

اثر انباشتگی نانولوله ها بر رفتار خمشی نانوکامپوزیت های دوزنقه ای شکل تقویت شده با نانولوله کربنی

از ورق های دوزنقه ای شکل به عنوان مدل ساده ای برای بال هواپیما یاد می شود. از جنس های متفاوتی می توان این بال ها را تولید کرد که هر کدام مزایای خاص خودش را دارا است. یکی از موادی که در سال های اخیر نظر محققین را به خودش جلب کرده است نانوکامپوزیت ها می باشد که با استحکام بالا و وزن کمی که دارند می توانند گزینه مطلوبی برای ساخت بال هواپیماها باشند. در واقعیت زمانی که نانوکامپوزیت ها تولید می شوند بدون نقص نیستند و عیوبی با خود دارند که سبب کاهش خصوصیات مکانیکی آنها می شود. از جمله این عیب ها می توان به بحث انباشتگی نانولوله ها اشاره کرد. در مقاله حاضر، یک ورق نانوکامپوزیت دوزنقه ای شکل مدل سازی خواهد شد و رفتار آن در حالت وجود یا عدم وجود انباشتگی نانولوله ها مورد مقایسه قرار خواهد گرفت. داده های استخراج شده از روابط برای خمش ورق های دوزنقه ای شکل می باشد. برای این منظور از تئوری سه بعدی الاستیسیته به عنوان دقیق ترین تئوری برای مدل سازی ورق های نازک و ضخیم استفاده خواهد شد. با مرور تحقیق های انجام شده تا کنون، این نتیجه حاصل می شود که این نخستین بار است که اثر تجمع نانولوله ها بر روی رفتار خمشی ورق های دوزنقه ای شکل مطالعه می شود. شایان ذکر است که در حالت های مورد مطالعه، مشاهده شد که تجمع نانولوله ها اثر چشم گیری بر نتایج نهایی ندارد و با تقریب مهندسی قابل نظر کردن می باشد.

مازیار جانقربان^۱

استادیار

واژه های راهنما: ورق دوزنقه ای شکل، نانوکامپوزیت، انباشتگی نانولوله ها، خمش، تئوری سه بعدی الاستیسیته

۱- مقدمه

انواع و اقسام بال برای هواپیما وجود دارد که هر کدام دارای مزایا و معایب مربوط به خود می باشند. یکی از بهترین نوع بال ها، بال های بیضی شکل است. یکی از دلایل این موضوع این است که نیروی لیفت در بال ها بیضی شکل پخش می شود. باید توجه داشت که تولید بال های بیضی شکل سخت و هزینه بر است. لذا از ساختارهایی نزدیک به بیضی برای بال ها استفاده می شود که قابلیت تولید راحت تری نسبت به بال بیضوی داشته باشند. یکی از هندسه های پیشنهادی برای این موضوع بال های دوزنقه ای شکل است (شکل ۱) که تطابق قابل قبولی با بیضی دارد.

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران
maziar.janghorban@miau.ac.ir



شکل ۱- نمایش مدلی از بال دوزنقه ای با دم

همچنین به دلیل کاهش جریان گردابه نوک بال، نیروی درگ را کم می کند. باید توجه شود که از آنجایی که در این نوع بال از ریشه تا نوک پیچش آیرودینامیکی وجود دارد و همچنین اندازه ایرفویل ها یکی نیست هنوز اندکی دشواری در فرآیند تولید آن وجود دارد. شایان ذکر است که در این نوع بال، طول وتر در ریشه بال بزرگتر از طول وتر در نوک آن می باشد. در ادامه مروری بر تحقیقات انجام شده بر روی ورق های دوزنقه ای، که مدلی پایه برای بال های دوزنقه ای هستند، ارائه خواهد شد.

تیان و همکارانش [۱] در سال ۲۰۱۷ رفتار غیرخطی بال دوزنقه ای در جریان ماوراء صوت را مورد بررسی قرار دادند. برای این منظور از تئوری پیستون مرتبه سوم و روابط وان-کارمن استفاده کردند. اثر پارامترهای مختلف از جمله پارامترهای هندسی در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است و تاثیر قابل توجه هندسه شکل بر رفتار غیرخطی ورق دوزنقه ای مشاهده شده است. شایان ذکر است که در این مقاله از رویکرد ریلی-ریتز در ترکیب با تبدیل آفین برای انتقال معادلات به درون محیط مربعی استفاده شده است. گوپتا و شارما [۲] ارتعاشات ورق های دوزنقه ای شکل اورتوتروپیک با ضخامت متغیر در محیط گرمایی را مورد مطالعه قرار داده اند. در این پژوهش، روش ریلی-ریتز برای استخراج فرکانس های اساسی برگزیده شده است. همچنین اثرات تغییر دما و پارامترهای هندسی بر روی نتایج مورد مطالعه ارائه شده است. ورق مورد بررسی در این مقاله به صورت یک در میان دو سر تکیه گاه ساده و دو سر درگیر بوده است. زمانی و همکارانش [۳] به مطالعه ارتعاشات ورق های لمینت دوزنقه ای شکل با شرایط مرزی مختلف مبادرت ورزیده اند. در این پژوهش تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول همراه با تبدیل مناسب برای انتقال از مختصات کارتیزین به مختصات دوزنقه ای استفاده شده اند. جهت حل معادلات از روش دیفرانسیل کوادریچر استفاده شده است. در این مقاله نشان داده شده است که تکنیک مورد استفاده، برای ورق های مثلثی نیز قابل اجرا می باشد. ترابی و همکارانش [۴] در سال ۲۰۱۹ به مطالعه ارتعاشات و فلاتر ورق های ساندویچی دوزنقه ای شکل با شرایط مرزی یک سر درگیر پرداختند. ورق مورد مطالعه از یک هسته لانه زنبوری با دو ورق همسانگرد در دو طرف تشکیل شده است. تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای مدل سازی ورق و تئوری پیستون جهت مدل سازی فشار سیال خارجی با زاویه مطلوب استفاده شده اند. جهت حل معادلات از روش دیفرانسیل کوادریچر بهره برده شده است. آنها مشاهده کردند که هندسه سلول های شش ضلعی هسته اثر ضعیفی بر فرکانس های طبیعی و سرعت بحرانی دارد.

کرمی و همکارانش [۵] با روش دیفرانسیل کوادریچر به مطالعه ارتعاشات و پایداری ورق های لمینت دوزنقه ای شکل و لوزی شکل پرداختند. در این مقاله یک فرآیند تصویر کردن عمومی به همراه یک نگاهت مرتبه دوم استفاده شده است تا معادلات را از دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی انتقال دهد. گوپتا و شارما [۶] ارتعاشات آزاد ورق نازک ارتوتروپیک دوزنقه ای شکل را که ضخامتش در راستای طولی به شکل سهموی عوض می شود را در محیط گرمایی مورد مطالعه قرار داده اند. روش ریلی-ریتز مورد استفاده قرار گرفته است و ورق مورد بررسی به صورت یک در میان دو سر تکیه گاه ساده و دو سر درگیر بوده است. لیانگ و همکارانش [۷] ورق دوزنقه ای ساندویچی را مورد مطالعه قرار داده اند که هسته آن متخلخل و دو لایه دو طرف هسته، نانوکامپوزیت هایی است که با نانوپلیتلت ها تقویت شده اند. هم تخلخل و هم نانوپلیتلت ها در راستای ضخامت حالت مدرج تابعی دارند. مدول الاستیسیته نانوکامپوزیت ها با هلپین-تسای اصلاح شده و نسبت پوواسون و چگالی با استفاده از قاعده مخلوط محاسبه شده اند. هووانگ و همکارانش [۸] به مطالعه تئوری و عملی ارتعاشات ورق های دوزنقه ای شکل یک سر درگیر مبادرت ورزیده اند و هفت مود اول ارتعاشی ورق های مورد مطالعه را استخراج کرده اند. نتایج حاصل شده از تئوری به کمک روش المان محدود همخوانی عالی با جواب های ناشی از تست های عملی داشته است. شایان ذکر است که تست عملی انجام شده با یک روش غیر تماسی (روش نوری) انجام شده است. پژوهش های جدید دیگری نیز روی ورق های دوزنقه ای انجام پذیرفته است که خواننده محترم برای کسب اطلاعات بیشتر می تواند به آنها رجوع کند [۹-۱۲].

