

تحلیل دینامیک آشوبناک و کنترل آشوب سیستم انتقال چرخ دنده با استفاده از الگوریتم مود لغزشی پیش بین

نیما ولدبیگی^۱

دانشجوی دکتری

سید مهدی ابطحی^۲

استادیار

در این مقاله به تحلیل دینامیک غیرخطی و کنترل ارتعاشات آشوبناک در یک سیستم انتقال قدرت چرخ دنده به منظور حذف کامل نویزها پرداخته شده است. به منظور بررسی دینامیک آشوبناک سیستم، از ابزارهای عددی شامل مسیرهای صفحه فاز، مقاطع پوانکاره و نمودارهای دوشاخگی بهره برده شد که منجر به اثبات رفتار آشوبناک در سیستم غیرخطی شده است. سپس سیستم کنترلی نوین مبتنی بر نگرش مود لغزشی پیش بین ارائه شد به نحوی که با پیش بینی سطح لغزش مناسب در الگوریتم کنترلی تلفیقی مود لغزشی پیش بین، اصلاح رفتار آشوبناک را در پی دارد. نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم مدار بسته کارآمدی سیستم کنترلی پیشنهادی را از منظر بهبود رفتار دینامیکی و کاهش مصرف انرژی در کنار حذف ارتعاشات آشوبناک نشان می دهد.

واژه‌های راهنما: آشوب، سیستم چرخ دنده، دوشاخگی، کنترل مود لغزشی پیش بین

۱- مقدمه

با عنایت به اهمیت سیستم‌های انتقال قدرت چرخ‌دنده به طور ویژه در سیستم انتقال قدرت خودرو، شناخت پدیده‌های موثر بر ارتعاشات و نویز این سیستم‌ها امری ضروری است و یکی از این پدیده‌های پیچیده و مهم آشوب است. از جمله با بررسی تئوری رفتار آشوبناک چرخ‌دنده‌ها براساس نتایج حاصل از روش ملنیکوف^۳، پارامترهای منجر به آشوب در سیستم چرخ‌دنده محاسبه شده است. از سوی دیگر با حل تحلیلی معادلات حرکت، جنبه‌هایی از رفتار دینامیکی غیرخطی در این سیستم توصیف شده است که از آن جمله می‌توان به کار داسوزا و همکارانش اشاره کرد که به بررسی اثرات دینامیکی نویز در چرخ‌دنده‌ها اهتمام ورزیدند [۱].

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران m.abtahi@qiau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۰/۰۷، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸

^۳ Melnikov

در میان مدل‌های ارائه شده برای ارتعاشات غیرخطی و آشوبناک سیستم انتقال قدرت، مدل دو چرخ‌دنده درگیر در حضور لقی و خطای انتقال استاتیکی معرفی شد که با استفاده از روش رانگ-کوتا^۱ مورد تحلیل قرار گرفت. همچنین اثرات دمای سطح دندانه بر دینامیک چرخ‌دنده با در نظر گرفتن لقی، لقی یاتاقان‌ها و سختی متغیر با زمان در [۲] بررسی و پدیده‌های پیچیده‌ی تناوبی و آشوب توسط نمودارهای دوشاخگی مشاهده شد. به منظور کاهش نویز در چرخ‌دنده‌های درگیر، می‌توان از بهینه‌سازی متغیرهای هندسی طراحی و همچنین گسترش آنالیز ملنیکوف در راستای توسعه یک مدل عملی در حضور لقی، سختی متغیر با زمان و خطای انتقال استاتیکی استفاده نمود [۳، ۴].

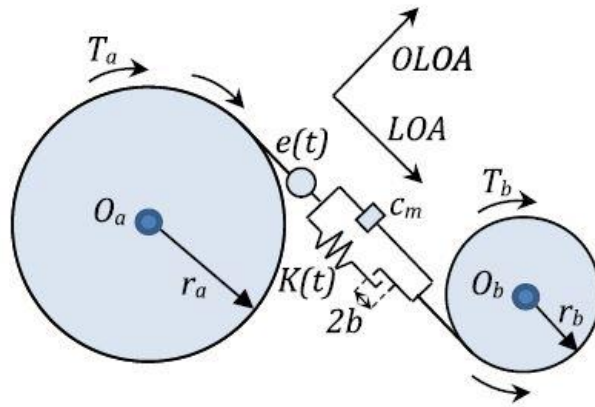
در زمینه کنترل ارتعاشات آشوبناک سیستم انتقال قدرت چرخ‌دنده، در [۵] از راهبرد کنترل مود لغزشی ترمینال تطبیقی به منظور اصلاح رفتار آشوبناک پیشنهاد شده است. سپس کنترل‌کننده‌ای مبتنی بر ترکیب الگوریتم‌های پیش‌بین و مود لغزشی معرفی شد که کنترل حرکت به سمت سطح لغزش را با سهولت بیشتر امکانپذیر می‌نماید و نتیجه آن کنترل دقیق سیستم با لحاظ کردن حل‌های پیوسته و گسسته زمانی بدون در نظر گرفتن اختلالات موثر بر سیستم می‌باشد [۶، ۷] کنترل‌کننده پیشنهادی [۸] براساس تعریف جدیدی از مانیفولد لغزشی، منجر به همگرایی سریع‌تری به سطح لغزش می‌شود که در ساختار کنترلی پیش‌بین، با افزایش ابزارهای پیش‌بینی و بهینه‌سازی تابع هزینه، تاخیر محاسباتی و زمان کنترلی را کاهش داده است. همچنین یک کنترل‌کننده پیش‌بین با ساختار تیوبی به همراه یک کنترل‌کننده مود لغزشی به منظور تنظیم بهره سوئیچ کنترل‌کننده مود لغزشی مورد استفاده قرار گرفته است [۹، ۱۰].

در این پژوهش در گام نخست پس از مدل‌سازی ریاضی و شبیه‌سازی سیستم مدارباز، دینامیک آشوبناک سیستم انتقال چرخ‌دنده با استفاده از نتایج برگرفته از مقاطع پوانکاره و مسیرهای صفحه فازی بررسی و اثبات شده است. همچنین مقادیری از پارامترهای سیستم که بواسطه آن رفتار آشوبناک بروز می‌نماید توسط نمودارهای دوشاخگی مورد ارزیابی دقیق قرار می‌گیرند. در گام بعدی با ارائه کنترل‌کننده‌ی جدید مود لغزشی پیش‌بین به کنترل و پایدارسازی دینامیک ارتعاشاتی سیستم انتقال چرخ‌دنده پرداخته شد. به نحوی که با پیش‌بینی سطح لغزش مدنظر الگوریتم مود لغزشی با استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین قاعده کنترلی مناسبی بدست می‌آید. نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم فیدبک، کارایی سیستم کنترلی پیشنهادی نوین را در بهبود شاخص‌های کنترلی نظیر زمان نشست، فراجهدش پاسخ‌ها، مصرف انرژی و پایدارسازی سیستم در کنار حذف رفتار آشوبناک نشان می‌دهند.

