

تحلیل عملکرد گذرا و نامی یک سرماساز لوله ضربانی چند طبقه گرما صوتی

محسن بهرامی^۱
دکتری

در این مقاله، مشخصات شروع و پایای نوسانی یک سرماساز چند طبقه گرما صوتی حلقه-شاخه و عدم قطعیت عملکرد آن نسبت به پارامترهای موثر، محاسبه و بحث می شود. در این راستا، عملکرد شروع و نامی سامانه با استفاده از حل عددی معادلات یک-بعدی رات، شبیه سازی می شود. نتایج عددی و تجربی یک سامانه مشابه، اعتبار نتایج مقاله حاضر را تایید می کند. ارزیابی پارامترهای عملکردی نشان می دهد که برخلاف یافته های پیشین، افزایش تعداد طبقات یا افزایش کمینه فشار شارژ سامانه، لزوماً باعث بهبود عملکرد ترمودینامیکی نمی شود. همچنین با افزودن هسته ترمودینامیکی اضافه در هر طبقه، مقدار کار آکوستیکی و آنتالپی کل و عدم قطعیت آن افزایش و اثر ضریب رسانش حرارتی جامد کاهش می یابد.

فتح الله امی^۲
استاد

واژه های راهنما: سرماساز لوله ضربانی، سامانه چند طبقه حلقه-شاخه، مشخصات پایای نوسانی، مشخصات شروع، کمی سازی عدم قطعیت

۱- مقدمه

روش تبدیل انرژی گرماسوتی، ظرفیت های قابل رشدی را در زمینه تولید الکتریسیته و سرمایه گذاری دارد. در این راستا تلاش هایی برای بهبود عملکرد سامانه های گرماسوتی انجام شده است. موضوعاتی چون امکان کاهش دمای گرم در موتور [۱ و ۲] و دمای سرد در یخچال [۳ و ۴]، افزایش بازدهی [۵ و ۶]، کاهش ابعاد و وزن [۳ و ۷-۱۰] و افزایش سطح انتقال حرارت مبدل حرارتی سرد [۱۱] به منظور بهینه سازی و تطبیق با شرایط کاری در دسترس، مورد توجه بوده اند.

مفاهیم فناوری گرماسوتی در ابتدا از لوله آوازخوان شروع شد. این وسیله شامل یک لوله ساده یک سر بسته موج ایستا بود که در اثر حرارت شعله، صوت تولید می کرد [۱۲]. به صورت مشابه، موتور موج ایستای گرماسوتی بر مبنای سیکل استرلینگ، حرارت ورودی به هسته حرارتی را به کار صوتی تبدیل می کند. قدم بعدی در جهت افزایش بازدهی سامانه موج ایستا، موتور گرماسوتی موج رونده حلقوی بود که توسط کپرلی

^۱ دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران bahramymohsen@modares.ac.ir
^۲ نویسنده مسئول، استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران fommi@modares.ac.ir

ارائه شد [۱۳ و ۱۴]. دلیل بهبود بازدهی در این حالت، فرآیند تبادل حرارت تقریباً بازگشت پذیری است که به واسطه آن تماس حرارتی کامل بین گاز و دیواره جامد برقرار می شود. موتور مورد اشاره توسط یازاکی و همکاران نیز ساخته و مورد آزمایش قرار گرفت [۱۵]. آن ها عنوان کردند که نسبت دمای شروع موتورهای موج رونده بسیار کم تر از موتورهای موج ایستا است. سپس بک هاوس و سوئیفت، پیکربندی موج رونده کپرلی را، به صورت ارتقاء یافته حلقه-شاخه، مورد آزمایش قرار دادند [۱۶]. در سیستم مذکور، موتور روی حلقه، موج صوتی را تقویت می کند و به شاخه ای که به حلقه متصل است می فرستد. روی شاخه، بار قرار دارد که می تواند مدل جایگزینی از ژنراتور تولید الکتروسیته و یا یخچال باشد. هم چنین حل یک بعدی به کمک نرم افزار دلتا ای سی انجام شد و اثر هر یک از المان ها در تلفات اکسرژی مورد مطالعه قرار گرفت. در این راستا، تلفات لزجی، حرارتی و نشتی بازیاب و جریان ثانویه لوله حائل حرارتی، به عنوان سهم اصلی تلفات شناخته شدند. در این خصوص، به منظور کاهش تلفات، راه حل هایی که شامل تغییر هندسه بازیاب و لوله حائل حرارتی بود را پیشنهاد دادند. پیرنس و همکاران، با ایجاد تغییراتی روی پیکربندی پیشنهادی بک هاوس و سوئیفت، یک سرماساز شاخه-حلقه را مورد مطالعه و آزمایش قرار دادند [۱۷]. در سامانه پیشنهادی آن ها، یخچال روی حلقه و موتور روی شاخه بود. آن ها با اضافه کردن یک غشای متحرک توانستند ضریب عملکرد یخچال را، به دلیل حذف جریان ثانویه، افزایش دهند.

به منظور افزایش بهره توان صوتی، به خصوص در دمای گرم پایین، دבלاک یک موتور چهارطبقه موج رونده کم حجم، با طبقات متقارن ساخت [۱۸ و ۱۹]. پیکربندی پیشنهادی او با کم کردن تلفات صوتی نسبت به مدل حلقه-شاخه سوئیفت، مقدار اختلاف دمای شروع نوسانات را به حداقل ۳۰ کلوین رساند. پژوهش های فراوانی بر مبنای کار دبلاک تا به امروز صورت گرفته است. ژانگ و چانگ، شبیه سازی یک بعدی مربوط به یک یخچال و سه موتور روی یک حلقه را به کمک نرم افزار دلتا ای سی انجام و دمای گرم شروع را به کمک روش ماتریس محاسبه کردند [۲۰]. یانگ و همکاران نیز، با مطالعه پیکره پیشنهادی دبلاک، یک موتور حلقوی سه طبقه را با دمای گرم کم تر از ۲۰۰ درجه سانتی گراد و بازدهی حدود ۱۰ درصد به منظور تامین بارهای صوتی، مورد آزمایش قرار دادند [۲۱]. در کار جداگانه ای، یانگ و همکاران، توانستند به کمک پوشش لایه بخار میعان روی سطح جامد بازیاب-یا بازیاب خیس- به بازدهی مناسبی در دمای شروع پایین برسند [۲۲]. تن و همکاران، با استفاده از یک موتور گرماصوتی حلقوی کم حجم که مبدل حرارتی آن با هوا خنک می شد، توانستند به اختلاف دمای شروع ۴۶ درجه سانتی گراد برسند [۲۳]. در راستای کاهش دمای گرم شروع و پایا، خیائو و همکاران با قراردادن ستون های مایع روی حلقه یک سامانه جفت شده موتور-یخچال گرماصوتی، به کمینه دمای شروع ۳۲/۵ کلوین رسیدند و مدل گذرای همترائی الکتریکی سامانه را ارائه کردند [۲۴]. در همین راستا، اورپ و همکاران به حداقل اختلاف دمای گرم و محیط شروع نوسانات ۳۴۷ درجه سانتی گراد در فشار متوسط ۳/۵ بار برای یک ژنراتور گرماصوتی موج ایستا رسیدند [۲۵]. به منظور افزایش بازدهی حرارتی در موتور گرماصوتی، برومنده و همکاران از صفحات موج دایروی و مثلثی استفاده کردند. البته این روش در یخچال های گرماصوتی اثر معکوس داشت [۴]. در این رابطه، رهپیم و ابراهیمی برای افزایش ضریب عملکرد یک یخچال گرماصوتی استفاده از یک ترکیب گازی با عدد پرائتل پایین را پیشنهاد دادند [۲۶]. خو و همکاران به منظور افزایش بازدهی نسبی کارنو نسبت به سامانه های قبلی (مثل سرماساز پیرنس و همکاران [۱۷] و

ژانگ و چانگ [۲۰] در یک سامانه کم حجم، ایده سرماساز سه طبقه حلقه-شاخه سرماساز لوله ضربانی با راه انداز موتور گرماصوتی را ارائه کردند [۲۷]. سامانه مورد نظر شامل سه موتور روی حلقه بود که توان صوتی مورد نیاز برای سه یخچال روی سه شاخه متمایز را فراهم می کردند. آن ها اثرات محلی تغییر قطر و طول لوله تقویت کننده را روی بازدهی و هم چنین اثر حرارت ورودی روی دمای سرمای شروع را بررسی کردند. با این وجود، بررسی اثر کلی هر یک از اجزاء روی پارامترهای عملکردی پایا و مشخصات شروع صورت نگرفت. هم چنین در مقالات مورد اشاره، در رابطه با مشخصات شروع سامانه های سرماساز و پارامترهای موثر بر آن تحقیق وسیعی انجام نشده است.

در این مقاله با انگیزش کار خو و همکاران [۳] سعی می شود ضمن محاسبه مشخصات شروع، حساسیت سنجی عملکرد کلی سامانه - که شامل مشخصات شروع و نامی سامانه می شود- نسبت به پارامترهای موثر در مدل سازی انجام شود. در این خصوص، ابتدا به کمک روش ماتریس، مشخصات شروع سامانه سرماساز محاسبه می شود. سپس مشخصات حالت پایای نوسانی به کمک نرم افزار دلتا ای سی محاسبه و مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج این بخش برای تعداد طبقات مختلف، پارامترهای هندسی و کاری مختلف مقایسه می شود. در پایان به کمک روش حساسیت سنجی کلی مورس، اثر متغیرهای هندسی، مدل سازی و مشخصات مواد مورد سنجش قرار می گیرد تا مشارکت هر یک در عدم قطعیت مشخصات سیستم ارزیابی شود.

۲- روش مدل سازی و حل مسئله

روش مدل سازی عملکرد سامانه سرماساز و حساسیت سنجی و کمی سازی عدم قطعیت پارامترهای مشخصات شروع و عملکرد حالت پایا در این بخش ارائه شده است. مدل سازی شامل شبیه سازی فیزیکی، ریاضی و اعتبارسنجی است. تحلیل حساسیت نیز شامل تعریف ورودی ها/خروجی هایی که عدم قطعیت دارند، تعریف مقادیر بهره ای^۳ و رتبه بندی پارامترها است. به کمک نتایج حاصله از تحلیل حساسیت پارامترهای خروجی، می توان پیچیدگی مدل، ترانس های هندسی موثر نامطلوب و فاکتورهای غیرموثر را به نحوی که محدوده عدم قطعیت خروجی ها به صورت مطلوب درآید، تغییر داد.

۲-۱- تئوری محاسبه مشخصات شروع و عملکرد پایای نوسانی

برای محاسبه دمای شروع از تئوری گرماصوتی خطی یک بعدی رات استفاده می شود. برای این کار از ترکیب دو معادله ماتریسی روی حلقه و روی شاخه استفاده می شود. در این راستا، معادله پیوستگی و مومنتوم برای اجزای سامانه گرماصوتی شامل بازیاب -صفحه صاف یا دایروی- لوله ها و مبدل های حرارتی به صورت معادله (۱) و (۲) قابل استفاده است.