در پژوهش حاضر، یک ورق نانوکامپوزیت دوزنقه ای شکل به کمک تئوری سه بعدی الاستیسیته به عنوان دقیق ترین تئوری برای مدل سازی ورق های نازک و ضخیم مورد بررسی قرار خواهد گرفت و خمش ورق در حالت وجود یا عدم وجود تجمع نانولوله ها، مورد مقایسه قرار خواهد گرفت. برای انتقال معادلات از محیط فیزیکی به محیط محاسباتی از روش تصویر کردن رایج بهره برده می شود و برای حل معادلات حاصل شده از روش دیفرانسیل کوادریچر استفاده خواهد شد. شایان ذکر است که مدل سازی ارائه شده در مقاله حاضر حالت کلی دارد و همه ورق های چهارضلعی مستقیم الاضلاع را شامل می شود. با بررسی مقالات، دیده می شود که تا کنون اثر تجمع نانولوله ها بر روی رفتار خمشی نانوکامپوزیت های دوزنقه ای شکل مطالعه نشده است و در این مقاله برای اولین بار به آن پرداخته می شود.

۲- معادلات حاکم

در این بخش معادلات مد نظر برای مدل سازی ورق دوزنقه ای بر اساس تئوری سه بعدی الاستیسیته بدست خواهند آمد و سپس به کمک روش دیفرانسیل کوادریچر گسسته سازی انجام خواهد شد. در اینجا مختصات کارتزین برای نمایش هر نقطه ورق به کار می رود. مؤلفه های جابجایی هر نقطه دلخواه از ورق نیز با (w, v, u) که به ترتیب در راستای (z, y, x) می باشند نمایش داده می شوند. بطور کلی برای بدست آوردن معادلات مربوط به تئوری سه بعدی الاستیسیته باید چند دسته معادله را با هم ترکیب کرد. دسته اول روابط کرنش-جابجایی می باشد که در ادامه نشان داده شده اند:

$$\varepsilon_{yy} = v_{,y} \quad \varepsilon_{zz} = w_{,z} \quad \varepsilon_{xx} = u_{,x} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{xy} = (u_{,y} + v_{,x}) \quad \varepsilon_{yz} = (w_{,y} + v_{,z}) \quad \varepsilon_{zx} = (u_{,z} + w_{,x})$$

دسته بعدی روابط تنش- کرنش می باشد که به شکل زیر تعریف می شوند:

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} C_{44}\gamma_{xz} \\ C_{55}\gamma_{yz} \\ C_{66}\gamma_{xy} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{matrix} \right\} \quad (2)$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = \frac{\nu E}{[1+\nu][1-2\nu]}, \quad C_{11} = C_{22} = C_{33} = \frac{E[1-\nu]}{[1+\nu][1-2\nu]}$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E}{2[1+\nu]}$$

که σ_{ij} ($i, j = x, y, z; i \neq j$) مؤلفه های تانسور تنش و ε_{ii} ($i, j = x, y, z; i \neq j$) و γ_{ij} مؤلفه های تانسور کرنش هستند و E و ν مدول یانگ و نسبت پواسون می باشند. دسته آخر معادلات تعادل می باشند که با اعمال قانون دوم نیوتن بر یک المان بدست می آیند:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} = 0$$

حال با قرار دادن معادله (۱) در معادله (۲) و در نتیجه بدست آوردن روابط تنش-جابجایی و سپس قرار دادن آنها در معادله (۳)، معادلات حاکم بر اساس جابجایی ها حاصل می شوند که این سه معادله در قالب دو رابطه زیر نشان داده شده اند:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & C_{12} + C_{66} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} \end{matrix} \right\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{12} + C_{66} \\ C_{66} & C_{22} & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} C_{55} \frac{\partial u_0}{\partial z} + C_{55} \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} \\ C_{44} \frac{\partial v_0}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \end{matrix} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C'_{55} & 0 \\ 0 & C'_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{13} + C_{55} & 0 \\ 0 & C_{23} + C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y \partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} C'_{13} & 0 \\ 0 & C'_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{13} + C_{55} & 0 \\ 0 & C_{23} + C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial y \partial z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C'_{23} \\ 0 & C_{23} + C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{23} + C_{44} \\ 0 & C_{23} + C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial y \partial z} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{55} & C_{44} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} + C_{33} \frac{\partial w_0}{\partial z} + C_{33} \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} = q \end{aligned} \quad (5)$$

حال از عملیات تصویر کردن (شکل ۲) استفاده می شود تا معادلات را از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی انتقال دهیم. برای این منظور از قاعده زنجیری به قرار زیر استفاده می شود:

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = [T^{21}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [T^{22}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} \\ & \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} \end{Bmatrix} = [T^{11}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

که $[T^{22}] = [J^{22}]^{-1} [T^{11}] = [J^{11}]^{-1}$ و $[T^{21}] = -[J^{22}]^{-1} [J^{21}] [J^{11}]^{-1}$ می باشد و

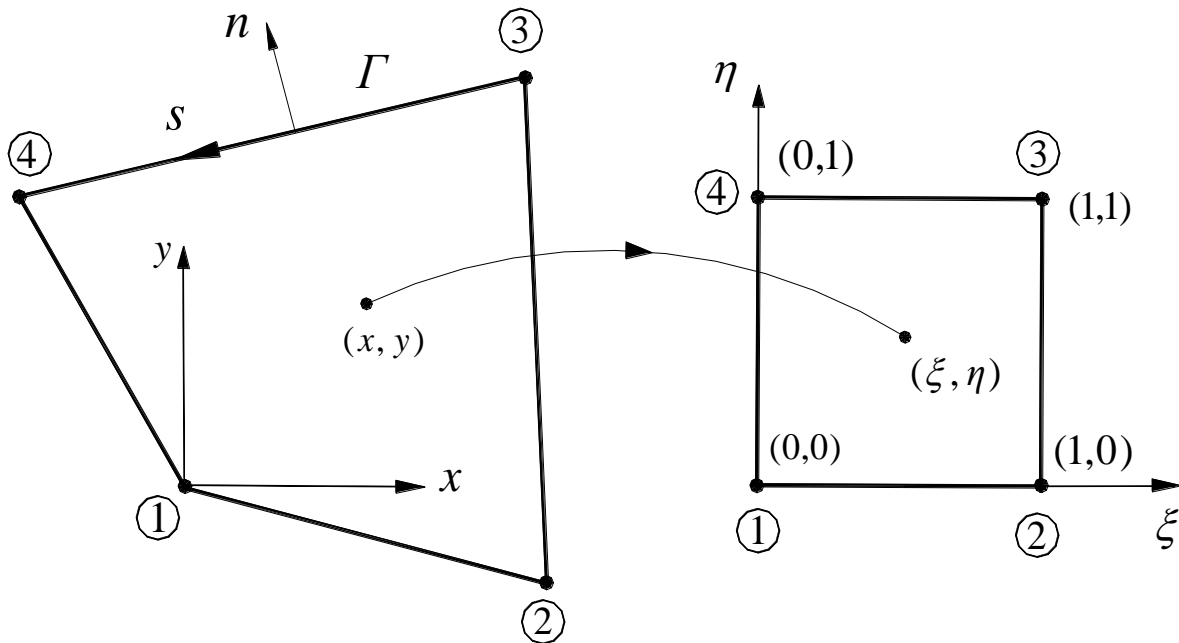
$$[J^{21}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix}, [J^{11}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[J^{22}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 & \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 & 2\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 & \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 & 2\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} & \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}\right) \end{bmatrix}$$