۲- مدل‌سازی دینامیکی

شمای کلی چرخ‌دنده‌های درگیر در شکل (۱) نمایش داده شده است. این نوع چرخ‌دنده در سیستم انتقال قدرت خودرو کارکردی کلیدی دارد. در مدل مزبور چرخ‌دنده‌ها به عنوان دو دیسک صلب در نظر گرفته شده‌اند که ناحیه تماس آن‌ها به وسیله یک فنر و دمپر با ضریب ثابت c_m در امتداد خط عملکردی به یکدیگر متصل شده‌اند. همچنین r_a و r_b به ترتیب شعاع‌های دایره‌های مبنای چرخ‌دنده‌ها، I_a و I_b ممان‌های اینرسی چرخ‌دنده‌ها، k_m سختی درگیری و T_a و T_b گشتاورهای خارجی اعمالی بر چرخ‌دنده‌ها می‌باشند.

¹ Runge - Kutta



شکل ۱- مدل جفت چرخ‌دنده‌های درگیر

برای بیان لقی از تابع f_h استفاده شده است [۴]. به منظور نمایش خطای انتقال استاتیکی که ناشی از عوامل گوناگونی از جمله تغییر شکل از حالت پیچش کامل، خطاهای ساخت و تغییر شکل دندانه‌ها است، از تحریک داخلی $e(t)$ استفاده شده است. با در نظر گرفتن همه این موارد معادله حرکت دورانی عبارتست از:

$$m \frac{d^2 \tilde{x}}{dt^2} + c \frac{d\tilde{x}}{dt} + k f_h(\tilde{x}) = \hat{F}_m + \hat{F}_e(t) \quad (1)$$

که در آن

$$f_h(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{x} - (1-a)b; & b < \tilde{x} \\ a\tilde{x}; & -b \leq \tilde{x} \leq b \\ \tilde{x} + (1-a)b; & b < -\tilde{x} \end{cases}$$

و $\tilde{x}(t) = r_a \theta_a - r_b \theta_b - e$ اختلاف خطای انتقال استاتیکی و دینامیکی است که به صورت $\tilde{x}(t) = r_a \theta_a - r_b \theta_b - e$ تعریف می‌شود، $\hat{F}_m = m \left(\frac{T_a r_a}{I_a} + \frac{T_b r_b}{I_b} \right)$ ، $\hat{F}_e(t) = -m \frac{d^2 e(t)}{dt^2}$ ، $m = \frac{I_a I_b}{I_a r_a^2 + I_b r_b^2}$ ، چرخ‌دنده‌ها را نشان می‌دهد. خطای انتقال استاتیکی تابعی از فرکانس درگیری و به شکل $e(t) = e \cos(\omega_e t + \varphi_e)$ به صورت هارمونیک مدنظر است [۴]. با تعریف پارامترهای $x = \tilde{x}/b$ $\tilde{F}_m = \tilde{k}_p = k_p/m\omega_n^2$ ، $\tilde{\mu} = c/2m\omega_n$ ، $\Omega_e = \omega_e/\omega_n$ ، $\Omega_k = \omega_k/\omega_n$ ، $\tau = \omega_n t$ ، $\omega_n = \sqrt{\frac{k_m}{m}}$ $\tilde{F}_e = e/b$ و \tilde{F}_m/bk_m شکل بدون بعد معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + 2\tilde{\mu} \frac{dx}{d\tau} + f_h(x) = \tilde{F}_m + \tilde{F}_e(t) \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \Phi_e) \quad (2)$$

که

$$f_h(x) = \begin{cases} x - (1-a); & 1 < x \\ x; & -1 \leq x \leq 1 \\ x + (1-a); & 1 < -x \end{cases}$$

و $\tilde{\mu} = \varepsilon\mu$ و $\tilde{F}_e = \varepsilon f_e$ ، $\tilde{F}_m = \varepsilon f_m$ و همچنین برای بیان لقی یک تقریب چندجمله‌ای از مرتبه سه را به شکل $f_h(x) = -0.1667x + 0.1667x^3$ پیشنهاد شده است. بنابراین معادله حرکت را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\frac{d^2x}{d^2\tau} + 2\tilde{\mu}\frac{dx}{d\tau} + (-0.1667x + 0.1667x^3) = \tilde{F}_m + \tilde{F}_e(t)\Omega_e^2 \cos(\Omega_e t + \Phi_e) \quad (3)$$

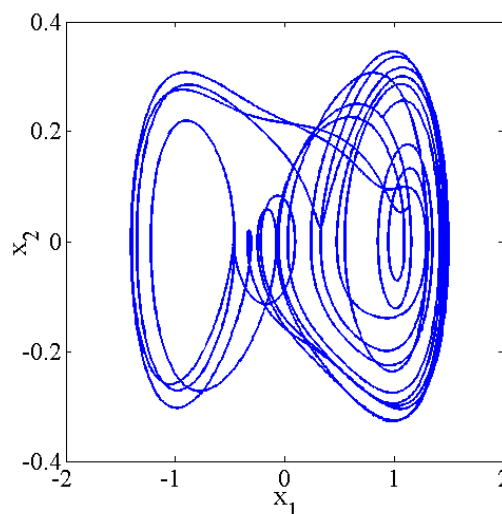
فرم فضای حالت دینامیک سیستم نیز عبارتست از:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\varepsilon\mu x_2 + (0.1667x_1 + 0.1667x_1^3) + \varepsilon(f_e\Omega_e^2 \cos(\Omega_e\tau + \Phi_e)) + u \end{cases} \quad (4)$$

در رابطه (۴)، $x = [x_1, x_2]^T$ بردار حالت سیستم و u ورودی کنترلی است؛ سایر متغیرها نیز پیش‌تر تعریف شده‌اند. شایان ذکر است که $0 < \varepsilon \leq 1$ می‌باشد [۴]. گفتنی است که به‌ازای این مقدار سیستم رفتار آشوبناک نشان می‌دهد.

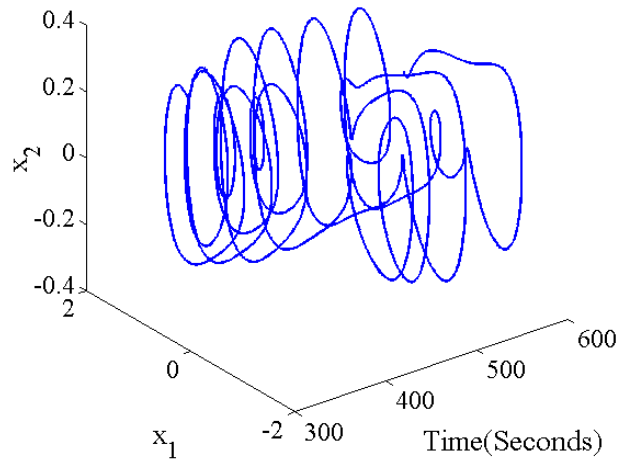
۳- تحلیل دینامیک آشوبناک سیستم چرخ‌دنده

در این بخش دینامیک غیرخطی سیستم انتقال چرخ‌دنده با استفاده از مسیرهای صفحه فازی، نمودارهای دوشاخگی، مقاطع پوانکاره و چگالی طیف توان مورد بررسی قرار گرفته است. با نگاهی به مسیر دینامیک سیستم که در شکل (۲) نمایش داده شده، می‌توان دریافت که مسیرهای سیستم محدود شده و به دلیل شکل مدارها و منیفولدها دارای ناپایداری لیپانوفی^۱ است. علاوه بر این با بررسی تابع مسیر سیستم در سه بعد که در شکل (۳) رسم شده است، می‌توان رفتار آشوبناک سیستم را مشاهده نمود [۱۱].