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{i\omega\rho_m}{(1-f_v)A_g}U \quad (1)$$

³ Quantity of interest (QOI)

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{i\omega A_g}{\rho_m a^2} \left(1 + \frac{(\gamma-1)f_k}{1+\varepsilon_s} \right) p + \frac{\beta(f_k - f_v)}{(1-f_v)(1-\sigma)(1+\varepsilon_s)} \frac{dT_m}{dx} U \quad (2)$$

برای بازیاب های غیرمنظم می توان به مرجع [۲۸] رجوع کرد. سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی بالا دستگاه ماتریسی را ایجاد می کند که می توان به کمک شرایط مرزی و شرایط تکراری طبقات مختلف در حلقه و شاخه، آن را نوشت. خواننده برای ریز جزئیات این معادله می تواند به مرجع [۲۹] مراجعه کند. در نهایت به منظور محاسبه دمای گرم شروع و فرکانس تشدید سامانه، معادله مقدار ویژه (۳) - برای قسمت حقیقی و موهومی آن - باید حل گردد.

$$1 \times \left(-M_{12} \Big|_1^2 \times -\frac{M_{35} \Big|_2^1 e^{j4\theta}}{M_{35} \Big|_2^2} - e^{j4\theta} \times \left(\frac{e^{j4\theta}}{M_{35} \Big|_2^2} - M_{12} \Big|_2^2 \right) \right) \\ + M_{12} \Big|_1^1 \left(\left(\frac{M_{35} \Big|_1^2}{M_{35} \Big|_2^2} + \frac{M'_{46} \Big|_1^2}{M'_{46} \Big|_1^1} \right) \times \frac{M_{35} \Big|_2^1 e^{j4\theta}}{M_{35} \Big|_2^2} - \left(-M_{35} \Big|_1^1 + M_{35} \Big|_2^1 \frac{M_{35} \Big|_1^2}{M_{35} \Big|_2^2} \right) \times \left(\frac{e^{j4\theta}}{M_{35} \Big|_2^2} - M_{12} \Big|_2^2 \right) \right) \quad (3) \\ - M_{12} \Big|_2^1 \left(\left(\frac{-M_{35} \Big|_1^2}{M_{35} \Big|_2^2} - \frac{M'_{46} \Big|_1^2}{M'_{46} \Big|_1^1} \right) \times e^{j4\theta} + \left(-M_{35} \Big|_1^1 + M_{35} \Big|_2^1 \frac{M_{35} \Big|_1^2}{M_{35} \Big|_2^2} \right) \times M_{12} \Big|_1^2 \right) = 0$$

۲-۲- روش های حل و اعتبارسنجی

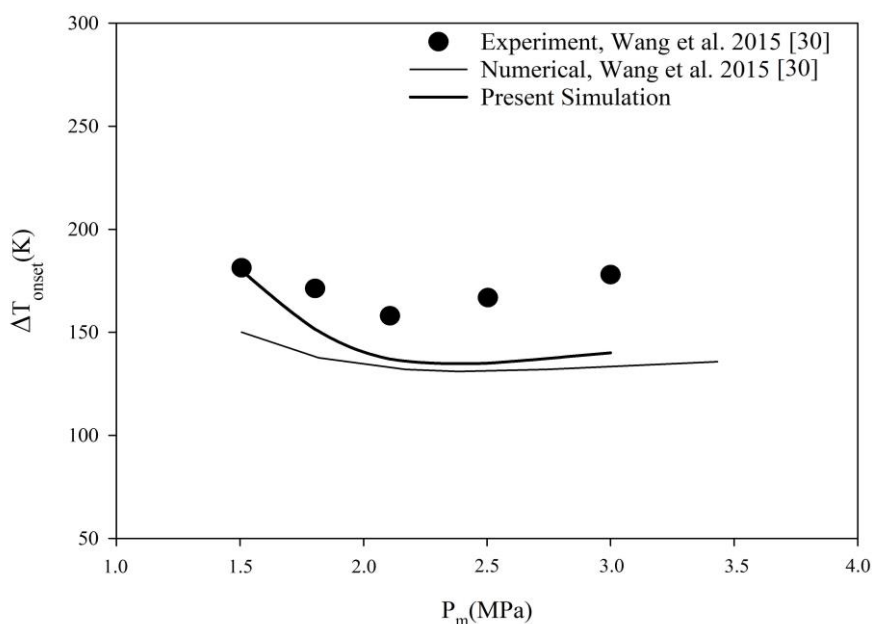
۲-۲-۱- روش حل مدل ریاضی مشخصات شروع و عملکرد نامی

برای گسسته سازی روبه جلوی معادله مقدار ویژه (۳) از روش رونگه کوتا مرتبه ۴ و برای حل آن از روش نیوتون رافسون استفاده می شود. هم چنین به منظور محاسبه عملکرد حالت پایای نوسانی سیستم گرمصوتی، از نرم افزار دلتا ای سی استفاده شده است. به کمک این نرم افزار، بایستی پارامترهای حدس و هدف در ابتدا مشخص گردد. در این خصوص، نرم افزار به کمک پارامترهای حدس اولیه، از معادلات پیوستگی و مومنتوم تا موقعیت هدف انتگرال گیری می کند. در صورتی که پارامترهای هدف برآورد شوند حل به پایان می رسد در غیر این صورت حدس دوباره تغییر می کند و مراحل پیدا کردن جواب تا به حداقل رسیدن خطا دنبال می شود. معادلات پیوستگی و مومنتوم مرجع [۲۸] برای مبدل ها و بازیاب های نامنظم و معادلات پیوستگی و مومنتوم (۱) و (۲) در لوله ها و مبدل های حرارتی با شکل های متداول استفاده می شود.

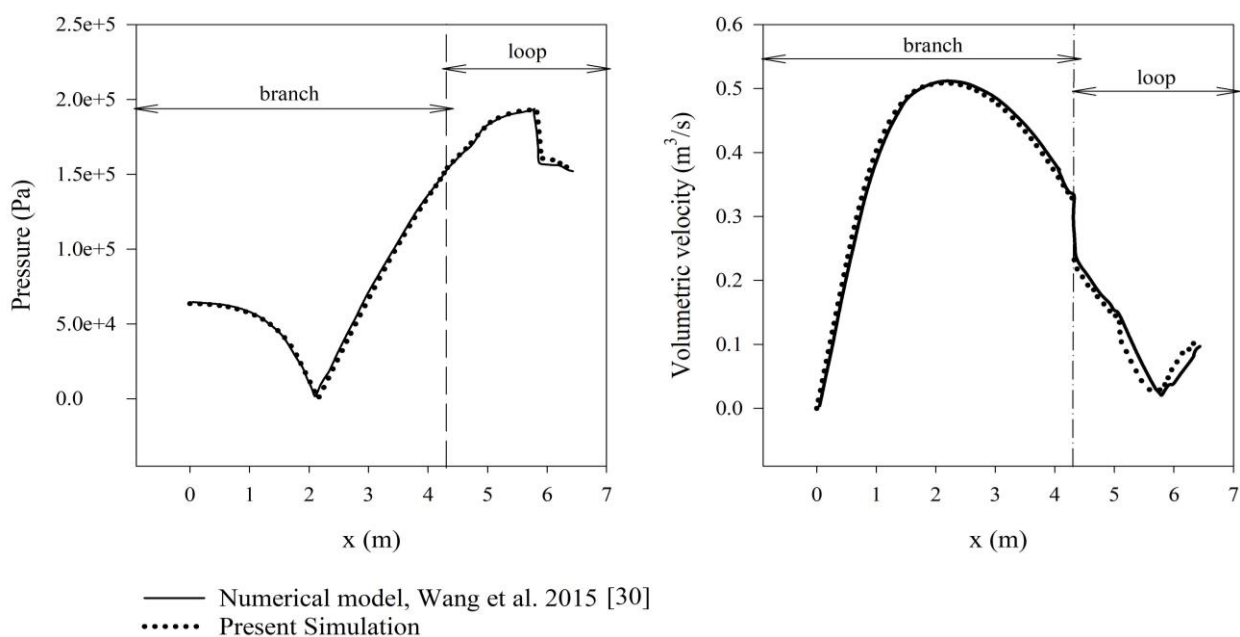
۲-۲-۲- اعتبارسنجی

در این قسمت، اعتبارسنجی دو روش حل جداگانه ای که برای محاسبه مشخصات شروع و عملکرد حالت پایای سامانه مورد استفاده قرار گرفته است، ارائه می شود. در ابتدا مشخصات شروع سامانه ای مشابه که توسط ونگ و همکاران [۳۰] پیش بینی و آزمایش شده بود، با حل معادله مقدار ویژه (۳) مقایسه می شود.

این مقایسه در شکل (۱) قابل مشاهده است. مطابق با شکل، دو روش عددی به خصوص از مقدار فشار متوسط ۲ مگاپاسکال به بعد به هم نزدیک اند و هر دو از مقدار تجربی فاصله دارند. در واقع در حالت واقعی نسبت به تئوری، به اختلاف دمایی بیشتری برای شروع نوسانات نیاز است. دلیل این موضوع را می توان در فاصله بین مبدل های حرارتی و بازیاب دید. در این حالت اختلاف دمایی مبدل های حرارتی با اختلاف دمایی دو سر بازیاب اختلاف دارند و این موضوع در شبیه سازی دیده نشده است. هم چنین تلفات غیرخطی حرارتی و افت فشار که می تواند دامنه فشار و سرعت نوسانی و آنتالپی کل گاز را تغییر دهد، در مدل سازی دیده نشده است.



شکل ۱- مقایسه حل حاضر با حل عددی ونگ و همکاران [۳۰] برای اختلاف دمایی شروع نوسانات نسبت به فشار متوسط



شکل ۲- مقایسه حل حاضر با حل عددی ونگ و همکاران [۳۰] برای تغییرات دامنه نوسانات فشار و سرعت حجمی در طول حلقه و شاخه

نتایج حل حالت نوسانی پایا در مقاله حاضر با کار ونگ و همکاران [۳۰] در شکل (۲) مقایسه شده است. مطابق با این شکل، جواب های عملکرد حالت پایای سیستم به خوبی توانسته است مقادیر پیش بینی قبلی را دنبال کند. حل سامانه چندطبقه ارائه شده در این مقاله در واقع همان پیکربندی یک طبقه مقاله مرجع است که شرط مرزی تکرارشونده به آن اضافه می شود بنابراین اعتبارسنجی به خوبی می تواند اعتبار روش حل را برای تعداد طبقات باظلاتر نیز تایید کند.

۳-۲- تحلیل عدم قطعیت

به منظور کمی سازی عدم قطعیت پارامترهای عملکردی مهم سامانه و ردیابی سهم هر یک از پارامترهای ورودی روی این پارامترهای عملکردی، تحلیل حساسیت سنجی به کمک روش موریس [۳۱] انجام می شود. این روش در رتبه بندی پارامترها و مقایسه کیفی اثر آن ها روی خروجی ها به کار گرفته می شود. به این منظور، ابتدا مجموعه ای از انواع ترکیب پارامترهای ورودی تولید می شود. اثر ابتدایی برای متغیر i ام که معادل مشتق پارامتر خروجی نسبت به پارامتر ورودی است به صورت معادله (۴) تعریف می شود.

$$EE_i = \frac{[Y(v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_i + \Delta v_i, \dots, v_k) - Y(v_1, v_2, \dots, v_k)]}{\Delta v_i} \quad (4)$$

با تغییر همه ی پارامترهای فضای متغیرهای ورودی، اثرات ابتدایی مطلق را می توان برای هر پارامتر با متوسط گیری روی کل محدوده تغییر متغیرها به صورت معادله (۵) به دست آورد.

$$\overline{EE_i}^* = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r |EE_i^j| \quad (5)$$

بزرگی این پارامتر، اثر هر یک از متغیرهای ورودی را روی پارامتر عملکردی مورد بررسی نشان می دهد. انحراف معیار اثر ابتدایی یک متغیر ورودی در معادله (۶) نشان داده شده است. این پارامتر می تواند به صورت کیفی، رفتار غیرخطی متغیر ورودی را نشان دهد.

$$\eta_{EE_i} = \sqrt{\frac{1}{r} \left(\sum_{j=1}^r EE_i^j - \overline{EE_i}^* \right)^2} \quad (6)$$

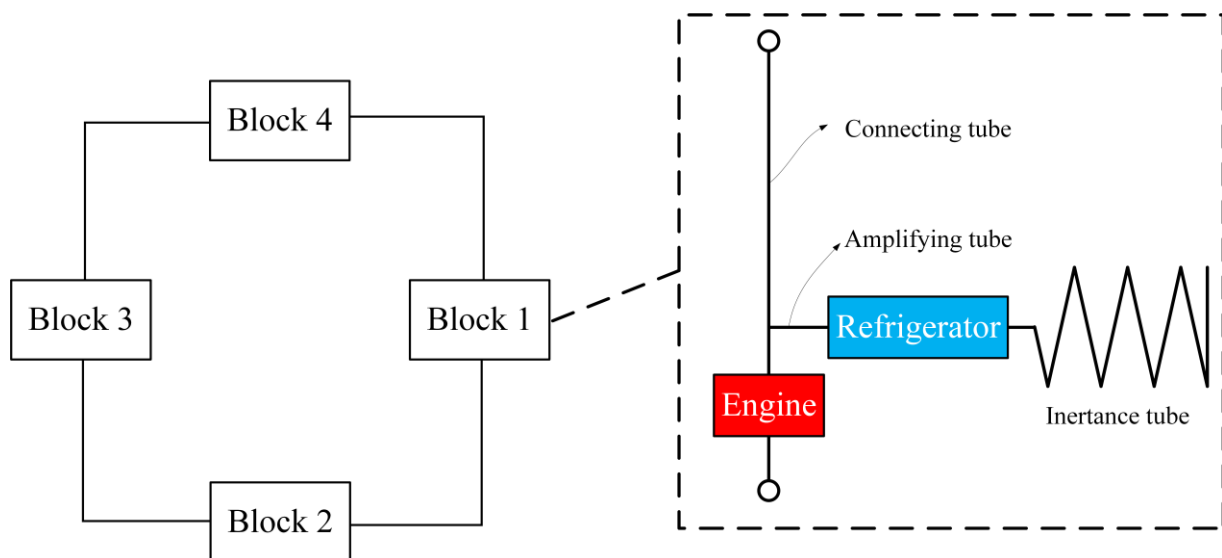
با توجه به این که واحد هر یک از پارامترها می تواند متفاوت از دیگری باشد، سین و جرنای [۳۲] پیشنهاد بی بعد کردن اثر ابتدایی موریس را به صورت معادله (۷) دادند. با این کار، امکان مقایسه پارامترهایی که واحد یکسانی با هم ندارند فراهم می شود.