در این مرحله قادریم که معادلات بالا را پس از انتقال به محیط محاسباتی به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$[A^{11}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 u_0}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{12}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{22}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 v_0}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{21}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial v_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C'_{55} \frac{\partial u_0}{\partial z} + C_{55} \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} \\ C'_{44} \frac{\partial v_0}{\partial z} + C_{44} \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$+ [A^{13}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{23}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi \partial z} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial \eta \partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



شکل ۲- انتقال از دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی

$$\begin{aligned}
 & [A^{31}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{32}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 u_0}{\partial \xi \partial z} \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial \eta \partial z} \end{Bmatrix} + [A^{33}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial v_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} + [A^{34}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 v_0}{\partial \xi \partial z} \\ \frac{\partial^2 v_0}{\partial \eta \partial z} \end{Bmatrix} + [A^{35}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} + [A^{36}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w_0}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \\
 & + C'_{33} \frac{\partial w_0}{\partial z} + C_{33} \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} = q
 \end{aligned} \quad (9)$$

که در معادلات (۸) و (۹):

$$\begin{aligned}
 A^{11} &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & c_{12} + c_{66} \end{bmatrix} (T^{22}) \\
 A^{12} &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & c_{12} + c_{66} \end{bmatrix} (T^{21}) \\
 A^{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{12} + c_{66} \\ c_{66} & c_{22} & 0 \end{bmatrix} (T^{22}) \\
 A^{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{12} + c_{66} \\ c_{66} & c_{22} & 0 \end{bmatrix} (T^{21}) \\
 A^{31} &= \begin{bmatrix} c'_{55} & 0 \\ 0 & c'_{44} \end{bmatrix} (T^{11}) \\
 A^{23} &= \begin{bmatrix} c_{13} + c_{55} & 0 \\ 0 & c_{23} + c_{44} \end{bmatrix} (T^{11}) \\
 A^{31} &= [c'_{13} \quad 0] (T^{11}) \\
 A^{33} &= [0 \quad c'_{23}] (T^{11}) \\
 A^{32} &= [c_{13} + c_{55} \quad 0] (T^{11}) \\
 A^{34} &= [0 \quad c_{23} + c_{44}] (T^{11}) \\
 A^{35} &= [c_{55} \quad c_{44} \quad 0] (T^{22}) \\
 A^{36} &= [c_{55} \quad c_{44} \quad 0] (T^{21})
 \end{aligned} \quad (10)$$

شرایط مرزی نیز به شیوه مشابهی قابل بدست آوردن می باشند که در اینجا آورده نشده است [۱۳]. پس از بدست آوردن معادلات، نوبت به حل آنها می رسد. در مقاله حاضر از روش دیفرانسیل کوادریچر [۱۹-۱۴] برای این منظور بهره برده شده است. ایده اصلی در روش دیفرانسیل کوادریچر تبدیل مشتق یک تابع به صورت جمع وزن دار مقادیر آن تابع در نقاط قرار گرفته بر روی راستای مشتق گیری می باشد. با انجام این عملیات ریاضی، معادلات به صورت یک مجموعه معادلات جبری در نقاط مجزایی که از قبل آنها را تعریف کرده ایم، در می آید. مثلاً برای مشتق r ام تابع $f(\xi)$ در یک نقطه مشخص داریم:

$$\left. \frac{\partial^r f(\xi)}{\partial \xi^r} \right|_{\xi=\xi_i} = \sum_{j=1}^{N_\xi} A_{ij}^{\xi(r)} f(\xi_j) = \sum_{j=1}^{N_\xi} A_{ij}^{\xi(r)} f_j \quad (11)$$

$A_{ij}^{\xi(r)}$ تابع وزن مربوط به مشتق مرتبه r ام می باشد که با توجه به چند جمله ای لاگرانژ داریم:

$$A_{ij}^{\xi} = \begin{cases} \frac{1}{h} \cdot \frac{M(\xi_i)}{(\xi_i - \xi_j)M(\xi_j)} & i \neq j \\ -\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N_\xi} A_{ij}^{\xi} & i = j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, N_z \quad (12)$$

که $M(\xi_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^{N_\xi} (\xi_i - \xi_j)$ است. برای مشتقات مرتبه بالاتر نیز مشابه رابطه (۱۲) می توان روابطی ارائه کرد [۱۴]. شایان ذکر است که نقاط مجزایی که در بالا به آنها اشاره شد را می توان با چیدمان های مختلفی تعریف کرد که در مطالعه حاضر چیدمان کسینوسی برگزیده شده است. در ادامه گسسته سازی شده معادلات تعادل بر اساس روش دیفرانسیل کوادریچر به عنوان یک حل عددی دقیق و پر بازده ارائه می شود. شایان ذکر است که در این معادلات، تعداد نقاط مجزا (گره) در سه راستای ξ, η, z با N_ξ, N_η, N_z نام گذاری شده اند.

$$\begin{aligned} & \left[A^{11} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^\xi u_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} B_{jn}^\eta u_{0ink} \\ \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^\xi A_{jn}^\eta u_{0mnk} \end{array} \right\} + \left[A^{12} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi u_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta u_{0ink} \end{array} \right\} + \left[A^{22} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^\xi v_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} B_{jn}^\eta v_{0ink} \\ \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^\xi A_{jn}^\eta v_{0mnk} \end{array} \right\} \\ & + \left[A^{21} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi v_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta v_{0ink} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} (C'_{55})_k \sum_{p=1}^{N_z} A_{kp}^z u_{0i,jp} + (C_{55})_k \sum_{p=1}^{N_z} B_{kp}^z u_{0i,jp} \\ (C'_{44})_k \sum_{p=1}^{N_z} A_{kp}^z v_{0i,jp} + (C_{44})_k \sum_{p=1}^{N_z} B_{kp}^z v_{0i,jp} \end{array} \right\} + \left[A^{13} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi w_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta w_{0ink} \end{array} \right\} \\ & + \left[A^{23} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{p=1}^{N_z} A_{im}^\xi A_{kp}^z w_{0mjp} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} \sum_{p=1}^{N_z} A_{jn}^\eta A_{kp}^z w_{0inp} \end{array} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[A^{31} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi u_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta u_{0ink} \end{array} \right\} + \left[A^{32} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{p=1}^{N_z} A_{im}^\xi A_{kp}^z u_{0mjp} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} \sum_{p=1}^{N_z} A_{jn}^\eta A_{kp}^z u_{0inp} \end{array} \right\} + \left[A^{33} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi v_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta v_{0ink} \end{array} \right\} + \\
 & \left[A^{34} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{p=1}^{N_z} A_{im}^\xi A_{kp}^z v_{0mjp} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} \sum_{p=1}^{N_z} A_{jn}^\eta A_{kp}^z v_{0inp} \end{array} \right\} + \left[A^{35} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} B_{im}^\xi w_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} B_{jn}^\eta w_{0ink} \\ \sum_{m=1}^{N_\xi} \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{im}^\xi A_{jn}^\eta w_{0mnk} \end{array} \right\} + \left[A^{36} \right]_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{N_\xi} A_{im}^\xi w_{0mjk} \\ \sum_{n=1}^{N_\eta} A_{jn}^\eta w_{0ink} \end{array} \right\} + \quad (14) \\
 & \left(C'_{33} \right)_k \sum_{p=1}^{N_z} A_{kp}^z w_{0i jp} + \left(C_{33} \right)_k \sum_{p=1}^{N_z} B_{kp}^z w_{0i jp} = q
 \end{aligned}$$

می باشند. حال که معادلات حاکم گسسته سازی شد به سراغ شرایط مرزی باید رفت. از آنجایی که روش دیفرانسیل کوادریچر یک روش عددی جامع است، مانند بسیاری از حل های تحلیلی محدودیتی برای شرایط مرزی ندارد. لذا دقیقاً مطابق با آنچه که برای معادلات حاکم انجام شد، برای گسسته سازی شرایط مرزی انجام می شود و دقیقاً از روابط (۱۱) و (۱۲) استفاده می شود تا با صحت کامل گسسته سازی انجام گیرد. سپس معادلات حاکم و معادلات ناشی از شرایط مرزی، همگی به شکل گسسته سازی شده با هم حل می شوند.