شکل ۲- تابع مسیر سیستم

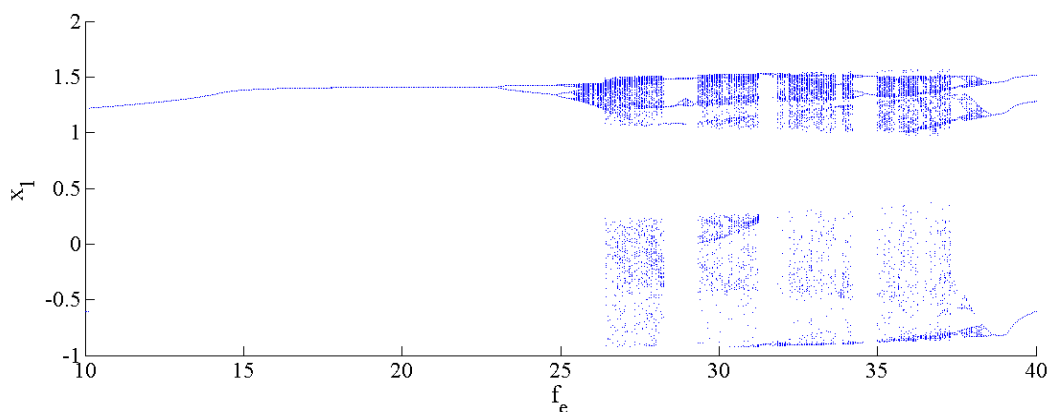
^۱ Lyapunov



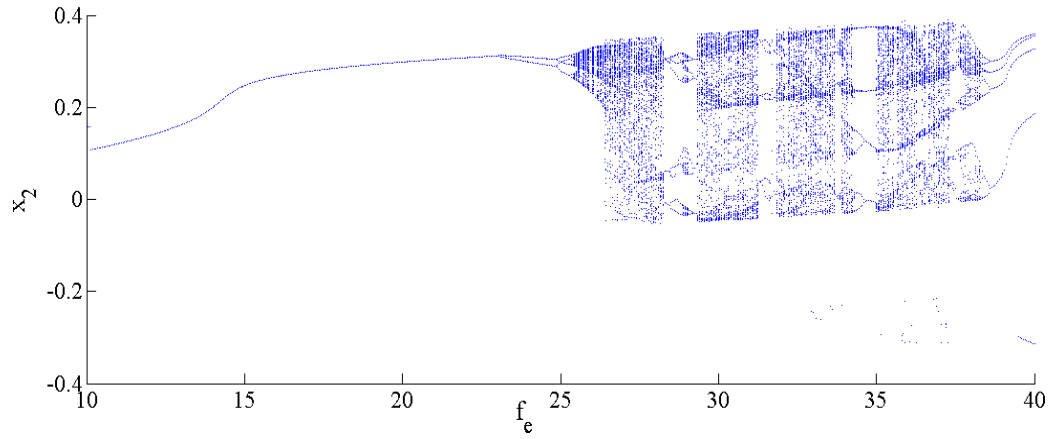
شکل ۳- ترژکتوری سیستم در سه بعد

با استفاده از نمودارهای دوشاخگی مطابق شکل های (۴-۶)، پارامترهای کنترلی سیستم عبارتند از f_m ، f_e و f_e که در شکل (۴) محدوده تغییرات f_e از ۱۰ تا ۴۰ با طول گام ثابت در نظر گرفته شده است. با مشاهده این نمودار رفتار آشوبناک سیستم به ازای مقادیر $f_e > 25$ به وضوح قابل درک است. در شکل (۵) f_m از ۰/۱ تا ۳ با طول گام ثابت تغییر کرده که در شکل کران آشوب سیستم و نواحی که سیستم در آن رفتار شبه پریودیک نشان می دهد مشخص است. در شکل (۶) نیز دامنه تغییرات پارامتر کنترلی Ω_e از ۰/۱ تا ۲ است که به ازای مقادیر $\Omega_e > 0.4$ سیستم رفتار آشوبناک از خود بروز می دهد. شایان ذکر است که در نمودارهای دوشاخگی، گاهی سیستم به ازای برخی مقادیر رفتار شبه پریودیک نشان داده که سریعاً به رفتار آشوبناک تبدیل می شود [۱۲، ۱۳].

ابزار دیگر تحلیل دینامیک سیستم مقطع پوانکاره است. توزیع نامتقارن و بی قاعده نقاط حاصل از برخورد مسیرهای دینامیکی سیستم با صفحه ای در فضای فازی که در شکل (۷) تحت عنوان مقطع پوانکاره سیستم نمایش داده شده است قابل رویت است که دلیلی بر آشوبناک بودن سیستم است. در شکل های (۸) چگالی طیف توان سیستم ارائه شده که پیوستگی و گستردگی طیف فرکانسی در نمودارهای چگالی طیف توان حاکی از رفتار آشوبناک سیستم است. با بررسی نتایج حاصل از تحلیل دینامیک سیستم، اعم از مسیرهای سیستم دینامیکی، نمودار دوشاخگی، مقطع پوانکاره و چگالی طیف توان بروز آشوب در سیستم قطعی است.

