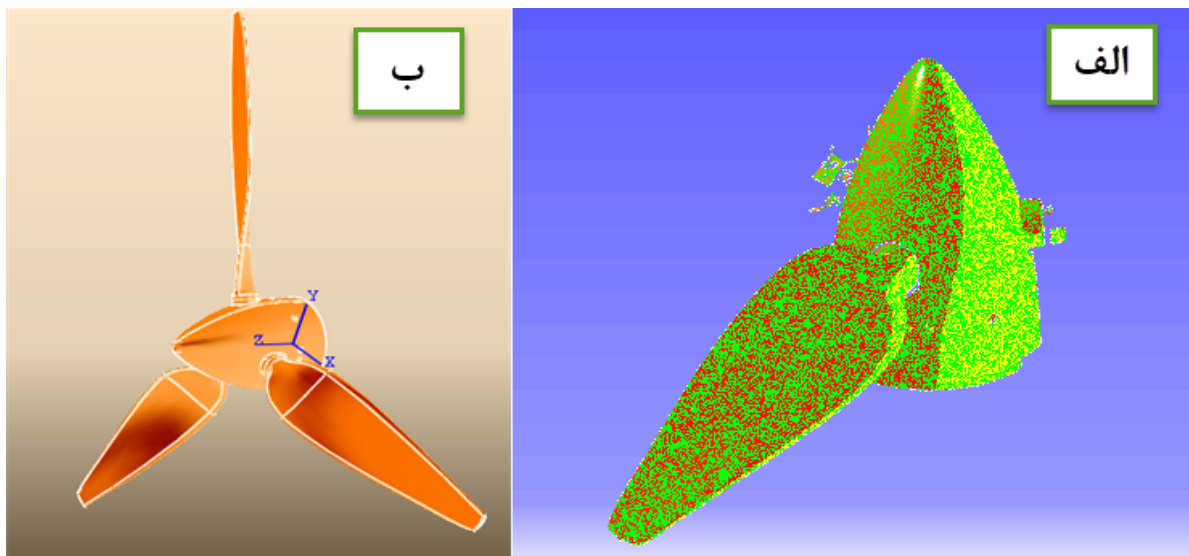
شکل ۴- تغییر فرکانس‌های طبیعی ملخ برحسب سرعت دورانی با زاویه گام ۳۰ درجه



شکل ۵- تغییرات فرکانس طبیعی در اثر تغییر گام در سرعت 100 rpm

۵- شبیه‌سازی عددی

برای نزدیک شدن شرایط تحلیل به شرایط واقعی و به حداقل رساندن خطای هندسی مدل به‌ویژه زمانی که قطعه دارای فرم هندسی نامشخص و منحنی‌های پیچیده است، لازم است اطلاعات مناسب از شکل ظاهری پره‌ی ملخ جمع‌آوری و ابر نقاط تشکیل شود. به همین منظور ابر نقاط پره را به کمک یک اسکنر سه‌بعدی با مدل REXCAN4 به دست می‌آوریم. پس از انجام تصویربرداری از روی سطح قطعه و تهیه فایل ابر نقاط، سطح مدل و یا همان قطعه موردنظر بر روی این نقاط ایجاد می‌گردد. جهت مدل‌سازی از نرم‌افزار کتیا استفاده می‌شود. شکل (۶-الف) ابر نقاط استخراج‌شده را در محیط کتیا نشان می‌دهد. این سطوح به هم متصل می‌شوند و در نهایت مدل اصلی را ایجاد می‌کنند. شکل (۶-ب) مدل سالیید تکمیل‌شده را نشان می‌دهد. مدل سالیید ایجادشده در نرم‌افزار کتیا با پسوند stp ذخیره و سپس با استفاده از نرم‌افزار آباکوس به مراحل آنالیز مودال پرداخته می‌شود.



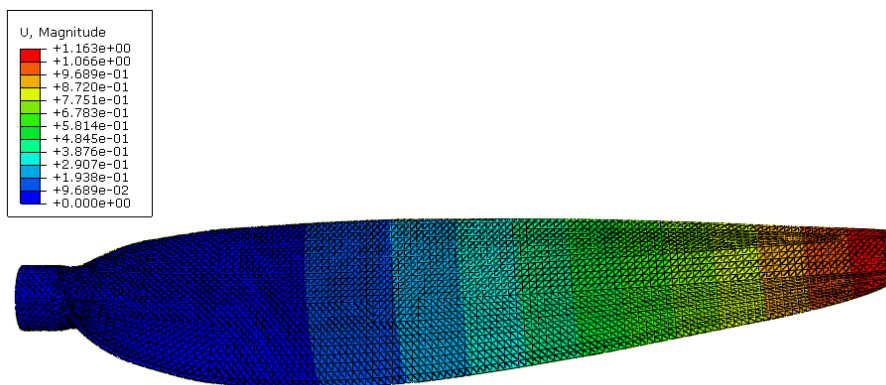
شکل ۶-الف) ابر نقاط استخراج‌شده در نرم‌افزار کتیا (ب) مدل ارتقا یافته در نرم‌افزار کتیا

برای تعیین خصوصیات مواد بکار رفته در ملخ به روش مهندسی معکوس، ابتدا پره را برش داده و از سه قسمت مختلف در طول پره، نمونه برداری می‌شود. این کار جهت پی بردن به این است که آیا پره در طولش تقویت شده است. سپس این سه قسمت را سوزانده و بعد از سوخته شدن چوب و رزین بکار رفته شده، پارچه بکار رفته شده استخراج می‌شود. با مطالعه بر روی پارچه ضخامت و وزن آن را اندازه گرفته و با نقاله، زاویه الیاف به دست می‌آید. پس از بررسی‌های صورت گرفته مشخص می‌شود که پره دارای یک هسته (اسپار) از جنس چوب Ash و چندلایه کامپوزیتی که جنس هر لایه از شیشه اپوکسی با ضخامت ۰/۱ میلی‌متر بوده و قسمت ریشه پره از آلومینیوم ۶۳۵۱ است. خواص این مواد از قبیل چگالی، مدول یانگ و ضریب پواسون را مطابق جدول (۲) به دست آورده و در مدل‌سازی استفاده می‌شود.

در ادامه، مش بندی المان‌ها انجام می‌شود. در مش بندی المان‌های مدل از دو نوع المان استفاده شده است. در بخش اسپار از المان ۴ وجهی ۱۰ گره‌ای مرتبه ۲ (C3D10) و در پوسته خارجی پره از المان مرتبه ۱ مثلثی ۳ گره‌ای (S3) استفاده شد. همگرایی پاسخ‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت با حدود ۶۳۰۰۰ المان، نتایج همگرا شده به دست آمدند. مود اول مربوط به داخل صفحه دوران، مود دوم نشان‌دهنده مود اول خارج از صفحه دوران و مود سوم مربوط به مود دوم خارج از صفحه دوران است. مود چهارم نیز مود اول پیچشی را نمایش داده و مود پنجم نشان‌دهنده مود سوم خارج از صفحه دوران است. مودهای اول تا پنجم در حالت استاتیکی در شکل‌های زیر نشان داده شده است.