۳- اثر انباشتگی نانولوله ها در نانوکامپوزیت ها

در واقعیت زمانی که نانوکامپوزیت ها [۳۰-۲۱] تولید می شوند بدون نقص نیستند و عیوبی با خود دارند که سبب کاهش خصوصیات مکانیکی آنها می شود. از جمله این عیب ها می توان به بحث انباشتگی نانولوله ها [۳۱-۳۴] اشاره کرد (شکل ۳). لذا ضروری جلوه می کند که در مدل سازی ها این فاکتور نیز لحاظ گردد. در این بخش یک میکرو مکانیکال مدل ارائه می شود تا اثر تجمع نانولوله ها بر مدول الاستیسیته یک نانوکامپوزیت را لحاظ کند. اصولاً نانولوله ها تمایل دارند که به دلیل عواملی از جمله سختی خمشی پایین و نسبت ابعاد بالا، دور هم تجمع کنند. در مدلی که در ادامه می آید فرض شده است که گروهی از نانولوله ها به صورت پراکنده در سرتاسر ماتریس پخش شده اند و گروهی دیگر در کنار هم تجمع کرده اند. با انتخاب یک قسمت از جسم برای مطالعه، حجم نانولوله های درون این بخش را می توان به دو دسته تقسیم بندی کرد:

$$V_r = V_r^{cluster} + V_r^m \quad (15)$$

در اینجا مناسب است که دو پارامتر مهم در مدل حاضر که مربوط به تجمع نانولوله‌ها می‌شود را معرفی کنیم.

$$\gamma = \frac{V_{cluster}}{V}, \quad \eta = \frac{V_r^{cluster}}{V_r} \quad 0 \leq \gamma, \eta \leq 1 \quad (16)$$

که V و $V_{cluster}$ حجم کل و حجم بخش‌های تجمع می‌باشند. در این مرحله مدول برشی و مدول حجمی برای نانوکامپوزیتی که نانولوله‌ها در آن به طور کاملاً تصادفی در فاز زمینه پخش شده اند ارائه می‌شود [۳۱]:

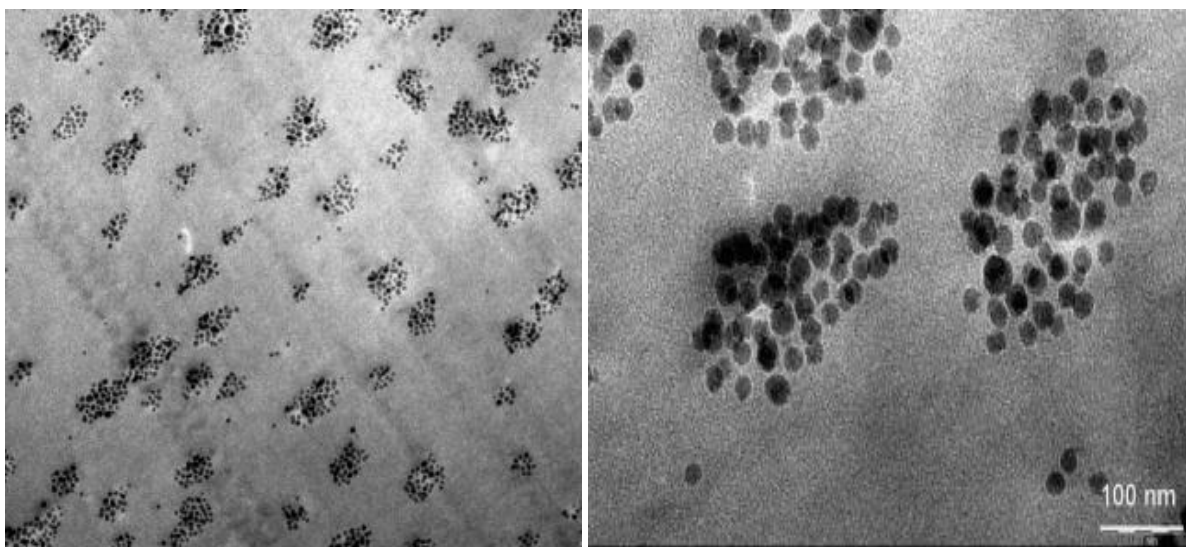
$$K = K_{out} \left[1 + \frac{\gamma \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)}{1 + \alpha (1 - \gamma) \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)} \right], \quad G = G_{out} \left[1 + \frac{\gamma \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)}{1 + \beta (1 - \gamma) \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)} \right] \quad (17)$$

که در رابطه فوق

$$\nu_{out} = \frac{3k_{out} - 2G_{out}}{2(3k_{out} + G_{out})}, \quad \alpha = \frac{1 + \nu_{out}}{3(1 - \nu_{out})}, \quad \beta = \frac{2(4 - 5\nu_{out})}{15(1 - \nu_{out})} \quad (18)$$

$$K_{out} = K_m + \frac{f_r (1 - \eta) (\delta_r - 3K_m \alpha_r)}{3[1 - \gamma - f_r (1 - \eta) + f_r (1 - \eta) \alpha_r]} \quad (19)$$

$$G_{out} = G_m + \frac{f_r (1 - \eta) (\eta_r - 2G_m \beta_r)}{2[1 - \gamma - f_r (1 - \eta) + f_r (1 - \eta) \beta_r]}$$



شکل ۳- تصاویر میکروسکوپی نشان دهنده تجمع نانوذره‌ها [۲۰]

$$K_{in} = K_m + \frac{f_r \eta (\delta_r - 3K_m \alpha_r)}{3(\gamma - f_r \eta + f_r \eta \alpha_r)}, G_{in} = G_m + \frac{f_r \eta (\eta_r - 2G_m \beta_r)}{2(\gamma - f_r \eta + f_r \eta \beta_r)} \quad (20)$$

که در روابط بالا اندیس *out* مربوط به بیرون تجمع نانولوله ها و اندیس *in* مربوط به درون تجمع نانولوله ها می باشد و f_r درصد حجمی نانولوله معادل می باشد. شایان ذکر است که اندیس *m* مربوط به فاز ماتریس می باشد. برای تعریف سایر پارامترها داریم [35]:

$$\alpha_r = \frac{3(K_m + G_m) + K_r - l_r}{3(K_r + G_m)} \quad (21)$$

$$\beta_r = \frac{1}{5} \left\{ \frac{4G_m + 2k_r + l_r}{3(k_r + G_m)} + \frac{4G_m}{G_m + p_r} + \frac{2[G_m(3K_m + G_m) + G_m(3K_m + 7G_m)]}{G_m(3K_m + G_m) + m_r(3K_m + 7G_m)} \right\} \quad (22)$$

$$\delta_r = \frac{1}{3} \left\{ n_r + 2l_r + \frac{(2k_r + l_r)(3K_m + 2G_m - l_r)}{G_m + k_r} \right\} \quad (23)$$

$$\eta_r = \frac{1}{5} \left\{ \frac{2}{3}(n_r - l_r) + \frac{8p_r G_m}{p_r + G_m} + \frac{8m_r G_m (3K_m + 4G_m)}{3k_m (G_m + m_r) + G_m (G_m + 7m_r)} + \frac{2(k_r - l_r)(2G_m + l_r)}{3(G_m + k_r)} \right\} \quad (24)$$

k_r, l_r, m_r, n_r و p_r پارامترهای مدول الاستیک هیل مربوط به نانولوله ها هستند که در سایر مقالات معرفی شده اند [36-37]. در انتها با بکارگیری رابطه (17) می توان به نسبت پوواسون و مدول الاستیسیته برای نانوکامپوزیت مورد مطالعه رسید:

$$E = \frac{9KG}{3K + G}, \nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (25)$$