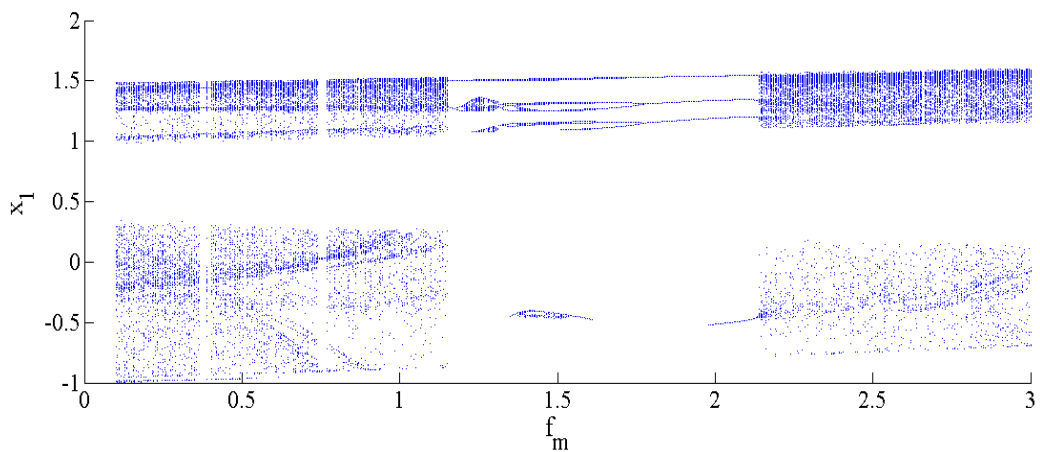


الف- نمودار دوشاخگی x_1

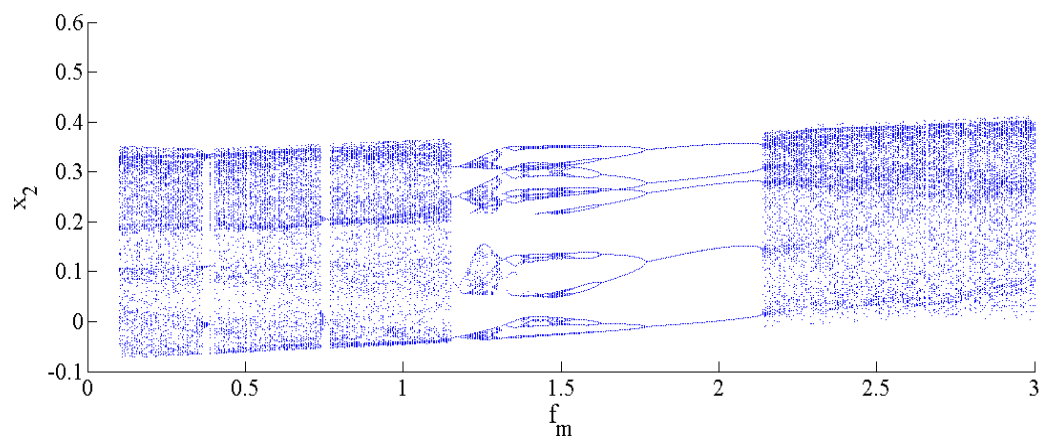


ب- نمودار دوشاخگی x_2

شکل ۴- نمودار دوشاخگی سیستم بر اساس f_e

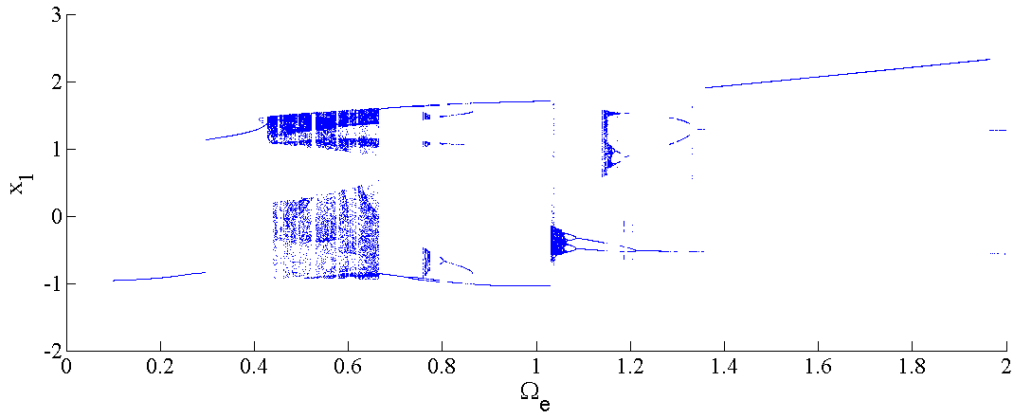


الف- نمودار دوشاخگی x_1

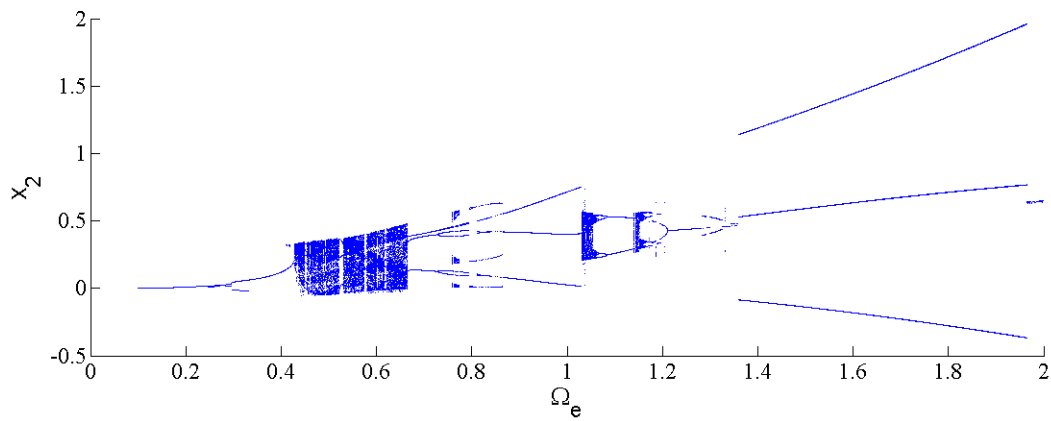


ب- نمودار دوشاخگی x_2

شکل ۵- نمودار دوشاخگی سیستم بر اساس f_m

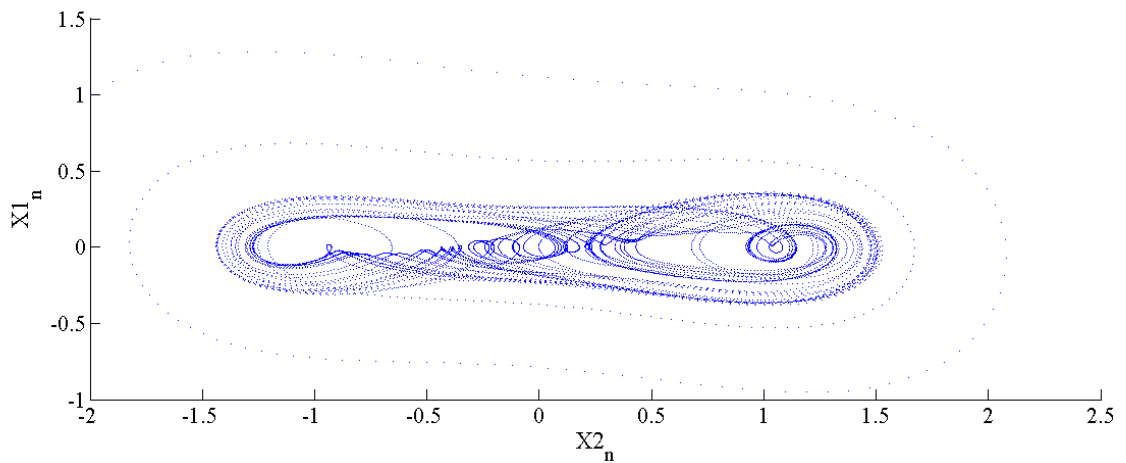


الف- نمودار دوشاخگی x_1

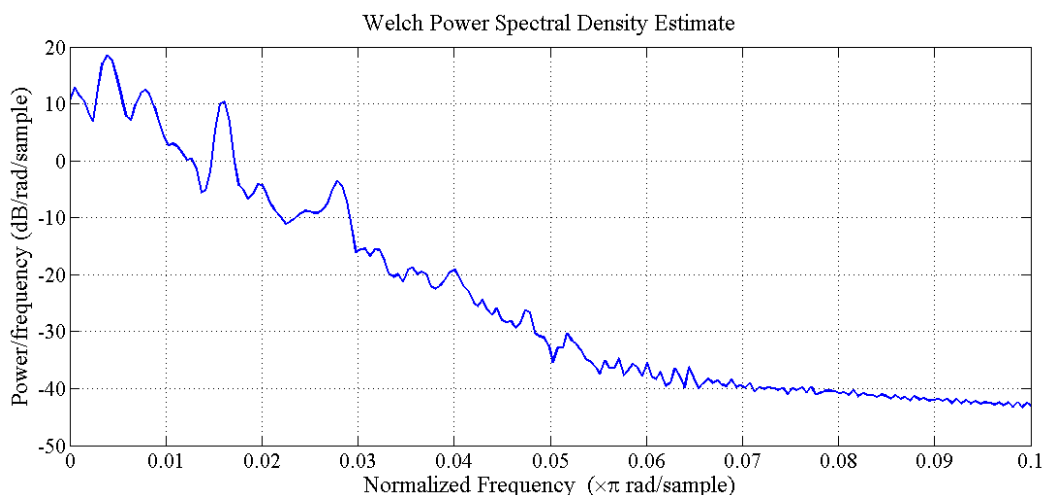
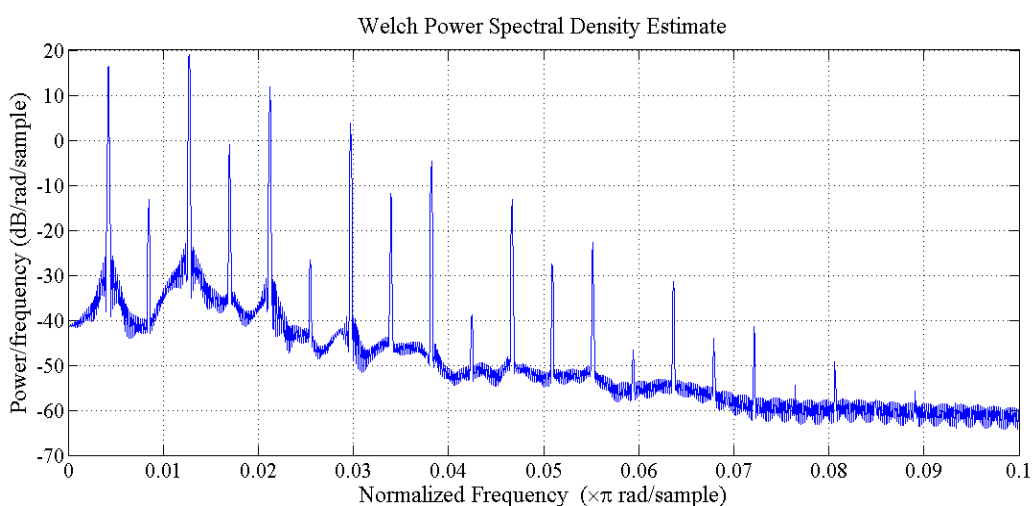