$$\overline{SEE_i}^* = \overline{EE_i}^* \frac{\eta_{v_i}}{\eta_{Y_i}} \quad (7)$$

۳- نتیجه گیری و بحث

۳-۱- مدل هندسی

مدل مبنای سرماساز چهارطبقه و بلوک طبقه تکرارشونده در شکل (۳) قابل مشاهده است. در هر طبقه از این سامانه، یک موتور روی حلقه و یک سرماساز روی شاخه قرار گرفته است. مشخصات هندسه هر طبقه در جدول (۱) ارائه شده است. در این سامانه از گاز هلیوم در فشار متوسط ۵۵ بار استفاده شده است. دمای مبدل حرارتی گرم برابر ۳۰۰ کلوین و دمای مبدل حرارتی سرد برابر دمای میعان نیتروژن (۷۷ کلوین) قرار داده شده است.



شکل ۳- شماتیک سیستم سرماساز کلی در چپ و یک طبقه از سامانه سرماساز در راست

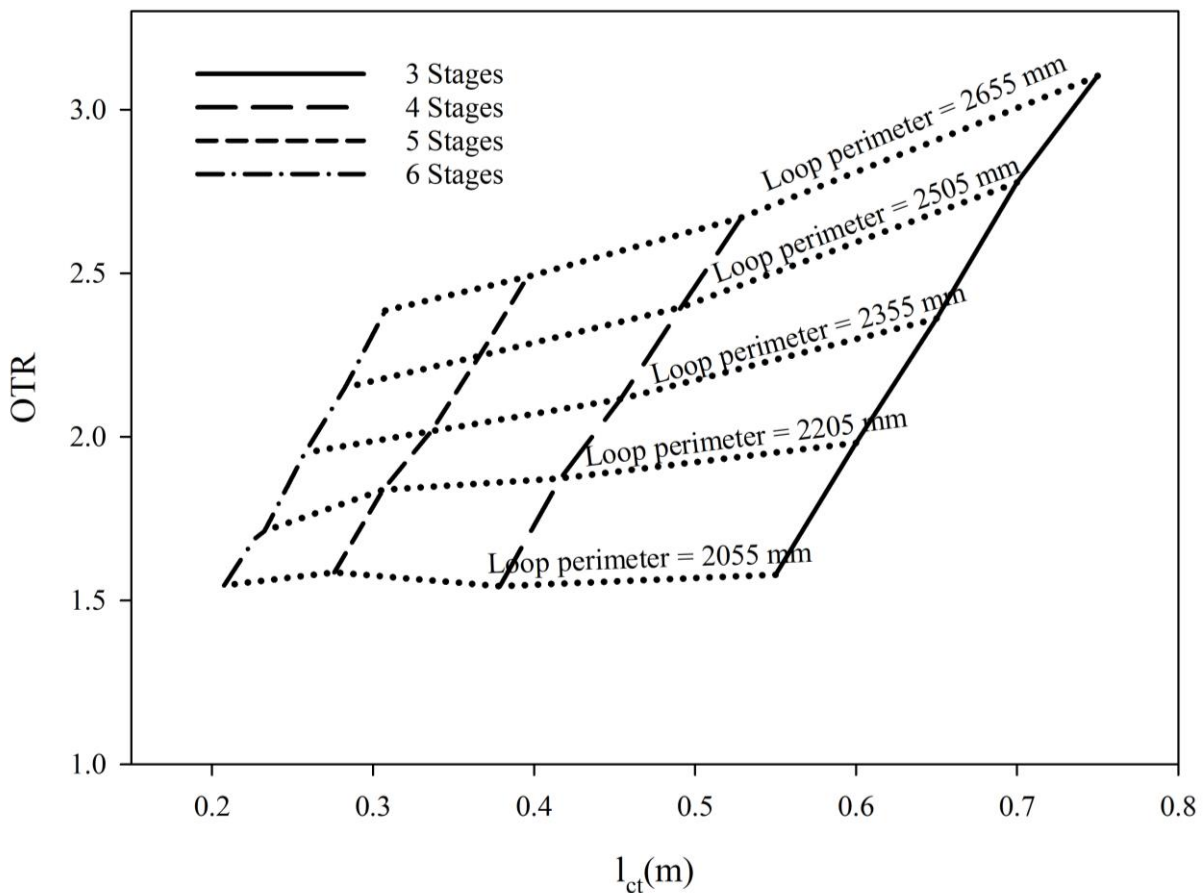
جدول ۱- مشخصات هندسی سامانه سرماساز

نوع مجموعه	جزء	ضریب تخلخل	طول (میلی متر)	قطر (میلی متر)
موتور	AHX1	۰/۳	۱۰	۲۲
	Regen	۰/۷۹	۱۶	۲۲
	HHX	۰/۲	۲۴	۲۲
	TBT	۱	۷۵	۲۲
	AHX2	۰/۴	۱۰	۲۲
	CT	۱	۶۵۹	۶
یخچال	APT	۱	۲۵۰	۴
	AHX1	۰/۲	۱۰	۲۳
	Regen	۰/۹	۲۵	۲۳
	CHX	۰/۳	۵	۲۳
	TBT	۱	۸	۲۳
	AHX2	۰/۴	۱۰	۲۳
	INT	۱	۱۲۹۰	۱۰

۳-۲- اثر چیدمان و پیکربندی روی مشخصات شروع

در این قسمت، اثر تغییر پیکربندی روی مشخصات شروع سامانه بررسی می شود. در این خصوص دو موضوع تغییر طول لوله اتصال و افزایش تعداد هسته های گرمصوتی مورد توجه قرار می گیرد. تغییر نسبت دمای شروع با طول لوله اتصال در طول حلقه های مختلف در شکل (۴) نشان داده شده است. در طول حلقه های بالاتر از ۲/۲ متر، افزایش طبقات باعث کاهش نسبت دمای شروع می شود ولی در طول حلقه های پایین تر از مقدار مذکور، افزایش طبقات اثری روی کاهش نسبت دمای شروع ندارد و حتی ممکن است باعث افزایش نسبت دمای شروع نیز گردد. به بیانی دیگر، برای اثربخشی مطلوب افزایش تعداد طبقات روی عملکرد حالت شروع نوسانات، باید فشار متوسط و یا طول حلقه از یک مقدار آستانه ای بیشتر باشد. علاوه بر این، باید توجه داشت که در تعداد طبقات کم تر، نسبت دمای شروع، قابلیت اطمینان کم تری دارد چرا که در این حالت، محدوده ی وسیع تری از نسبت دمای شروع نوسانات با تغییر طول حلقه و کمینه فشار متوسط، حاصل می گردد.

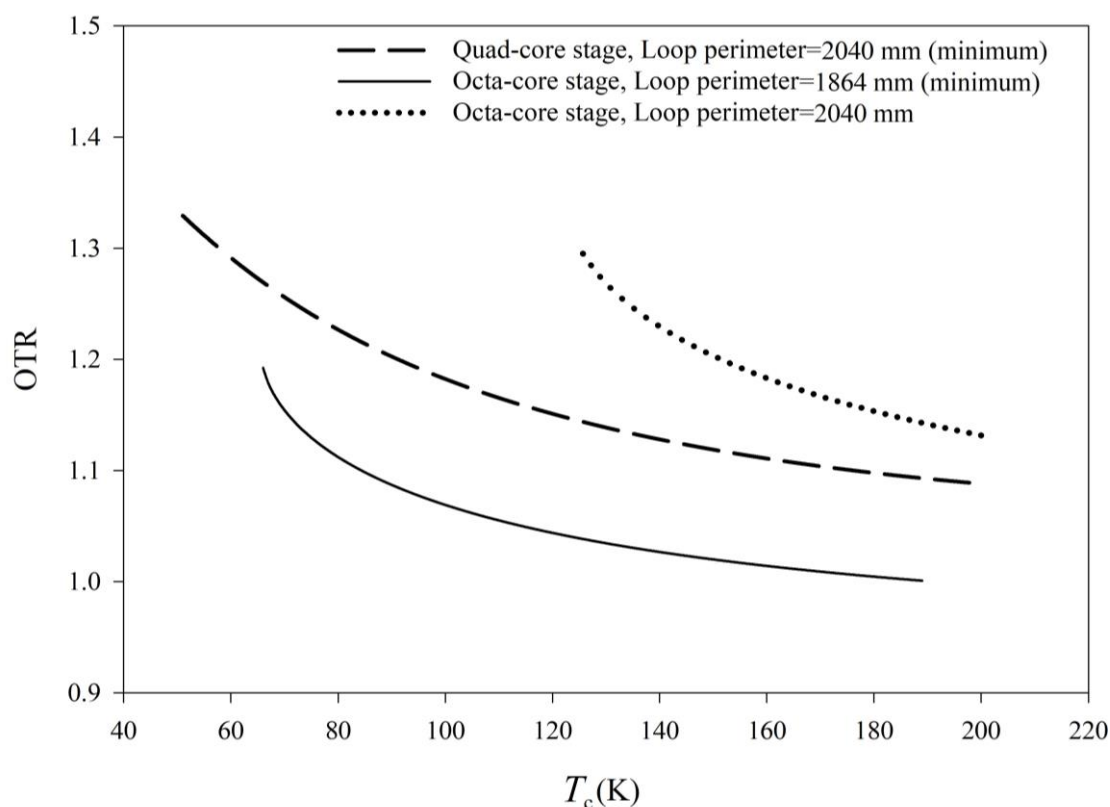
به منظور بررسی اثر تعداد هسته موتور، عملکرد دو مدل یخچال - موتور چهار طبقه با هم مقایسه شد. در مدل اول، در هر طبقه یک موتور روی حلقه و یک سردساز روی شاخه قرار گرفته است. در مدل دیگر، دو موتور در هر طبقه روی حلقه وجود دارد و سایر پارامترهای هندسی و پیکربندی نسبت به حالت اولیه ثابت نگه داشته شده است.



شکل ۴- دمای گرم شروع برای تعداد طبقات و طول حلقه های مختلف

در شکل (۵)، تغییر دمای شروع با دمای مبدل سرد استک سردساز، در دو مدل تک و دو موتور با هم مورد مقایسه قرار گرفته است. برای هر سامانه، با توجه به امیدانسی که تک تک اجزاء روی میدان صوتی القا می کنند، یک طول حداقلی برای ایجاد میدان صوتی مناسب روی هسته گرمصوتی مورد نیاز خواهد بود. شرایط بهینه بودن این میدان صوتی در بازیاب روی حلقه، ایجاد حداقل دامنه سرعت نوسانی و کمینه اختلاف فاز دامنه سرعت و فشار نوسانی روی بازیاب است. در نتیجه اتلاف لزجی به حداقل می رسد و تماس حرارتی نسبتاً کاملی بین گاز و جامد به وجود خواهد آمد. برآورد حداقل طول در سامانه تک موتور برابر حدود ۲ متر و در سامانه دو موتور حدود ۱/۹ متر تخمین زده شد.