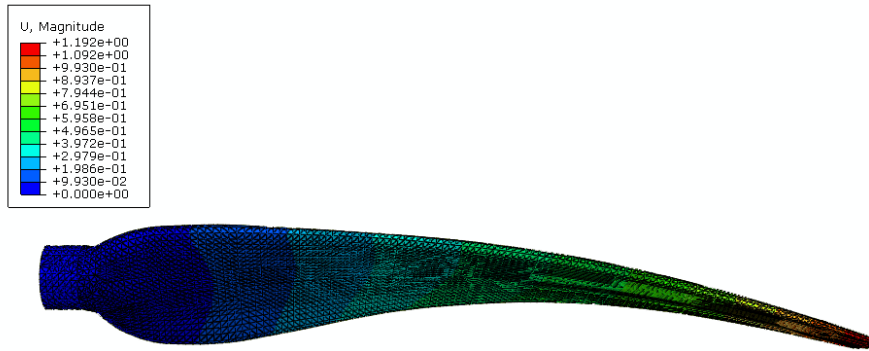
جدول ۲- مقایسه فرکانس‌های ارتعاشی ملخ

شماره مود	چگالی (Kg/m^3)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون
آلومینیوم ۶۳۵۱	۲۷۰۰	۶۸/۹۰	۰/۳۳
اسپار (چوب اش)	۷۳۰	۱۲	۰/۳۷۱
شیشه-اپوکسی	۱۹۲۰	۱۷	۰/۲۴



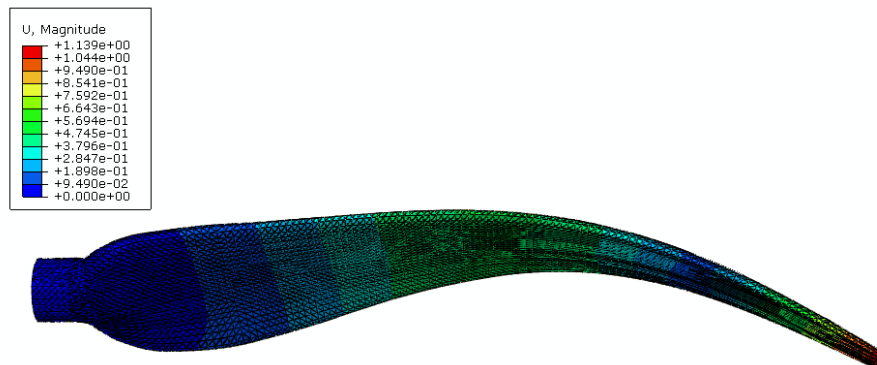
ODB: angle0.odb Abaqus/Standard 6.14-2 Tue Jan 05 16:29:46 Iran Standard Time 2016
 Step: Step-2
 Mode 1: Value = 72380. Freq = 42.818 (cycles/time)
 Primary Var: U, Magnitude
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +7.608e-02

شکل ۷- مود اول



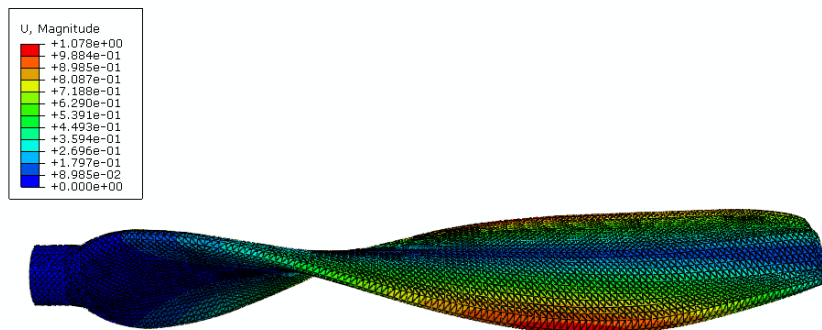
ODB: angle0.odb Abaqus/Standard 6.14-2 Tue Jan 05 16:29:46 Iran Standard Time 2016

شکل ۸ - مود دوم



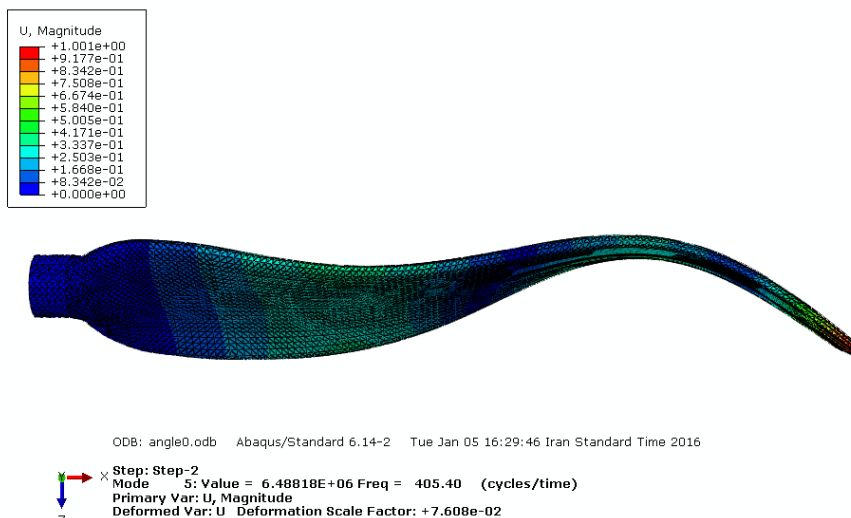
ODB: angle0.odb Abaqus/Standard 6.14-2 Tue Jan 05 16:29:46 Iran Standard Time 2016

شکل ۹ - مود سوم

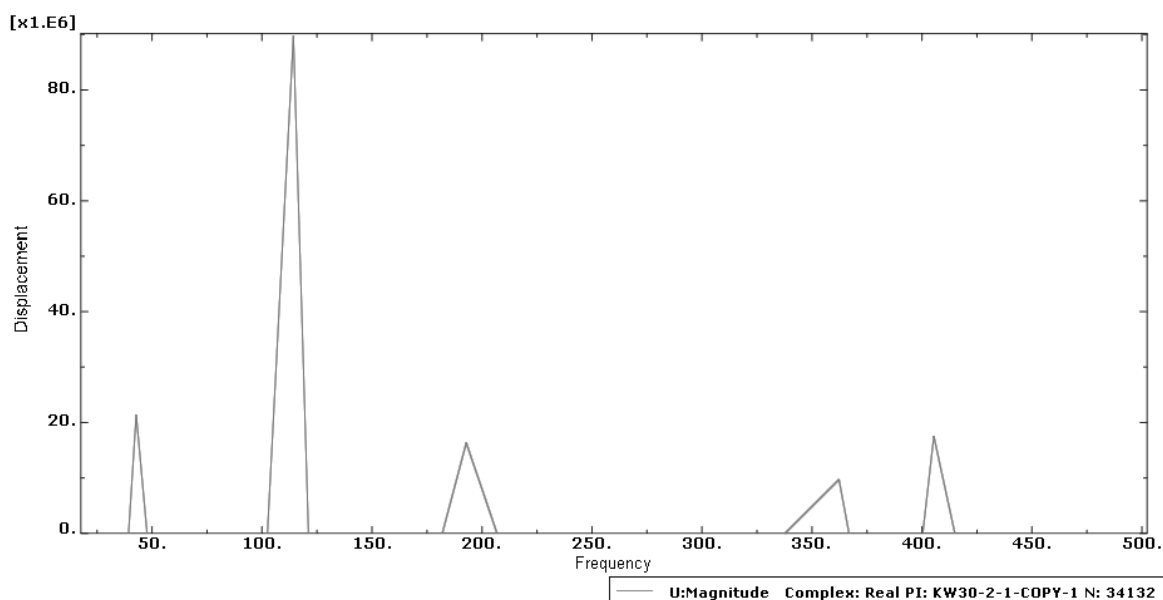


ODB: angle0.odb Abaqus/Standard 6.14-2 Tue Jan 05 16:29:46 Iran Standard Time 2016