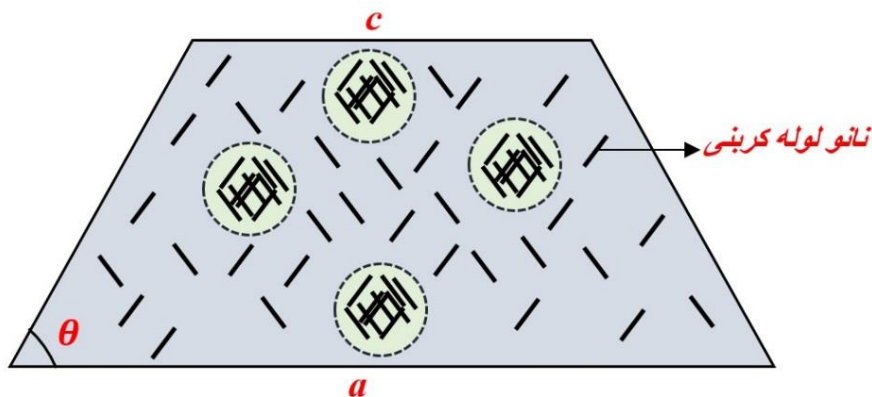
۴- نتایج عددی

در این قسمت به ارائه نتایج بدست آمده برای نانوکامپوزیت های ذوزنقه ای شکل با لحاظ کردن اثر انباشتگی نانولوله ها اقدام می کنیم. کلیه نتایج ارائه شده برای شرایط مرزی تکیه گاه ساده بر روی تمامی اضلاع نانوکامپوزیت های ذوزنقه ای می باشد. در ابتدا برای نشان دادن صحت نتایج بدست آمده، خروجی های روش استفاده شده در مقاله حاضر با نتایج موجود در سایر مقالات در جدول (1) مقایسه می شود. شایان ذکر است که این مقایسه برای یک ورق همگن و بدون بحث انباشتگی نانولوله ها می باشد چرا که تا کنون نانوکامپوزیت های ذوزنقه ای شکل با لحاظ کردن اثر انباشتگی نانولوله ها بررسی نشده اند. ضمناً در این جدول همگرایی نتایج استخراج شده به وسیله روش دیفرانسیل کوادریچر نیز بررسی شده است.

جدول ۱- همگرایی و صحت سنجی نتایج بدست آمده برای ورق های دوزنقه ای شکل متقارن بدون اثر انباشتگی

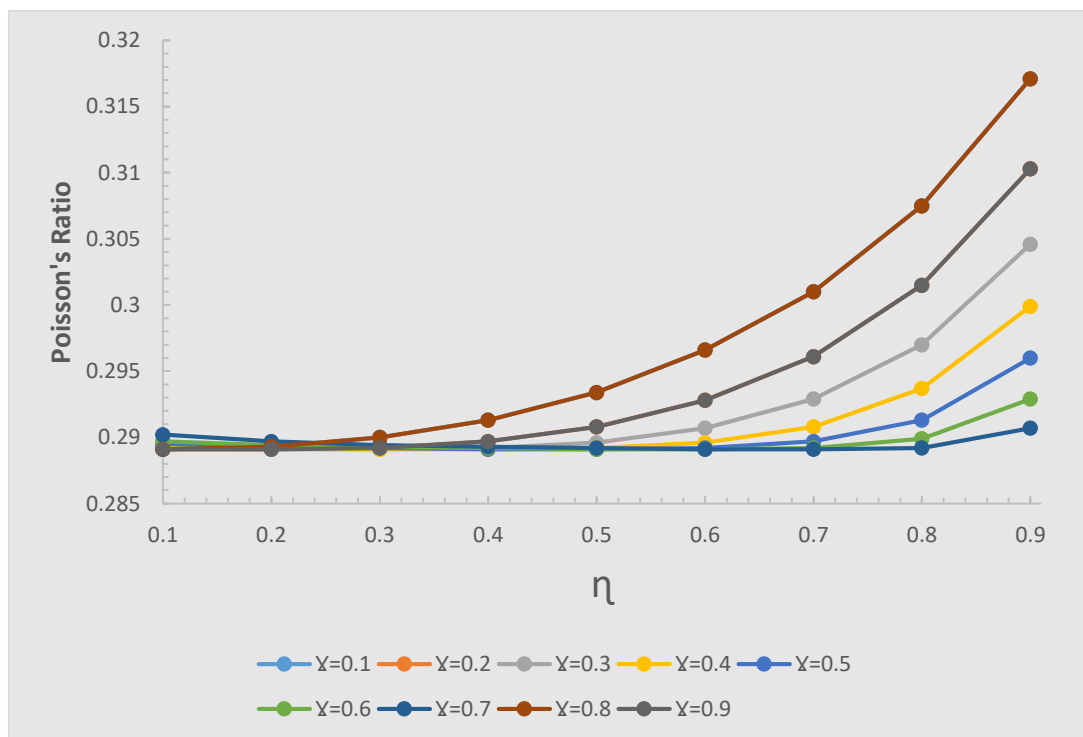
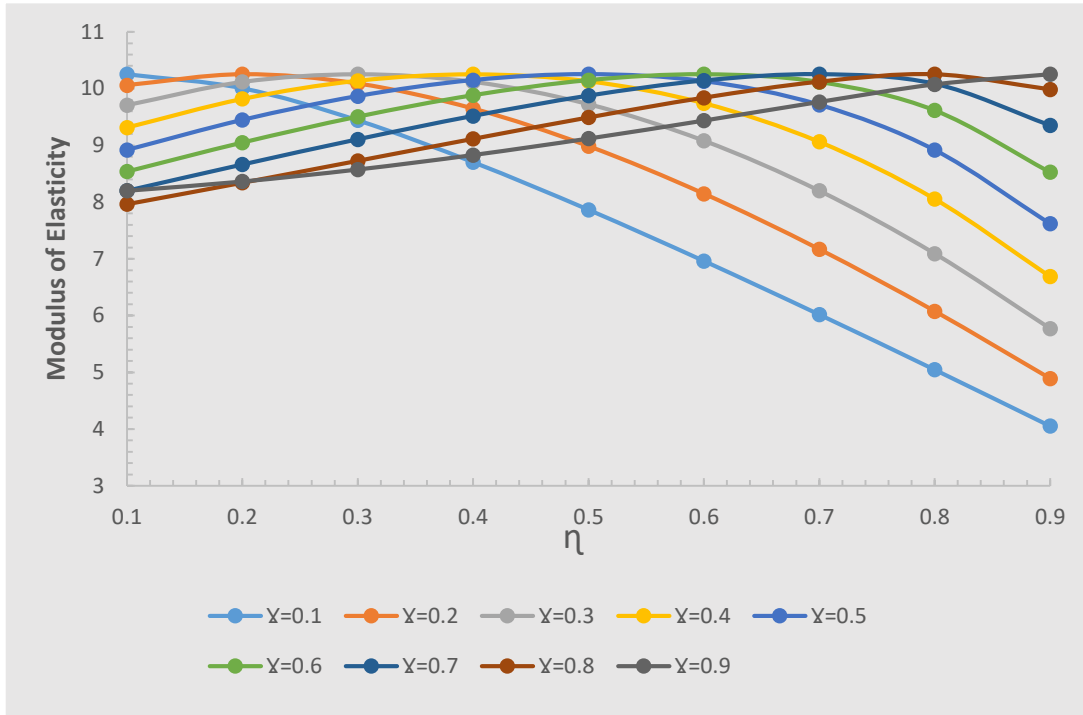
$c = 0.5$	$a/h=50$	$a/h=20$	[38]
N=5	۱٫۸۴۷۵	2.0136	-
7	1.8484	2.0143	-
9	1.8484	2.0143	-
11	1.8484	2.0143	2.02
$c = 0.75$			
N=5	2.9457	3.0484	-
7	2.9458	3.0481	-
9	2.9458	3.0481	-
11	2.9458	3.0481	3.03