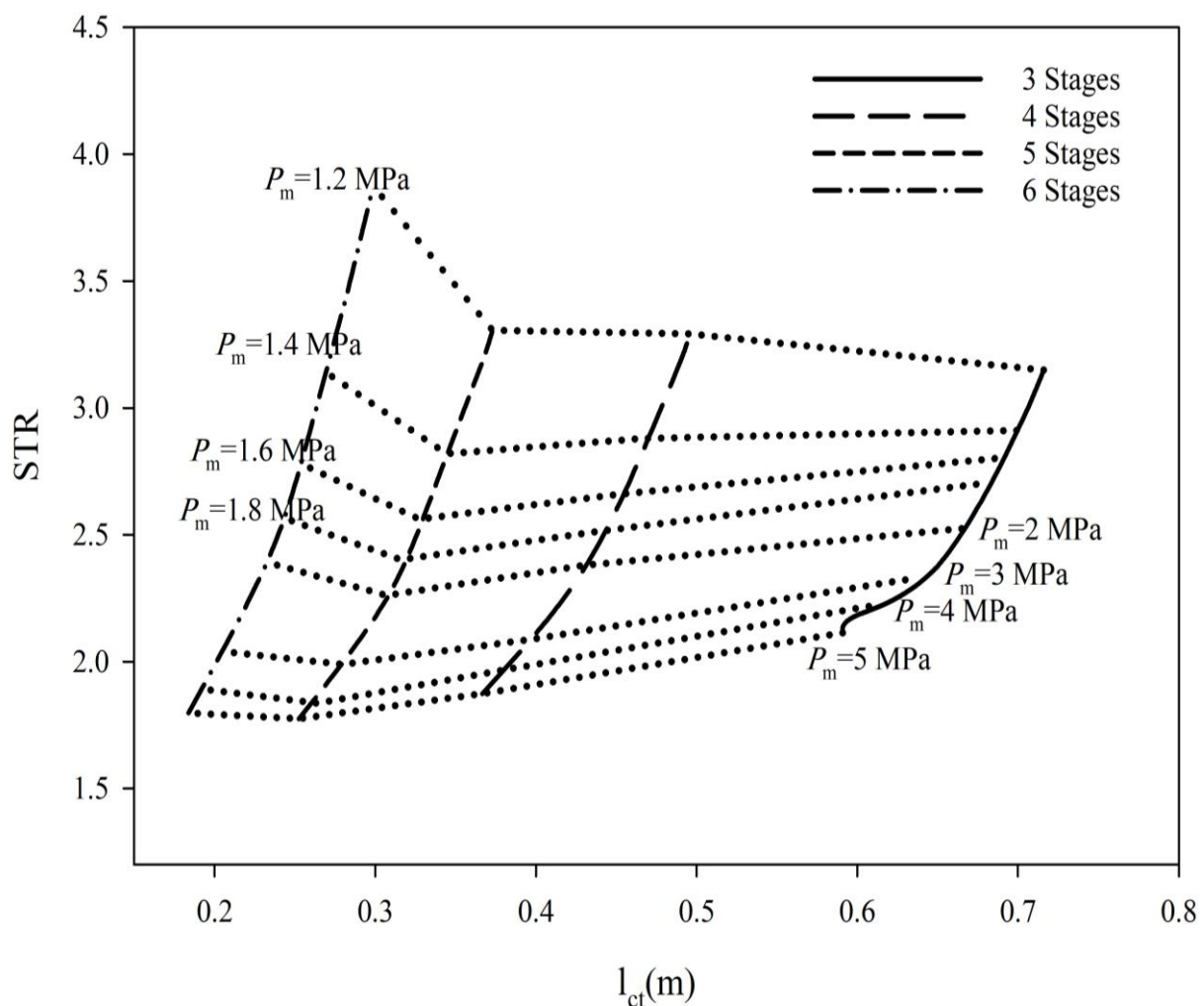
در طول حلقه یکسان، با افزایش تعداد هسته های موتور، نسبت طول هسته به حلقه و نسبت دمای شروع افزایش یافته است. به بیانی دیگر، در حالت دو هسته ای نسبت به تک هسته ای، مقدار تقویت توان صوتی از مقدار تلفات لزجی و آسایش حرارتی کم تر بوده که منجر به افزایش نسبت دمای شروع لازم برای داشتن نوسانات خودتقویت شونده شده است. هرچند، افزایش هسته ترمودینامیکی در هر طبقه باعث کاهش حداقل طول حلقه و نسبت دمای شروع ممکن برای راه اندازی سرماساز چهار طبقه شده است. در این راستا، طول حلقه به منظور تنظیم امیدانسی یا مقدار دامنه فشار و سرعت نوسانی در هسته ترمودینامیکی، کمک کننده است. بنابراین، افزایش تعداد هسته موتور در هر طبقه، لزوماً باعث کاهش نسبت دمای شروع نشده است. هم چنین، مقدار دمای سرد قابل دستیابی نیز با افزایش تعداد هسته گرمصوتی افزایش یافته است. در این خصوص، برای اطمینان از اثر بهبودبخش افزودن هسته گرمصوتی روی حلقه، باید طول لوله اتصال تنظیم شود.



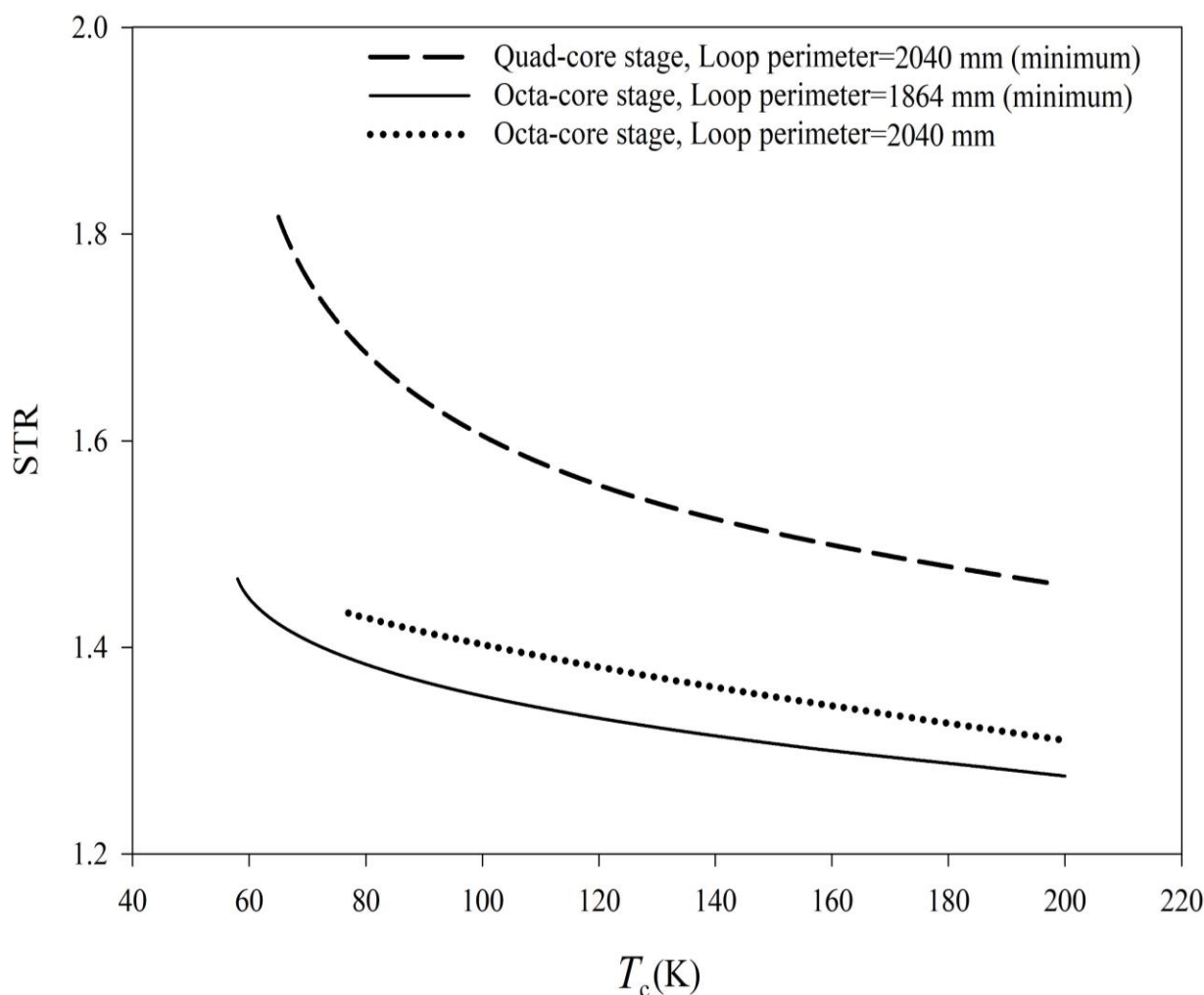
شکل ۵- مقایسه پیکربندی استفاده از ۱ یا ۲ موتور در هر طبقه روی منحنی پایداری دمای شروع نسبت به دمای سرمایش

۳-۳- اثر چیدمان و پیکربندی روی مشخصات شرایط پایای نوسانی

در کنار عملکرد گذرای سامانه موتور-یخچال که در بخش قبل بررسی شد، عملکرد پایای نوسانی این سامانه در این بخش مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. در این جهت، عملکرد سامانه، وابسته به طول حلقه و دمای سرد ارائه می‌شود. مطابق شکل (۶)، با افزایش طول حلقه، حداقل فشار لازم برای عملکرد پایای سیستم - برخلاف حالت گذرای اولیه- کاهش می‌یابد. در این حالت، طول و چگالی (یا فشار) اثر خنثی کننده‌ای نسبت به یکدیگر روی اثر اینرتانس لوله اتصال دارند. بنابراین زمانی که طول لوله اتصال افزایش می‌یابد، کاهش فشار اثر آن را جبران می‌کند. علاوه بر این، در فشارهای بیش تر از ۲۰ بار، اثربخشی افزایش طبقات به دلیل غالب بودن ترم تقویت توان صوتی نسبت به تلفات لزجی و حرارتی، مشهود است. در مقابل، در فشارهای کم تر از ۲۰ بار، هیچ تضمینی برای کاهش نسبت دمای گرم به محیط با افزایش تعداد طبقات وجود ندارد. موضوع قابل توجه دیگر این است که در محدوده فشار متوسط یکسان برای راه اندازی سامانه، در تعداد طبقات بالاتر، محدوده‌ی نسبت دمای وسیع تری نسبت به تعداد طبقات پایین تر وجود دارد. بنابراین، برخلاف نتایج مشخصات شروع، در طبقات بالاتر، عدم قطعیت تغییر نسبت دما بیشتر است.