ب- نمودار دوشاخگی x_2

شکل ۶- نمودار دوشاخگی سیستم بر اساس Ω_e



شکل ۷- مقطع پوانکاره سیستم

الف - چگالی طیف توان برای x_1 ب - چگالی طیف توان برای x_2

شکل ۸ - چگالی طیف توان سیستم

۴- طراحی سیستم کنترل آشوب

۴-۱- الگوریتم مودلغزشی پیش‌بین

در صورتیکه سیستم غیرخطی را بصورت رابطه (۶) در نظر بگیریم، در این معادله x خروجی مطلوب، $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]$ بردار حالت و u ورودی کنترلی است. $f(x)$ بردار تابع داده شده و $g(x)$ ماتریس بهره کنترلی است [۱۴].

$$x^{(n)} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (۵)$$

برای طراحی کنترل مودلغزشی، نخست سطح لغزش طراحی می‌شود. اگر $\tilde{x} = x - x_d$ خطای ردیابی باشد، سطح لغزش در فضای حالت را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد:

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x} \quad (6)$$

که λ عددی ثابت و مثبت است. برای سیستم مد نظر این پژوهش $n=2$ است. لذا سطح لغزش به شکل زیر است:

$$s(x, t) = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (7)$$

با تعریف

$$z = \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (8)$$

مشتق گیری از سطح لغزش منتج به رابطه زیر می شود:

$$\dot{s}(t) = \ddot{\tilde{x}} - \ddot{x}_d + z \quad (9)$$

در امتداد چارچوب زمانی مد نظر، سطح لغزش $\hat{s}(t, T)$ در زمان T به وسیله رابطه زیر پیش بینی می شود [۱۵]:

$$\hat{s}(t, T) = s(t) + T \dot{s}(t) \quad (10)$$

در گام بعدی، براساس رویکرد کنترل پیش بین بایستی یک تابع هزینه تعریف نمود تا سیگنال کنترلی از بهینه سازی این تابع در خلال یک دامنه زمانی موسوم به افق کنترلی^۱ بدست آید. بهینه سازی در هر گام زمانی تکرار می شود. تابع هزینه مطلوب در زمان T عبارتست از:

$$J(x, u, t) = \frac{1}{2} \hat{s}^T(t, T) \hat{s}(t, T) \quad (11)$$

شرط لازم برای کنترل بهینه به منظور کمینه سازی معادله (۱۲) نسبت به u این است که:

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0 \quad (12)$$

با جایگذاری معادلات حل معادله (۱۳) قاعده کنترلی مود لغزشی پیش بین به شکل زیر خواهد بود:

¹Control horizon

$$u = [\hat{u} - K \text{sign}(s)]/g \quad (13)$$

در رابطه فوق

$$K = -\lambda(F + \eta)G + (G - 1)|\hat{u}| \quad (14)$$

و توابع F و G به ترتیب تخمین f و g هستند و همچنین

$$\hat{u} = (x_2 - x_{d2}) - \hat{f} + x_{d2} \quad (15)$$

که \hat{f} و \hat{g} به ترتیب کران‌های نایقینی‌ها و ماتریس بهره هستند.

۴-۲- کنترل سیستم چرخ‌دنده از طریق رویکرد مود لغزشی پیش‌بین

به منظور طراحی سیستم کنترلی مود لغزشی پیش‌بین برای سیستم دینامیکی آشوبناک چرخ‌دنده، ابتدا دینامیک سیستم انتقال قدرت توسط چرخ‌دنده‌های درگیر را مطابق معادله ۶ بفرم معادله دیفرانسیل رسته دو بصورت زیر نوشته که در آن

$$f = 2\mu\epsilon x_2 + \epsilon(f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \Phi_e)) \quad (16)$$

و

$$g = 0.1667x_1 + 0.1667x_1^3 \quad (17)$$

است. برای بدست آوردن کران‌های نایقینی سیستم و ماتریس بهره می‌توان نوشت:

$$f = 2\mu\epsilon x_2 + \epsilon(f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \Phi_e)) \quad (18)$$

$$g = 0.1667(x_1 - x_{13}) \quad (19)$$

سطح لغزش عبارتست از:

$$s = x_2 - x_{d2} + \lambda x_1 - x_{d1} \quad (20)$$

سطح لغزش پیش‌بینی شده نیز به صورت زیر است:

$$\hat{s} = (x_2 - x_{d2}) + \lambda(x_1 - x_{d1}) + T[-2\mu\epsilon x_2 + 0.1667(x_1 - x_1^3)] + \epsilon[f_m + f_e\Omega_e^2 \cos(\Omega_e\tau + \Phi_e) - \dot{x}_{d2} + z] \quad (21)$$

همچنین پس از تنظیم^۱ سیستم کنترلی مقادیر

$$F = 0.8\hat{f} \quad (22)$$

و

$$G = 0.8\hat{g} \quad (23)$$

بدست آمده. در نهایت سیگنال کنترلی به شکل زیر استخراج می شود:

$$u = \frac{-\lambda\tilde{x}_{d1} - \hat{f} + \tilde{x}_{d2} - K\text{sign}(x_{d2} + \lambda x_{d1})}{0.1667(x_1 - x_1^3)} \quad (24)$$

که در رابطه فوق $\tilde{x}_{d2} = x_2 - x_{d2}$ و $\tilde{x}_{d1} = x_1 - x_{d1}$ می باشند.