در جدول (۱)، a ، h و c به ترتیب طول پایینی، ضخامت و طول بالایی نانوکامپوزیت دوزنقه ای شکل متقارن هستند (شکل ۴). در مقاله حاضر برای تمامی داده های ارائه شده طول پایینی و ارتفاع دوزنقه ۱ در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که اعداد ارائه شده در جدول (۱) بی بعد ($wD/1000pa^4$) می باشند که p بار اعمالی و D سختی خمشی است. با مشاهده جدول (۱) به وضوح دیده می شود که با تغییر تعداد گره در راستای ضخامت، تغییر محسوسی در حداکثر خیز ورق دوزنقه ای دیده نمی شود و نتایج بخوبی همگرا شده اند. همچنین همخوانی قابل قبول نتایج مقاله حاضر با نتایج تحقیقات گذشته بخوبی دیده می شود. در این مرحله، پس از بررسی همگرایی و صحت نتایج، اثر انباشتگی نانولوله ها در نانوکامپوزیت ها مورد بررسی قرار می گیرد. از آنجایی که انباشتگی نانولوله ها اثر مستقیم بر مدول الاستیسیته و نسبت پوواسون نانوکامپوزیت مورد مطالعه دارد، مناسب است که تغییرات مدول الاستیسیته و نسبت پوواسون برای حالات مختلف مورد بررسی قرار گیرد. در شکل (۵)، این تغییرات برای درصد حجمی نانولوله به میزان ده درصد نشان داده شده است. در این شکل، مدول الاستیسیته فاز زمینه $2/5$ گیگاپاسکال و نسبت پوواسون $0/34$ انتخاب شده اند. در این قسمت مناسب است که بر روی معنای فیزیکی پارامترهای ν و E بیشتر صحبت شود. زمانی که ν برابر یک باشد نواحی تجمع بر کل دامنه می افتد و این بدان معنی است که نانولوله ها در سراسر نانوکامپوزیت به طور یکنواخت پخش شده اند.



شکل ۴- تصویری از نانوکامپوزیت دوزنقه ای شکل مورد مطالعه در وجود تجمع نانولوله ها

از سوی دیگر، چنانچه η برابر یک شود، همه نانولوله ها درون نواحی تجمع هستند. همچنین چنانچه این دو پارامتر باهم برابر باشند این مفهوم را می رساند که درصد حجمی نانولوله ها در داخل و بیرون نواحی تجمع باهم برابر می باشند [۳۶].



شکل ۵- تغییرات مدول الاستیسیته و نسبت پواسون برای حالات مختلف تجمع نانولوله ها (واحد مدول الاستیسیته گیگاپاسکال است)

جدول ۲- اثرات انباشتگی و درصد حجمی نانولوله ها بر روی حداکثر خیز ورق دوزنقه ای شکل ($c = 0.5, \frac{a}{h} = 20$)

η	γ	CNT Volume Fraction					
		0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.150
0.1	0.1	0.3969	0.2786	0.2141	0.1734	0.1453	0.1247
	0.2	0.3991	0.2819	0.2175	0.1767	0.1484	0.1276
	0.3	0.4036	0.2883	0.2242	0.1831	0.1544	0.1332
	0.4	0.4094	0.2962	0.2323	0.1908	0.1615	0.1397
0.2	0.1	0.4002	0.2831	0.2186	0.1776	0.1492	0.1284
	0.2	0.3969	0.2786	0.2141	0.1734	0.1453	0.1247
	0.3	0.3985	0.2810	0.2165	0.1757	0.1474	0.1267
	0.4	0.4025	0.2864	0.2221	0.1810	0.1524	0.1313
0.3	0.1	0.4088	0.2943	0.2298	0.1881	0.1590	0.1374
	0.2	0.3989	0.2815	0.2170	0.1761	0.1479	0.1271
	0.3	0.3969	0.2786	0.2141	0.1734	0.1453	0.1247
	0.4	0.3983	0.2806	0.2161	0.1753	0.1471	0.1264

جدول ۳- اثرات انباشتگی و درصد حجمی نانولوله ها بر روی حداکثر خیز ورق دوزنقه ای شکل ($c = 0.75, \frac{a}{h} = 20$)

η	γ	CNT Volume Fraction					
		0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.150
0.1	0.1	0.6001	0.4214	0.3238	0.2622	0.2197	0.1887
	0.2	0.6036	0.4263	0.3290	0.2672	0.2244	0.1930
	0.3	0.6104	0.4360	0.3391	0.2769	0.2335	0.2014
	0.4	0.6191	0.4480	0.3514	0.2886	0.2443	0.2113
0.2	0.1	0.6052	0.4281	0.3306	0.2686	0.2257	0.1942
	0.2	0.6001	0.4214	0.3238	0.2622	0.2197	0.1887
	0.3	0.6026	0.4249	0.3275	0.2657	0.2230	0.1917
	0.4	0.6086	0.4332	0.3359	0.2738	0.2305	0.1986
0.3	0.1	0.6182	0.4450	0.3475	0.2846	0.2405	0.2078
	0.2	0.6032	0.4257	0.3282	0.2664	0.2237	0.1923
	0.3	0.6001	0.4214	0.3238	0.2622	0.2197	0.1887
	0.4	0.6023	0.4244	0.3269	0.2651	0.2225	0.1912

در جدول (۲) و (۳)، اثرات انباشتگی نانولوله ها و درصد حجمی آنها بر روی خیز ورق دوزنقه ای شکل با شرایط مرزی تکیه گاه ساده برای ابعاد مختلف ورق دوزنقه ای بررسی شده است. خواص فاز زمینه همچون شکل (۵) فرض شده است. ورق تحت بار گسترده ۱۰ نیوتن بر مترمربع واقع شده است و نتایج ارائه شده برای حداکثر خیز دارای واحد میکرومتر می باشد. با نگاه دقیق به نتایج استخراج شده این نکته دیده می شود که با افزایش درصد حجمی نانولوله ها، حداکثر خیز ورق دوزنقه ای شکل نیز کاهش می یابد که دلیل آن این است که با زیاد کردن درصد حجمی نانولوله ها، ورق سختی بالاتری را دارا می باشد. نکته جالب توجه در این جداول این است که روند تغییرات حداکثر خیز از حالت برابری γ و η عوض می شود یعنی اگر پیش از آن خیز روند کاهشی دارد، بعد از آن روند افزایشی پیدا می کند. دلیل این موضوع این می تواند باشد که در حالتی

که تجمع نانولوله‌ها اساساً وجود ندارد حالت ایده آل است ولی هر قدر تجمع آنها بیشتر شود، سختی ورق کاهش پیدا کرده و در نتیجه خیز زیاد می‌شود. در حالتی که میزان نانولوله‌های تجمع کرده آنقدر زیاد می‌شود که میزان نانولوله‌های داخل و بیرون مکان‌های تجمع برابر می‌شوند (حالت برابری λ و η)، فرمولی که برای محاسبه خواص ماده ارائه شدند (معادلات ۱۵ تا ۲۵) به یک حالت حدی می‌رسد و از این مرحله به بعد با بیشتر شدن نانولوله‌های تجمع کرده نسبت به تجمع نکرده، معادلات جای تجمع کرده‌ها و تجمع نکرده‌ها را عکس فرض می‌کند یعنی چون میزان تجمع کرده‌ها بیشتر از تجمع نکرده‌ها است آن تجمع کرده‌ها را اصل می‌گیرد و تجمع نکرده‌ها را در حکم تجمع کرده فرض می‌کند. این رفتار معادلات اگرچه در ظاهر ممکن است درست به نظر آید ولی با بررسی شخصی نویسنده مقاله حاضر، این رفتار غلط است و به نظر نویسنده مقاله حاضر این موضوع جزء ضعف‌های این معادلات در مدل سازی تجمع تقویت کننده‌ها در کامپوزیت‌ها به حساب می‌آید. البته این موضوع باید ریزبینانه تر و با موشکافی بیشتری بررسی شود و چنانچه صحبت نویسنده مقاله حاضر صحیح باشد می‌توان با انجام تست‌های متعدد آزمایشگاهی و مقایسه با معادلات، سعی در اصلاح آنها نمود. شایان ذکر است که پاسخ احتمالی که به این ایراد شاید داده شود این می‌تواند باشد که حالت برابری λ و η (برابری تعداد نانولوله‌های تجمع کرده و تجمع نکرده)، نشان از ضعف نانوکامپوزیت تولید شده می‌باشد و اصولاً چنین نانوکامپوزیتی (به دلیل ضعف ساختاری) ارزش بررسی ندارد و نیازی به درست بودن روابط برای این دسته از نانوکامپوزیت‌ها نیست. در آخر به این نکته توجه شود که معادلات و حل ارائه شده در مقاله حاضر محدود به مطالعه نانوکامپوزیت‌های دوزنقه‌ای شکل نیست و قابل استفاده برای ورق‌های مثلثی، لوزی شکل و خلاصه هر ورق چهارضلعی مستقیم الاضلاع دلخواهی می‌باشد.