شکل ۶- نسبت دمای گرم به محیط روی بازیاب موتور نسبت به طول لوله اتصال تحت شرایط با فشار متوسط کمینه و تعداد طبقات مختلف



شکل ۷- مقایسه استفاده از یک یا دو موتور در هر طبقه روی نسبت دمای گرم به محیط روی بازیاب در برابر کمینه دمای سرد ممکن

اختلاف دمای بازیاب موتور برای سامانه هایی با تعداد طبقات مختلف در شکل (۸) ارائه شده است. در هر دو حالت دمای سرد ۷۷ و ۱۰۰ کلوین، مطابق با شکل (۸الف)، افزایش تعداد طبقات، با کاهش اختلاف دمای دوسر بازیاب موتور همراه شده است. مقایسه بین حل آرام و آشفته در دو شکل (۸الف و ۸ب)، نشان می دهد که با لحاظ آشفتگی، انرژی بیشتری برای ایجاد سرمایش یکسان نسبت به حالت آرام، در شاخه مصرف می شود. دلیل این موضوع، اتلاف کار صوتی در اثر اصطکاک لزجی است که نتیجه آن، افزایش اختلاف دمای موتور در حالت آشفته بوده است. هم چنین مقایسه حالت بار سرمایش صفر با بیشترین بار سرمایش استخراج شده ممکن، نشان می دهد که مطابق با درک قبلی، برای داشتن بار سرمایش بیشتر، به دمای گرم بیشتری نیاز خواهد بود. بنابراین اختلاف دمای بازیاب در شکل (۸پ) بیشتر از شکل (۸الف) است. علاوه بر این، با توجه به شکل (۸پ) در مقایسه با شکل (۸ب)، در بار سرمایش بیشتر، اثرگذاری افزودن طبقات، در حالتی که هر یک از آن ها به لحاظ کمینه بودن دمای گرم بهینه باشد، قابل مشاهده است. در این باره، افزایش حرارت ورودی در مبدل حرارتی گرم نیز تاثیر هم جهتی داشته است. تقابل اثرات میراکننده و تقویت کننده از تعداد پنج تا شش طبقه قابل توجه است. در این خصوص، با افزایش یک طبقه اضافی از حالت ۵ به ۶، افزودن طبقات، اثر

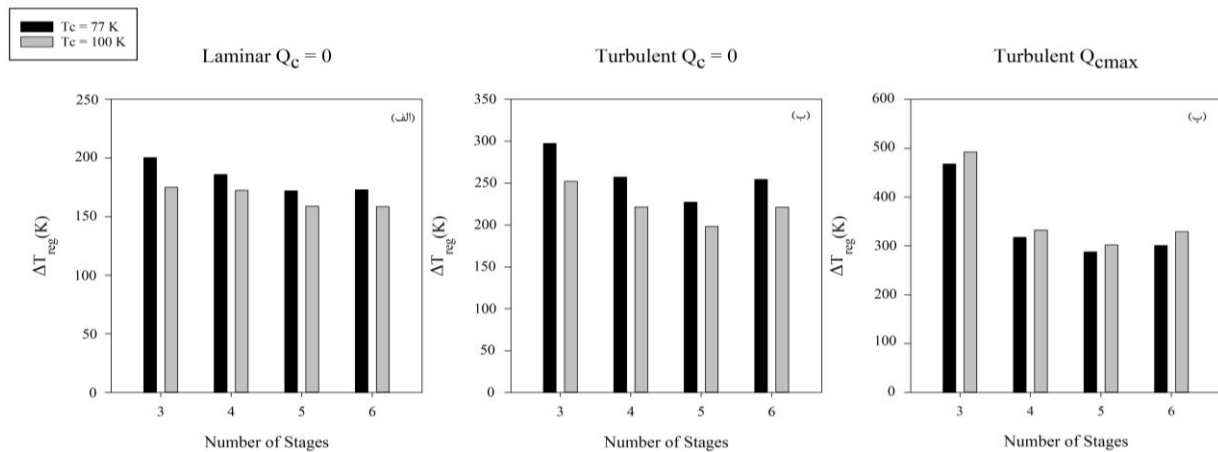
معکوسی روی دمای گرم لازم گذاشته است. در حالت کلی، مقایسه نتایج در حالت دمای سرد ۷۷ نسبت به ۱۰۰ کلوین نشان می دهد در دمای سرمایش کم تر به اختلاف دمای بازیاب بیشتری نیاز است. این موضوع برای حالت آشفته در بیشینه بار سرمایش برعکس است. با توجه به این که در این حالت، در دمای سرمایش ۱۰۰ کلوین، بار سرمایش بیشتری قابل دست یابی است، اختلاف دمای بیشتری مورد نیاز خواهد بود.

یکی دیگر از پارامترهای مهم عملکردی، بازدهی نسبی کارنو و بازدهی اکسرژی است که مشابه با شکل (۸) برای یک سامانه چهار طبقه بررسی شده است. در این خصوص، مطابق با شکل (۹الف)، افزایش تعداد طبقات از سه به چهار طبقه باعث بهبود کیفیت انرژی به صورت کار صوتی می گردد و با توجه به شکل (۹) مقدار بازدهی اکسرژی را افزایش داده است. در مقابل، با افزایش تعداد طبقات از چهار تا شش طبقه، تغییری در بازدهی اکسرژی ایجاد نشده است. هم چنین مقایسه شکل (۹الف) و (۹ب) نشان می دهد با افزایش بار سرمایش، مقدار کار مفید در دسترس نیز افزایش خواهد یافت. بنابراین مقدار بازدهی اکسرژی در بار سرمایش بالاتر، افزایش خواهد یافت. با افزایش دمای سرد، مقدار اکسرژی حرارت سرمایش (یا کار مفید) و به تبع بازدهی اکسرژی سیستم، کاهش می یابد، بنابراین، با توجه به تعریف بازدهی اکسرژی، مقدار آن در دمای ۱۰۰ کلوین کم تر از ۷۷ کلوین است. علاوه بر این، با توجه به شکل (۹پ)، به دلیل افزایش مقدار بار سرمایش در دمای سرد بالاتر، مقدار بازدهی کارنو در دمای ۱۰۰ کلوین بیش تر از بازدهی کارنو در دمای ۷۷ کلوین است. هم چنین، افزایش تعداد طبقات، منجر به کاهش بازدهی کارنو می شود. دلیل این موضوع، کاهش مقدار بار سرمایش قابل دست یافت در تعداد طبقات بیشتر و افزایش مقدار حرارت ورودی است.

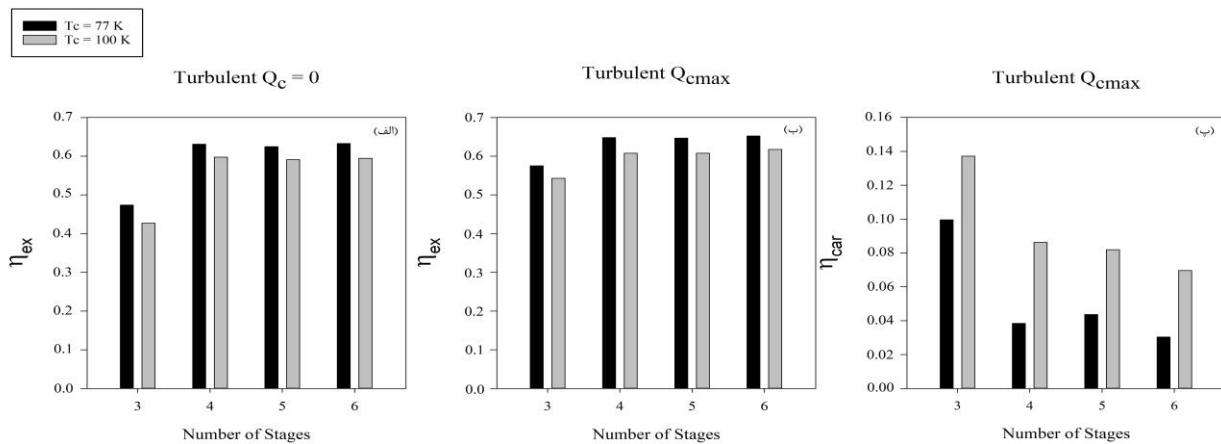
۳-۴- تحلیل عدم قطعیت پارامترهای عملکردی و بررسی نسبی اهمیت پارامترهای موثر

اثر عدم قطعیت پارامترهای ورودی روی عدم قطعیت عملکرد سرماساز چهار طبقه، در این بخش، مورد بحث قرار می گیرد. در این رابطه، عدم قطعیت مشخصات گاز کاری و ماده فلزی لوله ها و بازیاب، هندسه لوله ها، مبدل ها و بازیاب ها، مدل بازیاب و فشار شارژ سیستم در جدول (۲) آمده است.

همان طور که در شکل (۱۰) نشان داده شده است، بیشترین عدم قطعیت به ترتیب در بار و دمای سرمایش، بازدهی کارنو و اکسرژی، نسبت دمای شروع و نسبت دمای گرم به محیط حالت پایا است. از آن جا که چهار پارامتر آخر به صورت کسرهای نسبی بیان می شوند، بخشی از اثر عدم قطعیت پارامترهای موثر ورودی، با اثر تقابلی صورت و مخرج این کسرها خنثی می شود. در این بین، کم ترین عدم قطعیت مربوط به نسبت دمای شروع مدل دو موتوره است، بنابراین به کمک این پیکربندی می توان نسبت دمای شروع قابل اطمینانی در محدوده نقطه طراحی داشت. در مقابل، پارامتر دما و بار سرمایش، متاثر از همه پارامترهای متغیر هستند و بیشترین عدم قطعیت را دارند. هم چنین، مطابق با شکل (۱۰الف)، پراکندگی یا محدوده تغییرات دما و بار سرمایش برای سیستم دو موتوره بیش تر از تک موتوره است. زیرا سیستم دو موتوره اجزای بیشتری دارد، بنابراین عدم قطعیت بیش تری روی پارامترهای عملکردی که به طور مستقیم روی آن اثر می گذارد خواهد داشت. علاوه بر این، مطابق با شکل (۱۰الف) و شکل (۱۰پ)، با وجود تغییراتی که با افزودن هسته ترمودینامیکی در پارامترهای عملکردی به وجود می آید، افزودن هسته ترمودینامیکی در هر طبقه، اثر ناچیزی روی عدم قطعیت بازدهی کارنو و نسبت دمای گرم به محیط حالت پایا داشته است.



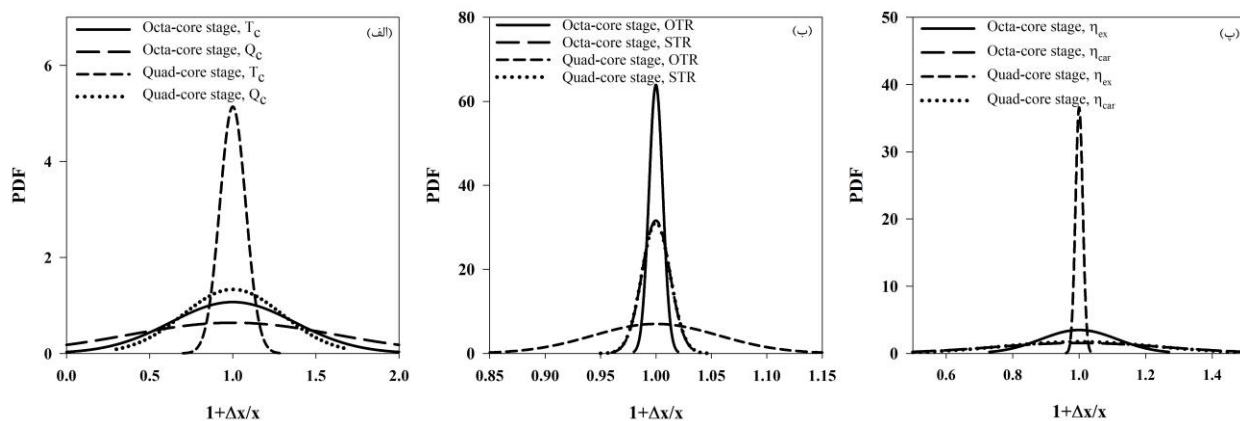
شکل ۸- مقایسه اختلاف دمای بازیاب حل پایای نوسانی تعداد طبقات مختلف در دمای سرد ۷۷ و ۱۰۰ کلوین برای الف) حل آرام و بار سرمایش صفر ب) حل آشفته و بار سرمایش صفر پ) حل آشفته و بار سرمایش بیشینه