شکل ۱۰ - مود چهارم



شکل ۱۱- مود پنجم



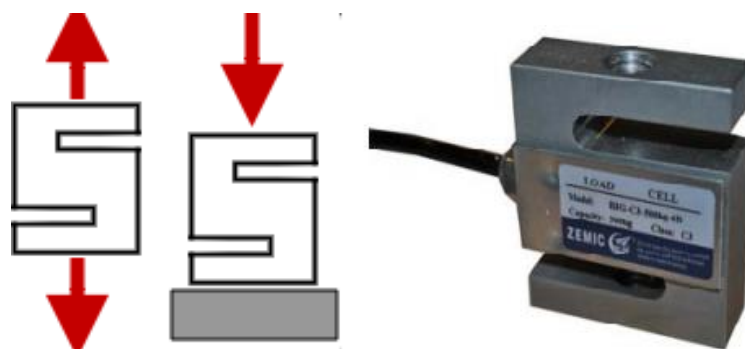
شکل ۱۲- نمایش دامنه برحسب فرکانس از نرم‌افزار آباکوس برای یکی از نقاط

در مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه، تحلیل فرکانسی در دو حالت استاتیکی و دینامیکی انجام‌گرفت. در حالت استاتیکی بارهای اعمالی به پره، تنها نیروی جاذبه بوده و در حالت دینامیکی نیروی جانب به مرکز اعمال‌شده و نیروی تراست متناسب با هر سرعت دورانی ملخ وارد می‌شود. به دلیل احتمال تأثیر نیروی تراست در فرکانس‌های طبیعی و دقیق‌تر شدن نتایج مدل‌سازی، آزمایش استاتیکی برای به دست آوردن نیروی تراست در سرعت دورانی‌های مختلف پره انجام‌شده است. برای داشتن شرایطی قابل کنترل و یکسان جهت آزمون‌های تجربی از یک استند استفاده گردید که در شکل (۱۳) مشاهده می‌شود. جهت انجام این تست از لودسل استفاده می‌شود. لودسل مورد استفاده مطابق شکل (۱۴) از نوع کششی و فشاری بصورت S شکل مدل B3G از کلاس C3 با ظرفیت ۵۰۰ کیلوگرم ساخته شده توسط شرکت زمیک است. این لودسل از جنس فولاد ضدزنگ بوده، ولتاژ تحریک آن بین ۵ تا ۱۲ ولت و درجه آب بندی آن بر

اساس استاندارد IP67 می باشد و می تواند تا ۳۰٪ بار نهایی را تحمل کند. بوده که در آن تغییر طول ناشی از افزایش طول بدنه اندازه‌گیری می‌شود و متناسب با آن مقدار نیرو و یا وزن اعمال شده محاسبه می‌گردد. در هر تست طبق سناریوی تدوین شده، دور موتور به تدریج زیاد شده و در هر دور معین، ثابت نگه‌داشته می‌شود تا اطلاعات هر دور ثبت شود. برای این تست باید گاورنر را برای موتور تنظیم می‌کنیم و روش کار به این صورت است که ابتدا ملخ را توسط پیچ جلوی هابش به گام حداقل می‌بریم. با روشن کردن موتور و افزایش تروتل دور موتور را به 5800rpm که حداکثر دور مجاز برای این موتور است می‌بریم و در این حالت اگر full throttle هم داشته باشیم باز دور در 5800rpm توسط عملکرد گاورنر ثابت می‌ماند.

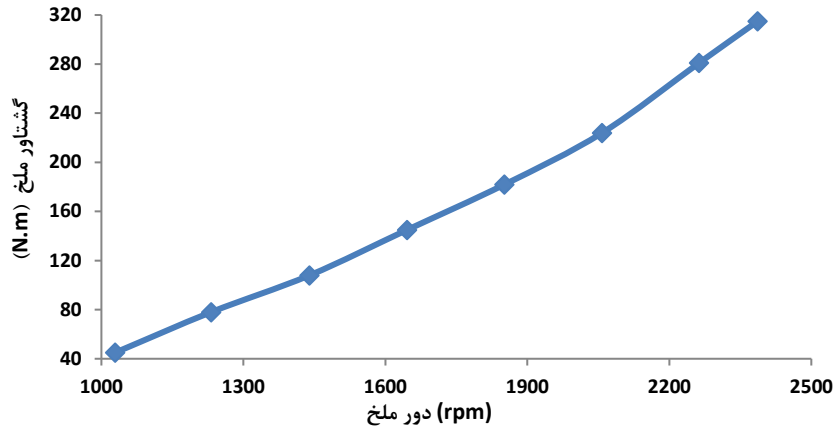


شکل ۱۳- تست استند جهت آزمایش تراست استاتیکی

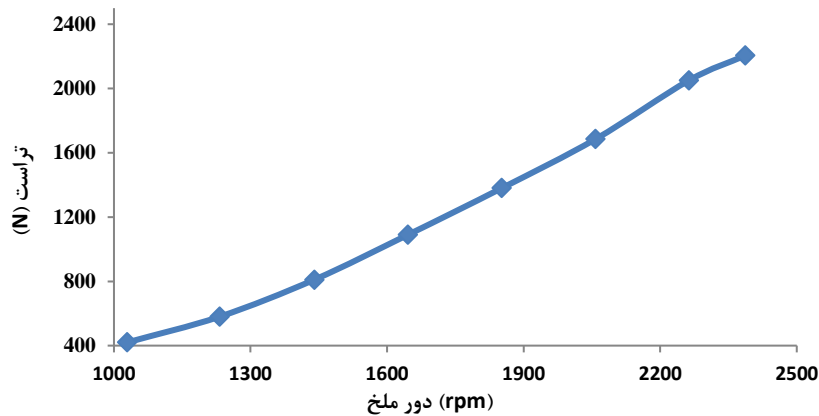


شکل ۱۴- لودسل مورد استفاده در آزمایش و نحوه اعمال نیرو به آن

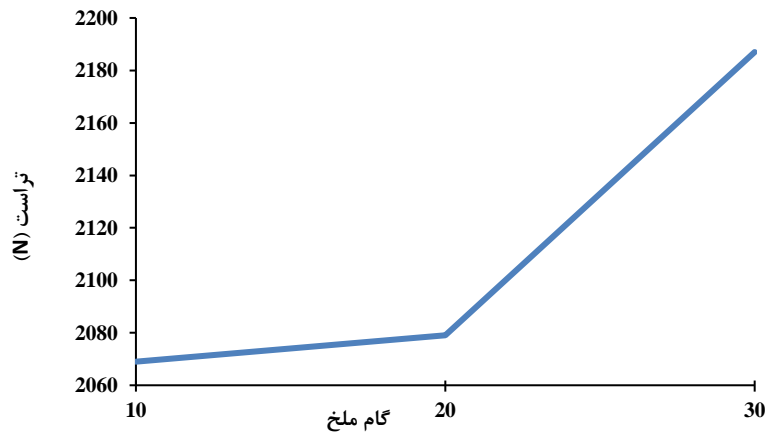
نتایج این تست در شکل (۱۵) و شکل (۱۶) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش دور موتور و به تبع آن افزایش دور ملخ، تراست تولیدی و گشتاور ملخ افزایش یافته است. مطابق شکل (۱۷) نیز افزایش گام باعث افزایش تراست تولیدی می‌شود.