۵- نتیجه گیری

اصولاً نانولوله‌ها تمایل دارند که به دلیل عواملی از جمله سختی خمشی پایین و نسبت ابعاد بالا، دور هم تجمع کنند. در مقاله حاضر، به مطالعه اثر تجمع نانولوله‌ها بر روی رفتار نانوکامپوزیت‌های دوزنقه‌ای شکل، به عنوان مدلی از بال هواپیما، پرداختیم. جهت مدل سازی ورق‌های دوزنقه‌ای شکل از از تئوری سه بعدی الاستیسیته و از روش تصویر کردن استفاده شد. سپس به کمک روابطی، اثرات تجمع نانولوله‌ها داخل در معادلات شد و در انتها معادلات نهایی با استفاده از روش عددی دیفرانسیل کوادریچر حل گردیدند. پس از صحت سنجی معادلات استخراج شده، اثرات پارامترهای گوناگونی از جمله درصد حجمی نانولوله‌ها، میزان انباشتگی آنها در فاز زمینه و ابعاد هندسی ورق دوزنقه‌ای شکل مورد بررسی قرار گرفتند. با مطالعه نتایج عددی استخراج شده به نتایج زیر دست یافتیم:

- با افزایش درصد حجمی نانولوله‌ها، حداکثر خیز ورق دوزنقه‌ای شکل کاهش می‌یابد که دلیل آن افزایش سختی ورق است.
- در حالت‌های مورد مطالعه در جداول (۲) و (۳) مشاهده شد که تجمع نانولوله‌ها اثر چشم گیری بر نتایج نهایی ندارد و قابل نظر کردن می‌باشد.
- روند تغییرات حداکثر خیز از حالت برابری λ و η عوض می‌شود یعنی اگر پیش از آن خیز روند کاهش می‌دارد، بعد از آن روند افزایشی پیدا می‌کند.

- یک نقص احتمالی برای معادلات مدل کننده انباشتگی نانولوله ها مشاهده شد (حالت بعد یا قبل از برابری η و γ) که می تواند محل بررسی بیشتر محققین قرار گیرد و چنانچه این نقص وجود داشته باشد، باید اصلاحاتی در فرمول های مربوطه از طرق مختلف از جمله انجام تست های عملی انجام شود.

مراجع

- [1] Tian, W., Yang, Z., Gu, Y., and Wang, X., "Analysis of Nonlinear Aeroelastic Characteristics of a Trapezoidal Wing in Hypersonic Flow", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 89, No. 2, pp. 1205-1232, DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3511-4>, (2017).
- [2] Gupta, A.K., and Sharma, S., "Thermally Induced Vibration of Orthotropic Trapezoidal Plate of Linearly Varying Thickness", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 17, No. 10, pp. 1591-1598, DOI: <https://doi.org/10.1177/107754631038464>, (2011).
- [3] Zamani, M., Fallah, A., and Aghdam, M.M., "Free Vibration Analysis of Moderately Thick Trapezoidal Symmetrically Laminated Plates with Various Combinations of Boundary Conditions", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 36, pp. 204-212, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2012.03.004>, (2012).
- [4] Torabi, K., Afshari, H., and Aboutalebi, F.H., "Vibration and Flutter Analyses of Cantilever Trapezoidal Honeycomb Sandwich Plates", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 21, No. 8, pp. 2887-2920, DOI: <https://doi.org/10.1177/1099636217728746>, (2019).
- [5] Karami, G., Shahpari, S.A., and Malekzadeh, P., "DQM Analysis of Skewed and Trapezoidal Laminated Plates", *Composite Structures*, Vol. 59, No. 3, pp. 393-402, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(02\)00188-5](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(02)00188-5), (2003).
- [6] Gupta, A.K., and Sharma, S., "Free Transverse Vibration of Orthotropic Thin Trapezoidal Plate of Parabolically Varying Thickness Subjected to Linear Temperature Distribution", *Shock and Vibration*, Vol. 1 pp. 1-6, DOI: <https://doi.org/10.1155/2014/392325>, (2014).
- [7] Liang, D., Wu, Q., Lu, X., and Tahouneh, V., "Vibration Behavior of Trapezoidal Sandwich Plate with Functionally Graded-porous Core and Graphene Platelet-reinforced Layers", *Steel and Composite Structures*, Vol. 36(1), pp. 47-62, DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2020.36.1.047>, (2020).
- [8] Huang, C.H., Hsu, C.H., and Lin, Y.K., "Experimental and Numerical Investigations for the Free Vibration of Cantilever Trapezoidal Plates", *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 29(5), pp. 863-872, DOI: <https://doi.org/10.1080/02533839.2006.9671184>, (2006).
- [9] Tian, W., Li, Y., Yang, Z., Li, P., and Zhao, T., "Suppression of Nonlinear Aeroelastic Responses for a Cantilevered Trapezoidal Plate in Hypersonic Airflow using an Energy Harvester Enhanced Nonlinear Energy Sink", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 172, Article ID: 105417, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105417>, (2020).

- [10] Noroozi, M., and Bakhtiari-Nejad, F., "Nonlinear Vibration of a Nanocomposite Laminated Piezoelectric Trapezoidal Actuator in Subsonic Airflow under Combined Electrical and Forcing Excitations", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 235(20), pp. 4784-4817, DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406220911075>, (2020).
- [11] Noroozi, M., Bakhtiari-Nejad, F., and Dardel, M., "Two-frequency Parametric Excitation and Combination Resonance of a Nanocomposite Laminated Piezoelectric Trapezoidal Plate in Subsonic Airflow", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 235, pp. 4348-4367, DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406220975431>, (2020).
- [12] Arya, B., and Rajanna, T., "Effect of Trapezoidal Shaped Laminated Composite Plate with and without Cutout on Vibration Characteristics", *Materials Today: Proceedings*, Vol. 45, pp. 34-40, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.09.228>, (2021).
- [13] Nami, M.R., and Janghorban, M., "Stress Analysis of Skew Nanocomposite Plates Based on 3D Elasticity Theory using Differential Quadrature Method", *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 6(2), pp. 158-172, DOI: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.20083505.2014.6.2.4.0>, (2014).
- [14] Janghorban, M., "Two Different Types of Differential Quadrature Methods for Static Analysis of Microbeams Based on Nonlocal Thermal Elasticity Theory in Thermal Environment", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 82(5), pp. 669-675, DOI: <https://doi.org/10.1007/s00419-011-0582-4>, (2012).
- [15] Nami, M.R., and Janghorban, M., "Free Vibration of Thick Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced Rectangular Composite Plates Based on Three-dimensional Elasticity Theory via Differential Quadrature Method", *Advanced Composite Materials*, Vol. 24(5), pp. 439-450, DOI: <https://doi.org/10.1080/09243046.2014.901472>, (2015).
- [16] Alibeigloo, A., and Emtehani, A., "Static and Free Vibration Analyses of Carbon Nanotube-reinforced Composite Plate using Differential Quadrature Method", *Meccanica*, Vol. 50(1), pp. 61-76, DOI: <https://doi.org/10.1007/s11012-014-0050-7>, (2015).
- [17] Arshid, E., and Khorshidvand, A.R., "Free Vibration Analysis of Saturated Porous FG Circular Plates Integrated with Piezoelectric Actuators via Differential Quadrature Method", *Thin-Walled Structures*, Vol. 125, pp. 220-233, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.01.007>, (2018).
- [18] Alibeigloo, A., and Nouri, V., "Static Analysis of Functionally Graded Cylindrical Shell with Piezoelectric Layers using Differential Quadrature Method", *Composite Structures*, Vol. 92(8), pp. 1775-1785, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.02.004>, (2010).
- [19] Bahrami, K., Afsari, A., Janghorban, M., and Karami, B., "Static Analysis of Monoclinic Plates via a Three-dimensional Model using Differential Quadrature Method", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 72(1), pp. 131-139, DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2019.72.1.131>, (2019).
- [20] Chevigny, C., Dalmas, F., Di Cola, E., Gimes, D., Bertin, D., Boué, F., and Jestin, J., "Polymer-grafted-nanoparticles Nanocomposites: Dispersion, Grafted Chain Conformation,

and Rheological Behavior", *Macromolecules*, Vol. 44(1), pp. 122-133, DOI: <https://doi.org/10.1021/ma101332s>, (2011).