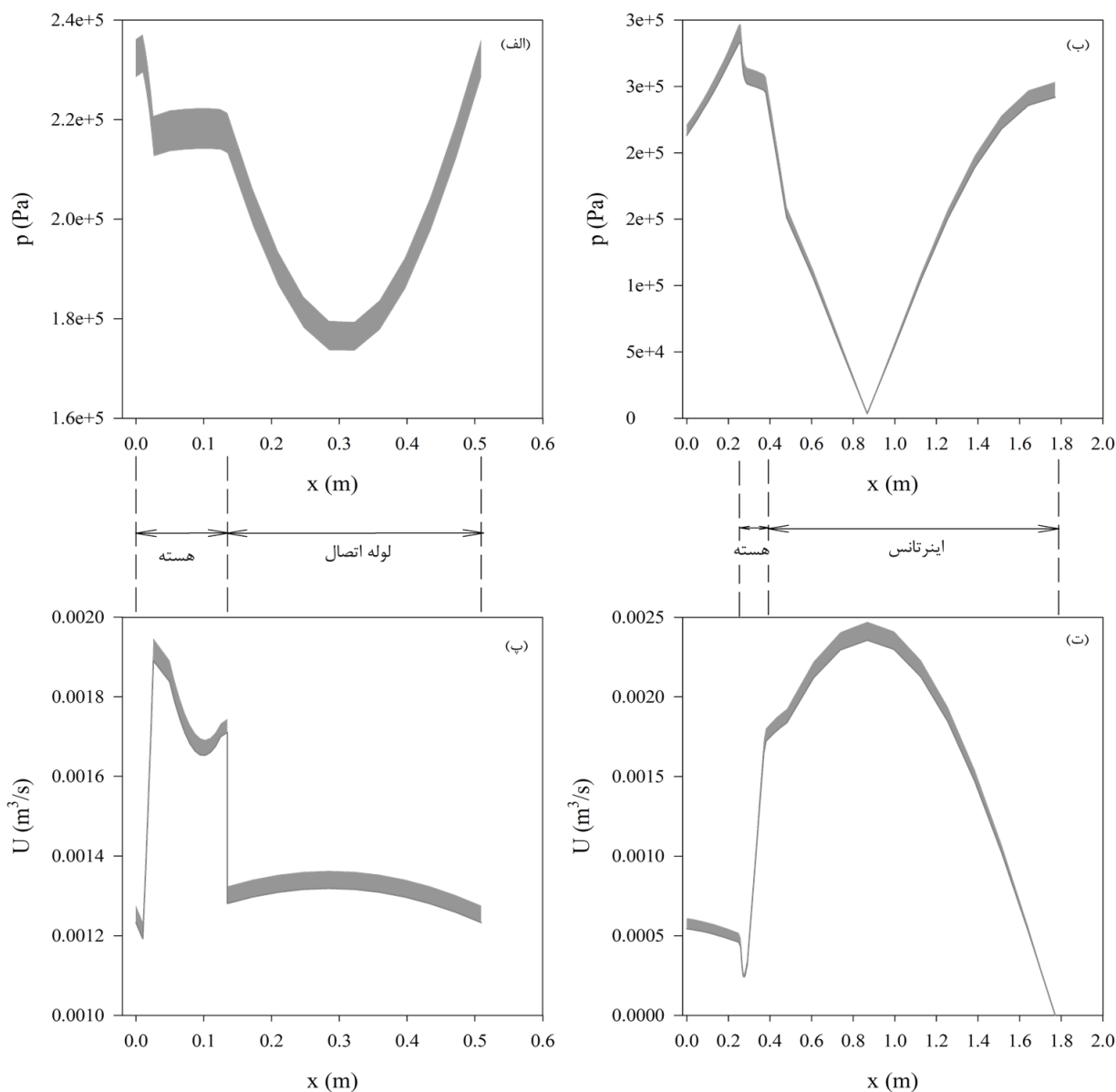
شکل ۹- مقایسه بازدهی حل پایای نوسانی آشفته برای تعداد طبقات مختلف در دمای سرد ۷۷ و ۱۰۰ کلوین برای الف) بازدهی اکسرژی و بار سرمایش صفر، ب) بازدهی اکسرژی و بار سرمایش بیشینه، پ) بازدهی کارنو نسبی و بار سرمایش بیشینه

جدول ۲- عدم قطعیت پارامترهای ورودی مدل سازی

مراجع	مقدار متوسط	انحراف معیار یا بازه تغییرات	پارامتر
[۳۳]	جدول ۱	تولرانس عمومی، کلاس متوسط	طول
[۳۳]	جدول ۱	تولرانس عمومی، کلاس متوسط	قطر
[۳۴]	$4r_h(1-\phi)/\phi$	$\pm 3\mu m$	قطر سیم توری
[۳۴]	$\phi/\pi.r_h$	$\pm 4\%$	تعداد شبکه توری
[۳۵]	5195	$5e-4 \times P_m^{0.6-0.1(T/273.16)}$	ظرفیت حرارت ویژه
[۳۵]	P_m/ZRT	$3e-4 \times \sqrt{P_m}$	معادله حالت (چگالی)
[۲۸ و ۳۵]	$0.0025672 \times T^{0.716}$	$3.5e-5 \times T$	ضریب رسانش حرارتی گاز
[۲۸ و ۳۵]	$4.12e-7 \times T^{0.68014}$	$1.5e-5 \times T$	ضریب لزجت گاز
[۳۶]	[۳۶]	$\pm 10\%$	ضریب رسانش حرارتی جامد
[۳۶]	[۳۶]	$\pm 3\%$	چگالی جامد
[۳۶]	[۳۶]	$\pm 5\%$	ظرفیت حرارتی جامد
[۳۷]	4.5e6	$\pm 1\%$	فشار متوسط



شکل ۱۰- عدم قطعیت (تابع چگالی احتمال) سامانه تک و دو موتور مربوط به الف) بار و دمای سرمایش، ب) نسبت دمای گرم به محیط در حالت شروع و پایای نوسانی و پ) بازدهی اکسرژی و کارنو



شکل ۱۱- نوار عدم قطعیت دامنه فشار و سرعت نوسانی برای سامانه تک موتور در هر طبقه در الف و ب) طول حلقه و پ و ت) طول شاخه

اثر همه پارامترهای نامطمئن روی متغیر دامنه سرعت و فشار نوسانی و هم چنین توان صوتی و شار آنتالپی کل، در ادامه مورد مطالعه قرار می گیرد. با توجه به شکل (۱۱)، در انتهای شاخه که مقدار سرعت صفر شده است، عرض نوار عدم قطعیت نیز صفر شده است. به طور مشابه، این موضوع برای دامنه فشار نوسانی در میانه شاخه نیز وجود دارد. در حالت کلی، با افزایش دامنه فشار یا سرعت نوسانی، عدم قطعیت آن نیز افزایش می یابد. علاوه بر این، لوله حائل حرارتی موتور و یخچال به عنوان جزئی که روی تراکم پذیری یا کامپلاینس گاز اثرگذار است دارای بیشترین عدم قطعیت پروفیل دامنه فشار نوسانی است. به طور مشابه، لوله اتصال و لوله رزونانس که اینرسی گاز را بیشتر از سایر اجزای سامانه تحت تاثیر قرار می دهند بیشترین عدم قطعیت دامنه سرعت نوسانی را دارند.

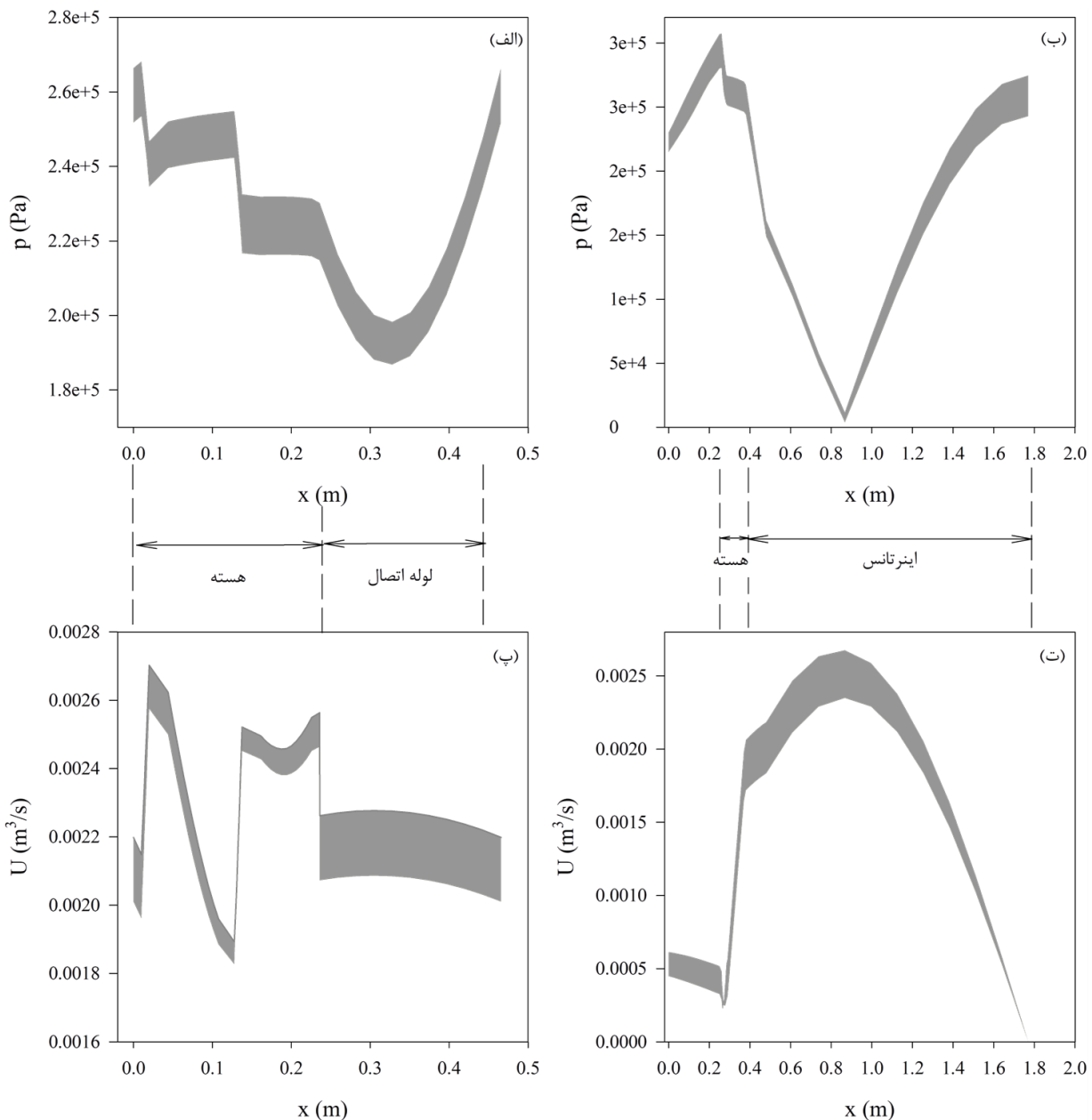
به طور مشابه با حالت تک موتور، دامنه فشار و سرعت نوسانی روی حلقه و شاخه برای سامانه دوموتوره در شکل (۱۲) ارائه شده است. عدم قطعیت سیستم دوموتوره به دلیل داشتن اجزای بیشتر، بیشتر از سیستم تک موتور در هر طبقه است. این تفاوت به خصوص در لوله حائل حرارتی و انتهای لوله اینرتانس برای دامنه فشار و لوله اتصال و میانه لوله اینرتانس برای دامنه سرعت نوسانی، بیشینه است. هم چنین، در سامانه دوموتور در هر طبقه، مقادیر دامنه سرعت نوسانی در بازیاب افزایش یافته است؛ بنابراین مقدار میرایی لزجی افزایش یافته است. علاوه بر این، در سیستم دوموتور در هر طبقه، با افزایش نسبت طول بازیاب به طول حلقه؛ میدان آکوستیکی (سرعت و فشار نوسانی)، نسبت به سیستم تک موتور، بیشتر تحت تاثیر هسته گرماصوتی قرار می گیرد. بنابراین انتظار می رود ضمن افزایش عدم قطعیت سرعت و فشار نوسانی در حالت دوموتوره نسبت به تک موتور، اثر هسته روی پارامترهای خروجی نیز در حالت دوموتوره بیشتر باشد.

حساسیت سنجی عملکرد سرماساز نسبت به پارامترهای هندسی و مشخصات مواد، برای حالت تک و دوموتوره، در ادامه مورد بررسی قرار می گیرد. در این خصوص، به کمک روش حساسیت سنجی موریس، اثر ابتدایی بی بعد موریس \overline{SEE}_i^* و انحراف معیار آن η_{EE_i} برای شش پارامتر عملکردی سامانه، محاسبه و نسبت به مقدار بیشینه آن بی بعد می شود. این شش پارامتر، عبارتند از: نسبت دمایی دو سر بازیاب در حالت شروع و پایا، بازدهی اکسرژی و نسبی کارنو، بار و دمایی سرمایش. همان طور که در شکل (۱۳) نشان داده شده است، پارامترهای عملکردی بیشتر تحت تاثیر پارامترهای هندسی هستند که در نزدیکی هسته های ترمودینامیکی موتور و یخچال قرار دارند و حساسیت این پارامترها نسبت به لوله اتصال، لوله تقویت کننده و لوله اینرتانس کم تر است. علاوه بر این، حساسیت پارامترهای عملکردی حالت پایا نسبت به مشخصات هندسی توری بازیاب در حالت دو موتور نسبت به تک موتور، افزایش یافته است. دلیل این موضوع، افزایش طول هسته و اثر مضاعف آن بر میدان صوتی داخل سامانه است. هم چنین، حساسیت نسبت دمایی شروع به مشخصات هندسی بازیاب موتور در حالت دو موتور نسبت به تک موتور، کاهش یافته است. بنابراین به کمک افزودن هسته ترمودینامیکی، قابلیت اطمینان مشخصات شروع سیستم، بیشتر و مشخصات حالت پایا، کم تر شده است.