شکل ۱۵- تغییرات گشتاور ملخ بر حسب دور ملخ



شکل ۱۶- تغییرات تراست تولیدی ملخ بر حسب دور ملخ



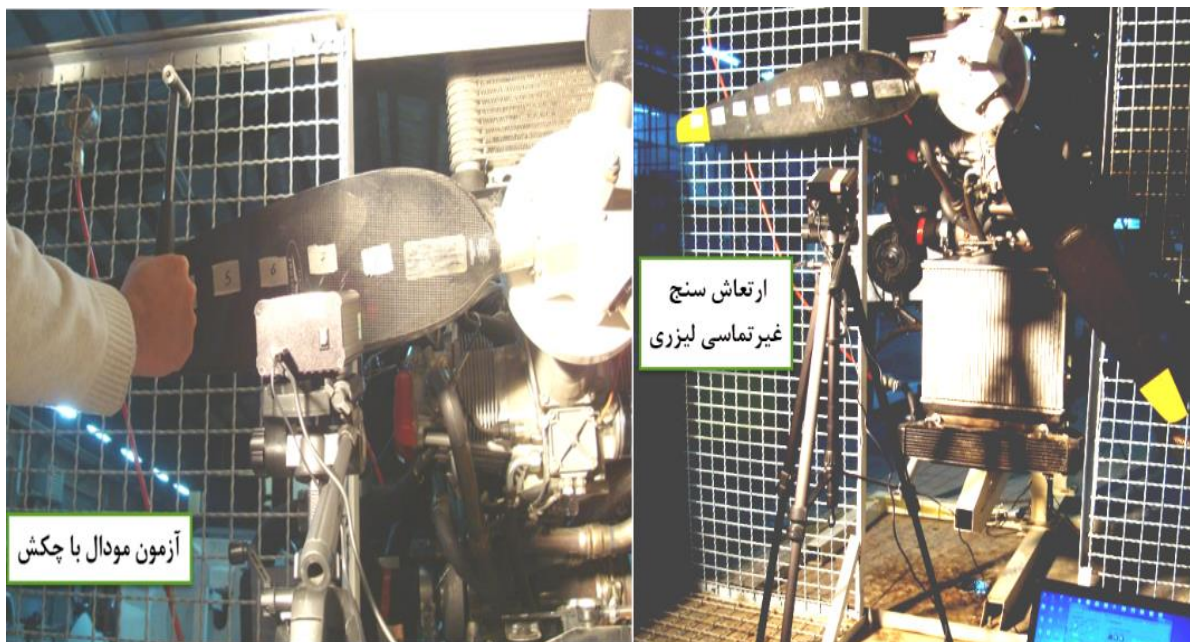
شکل ۱۷- تغییرات تراست بر حسب گام ملخ در دور موتور ۵۵۰۰ rpm

پس از تعیین نقاط تحریک تیغه و چسباندن برچسب روی آن نقاط و فراهم کردن شرایط تکیه‌گاه صلب، ملخ روی سیستم نصب می‌شود. برای انجام تست مودال استاتیکی از چکش مخصوص برای تحریک سازه استفاده شد. همچنین برای افزایش دقت داده‌های اندازه‌گیری حداقل سه ضربه به هریک از نقاط تعیین شده روی سازه اعمال گشت تا از میزان خطا کاسته شود.

جهت استخراج اطلاعات و ثبت و پردازش آن‌ها توسط تحلیلگر، شرایط لازم تست با ثابت کردن آینه‌ای کوچک جهت برگشت نور لیزر به وسیله موم روی پره فراهم می‌شود. دوربین مطابق شکل (۱۸-الف) به گونه‌ای در مقابل آینه قرار داده شده که بازتاب نور به لنز اصلی برگردد. همچنین جهت برقراری ارتباط میان سنسور و پردازشگر اطلاعات، کابل مربوطه از دوربین به رایانه شخصی متصل می‌شود. نرم‌افزار تحلیل ارتعاشات استفاده شده در این آزمایش Soundcard Oscilloscope است و آزمون مودال مطابق با شکل (۱۸-ب) با چکش مخصوص صورت می‌گیرد.

برای تست آنالیز مودال دینامیکی در ابتدا از سنسور لیزری غیر تماسی برای استخراج فرکانس طبیعی پره در آنالیز مودال دینامیکی استفاده شده است. دلیل این امر وجود نیروی گریز از مرکز زیاد و عدم اندازه‌گیری دقیق ارتعاش به دلیل مشکل بودن قرار دادن سنسورهای تماسی (مانند پیزوالکتریک) روی جسم دوار است. با وجود آن که بهترین نقطه برای داده برداری مرکز هاب است، اما بررسی‌ها نشان داد که در نقطه مرکزی هاب نیز به دلیل نویز زیاد در حالت دورانی و دور بودن از پره، پاسخ قابل استنادی داده نمی‌شود. به همین دلیل راهکار دیگری پیش گرفته شد.

روش دیگر برای به دست آوردن نتایج آنالیز مودال دینامیکی، شبیه‌سازی در نرم‌افزار آباکوس است. شرط قابل استناد بودن نتایج آنالیز مودال دینامیکی این است که نتایج آنالیز مودال تجربی در حالت استاتیکی با مدل سه بعدی ارائه شده در نرم‌افزار در حالت استاتیکی اعتبارسنجی شود. در صورت معتبر بودن مدل، نتایج آنالیز مودال دینامیکی شبیه‌سازی شده استخراج می‌شوند.



شکل (۱۸-الف) روش انجام تست مودال استاتیکی (ب) روش آزمون مودال با چکش مخصوص

۶- تغییرات فرکانس طبیعی در اثر تغییر گام

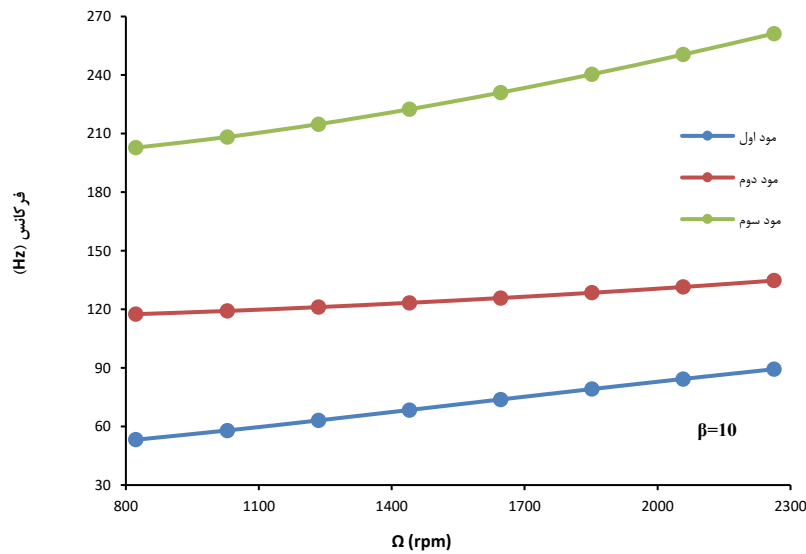
جدول ۳- نتایج به‌دست‌آمده از تست تجربی و مقایسه با نتایج نرم‌افزار آباکوس برای حالت استاتیکی