۵- شبیه سازی سیستم مدار بسته

این بخش در راستای ارزیابی و صحت سنجی عملکرد سیستم کنترلی پیشنهادی، به شبیه سازی سیستم مدار بسته اختصاص یافته است. به منظور شبیه سازی سیستم کنترلی فیدبک، مقادیر پارامترهای سیستم و شرایط اولیه متغیرهای حالت آن مطابق جدول (۱) در نظر گرفته شده اند. همچنین مقادیر پارامترها و ضرایب کنترل کننده نیز در جدول ۲ ارائه شده اند. برای مدت زمان شبیه سازی ۱۵ ثانیه، شکل های (۹) و (۱۰) پاسخ سری زمانی سیستم کنترلی مدار بسته را نشان می دهند. شکل (۱۱) نمایانگر روند همگرایی به سطح لغزش و شکل (۱۲) روند تغییرات ورودی کنترلی سیستم را نشان می دهد.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای سیستم [۴]

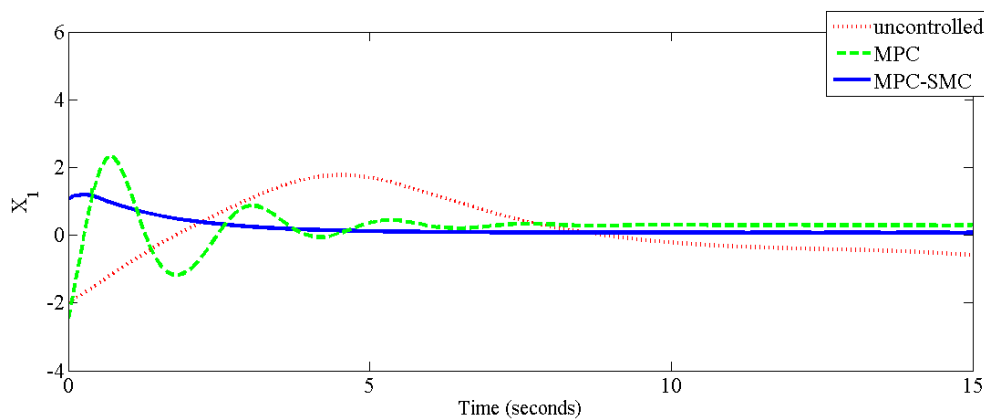
ϵ	μ	Ω_e	f_e	f_m	ϕ_e	$x_1(0)$	$x_2(0)$
0.01	9	0.5	30	1	0	-2	1

جدول ۲- مقادیر پارامترهای کنترل کننده پس از تنظیم

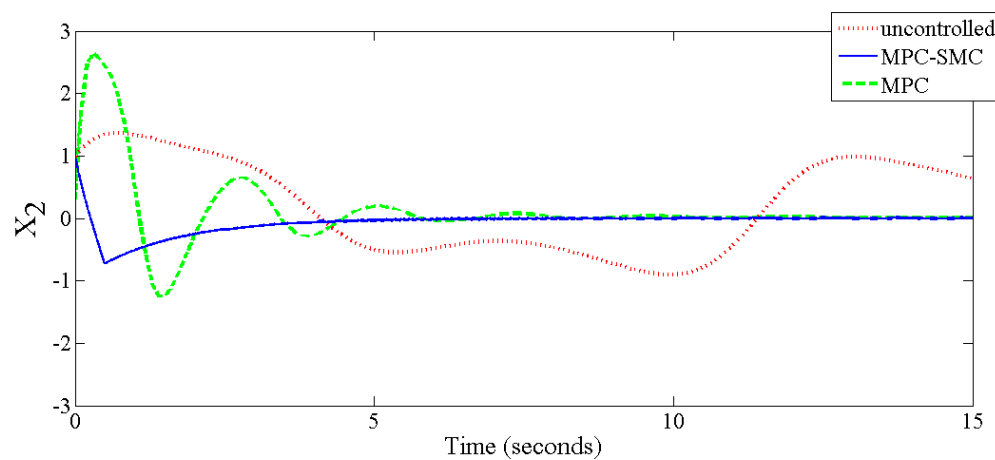
λ	η	x_{d1}	x_{d2}	افق پیش بینی	افق کنترلی
2	5	-3	0	10	2

¹ Tuning

در شکل (۱۰)، کنترل کننده پیش‌بین برای همگرایی به ۸ ثانیه زمان نیاز دارد. در حالی که این زمان برای کنترل کننده مودل‌گزشی پیش‌بین ۲/۵ ثانیه است. از سویی میزان فراجش نیز از جانب سیستم مودل‌گزشی پیش‌بین کاهش یافته است. در شکل (۱۱) سیستم کنترل پیش‌بین در مدت زمان تقریبی ۶ ثانیه به همگرایی رسیده است که این زمان برای سیستم مودل‌گزشی پیش‌بین ۲ ثانیه است. مقادیر فراجش پاسخ های سیستم مدار بسته نیز برای سیستم مودل‌گزشی پیش‌بین کاهش چشمگیری یافته است. با بررسی شکل (۱۲) مشخص است که سیستم برای همگرایی به سطح لغزش به زمانی کمتر از ۱ ثانیه نیاز دارد. از سویی میزان مصرف انرژی که از شکل (۱۳) قابل تشخیص است نمایانگر کاهش انرژی تحت سیستم کنترلی مودل‌گزشی پیش‌بین است. این نتایج در قیاس با سیستم کنترلی [۱۶]، که ساختاری مشابه دارد نیز عملکرد بهتری دارد. از سویی برای بررسی بهتر سیستم کنترلی و صحت‌سنجی نتایج، یک کنترل کننده تناسبی-انترگرال‌گیر-مشتق‌گیر^۱ مورد استفاده قرار گرفت که به دلیل ماهیت پیچیده دینامیک آشوب، نتایج مطلوبی بدست نیامد. لذا می‌توان از سیستم پیشنهادی این پژوهش در سیستمی مانند انتقال قدرت خودرو بهره برد.