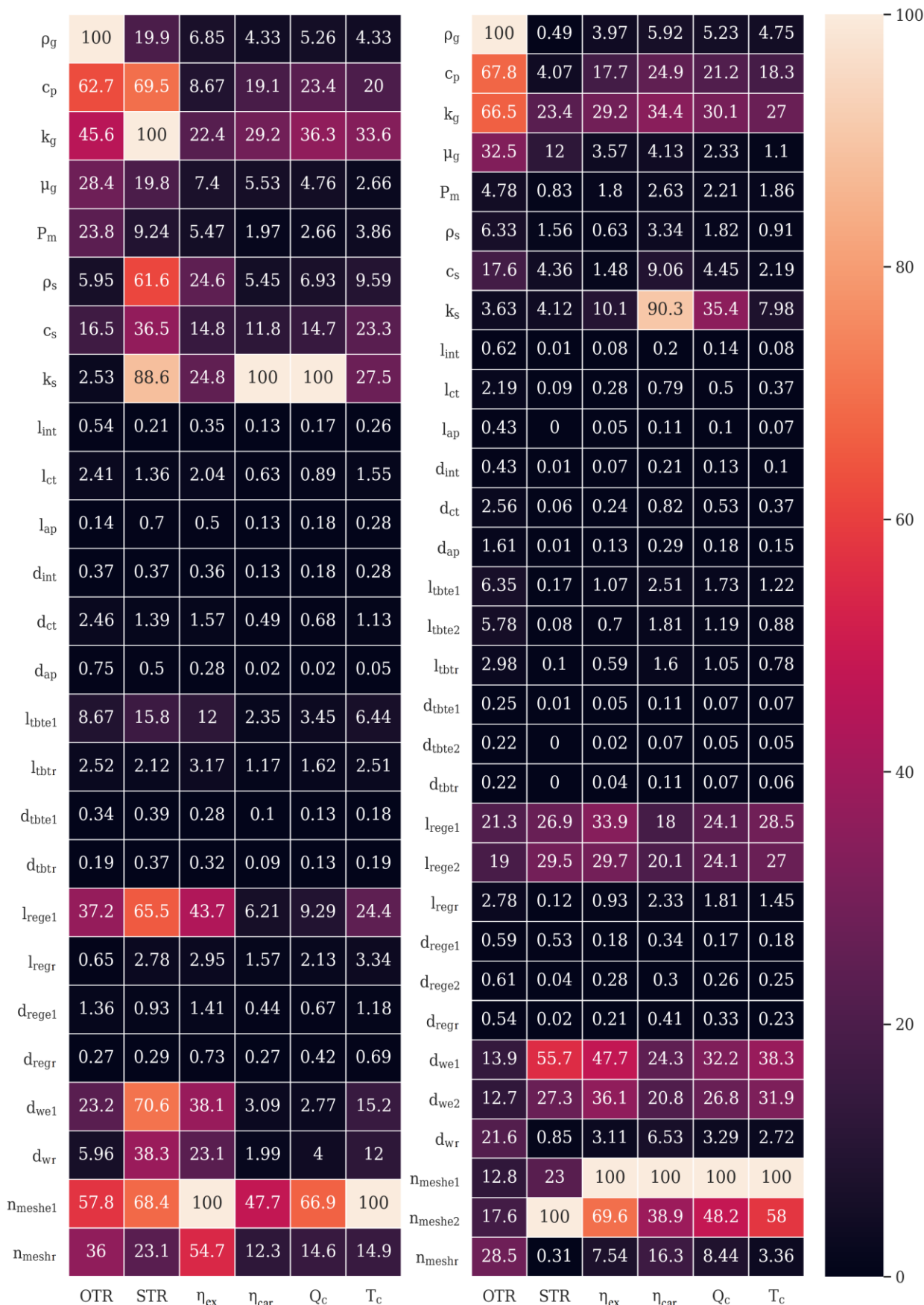
اثر انرژی حرارت رسانش توری بازیاب روی عملکرد حالت پایا، از طریق رابطه $dT_m/dx = Ak_s(1-\phi)$ است، که در محاسبه آنتالپی کل، استفاده می شود. در حالت دوموتوره، با کاهش مقدار گرادیان دما داخل بازیاب، حساسیت اثر عملکردی حالت پایا نسبت به ضریب رسانش جامد، مطابق با رابطه فوق الذکر کاهش یافته است. این موضوع به روشنی از نقشه حرارتی شکل (۱۳) قابل مشاهده است. رفتار مشابهی برای ظرفیت حرارتی

جامد برقرار است. علاوه بر مشخصات جامد، اثر مشخصات گاز کاری از طریق ماهیت فیزیکی پارامتر عمق نفوذ حرارتی و لزجی، قابل بررسی است. با افزودن هسته گرمصوتی، مقدار حساسیت به تماس حرارتی و لزجی بین گاز و جامد، کاهش می یابد؛ بنابراین در حالت دو موتوره، حساسیت به پارامترهای مذکور، نسبت به حالت تک موتوره، کاهش می یابد.

حساسیت عملکرد سامانه سرماساز چهارطبقه، به خصوص نسبت دمایی بازیاب در حالت پایای نوسانی، به قطر اجزاء مختلف، در مقایسه با سایر پارامترها قابل نظر است. علاوه بر ماهیت فیزیکی این موضوع، محدوده تغییرات یا به بیانی دیگر عدم قطعیت اندازه قطر نیز موثر است. در نتیجه، می توان تیرانس مربوط به قطر را بازتر در نظر گرفت.



شکل ۱۲- نوار عدم قطعیت دامنه فشار و سرعت نوسانی برای سامانه دو موتوره در هر طبقه در الف و ب) طول حلقه و پ و ت) طول شاخه



شکل ۱۳- مقایسه اندیس حساسیت متوسط شش پارامتر عملکردی خروجی (محور افقی) نسبت به پارامترهای ورودی متغیر (محور عمودی) بین حالت تک موتور در چپ و دوموتوره در راست

نکته قابل توجه دیگر در شکل (۱۳)، ثابت ماندن رتبه بندی متغیرها در ارتباط با اثرگذاری روی بازدهی اکسرژی، در حالت دو و تک موتوره است. به بیانی دیگر، با افزودن هسته گرماصوتی، اثرگذاری منابع ایجاد کار مفید و در دسترس، تغییر نکرده است.

۴- نتیجه گیری

مشخصات شروع و حالت پایای نوسانی یک سامانه موتور-سرماساز چندطبقه با پیکربندی حلقه-شاخه، با استفاده از معادلات گرماصوتی یک بعدی رات، به صورت عددی محاسبه شد. در مطالعات پیشین، حساسیت سنجی روی پارامترها به صورت جداگانه و در محدوده وسیعی از تغییرات انجام می شد. در این جا بر خلاف مقالات پیشین، اثر عدم قطعیت پارامترهای هندسی، معادله حالت گاز و مشخصات مواد، روی پارامترهای عملکردی، به صورت یک جا مورد بررسی قرار گرفت. بررسی وابستگی نسبت دمای شروع و مشخصات سامانه در حالت پایای نوسانی به طول حلقه، دمای سرمایش، کمینه فشار متوسط لازم و پیکربندی سامانه انجام شد. تحلیل نتایج شبیه سازی اشاره می کند که:

الف) با افزایش طول لوله اتصال که منجر به افزایش طول حلقه می شود، یا با کاهش تعداد طبقات، نسبت دمای شروع افزایش می یابد. هم چنین، در طول حلقه های بالاتر به کمینه فشار بالاتری نیاز خواهد بود که متناظر با نسب دمای شروع بالاتری است.

ب) در حالت نوسانی پایا، نسبت دمای گرم به محیط، لزوماً با افزایش تعداد طبقات، کاهش نمی یابد. علاوه بر این، در طول حلقه های بالاتر به کمینه فشار کم تری نیاز است که متناظر با نسب دمای شروع بالاتری خواهد بود.

پ) در جهت کاهش دمای شروع و نسبت دمای گرم به محیط لازم در شرایط پایای نوسانی، پیکربندی دو موتور در هر طبقه، پیشنهاد و نتایج آن ارائه شد.

ت) با کاهش تعداد طبقات، امکان افزایش بار سرمایش فراهم می شود و بنابراین به اختلاف دمای بازیاب بیشتری نیاز خواهد بود. با توجه به افزایش دمای گرم و کاهش مقدار حرارت ورودی در این حالت، بازدهی کارنو افزایش می یابد. هم چنین به دلیل کاهش مقدار کار صوتی در دسترس، بازدهی اکسرژی کاهش می یابد.

با توجه به اهمیت بررسی عدم قطعیت پارامترهای ورودی روی خروجی مدل سازی شروع و نوسانی پایا، به کمک روش حساسیت سنجی موریس، اثر هر یک از پارامترهای مذکور بررسی شد. نتایج نشان می دهد که:

الف) دما و بار سرمایش عدم قطعیت بیشتری نسبت به پارامترهای نسبت دما و بازدهی دارند.

ب) در بین پارامترهای ورودی، مشخصات گاز، ضریب رسانش جامد و هندسه توری بازیاب ها، اثرگذاری بالایی روی پارامترهای عملکردی دارند.

پ) مقایسه حساسیت سامانه تک موتوره با دوموتوره نسبت به پارامترهای ورودی نشان می دهد که اثر ضریب رسانش جامد با افزودن هسته اضافی در هر طبقه، کاهش یافته است. هم چنین، اثر مشخصات توری بازیاب ها، به دلیل اثرگذاری بیشتر هسته های بزرگ تر روی میدان صوتی، در حالت دوموتوره نسبت به تک موتوره، افزایش یافته است.

به کمک نتایج این مقاله می توان سامانه موتور-یخچال را بازطراحی کرد. با توجه به اهمیت هر یک از پارامترهای نسبت دمای شروع، نسبت دمای گرم به محیط حالت پایا، دمای سرمایش، بار سرمایش، بازدهی نسبی کارنو و بازدهی اکسرژی، می توان سامانه بهینه را به گونه ای طراحی کرد که بیشینه قابلیت اطمینان را نیز دارا باشد. در این صورت، در کاربردهایی که به دما و بار سرمایش دقیق با ترانس اندک نیاز است، می توان از این سامانه بهره برد.

مراجع

- [1] Jin, T., Yang, R., Wang, Y., Feng, Y., and Tang, K., "Low Temperature Difference Thermoacoustic Prime Mover with Asymmetric Multi-stage Loop Configuration", Scientific Reports, Vol. 7(1), Article ID: 7665, DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-017-08124-5>, (2017).
- [2] Xu, J., Luo, E., and Hochgreb, S., "Study on a Heat-driven Thermoacoustic Refrigerator for Low-grade Heat Recovery", Applied Energy, Vol. 271, Article ID: 115167, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115167>, (2020).
- [3] Xu, J., Zhang, L., Hu, J., Wu, Z., Bi, T., Dai, W., and Luo, E., "An Efficient Looped Multiple-stage Thermoacoustically-driven Cryocooler for Liquefaction and Recondensation of Natural Gas", Energy, Vol. 101, pp. 427-433, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.01.085>, (2016).
- [4] Bouramdane, Z., Bah, A., Alaoui, M., and Martaj, N., "Numerical Analysis of Thermoacoustically Driven Thermoacoustic Refrigerator with a Stack of Parallel Plates Having Corrugated Surfaces", International Journal of Air-conditioning and Refrigeration, Vol. 30, pp. 1-19, DOI: <https://doi.org/10.1007/s44189-022-00002-8>, (2022).
- [5] Tijani, M.E.H., and Spoelstra, S., "A High Performance Thermoacoustic Engine", Journal of Applied Physics, Vol. 110, Article ID: 093519, DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3658872>, (2011).
- [6] Tartibu, L.K., "Maximum Cooling and Maximum Efficiency of Thermoacoustic Refrigerators", Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 95-102, DOI: <https://doi.org/10.1007/s00231-015-1599-y>, (2016).
- [7] Jung, S., and Matveev, K.I., "Study of a Small-scale Standing-wave Thermoacoustic Engine", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 224, pp. 133-141, DOI: <https://doi.org/10.1243/09544062JMES1594>, (2010).
- [8] Abd El-Rahman, A.I., Abdelfattah, W.A., Abdelwahed, K.S., Salama, A., Rabie, A., and Hamdy, A., "A Compact Standing-wave Thermoacoustic Refrigerator Driven by a Rotary Drive Mechanism", Case Studies in Thermal Engineering, Vol. 21, Article ID: 100708, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.csite.2020.100708>, (2020).