شماره مود	تست تجربی	نرم‌افزار آباکوس	درصد خطا
مود اول	۴۱/۱۳۵	۴۲/۸۱۸	۴/۰۹
مود دوم	۱۱۳/۱۲	۱۱۴/۲۸	۱/۰۳
مود سوم	۱۹۱/۲	۱۹۲/۸۶	۰/۸۷
مود چهارم	۳۴۹/۶۵	۳۶۲/۲۹	۳/۶۲
مود پنجم	۴۱۱/۷۳	۴۰۵/۴	۱/۵۴

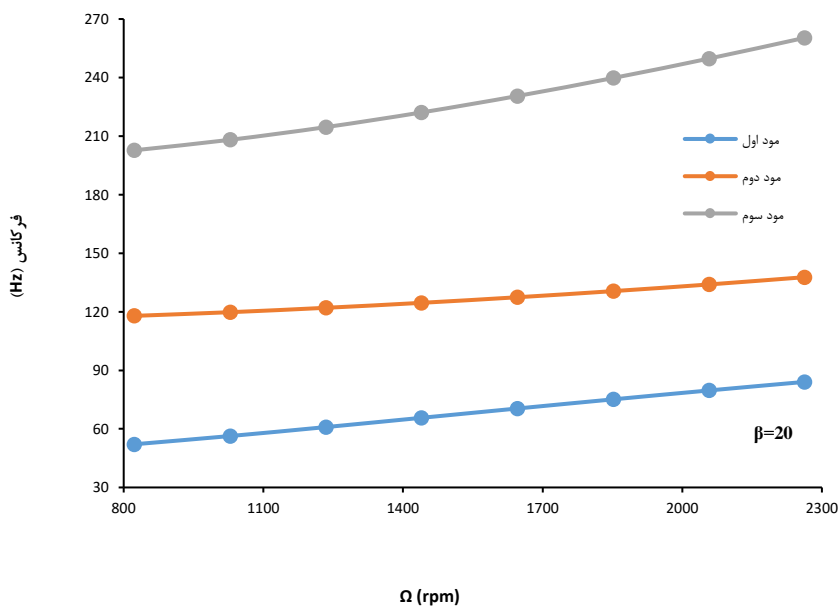
جدول ۴ - نتایج حاصل از مدل‌سازی پره ملخ

سرعت دوران پره (rpm)	زاویه گام (درجه)	مود اول (هرتز)	مود دوم (هرتز)	مود سوم (هرتز)	مود چهارم (هرتز)	مود پنجم (هرتز)
۸۲۳	۱۰	۵۳/۲۳۴	۱۱۷/۵۲	۲۰۲/۸۴	۳۶۴/۱۱	۴۱۶/۸۴
	۲۰	۵۲/۱۲۳	۱۱۷/۹۱	۲۰۲/۷۵	۳۶۴/۳۹	۴۱۶/۷۷
	۳۰	۵۰/۹۰۵	۱۱۸/۳۴	۲۰۲/۵۸	۳۶۴/۵۷	۴۱۶/۶۹
۱۰۲۹	۱۰	۵۷/۹۶۷	۱۱۹/۱۹	۲۰۸/۲۸	۳۶۵/۰۹	۴۲۳/۱۲
	۲۰	۵۶/۳۵۲	۱۱۹/۸۱	۲۰۸/۱۳	۳۶۵/۵۳	۴۲۲/۹۸
۱۲۳۵	۳۰	۵۴/۵۹۷	۱۲۰/۴۷	۲۰۷/۸۵	۳۶۵/۸۱	۴۲۲/۸۳
	۱۰	۶۳/۱۱۸	۱۲۱/۱۴	۲۱۴/۸۸	۳۶۶/۲۸	۴۳۰/۷۵
	۲۰	۶۰/۹۴۳	۱۲۲/۰۵	۲۱۴/۶۴	۳۶۶/۸۹	۴۳۰/۵۳
۱۴۴۰	۳۰	۵۸/۶۱۱	۱۲۳/۰۱	۲۱۴/۲۳	۳۶۷/۲۹	۴۳۰/۳۱
	۱۰	۶۸/۴۵۹	۱۲۳/۳۵	۲۲۲/۴۹	۳۶۷/۶۷	۴۳۹/۵۹
	۲۰	۶۵/۶۸۵	۱۲۴/۶۱	۲۲۲/۱۵	۳۶۷/۵۱	۴۳۹/۲۹
۱۶۴۶	۳۰	۶۲/۷۶۱	۱۲۵/۸۸	۲۲۱/۵۸	۳۶۹/۰۴	۴۳۸/۹۵
	۱۰	۷۳/۸۵	۱۲۵/۸۱	۲۳۱/۰۴	۳۶۹/۲۶	۴۴۹/۵۸
	۲۰	۷۰/۴۵۱	۱۲۷/۴۵	۲۳۰/۵۷	۳۷۰/۳۳	۴۴۹/۱۷
۱۸۵۲	۳۰	۶۶/۹۳۹	۱۲۹/۰۸	۲۲۹/۸۳	۳۷۱/۰۳	۴۴۸/۷۲
	۱۰	۷۹/۱۸۲	۱۲۸/۵۱	۲۴۰/۴۲	۳۷۱/۰۴	۴۶۰/۶۲
	۲۰	۷۵/۱۴۸	۱۳۰/۵۹	۲۳۹/۸۱	۳۷۲/۳۸	۴۶۰/۰۹
۲۰۵۸	۳۰	۷۱/۰۶۸	۱۳۲/۵۸	۲۳۸/۸۷	۳۷۳/۲۷	۴۵۹/۵۱
	۱۰	۸۴/۳۶۹	۱۳۱/۴۶	۲۵۰/۵۳	۳۷۴/۰۱	۴۷۲/۶۳
	۲۰	۷۹/۷۰۹	۱۳۴/۰۱	۲۴۹/۷۷	۳۷۴/۶۵	۴۷۱/۹۷
۲۲۶۳	۳۰	۷۵/۱۰۱	۱۳۶/۳۵	۲۴۸/۶۲	۳۷۵/۷۵	۴۷۱/۲۶
	۱۰	۸۹/۳۴۱	۱۳۴/۷۳	۲۶۱/۲۸	۳۷۵/۱۵	۴۸۵/۵۲
	۲۰	۸۴/۰۸۸	۱۳۷/۷۳	۲۶۰/۳۶	۳۷۷/۱۴	۴۸۴/۷۲
	۳۰	۷۹/۰۰۳	۱۴۰/۴۱	۲۵۸/۹۸	۳۷۸/۴۸	۴۸۳/۸۶

به منظور صحت سنجی نتایج مدل‌سازی بر اساس مهندسی معکوس در نرم‌افزار آباکوس با تست تجربی در حالت استاتیکی، مودهای اول تا پنجم از هر دو روش به دست آمده است که در جدول (۳) نشان شده است. با توجه به تطابق خوبی که بین نتایج آنالیز مودال تجربی در حالت استاتیکی با مدل ایجاد شده در نرم‌افزار آباکوس مشاهده شد، می‌توان از نتایج آنالیز مودال دینامیکی شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس را استفاده نمود. جدول (۴) نتایج مدل‌سازی برای پنج فرکانس اولیه پره در سرعت‌های مختلف و زوایای گام ۱۰، ۲۰، ۳۰ درجه را نشان می‌دهد. علت انتخاب زوایای گام در این محدوده با توجه به شرایط واقعی ملخ گام متغیر مورد بررسی آورده شده است.