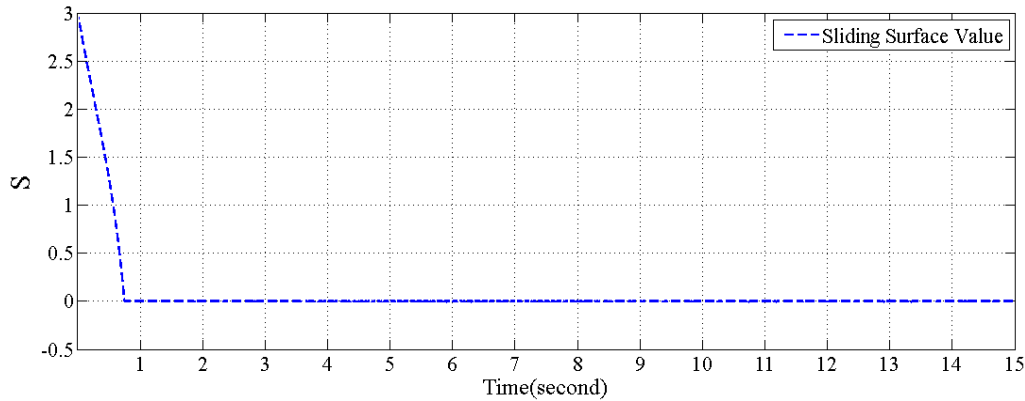


شکل ۱۰ - پاسخ سری زمانی سیستم کنترلی مدار بسته برای حالت x_1

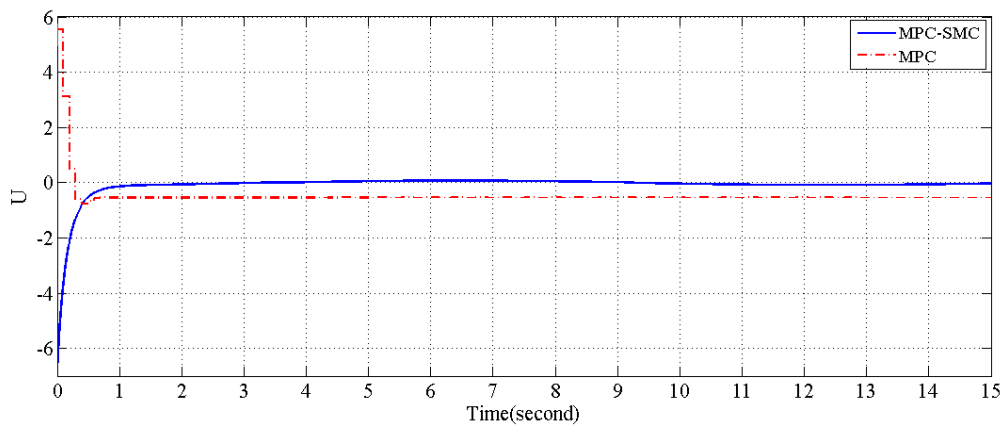


شکل ۱۱ - پاسخ سری زمانی سیستم کنترلی مدار بسته برای حالت x_2

^۱ PID



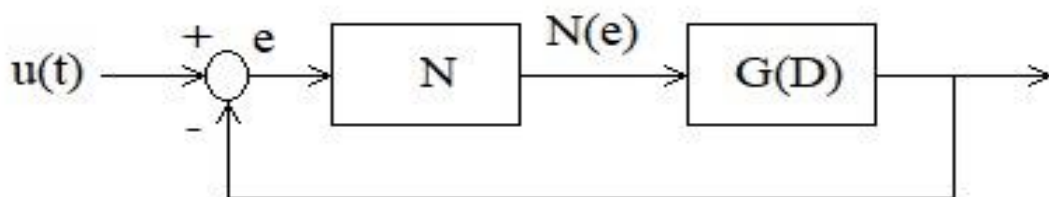
شکل ۱۲- سطح لغزش



شکل ۱۳- گشتاور کنترلی

۶- تحلیل پایداری سیستم مدار بسته

در این بخش با استفاده از روش پایاف پایداری مدار بسته بررسی می‌شود. سیستم غیرخطی این پژوهش در شکل (۱۴) ارائه شده است که دربرگیرنده بخش استاتیکی (N) و مدل دینامیکی (G) است. سیستم پایدار است اگر برای $1 \leq i \leq p, N_i \in [0, k_i]$ یک ثابت γ_i وجود داشته باشد که $\gamma_i \geq 0$ با فرض $(1 + \lambda_k \gamma_i) \neq 0$ برای هر مقدار ویژه λ_i ، عبارت $\frac{1}{k} + (1 + s\gamma)G(s)$ اکیدا مثبت با مقادیر حقیقی باشد. لذا اگر $\frac{1}{k} + (1 + s\gamma)G(s)$ اکیدا مثبت با مقادیر حقیقی و $G(s)$ هورویتز باشد،



شکل ۱۴- سیستم غیرخطی

$$\frac{1}{k} + \operatorname{Re}[G(j\omega)] - \gamma\omega \operatorname{Im}[G(j\omega)] > 0, \forall \omega \quad (25)$$

$$\in [0, \infty) \text{ if } \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{k} + \operatorname{Re}[G(j\omega)] - \gamma\omega \operatorname{Im}[G(j\omega)] \right\} = 0$$

علاوه بر این بایستی [۱۷]:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \left\{ \frac{1}{k} + \operatorname{Re}[G(j\omega)] - \gamma\omega \operatorname{Im}[G(j\omega)] \right\} > 0 \quad (26)$$

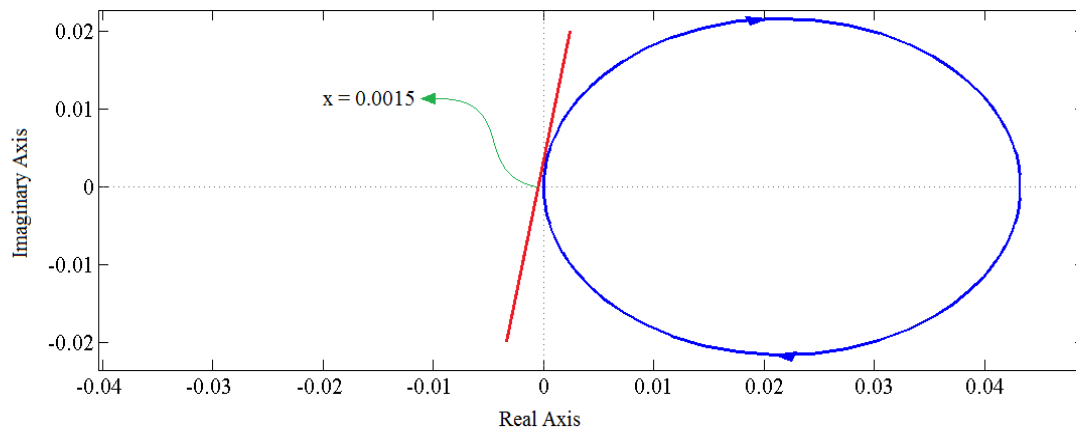
نمودار پایاف سیستم بر اساس مفروضات در شکل (۱۵) آورده شده است. با توجه به نمودار مذکور، بر اساس تئوری پایداری پایاف، سیستم پایدار است.

۷- تحلیل مقاومت سیستم مدار بسته

در این بخش با تغییر متغیرهای سیستم مقاومت آن نسبت به نایقینی‌های پارامتریک بررسی شد. پس از تغییر پارامترها به میزان ۱۰ تا ۲۰ درصد مشخص شد که سیستم بدون اشکال به عملکرد خود در حذف آشوب و پایدارسازی سیستم ادامه داد. بنابراین سیستم در قبال نایقینی‌های پارامتریک مقاوم است.

۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ابتدا دینامیک غیرخطی سیستم انتقال قدرت توسط چرخ‌دنده شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت. در طی این بررسی‌ها، پاسخ‌های سری زمانی و مسیرهای دینامیکی سیستم امکان رخداد پدیده غیرخطی آشوب را در سیستم مدار باز نشان می‌دهند. سپس رفتار دینامیکی سیستم در مقطع پوانکاره، احتمال بروز آشوب در سیستم را بیشتر نشان داده که نهایتاً نمودارهای چگالی طیف توان با بیان طیف گسترده فرکانسی در سیستم دینامیکی غیرخطی، رفتار آشوبناک سیستم را به وضوح اثبات می‌نماید.