- [9] Symko, O.G., “Acoustic Approach to Thermal Management: Miniature Thermo Acoustic Engines”, Thermal and Thermomechanical Proceedings 10th Intersociety Conference on Phenomena in Electronics Systems, May 30- June 02, San Diego, CA, USA, pp. 6, (2006).
- [10] Rodriguez, I.A., and Symko, O.G., “Miniature Traveling Wave Thermoacoustic Engine”, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 125(4), pp. 2562-2562, DOI: <https://doi.org/10.1121/1.4783701>, (2009).
- [11] Steiner, T.W., “Looped Thermoacoustic Cryocooler with Self-circulating Large Area Cooling”, International Cryocooler Conference, June 27-30, Bethlehem, Pennsylvania, USA, pp. 479-487, (2022).
- [12] Lawn, C.J., and Penelet, G., “Common Features in the Thermoacoustics of Flames and Engines”, International Journal of Spray and Combustion Dynamics, Vol. 10, pp. 3-37, DOI: <https://doi.org/10.1177/1756827717743911>, (2018).
- [13] Ceperley, P.H., “A Pistonless Stirling Engine—The Traveling Wave Heat Engine”, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 66, pp. 1508-1513, DOI: <https://doi.org/10.1121/1.383505>, (1979).
- [14] Ceperley, P.H., “Gain and Efficiency of a Short Traveling Wave Heat Engine”, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 77, pp. 1239-1244, DOI: <https://doi.org/10.1121/1.392191>, (1985).
- [15] Yazaki, T., Iwata, A., Maekawa, T., and Tominaga, A., “Traveling Wave Thermoacoustic Engine in a Looped Tube”, Physical Review Letters, Vol. 81, pp. 3128, DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.3128>, (1998).
- [16] Backhaus, S., and Swift, G.W., “A Thermoacoustic-stirling Heat Engine: Detailed Study”, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 107, pp. 3148-3166, DOI: <https://doi.org/10.1121/1.429343>, (2000).
- [17] Pierens, M., Thermeau, J.P., Le Pollès, T., and Duthil, P., “Development of a Thermoacoustic Travelling-wave Refrigerator”, Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference, April 23-27, Nantes, France, pp. 3014-3018, (2012).
- [18] de Blok, K., “Novel 4-stage Traveling Wave Thermoacoustic Power Generator”, Fluids Engineering Division Summer Meeting Collocated with 8th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels, August 1–5, Montreal, Quebec, Canada, pp. 73-79, DOI: <https://doi.org/10.1115/FEDSM-ICNMM2010-30527>, (2010).
- [19] de Blok, K., and Systemen, A.T., “Multi-stage Traveling Wave Thermoacoustics in Practice”, 19th International Congress Sound Vibration, July 8-12, Vilnius, Lithuania, (2012).
- [20] Zhang, X., Chang, J., Cai, S., and Hu, J., “A Multi-stage Travelling Wave Thermoacoustic Engine Driven Refrigerator and Operation Features for Utilizing Low Grade Energy”, Energy Conversion and Management, Vol. 114, pp. 224-233, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.02.035>, (2016).

- [21] Yang, R., Wang, Y., Feng, Y., Jin, T., and Tang, K., "Performance of a Looped Thermoacoustic Engine with Multiple Loads Capable of Utilizing Heat Source Below 200° C", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 148, pp. 516-523, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.11.069>, (2019).
- [22] Yang, R., Meir, A., and Ramon, G.Z., "Theoretical Performance Characteristics of a Travelling-wave Phase-change Thermoacoustic Engine for Low-grade Heat Recovery", *Applied Energy*, Vol. 261, Article ID: 114377, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.114377>, (2020).
- [23] Tan, J., Luo, J., Wang, Y., Wei, J., and Jin, T., "Performance of an Air-cooled Looped Thermoacoustic Engine Capable of Recovering Low-grade Thermal Energy", *International Journal of Energy Research*, Vol. 44, pp. 2682-2692, DOI: <https://doi.org/10.1002/er.5034>, (2020).
- [24] Xiao, L., Xu, J., Luo, K., Chen, G., and Luo, E., "Numerical Study of a Heat-driven Thermoacoustic Refrigerator Based on a Time-domain Lumped Acoustic-electrical Analogy Model", *Energy Conversion and Management*, Vol. 268, Article ID: 115982, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2022.115982>, (2022).
- [25] Urip, T., Setiawan, I., and Utomo, A.B., "Influence of Pressure Variation of Air Working Gas on the Onset Temperature Difference and Electric Power Output of a Standing Wave Thermoacoustic Electricity Generator", *AIP Conference Proceedings (International Conference on Science and Applied Science (ICSAS))*, April 6, Surakarta, Indonesia, Vol. 2391, Issue. 1, Article ID: 090028, DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0072932>, (2022).
- [26] Rahpeima, R., and Ebrahimi, R., "A Numerical Approach for Optimization of the Working Fluid of a Standing-wave Thermo-acoustic Refrigerator", *Engineering with Computers*, pp. 1-17, DOI: <https://doi.org/10.1007/s00366-022-01646-1>, (2022).
- [27] Xu, J., Yu, G., Zhang, L., Dai, W., Wu, Z., and Luo, E., "Numerical Investigation on a 300 Hz Pulse Tube Cryocooler Driven by a Three-stage Traveling-wave Thermoacoustic Heat Engine", *Cryogenics*, Vol. 71, pp. 68-75, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2015.06.003>, (2015).
- [28] Ward, B., Clark, J., and Swift, G.W., "Design Environment for Low-amplitude Thermoacoustic Energy Conversion (DeltaEC)", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 122, No. 5, DOI: <https://doi.org/10.1121/1.2942768>, (2007).
- [29] Bahrami, M., and Ommi, F., "Developing an Augmented Onset Model for a Thermoacoustically-driven, Pulse Tube Cryocooler", *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, Vol. 47, Article ID: 101402, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seta.2021.101402>, (2021).
- [30] Wang, K., Sun, D.M., Zhang, J., Zou, J., Wu, K., Qiu, L.M., and Huang, Z.Y., "Numerical Simulation on Onset Characteristics of Traveling-wave Thermoacoustic Engines Based on a Time-domain Network Model", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 94, pp. 61-71, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2015.02.010>, (2015).

- [31] Morris, M.D., "Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments", *Technometrics*, Vol. 33, pp. 161-174, DOI: <https://doi.org/10.1080/00401706.1991.10484804>, (1991).
- [32] Sin, G., and Gernaey, K.V., "Improving the Morris Method for Sensitivity Analysis by Scaling the Elementary Effects", *Computer Aided Chemical Engineering*, Vol. 26, pp. 925-930. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1570-7946\(09\)70154-3](https://doi.org/10.1016/S1570-7946(09)70154-3), (2009).
- [33] Fischer, U., Gomeringer, R., Heinzler, M., Kilgus, R., Naher, F., Oesterle, S., Paetzold, H., and Stephan, A., "*Mechanical and Metal Trades Handbook*", 3rd English Edition, Verlag Europa-Lehrmittel Nourney, Vollmer GmbH and Company KG., 42781 Haan-Gruiten, Germany, pp. 444, ISBN: 13 978-3-8085-1914-1, (2012).
- [34] Soman, K., "Development of Porous Media for Transpiration Cooling", Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Kerala, Kerala, India, (1998).
- [35] Peterson, H., "The Properties of Helium: Density, Specific Heats, Viscosity, and Thermal Conductivity at Pressures from 1 to 100 Bars from Room Temperature to 1800 K", Danish Atomic Energy Commission Research Establishment Risø, Roskilde, Denmark, Forskningscenter Risoe, Risoe-R, No. 224, (1970).
- [36] Mills, "*Recommended Values of Thermophysical Properties for Selected Commercial Alloys*", 1st Edition, Woodhead Publishing, Cambridge, England, pp. 246, (2002).
- [37] <https://www.trafag.com/en/nat-8252-industrial-pressure-transmitter.html>; [accessed 29 Oct 2022].

فهرست نمادهای انگلیسی

علائم اختصاری

AHX: مبدل حرارتی محیط

APT: لوله تقویت کننده

CHX: مبدل حرارتی سرد

CT: لوله اتصال

HHX: مبدل حرارتی گرم

INT: لوله اینرتانس

OTR: نسبت دمای شروع نوسانات

PDF: تابع چگالی احتمال

Regen: بازیاب

TBT: لوله حائل حرارتی

STR: نسبت دمای بازیاب در حالت نوسانات پایا

نمادهای انگلیسی

A: مساحت

a: سرعت صوت

c: حرارت ویژه

d: قطر

EE: اثر ابتدایی

f: تابع ترمولژی متوسط فضایی

z: واحد موهومی، $\sqrt{-1}$

k: ضریب رسانش حرارتی

l: طول

EE: اثر ابتدایی

M: ماتریس انتقال

P: فشار متوسط

p: دامنه نوسان فشار

R: ثابت گاز

r: شعاع

r_h : شعاع هیدرولیکی

T: دما

U: دامنه نوسان سرعت حجمی

Y: پارامتر خروجی

Z: فاکتور تراکم پذیری

نمادهای یونانی

θ : زاویه فاز

ϕ : ضریب تداخل

β : ضریب انبساط حرارتی

ϵ : ضریب تصحیح انبساط حرارتی برای ظرفیت حرارتی محدود جامد

γ : نسبت حرارت ویژه

ω : فرکانس زاویه ای

σ : عدد پرانتل

η : انحراف معیار

μ : لزجت دینامیکی

ν : مقدار پارامتر ورودی

ρ : چگالی

زیرنویس ها

apt: لوله تقویت کننده

ct: لوله اتصال

int: لوله اینرتانس

reg: بازیاب

tbt: لوله حائل حرارتی

e1,2: موتور شماره ۱ و ۲

c: یخچال

ex: اکسرژی

car: کارنو

w: سیم

p: فشار ثابت

m: متوسط

g: گاز

s: جامد

ν : لزجی

K : حرارتی

a: مبدل حرارتی محیط

c: مبدل حرارتی سرد

h: مبدل حرارتی گرم

i: پارامتر ورودی

بالانویس ها

*: مقدار مطلق

$\bar{\quad}$: مقدار متوسط

Transient and Steady-periodic Performance Analysis of a Multi-stage Thermoacoustic Pulse Tube Cryocooler

Mohsen Bahrami

Ph.D., University of Modarres, Faculty of Mechanical Engineering, bahramymohsen@modares.ac.ir

*Corresponding author: **Fath Allah Ommi**

Professor, University of Modarres, Faculty of Mechanical Engineering, fommi@modares.ac.ir

Abstract

In this paper, the starting and steady-periodic characteristics of a multi-stage looped-branched thermoacoustic cryocooler and its uncertainty with respect to effective parameters are calculated and discussed. In this regard, the start-up and nominal performance of the system are simulated using the numerical solution of Rott's one-dimensional equations. Numerical and experimental results of a similar system confirm the validity of the results of the present article. Simulation outcomes show that the number of stages, mean pressure and loop perimeter can significantly change the system performance. In contrast to previous findings, the results in this paper show that increasing the number of stages or increasing the mean pressure does not necessarily improve thermodynamic performance. Besides, Morris method is implemented to quantify uncertainty of the operating parameters of a four-stage cryocooler in relation to the geometric, modeling and material characteristics. The results reveal that the gas characteristics, solid conductivity and mesh geometry of the engine and refrigerator regenerator have a dominant nonlinear effect on the required hot temperature, exergy efficiency, relative Carnot efficiency, cooling load and temperature. Moreover, by adding additional thermodynamic cores in each stage, the amount of acoustic work and total enthalpy and its uncertainty increase and the effect of solid thermal conductivity decreases. With the developed model and main findings of this paper, one can optimize a reliable thermoacoustic cryocooler based on its onset and steady characteristics.

Keywords: Pulse tube cryocooler, Multi-stage looped-branched system, Steady periodic characteristics, Onset characteristics, Uncertainty quantification