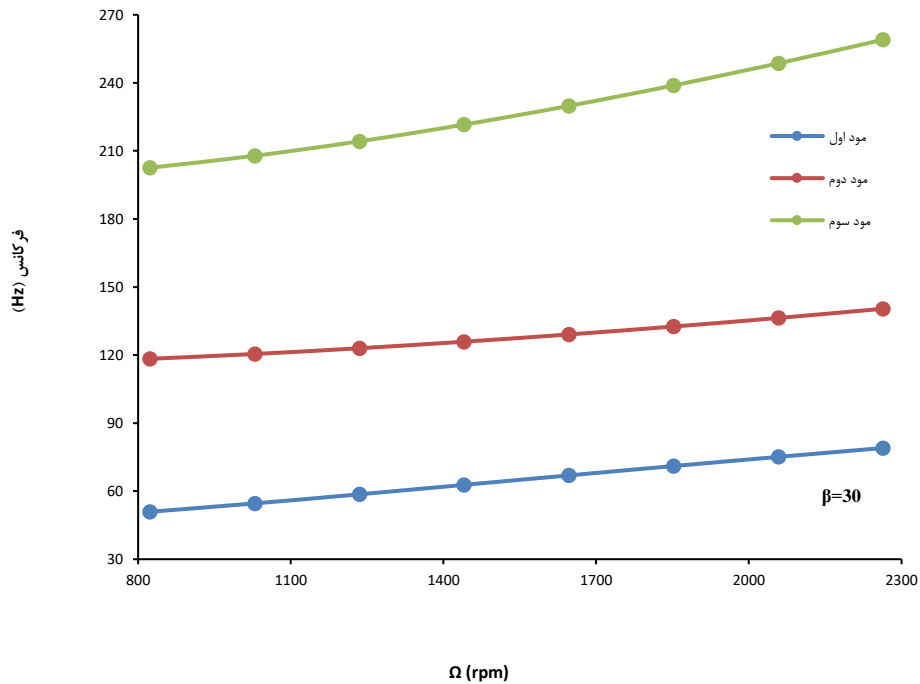


شکل ۱۹- تغییرات فرکانس‌های طبیعی ملخ بر حسب سرعت دوران با زاویه گام ۱۰ درجه

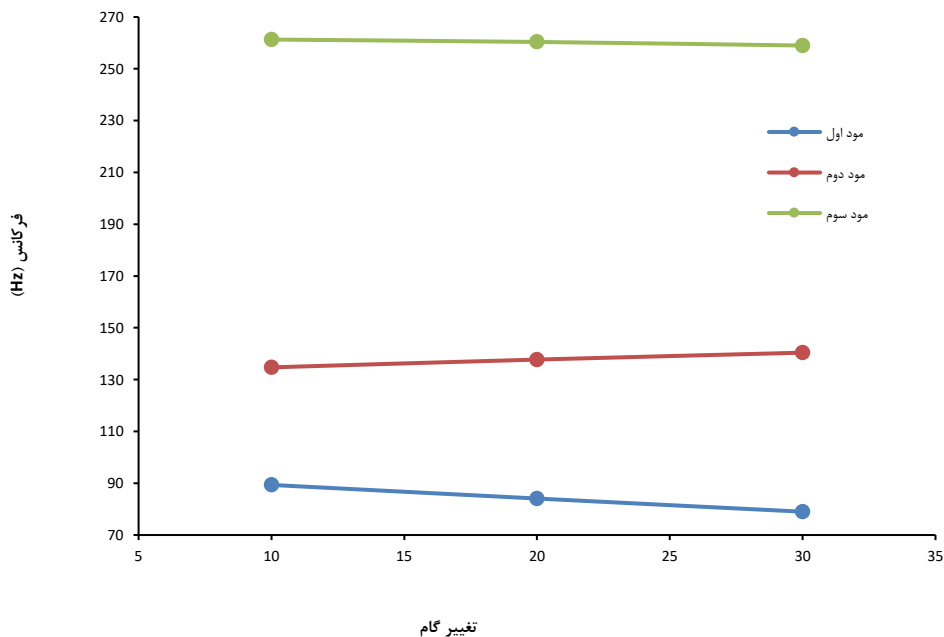


شکل ۲۰- تغییرات فرکانس‌های طبیعی ملخ بر حسب سرعت دوران با زاویه گام ۲۰ درجه

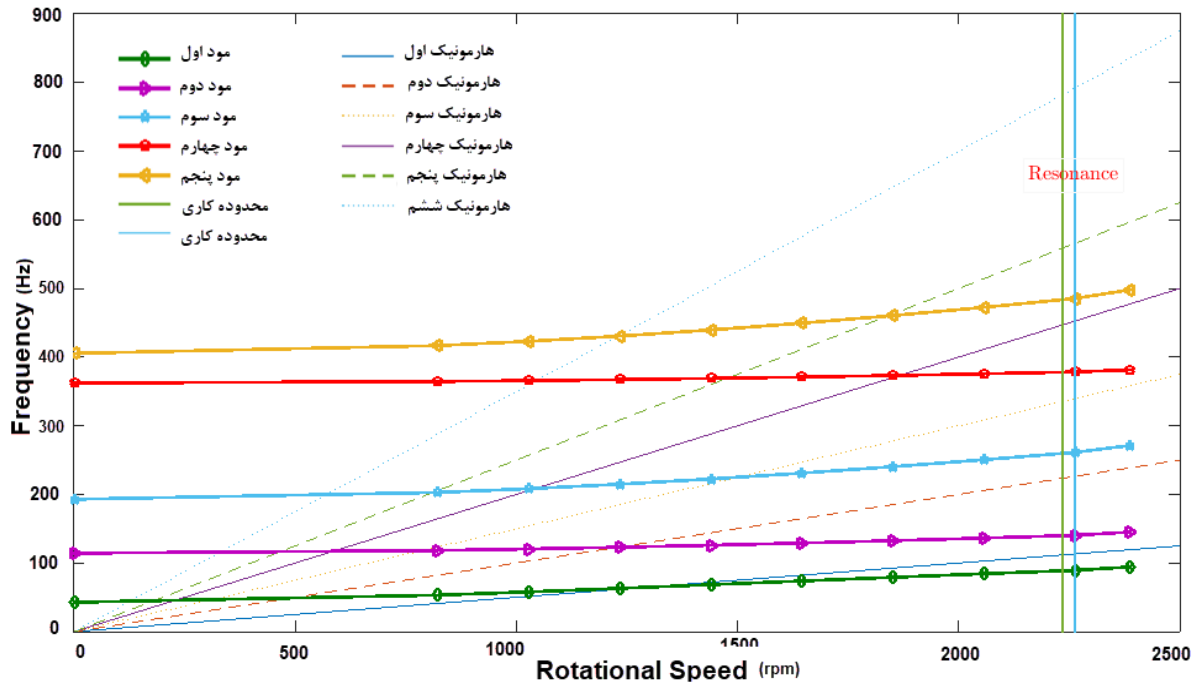
مطابق با جدول (۴) و همچنین شکل (۱۹) تا (۲۱) تغییرات فرکانس طبیعی ملخ در حالت دورانی در سرعت‌های متفاوت با افزایش گام به این صورت است که در مودهای فرد، کاهش فرکانس و در مودهای زوج افزایش فرکانس را می‌توان مشاهده کرد که با افزایش شماره مود مقدار این تغییرات کمتر است. همچنین با افزایش سرعت دورانی ملخ، همه‌ی فرکانس‌های طبیعی آن، افزایش یافته است.