شکل ۱۵- نمودار پایاف سیستم

به منظور تایید دیگری بر رخداد آشوب در سیستم مدار باز و همچنین داشتن اطلاعات کافی از مقادیر پارامترهای سیستم در بحث کنترل ارتعاشات آشوبناک، از نمودارهای دوشاخگی بطور جامع استفاده شد که علاوه بر نشان دادن محدوده‌های شبه‌پریودیک و آشوبناک بازای مقادیر پارامترهای کنترلی مختلف، بازه مقادیر پارامترهای کنترلی را که بازای آن سیستم رفتاری منظم و غیر آشوبی خواهد داشت را نیز بیان می‌کنند. در گام بعدی یک سیستم کنترلی بر اساس رویکرد نوین مود لغزشی پیش‌بین برای اصلاح و کنترل رفتار آشوبناک سیستم پیشنهاد شد. بر این اساس سطح لغزش سیستم با استفاده از نگرش پیش‌بین، پیش‌بینی شده و قاعده کنترلی پس از بهینه‌سازی تابع هزینه مطلوب استخراج می‌شود. پس از شبیه‌سازی سیستم کنترلی مدار بسته مشخص شد که کنترل‌کننده پیشنهادی این پژوهش نسبت به کنترل‌کننده پیش‌بین زمان همگرایی را برای متغیر حالت x_1 به میزان ۶۹٪ و برای x_2 به میزان ۶۷٪ کاهش داده است. از سویی فراجش برای x_1 و x_2 به ترتیب به میزان ۵۰٪ و ۷۴٪ کاهش داشته است. شایان ذکر است که کنترل‌کننده مودلغزشی پیش‌بین به میزان ۶٪، کاهش مصرف انرژی را در پی دارد. علاوه بر این نتایج بدست آمده در قیاس با نتایج پژوهش [۱۶] که کنترل‌کننده‌های پیش‌بین و مود لغزشی را به طور جداگانه بر سیستم اعمال کرده که منجر به کاهش نوسانات پاسخ x_1 و x_2 و همچنین کاهش ۵۰ درصدی فراجش x_1 شده است. لذا بطور کلی اثربخشی سیستم کنترل پیشنهادی این مقاله در حذف رفتار آشوبناک و پایدارسازی سیستم چرخ‌دنده مشهود است. در پژوهش‌های آتی می‌توان با تمرکز بر دینامیک چرخ‌دنده، اثر متغیرهای تاثیرگذار دیگری را در مدل دینامیکی وارد کرده و تحلیل غنی‌تری از آشوب ارائه نمود. علاوه بر این مدل دینامیکی به مدل واقعی نزدیک‌تر می‌شود.

مراجع

- [1] S. L. de Souza, I. L. Caldas, R. L. Viana, A. M. Batista, and T. Kapitaniak, "Noise-induced Basin Hopping in a Gearbox Model," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 26, No. 5, pp. 1523-1531, 2005, doi: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.04.033>.
- [2] X. Gou, L. Zhu, and C. Qi, "Nonlinear Dynamic Model of a Gear-rotor-bearing System Considering the Flash Temperature," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 410, pp. 187-208, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.08.014>.
- [3] M. Bozca, "Transmission Error Model-based Optimisation of the Geometric Design Parameters of an Automotive Transmission Gearbox to Reduce Gear-rattle Noise," *Applied Acoustics*, Vol. 130, pp. 247-259, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2017.10.005>.
- [4] A. Farshidianfar and A. Saghafi, "Identification and Control of Chaos in Nonlinear Gear Dynamic Systems using Melnikov Analysis," *Physics Letters A*, Vol. 378, No. 46, pp. 3457-3463, 2014, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.09.060>.
- [5] H. Delavari and M. Mohadeszade, "Chaos Control in a Gear Transmission System via a Novel Adaptive Terminal Sliding Mode Control Approach with Nonlinearity in the Control Input," *Journal of Control*, Vol. 10, No. 4, pp. 45-53, 2017, doi: <http://dorl.net/dor/20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9>.

- [6] Y. Wang, W. Chen, M. Tomizuka, and B. N. Alsuwaidan, "Model Predictive Sliding Mode Control: for Constraint Satisfaction and Robustness," in *Dynamic Systems and Control Conference*, 2013, Vol. 56147: American Society of Mechanical Engineers, p. V003T44A005, doi: <https://doi.org/10.1115/DSCC2013-4067>.
- [7] G. P. Incremona, A. Ferrara, and L. Magni, "Hierarchical Model Predictive/Sliding Mode Control of Nonlinear Constrained Uncertain Systems," *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 48, No. 23, pp. 102-109, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.11.268>.
- [8] T. Temel, H. Ashrafiuon, C. Nataraj, and S. Yildirim, "A New Sliding-mode Model Predictive Controller for Output Tracking of Nonlinear Systems with Online Optimization," *International Journal of Advanced Research*, Vol. 3, No. 9, pp. 660-664, 2015, doi: [10.1109/TIE.2016.2618867](https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2618867).
- [9] M. Spasic, M. Hovd, D. Mitic, and D. Antic, "Tube Model Predictive Control with an Auxiliary Sliding Mode Controller," *Modeling, Identification and Control*, Vol. 37, No. 3, pp. 181-193, 2016, doi: [10.4173/mic.2016.3.4](https://doi.org/10.4173/mic.2016.3.4).
- [10] I. M.-B. Hassine, M. W. Naouar, and N. Mrabet-Bellaaj, "Model Predictive-sliding Mode Control for Three-phase Grid-connected Converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 64, No. 2, pp. 1341-1349, 2016.
- [11] S. M. Abtahi, "Suppression of Chaotic Vibrations in Suspension System of Vehicle Dynamics using Chattering-free Optimal Sliding Mode Control," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 41, No. 5, p. 210, 2019, doi: <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1711-1>.
- [12] S. M. Abtahi, "Melnikov-based Analysis for Chaotic Dynamics of Spin-orbit Motion of a Gyrostat Satellite," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 233, No. 4, pp. 931-941, 2019, doi: <https://doi.org/10.1177/1464419319842024>.
- [13] C.-W. Chang-Jian and S.-M. Chang, "Bifurcation and Chaos Analysis of Spur Gear Pair with and without Nonlinear Suspension," *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 12, No. 2, pp. 979-989, 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2010.08.021>.
- [14] S. Abtahi, S. Sadati, and A. Ghaffari, "Design of Sliding Mode and IQR Controllers for an HVAC System," *Aerospace Mech. J*, Vol. 9, No. 2, pp. 1-10, 2013.
- [15] X. Cheng, P. Wang, L. Liu, and G. Tang, "Predictive Sliding Mode Control using Feedback Linearization for Hypersonic Vehicle," *Procedia Engineering*, Vol. 99, pp. 1076-1081, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.642>.
- [16] M. H. Gharagozloo and A. Shahmansoorian, "Chaos Control in Gear Transmission System using GPC and SMC Controllers," *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 8, no. 2, pp. 545-556, 2022, doi: [10.22055/JACM.2020.32499.2028](https://doi.org/10.22055/JACM.2020.32499.2028)
- [17] P. C. Müller, "Popov and Circle Criterion," In *Control System, Robotics and Automation-Volume III: System Analysis and Control: Classical Approaches-III, Encyclopedia of Life Support System*, Vol. 3, H. Unbehauen, Ed., ed. Oxford, United Kingdom: EOLSS Publishers Co. Ltd., 2009, p. 154.

Chaos Analysis and Control in Gear Transmission System using Model Predictive Sliding Mode Algorithm

Nima Valadbeigi

Ph.D. Candidate, Department of Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
n.valadbeigi@qiau.ac.ir

*Corresponding author: **Seyed Mahdi Abtahi**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
m.abtahi@qiau.ac.ir

Abstract

In this paper at first the chaotic behavior of a spur gear system is investigated by the use of numerical tools including phase plane trajectories, Poincare' section and bifurcation diagrams. In order to eliminate the chaotic oscillations, a novel controller on the basis of the predictive sliding mode control is proposed in which the sliding surface is predicted using the model predictive control theory and the control input is obtained. The simulation results of the feedback system depict the effectiveness of the controller in elimination of the chaotic vibrations along with the reduction of settling time, overshoots, and energy consumption.

Keyword: Chaos, Gear Transmission System, Bifurcation, Model Predictive Sliding Mode Control