[21] Arefi, M., Mohammadi, M., Tabatabaeian, A., Dimitri, R., and Tornabene, F., "Two-dimensional Thermo-elastic Analysis of FG-CNTRC Cylindrical Pressure Vessels", *Steel and Composite Structures*, Vol. 27(4), pp. 525-536, DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2018.27.4.525>, (2018).

[22] Ates, B., Koytepe, S., Ulu, A., Gurses, C., and Thakur, V.K., "Chemistry, Structures, and Advanced Applications of Nanocomposites from Biorenewable Resources", *Chemical Reviews*, Vol. 120(17), pp. 9304-9362, DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.9b00553>, (2020).

[23] Wu, H., Fahy, W.P., Kim, S., Kim, H., Zhao, N., Pilato, L., Kafi, A., Bateman, S., and Koo, J.H., "Recent Developments in Polymers/Polymer Nanocomposites for Additive Manufacturing", *Progress in Materials Science*, Vol. 111, Article ID: 100638, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2020.100638>, (2020).

[24] Arefi, M., Mohammadi, M., Amir-Ahmadi, S., and Rabczuk, T., "FSDT Electro-elastic Analysis of FG-CNTRC Cylindrical Three-layered Pressure Vessels with Piezoelectric Face-sheets", *Thin-Walled Structures*, Vol. 144, pp. 106320, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106320>, (2019).

[25] Wu, N., Du, W., Hu, Q., and Jiang, S.V.Q., "Recent Development in Fabrication of Co Nanostructures and Their Carbon Nanocomposites for Electromagnetic Wave Absorption", *Engineered Science*, Vol. 13(13), 11-23, (2020).

[26] Mohammadi, M., Arefi, M., Dimitri, R., and Tornabene, F., "Higher-order Thermo-elastic Analysis of FG-CNTRC Cylindrical Vessels Surrounded by a Pasternak Foundation", *Nanomaterials*, Vol. 9(1), pp. 79, DOI: <https://doi.org/10.3390/nano9010079>, (2019).

[27] Huang, X., Zhi, C., Lin, Y., Bao, H., Wu, G., Jiang, P., and Mai, Y.W., "Thermal Conductivity of Graphene-based Polymer Nanocomposites", *Materials Science and Engineering: R: Reports*, Vol. 142, Article ID: 100577, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.msar.2020.100577>, (2020).

[28] Arefi, M., Mohammadi, M., Tabatabaeian, A., and Rabczuk, T., "Free Vibration Analysis of FG-CNTRC Cylindrical Pressure Vessels Resting on Pasternak Foundation with Various Boundary Conditions", *Computers, Materials and Continua*, Vol. 62(3), pp. 1001-1023, DOI: <https://doi.org/10.32604/cmc.2020.08052>, (2020).

[29] Asadzadeh-Khaneghah, S., and Habibi-Yangjeh, A., "g-C₃N₄/carbon Dot-based Nanocomposites Serve as Efficacious Photocatalysts for Environmental Purification and Energy Generation: A Review", *Journal of Cleaner Production*, Article ID: 124319, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.124319>, (2020).

[30] Mohammadi, M., Arefi, M., and Ahmadi, S.A., "Two-dimensional Electro-elastic Analysis of FG-CNTRC Cylindrical Laminated Pressure Vessels with Piezoelectric Layers Based on Third-order Shear Deformation Theory", *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 142(2), pp. 1-19, DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4043842>, (2020).

- [31] Heidari, F., Taheri, K., Sheybani, M., Janghorban, M., and Tounsi, A., "On the Mechanics of Nanocomposites Reinforced by Wavy/Defected/Aggregated Nanotubes", *Steel and Composite Structures*, Vol. 38(5), pp. 533-545, DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2021.38.5.533>, (2021).
- [32] Sheybani, M., Janghorban, M., Heidari, F., and Taheri, K., "Dynamics of Nanocomposite Plates", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 43(7), pp. 1-17, DOI: <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03059-5>, (2021).
- [33] Pourasghar, A., and Chen, Z., "Nonlinear Vibration and Modal Analysis of FG Nanocomposite Sandwich Beams Reinforced by Aggregated CNTs", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 59(7), pp. 1362-1370, DOI: <https://doi.org/10.1002/pen.25119>, (2019).
- [34] Pourasghar, A., Yas, M.H., and Kamarian, S., "Local Aggregation Effect of CNT on the Vibrational Behavior of Four-parameter Continuous Grading Nanotube-reinforced Cylindrical Panels", *Polymer Composites*, Vol. 34(5), pp. 707-721, DOI: <https://doi.org/10.1002/pc.22474>, (2013).
- [35] Prylutskiy, Y.I., Durov, S.S., Ogloblya, O.V., Buzaneva, E.V., and Scharff, P., "Molecular Dynamics Simulation of Mechanical, Vibrational and Electronic Properties of Carbon Nanotubes", *Computational Materials Science*, Vol. 17(2-4), pp. 352-355, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0927-0256\(00\)00051-3](https://doi.org/10.1016/S0927-0256(00)00051-3), (2000).
- [36] Ghasemi, A.R., Mohandes, M., Dimitri, R., and Tornabene, F., "Agglomeration Effects on the Vibrations of CNTs/Fiber/Polymer/Metal Hybrid Laminates Cylindrical Shell", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 167, pp. 700-716, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.03.028>, (2019).
- [37] Shi, D.L., Feng, X.Q., Huang, Y.Y., Hwang, K.C., and Gao, H., "The Effect of Nanotube Waviness and Agglomeration on the Elastic Property of Carbon Nanotube-reinforced Composites", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 126(3), pp. 250-257, DOI: <https://doi.org/10.1115/1.1751182>, (2004).
- [38] Saadatpour, M.M., and Azhari, M., "The Galerkin Method for Static Analysis of Simply Supported Plates of General Shape", *Computers and Structures*, Vol. 69(1), pp. 1-9, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(98\)00073-X](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(98)00073-X), (1998).

Effect of Nanotubes Agglomeration on Bending Behavior of Trapezoidal Nanocomposites Reinforced with Carbon Nanotubes

* Corresponding author: **Maziar Janghorban**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran, maziar.janghorban@miau.ac.ir

Abstract

Trapezoidal plates are referred to as simple models for aircraft wings. These wings can be produced from different materials, each of which has its own advantages. One of the materials that has attracted the attention of researchers in recent years is nanocomposites, which with their high strength and low weight can be a good option for making aircraft wings. In fact, when nanocomposites are produced, they are not without weaknesses and have weaknesses that reduce their mechanical properties. One of these weaknesses is the agglomeration of nanotubes. In the present paper, a trapezoidal nanocomposite plate will be modeled and its behavior in the presence or absence of nanotubes agglomeration will be compared. The data extracted from the relations are for bending of trapezoidal plates. For this purpose, the three-dimensional theory of elasticity will be used as the most accurate theory for modeling of thin and thick plates. A review of the research conducted so far concludes that this is the first time that the effect of nanotubes agglomeration on the flexural behavior of trapezoidal plates has been studied. It is worth mentioning that in the studied cases, it was observed that the agglomeration of nanotubes has no significant effect on the final results and can be neglected by engineering approximation.

Keywords: Trapezoidal plate, Nanocomposite, Agglomeration of nanotubes, Bending, 3D Elasticity theory