شکل ۲۱- تغییرات فرکانس‌های طبیعی ملخ برحسب سرعت دوران با زاویه گام ۳۰ درجه



شکل ۲۲- تغییرات فرکانس طبیعی در اثر تغییر گام در سرعت ۲۲۶۳ rpm



شکل ۲۲- دیاگرام اسپیک پرهی ملخ

در شکل (۲۲) تغییرات فرکانس طبیعی در اثر تغییر گام به طور مجزا در سرعت ۲۲۶۳ دور بر دقیقه نمایش داده شده است. جهت بررسی احتمال پدیده رزونانس در پره‌های ملخ از دیاگرام اسپیک استفاده می‌شود. با توجه به اینکه (ملخ) هواپیمای مورد تحقیق دارای سه پره است در پژوهش حاضر، تنها هارمونیک‌های ضرایب سه اهمیت دارند (هارمونیک‌های سه، شش و ...) [۳۵].

مطابق شکل (۲۳)، دیاگرام اسپیک برای پره‌های ملخ مورد آزمایش با استفاده از نتایج المان محدود رسم شده است. محدوده کاری این ملخ بین سرعت ۲۲۳۵ تا ۲۲۶۳ دور بر دقیقه بوده، لذا در این محدوده، تداخل بین فرکانس‌های تحریک و فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از پره ملخ مشاهده نشده و مشکل رزونانسی برای پره به وجود نمی‌آید.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثر تغییر گام بر ارتعاشات آزاد ملخ گام متغیر بررسی شد. معادلات دینامیکی یک پره و حل آن از روش گالرکین استخراج گردید. پس از کد نویسی، روابط عددی به دست آمده به زبان متلب و صحت سنجی آن، گام‌های ۱۰، ۲۰ و ۳۰ درجه به پره اعمال شد و در سرعت‌های دورانی مختلف، تغییرات فرکانس طبیعی پره بررسی گردید. به منظور مدل‌سازی دقیق‌تر و کاستن از خطای هندسه و نزدیک کردن شرایط تحلیل به شرایط واقعی از اسکنر سه‌بعدی جهت استخراج ابر نقاط ملخ و تبدیل آن به مدل سالیید به کمک نرم‌افزار کتیا در دستور کار قرار گرفته شد. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی سیستم، آزمایش تراست استاتیکی انجام شده و نیروی تراست تولیدی پره و گشتاور ایجاد شده در دوره‌های مختلف استخراج شد. نتایج، روند افزایشی تراست و گشتاور ملخ با افزایش دور و نیز افزایش تراست، با افزایش گام ملخ را نشان می‌دهد. جهت استخراج فرکانس‌های طبیعی پره مورد نظر با روش تجربی می‌بایست آزمون مودال تجربی انجام می‌شد.

به‌منظور انجام آنالیز مودال دینامیکی امکان استفاده از روش‌هایی همچون استفاده از سنسورهای تماسی و سنسورهای لیزری میسر نشد و درنهایت از نرم‌افزار آباکوس جهت شبیه‌سازی آنالیز مودال دینامیکی استفاده شد. نتایج عددی و تجربی با خطای کمتر از ۵ درصد، مطابقت داشتند. نتایج تجربی نیز مشابه نتایج تحلیلی، کاهش فرکانس طبیعی برای مودهای فرد و افزایش فرکانس طبیعی برای مودهای زوج با افزایش گام در حالت دورانی را نشان می‌دهد که این تغییرات در مودهای بالاتر کمتر شده است. همچنین با تحقیق بر روی فرکانس‌های طبیعی مشاهده گردید که با افزایش دور ملخ، فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابند که دلیل این امر نیز سفتی است که در اثر نیروی گریز از مرکز به پره ملخ اعمال می‌گردد. درنهایت با توجه به دیاگرام تشدید در محدوده‌ی کاری، تداخل بین فرکانس‌های تحریک و فرکانس‌های طبیعی به‌دست‌آمده از پره ملخ مشاهده نگردید بنابراین مشکل رزونانسی برای پره به وجود نمی‌آید.

فهرست نمادهای انگلیسی

ϕ	تغییر شکل ناشی از تنش در جهت Z
ε_T	کرنش حاصل از کشش دوران
e_A	فاصله بین مرکز فشار و مرکز الاستیک سطح مقطع پره
β	زاویه‌ی حمله یا تغییر گام ملخ
K_A	شعاع ژیراسیون قطبی سطح مقطع پره حول محور الاستیک آن
I_1	ممان اینرسی محور X
I_2	ممان اینرسی محور Y
B	ثابت‌های سطح مقطع پره
p	بارهای وارده به پره ملخ
q	ممان‌های وارده به پره ملخ
L_y	نیروی آیرودینامیکی جانبی وارد بر صفحه دوران
L_z	نیروی آیرودینامیکی عمودی وارد بر صفحه دوران
R	طول کل پره ملخ
r	پارامتر بی‌بعد شده طول

مراجع

- [1] J. C. Houbolt and G. W. Brooks, *Differential Equations of Motion for Combined Flapwise Bending, Chordwise Bending, and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades*. National Advisory Committee for Aeronautics, 1957. <https://books.google.com/books?id=Kg0NopZwy4oC>.
- [2] W. F. White Jr and R. E. Malatino, "A Numerical Method for Determining the Natural Vibration Characteristics of Rotating Nonuniform Cantilever Blades," 1975. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19760003417/downloads/19760003417.pdf>.
- [3] V. Murthy, "Dynamic Characteristics of Rotor Blades-Integrating Matrix Method," *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 4, pp. 595-597, 1977, doi: <https://doi.org/10.2514/3.7349>.
- [4] D. Pnueli, "Natural Bending Frequency Comparable to Rotational Frequency in Rotating Cantilever Beam," 1972, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3422729>.
- [5] A. Wright, C. Smith, R. Thresher, and J. Wang, "Vibration Modes of Centrifugally Stiffened Beams," 1982, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3161966>.
- [6] S. Naguleswaran, "Lateral Vibration of A Centrifugally Tensioned Uniform Euler-Bernoulli Beam," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 176, No. 5, pp. 613-624, 1994/10/06/ 1994, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1402>.
- [7] Y. Yang, H. Xiang, J. Gao, K. Xu, R. Yang, and N. Ge, "Experimental Study of the Vibration Phenomenon of Compressor Rotor Blade Induced by Inlet Probe Support," *Journal of Thermal Science*, Vol. 30, pp. 1674-1683, 2021, doi: <https://doi.org/10.1007/s11630-021-1447-y>.
- [8] G. Ferreira Gomes, J. A. Souza Chaves, and F. A. de Almeida, "An Inverse Damage Location Problem Applied to AS-350 Rotor Blades using Bat Optimization Algorithm and Multiaxial Vibration Data," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 145, p. 106932, 2020/11/01/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106932>.
- [9] K. V. Savchenko, A. P. Zinkovskii, and R. Ryzdowski, "Effect of the Contact Surfaces Orientation in the Shrouded Flanges and Level of Vibration Excitation in the Rotor Blades on Their Vibration Stress State," *Strength of Materials*, Vol. 52, No. 2, pp. 205-213, 2020/03/01 2020, doi: 10.1007/s11223-020-00167-w.
- [10] S. Stapelfeldt and C. Brandstetter, "Non-synchronous Vibration in Axial Compressors: Lock-in Mechanism and Semi-analytical Model," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 488, p. 115649, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115649>.
- [11] A. Bazoune, "Relationship between Softening and Stiffening Effects in Terms of Southwell Coefficients," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 287, No. 4-5, pp. 1027-1030, 2005, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.02.014>.
- [12] A. Bazoune, Y. Khulief, and N. Stephen, "Further Results for Modal Characteristics of Rotating Tapered Timoshenko Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 219, No. 1, pp. 157-174, 1999, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1906>.

- [13] B. Al-Bedoor and M. Hamdan, "Geometrically Non-linear Dynamic Model of a Rotating Flexible Arm," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 1, pp. 59-72, 2001, doi: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022460X00931997#:~:text=https%3A%2F%2Fdoi.org%2F10.1006%2Fjsvi.2000.3199>.
- [14] S. Lin, "The Instability and Vibration of Rotating Beams with Arbitrary Pretwist and an Elastically Restrained Root," *J. Appl. Mech.*, Vol. 68, No. 6, pp. 844-853, 2001, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1408615>.
- [15] S. Y. Lee, S. M. Lin, and C. T. Wu, "Free Vibration of a Rotating Non-uniform Beam with Arbitrary Pretwist, an Elastically Restrained Root and a Tip Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 273, No. 3, pp. 477-492, 2004, doi: [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00506-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00506-6).
- [16] S.-M. Lin, S.-Y. Lee, and W.-R. Wang, "Dynamic Analysis of Rotating Damped Beams with an Elastically Restrained Root," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 46, No. 5, pp. 673-693, 2004, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2004.05.011>.
- [17] S. T. Francis, I. E. Morse, and R. T. Hinkle, *Mechanical Vibrations: Theory and Applications*. Allyn & Bacon, 1978.
- [18] D. Findeisen and K. Popp, *Systems Dynamics and Mechanical Vibrations: An Introduction*, 5th ed. (Appl. Mech. Rev., no. 3). Prentice Hall, 2002, pp. B49-B50. https://www.researchgate.net/profile/V-T-T-Nguyen/publication/273330566_Basic_Mechanical_Vibrations/links/54fecf170cf2741b69f164f2/Basic-Mechanical-Vibrations.pdf.
- [19] S. Rao and R. Gupta, "Finite Element Vibration Analysis of Rotating Timoshenko beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 242, No. 1, pp. 103-124, 2001, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3362>.
- [20] H. Moeenfard, B. M. Imani, M. Davoudi, and A. Rahimzadeh, "Dynamic Instability in Tapered Beams under Wind Excitation," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, 2015. [Online]. Available: <https://mme.modares.ac.ir/article-15-7432-en.pdf>.
- [21] R. Warikoo and M. Haddara, "Analysis of Propeller Shaft Transverse Vibrations," *Marine Structures*, Vol. 5, No. 4, pp. 255-279, 1992, doi: [https://doi.org/10.1016/0951-8339\(92\)90014-G](https://doi.org/10.1016/0951-8339(92)90014-G).
- [22] L. Jun, L. Wanyou, S. Rongying, and H. Hongxing, "Coupled Bending and Torsional Vibration of Nonsymmetrical Axially Loaded Thin-walled Bernoulli-Euler Beams," *Mechanics Research Communications*, Vol. 31, No. 6, pp. 697-711, 2004, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2004.04.005>.
- [23] B. Yardimoglu and D. J. Inman, "Coupled Bending-bending-torsion Vibration of a Rotating Pre-twisted Beam with Aerofoil Cross-section and Flexible Root by Finite Element method," *Shock and Vibration*, Vol. 11, No. 5-6, pp. 637-646, 2004. [Online]. Available: <https://content.iospress.com/articles/shock-and-vibration/sav00265>.

- [24] G. M. Vörös, "On Coupled Bending–torsional Vibrations of Beams with Initial Loads," *Mechanics Research Communications*, Vol. 36, No. 5, pp. 603-611, 2009, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2009.01.006>.
- [25] R. Vysoký, "Current Capabilities of Modal Analysis of Aircraft Propeller in ANSYS Mechanical Environment," *Advances in Military Technology*, Vol. 12, No. 1, pp. 33-47, 2017, doi: <https://doi.org/10.3849/aimt.01160>.
- [26] J. Tian, Z. Zhang, Z. Ni, and H. Hua, "Flow-induced Vibration Analysis of Elastic Propellers in a Cyclic Inflow: An Experimental and Numerical Study," *Applied Ocean Research*, Vol. 65, pp. 47-59, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apor.2017.03.014>.
- [27] S. H. Abbas, J.-K. Jang, D.-H. Kim, and J.-R. Lee, "Underwater Vibration Analysis Method for Rotating Propeller Blades using Laser Doppler Vibrometer," *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 132, p. 106133, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2020.106133>.
- [28] X. Tong and Y. Chen, "Random Response of Highly Skewed Propeller-shafting System Induced by Inflow Turbulence," *Ocean Engineering*, Vol. 195, p. 106750, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106750>.
- [29] J. Pirkandi, M. Mahmoodi, and M. Rezvandoost, "An Experimental, Analytical and Numerical Investigation of Static Performance of an Electromotor Driven Propeller with Application in UAVs," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, 2015. [Online]. Available: <https://mme.modares.ac.ir/article-15-2146-en.pdf>.
- [30] F. Chen, Y. Chen, and H. Hua, "Vibration Analysis of a Submarine Elastic Propeller-Shaft-hull System using FRF-based Substructuring Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 443, pp. 460-482, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.11.053>.
- [31] S. Bornassi, T. Berruti, C. Firrone, and G. Battiato, "Vibration Parameters Identification of Turbomachinery Rotor Blades under Transient Condition using Blade Tip-Timing Measurements," *Measurement*, Vol. 183, p. 109861, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109861>.
- [32] A. Ren, Y. Wang, M. Zhang, and T. Sun, "Deformation and Vibration Analysis of Compressor Rotor Blades Based on Fluid-structure Coupling," *Engineering Failure Analysis*, Vol. 122, p. 105216, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2021.105216>.
- [33] H. Chen, X. Tong, Z. He, and Y. Chen, "Numerical and Experimental Studies on the Hydrodynamic Damping of a Zero-thrust Propeller," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 94, p. 102957, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2020.102957>.
- [34] V. Murthy, "Dynamic Characteristics of Rotor Blades," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 49, No. 4, pp. 483-500, 1976, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(76\)90830-0](https://doi.org/10.1016/0022-460X(76)90830-0).
- [35] R. L. Bielawa, *Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006, <https://doi.org/10.2514/4.862373>.

Effect of Pitch Variation on a Propeller Frequencies Analytically, Numerically and Experimentally

*Corresponding author: **Mohammad Reza Elhami**

Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Engineering Faculty,
Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran

melhami@ihu.ac.ir

Mohammad Reza Najafi

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Engineering Faculty,
Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran

Drmrnajafi@ihu.ac.ir

Asad Allah Panahandeh

M.Sc., Department of Mechanical Engineering, Technical and Engineering Faculty, Imam Hossein
Comprehensive University, Tehran, Iran

panahandeh@gmail.com

Abstract

In this paper, effect of pitch variation on vibrations of a propeller variable pitch is studied numerically and experimentally. The free vibrations equations of a propeller blade were extracted using the Galerkin method. A three-dimensional scanner was utilized to obtain blade profile and static trust with the aim of determining propeller loading status. To obtain modal analysis, the simulation analysis was done using Abaqus software in rotating condition, and results were validated with experimental modal test in static status. Both of experimental and analytical methods results represent that with increasing pitch, the variations of natural frequency are reduced and increased at odd and even frequency modes, respectively. Considering the campbell diagram, no resonance problem was observed in the case of the propeller blade, at working period.

Keywords: Propeller blade vibrations, Natural frequency, Variable pitch propeller, Galerkin method, Modal analysis