

بررسی تحلیلی، عددی و تجربی ارتعاشات چرخ و محور بوژی برای شناسایی عیب در یاتاقان

با توسعه روزافزون صنعت ریلی بررسی عیوب یاتاقان محور بوژی از اهمیت بیشتری برخوردار شده است. در این مقاله مدل ۱۴ درجه آزادی چرخ و محور بوژی ارائه شده است. پس از بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت سیستم به روش تحلیلی و خطی سازی آن ها، فرکانس های طبیعی سیستم در سرعت های کاری مختلف محاسبه می شود. در ادامه نتایج تجربی بدست آمده از ستاپ آزمایشگاهی ارائه می شود. نتایج بدست آمده از روش تحلیلی توسط نتایج تجربی و نتایج نرم افزار انسیس صحت سنجی می شود. سپس با توجه به اینکه وجود خرابی در یاتاقان باعث کاهش ضریب سفتی در یاتاقان می شود، تاثیر خرابی یاتاقان بر فرکانس های طبیعی سیستم بررسی می شود. نتایج نشان می دهد با خراب شدن یاتاقان های محور، سرعت های بحرانی دوم و چهارم سیستم کاهش می یابند. همچنین برای درک بهتر، تاثیر خرابی یکی از یاتاقان های بوژی نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

امیرحسین عرب^۱
دانشجوی کارشناسی ارشد

عباس رهی^۲
استادیار

امیرمسعود
حمیدی مجد^۳
دانشجوی کارشناسی ارشد

واژه‌های راهنما: یاتاقان قطار، چرخ و محور بوژی، دینامیک ماشین های دوار، سرعت بحرانی، عیب در یاتاقان

۱- مقدمه

بوژی به سامانه حرکتی واگن گفته می شود و متشکل از قاب (تیرهای طولی و عرضی)، مجموعه فنربندی (سامانه تعلیق)، مجموعه چرخ و محور، مجموعه ترمز و ادوات مربوطه است. شکل (۱) نمونه ای از بوژی یک واگن باری را نشان می دهد.

یکی از مهم ترین اجزای بوژی، محورهای آن است که به صورت مستقیم رابط بین واگن و ریل است. یکی از استانداردهایی که محورهای بوژی به همراه یاتاقان های خود باید داشته باشند استاندارد ایزوی ۱۰۸۱۶ است. معمولاً بررسی ارتعاشات و صحت محور بوژی یکی از مسائل مهم صنعت ریلی محسوب می شود. هر محور بوژی در مجموع توسط چهار یاتاقان مهار شده است که به صورت دوتایی در ابتدا و انتهای هر محور قرار دارد.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، am.arab@mail.sbu.ac.ir

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، a_rahi@sbu.ac.ir

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران،

a.hamidimajd@mail.sbu.ac.ir



شکل ۱- نمونه‌ای از بوژی یک واگن باری

سعون و وک هان و جان‌هیک پارک [۱] به تجزیه و تحلیل دینامیک سیستم‌های روتور-یاتاقان با پارامترهای چند مرحله‌ای پرداختند. آنها در مدل‌سازی یک روش برای به دست آوردن ماتریس دینامیکی دقیق برای یک عنصر شفت تیموشنکو با استفاده از معادله حالت فضایی و تبدیل لاپلاس ارائه کردند. روش پیشنهادی می‌تواند به آسانی راه‌حل‌های ویژه دقیق، پاسخ‌های فرکانس و پاسخ‌های عدم تعادل را برای سیستم‌های دارای روتور چند مرحله‌ای با پارامترهای توزیع شده ارائه دهد. آنها برای تایید و نشان دادن روش پیشنهادی سه مثال عددی ارائه کردند. نتایج عددی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی برای تحلیل سیستم‌های روتور موثر است. در حوزه راه آهن، بررسی عیوب یاتاقان‌های غلتشی به دلیل شرایط عملیاتی متغیر سیستم از نظر بار، سرعت و دما، یک عمل پیچیده محسوب می‌شود از این رو فعالیت‌های تعمیر و نگهداری وسیله نقلیه ریلی تنها زمانی انجام می‌شود که از نظر اقتصادی سودآور باشد. استیون چترتون و همکاران [۲] به بررسی معماری سیستم مانیتورینگ یاتاقان‌های سیستم کششی از لکوموتیو پرداختند. آنها با اجرای یک سیستم نظارتی مناسب که شامل مکان صحیح قرار گرفتن سنسورها و استفاده درست از تجهیزات داده برداری است، سلامت اجزای مکانیکی را مورد بررسی قرار دادند. پائولو پناچی و همکاران [۳] به تشخیص عیوب یاتاقان‌ها با استفاده از نتایج آزمایش‌های طولانی مدت برای یک قطار منطقه‌ای پرداختند. آنها داده‌های استفاده شده در مدت سه سال را جمع‌آوری کردند که در این مدت لکوموتیو به صورت مداوم تحت نظر بوده و در صورت لزوم یاتاقان‌ها تعویض شده است. آنها به توسعه و آزمایش روش‌های مختلفی با هدف شناسایی آسیب‌های یاتاقان پرداختند. زیونینگ ژانگ و همکاران [۴] به تجزیه و تحلیل پایداری یک سیستم یاتاقان روتور با سفتی یاتاقان متغیر با زمان به دلیل تعداد محدود ساچمه و نیروی نامتعادل پرداختند. بررسی‌های آنها نشان داد که ساچمه‌ها و نیروی نامتعادل می‌تواند باعث تغییر دوره‌ای سفتی یاتاقان شود. آنها یک مدل سفتی جونز-هریس^۴ توسعه یافته برای

⁴ Jones-Harris

تعیین سفتی یاتاقان با در نظر گرفتن پنج درجه آزادی ارائه کردند. بررسی‌ها عمدتاً نشان می‌دهد که سفتی یاتاقان متغیر با زمان به دلیل تعداد محدود ساچمه و نیروی نامتعادل به صورت سینوسی نوسان می‌کند. در حوزه پردازش سیگنال، استخراج ویژگی‌ها و عیوب یاتاقان‌ها به دلیل سیگنال ارتعاش غیر ثابت با پدیده مدولاسیون و نویز کار نسبتاً دشواری است. با حذف نویزهای ذکر شده ممکن است قسمتی از سیگنال اصلی سیستم نیز حذف شوند، برای گذر از این مشکل روش‌های مختلفی ارائه شده است. زینگ لی و همکاران [۵] یک روش جدید برای غلبه بر مشکل حذف داده‌ها ارائه کردند. آنها با استفاده از تجزیه حالت متغیر^۵ به بازسازی سیگنال‌های از دست رفته پرداختند و نتایج خود را با روش‌های قبلی صحت سنجی کردند.

با توسعه روز افزون صنعت ریلی و افزایش لکوموتیوهای با سرعت و توان بالا، بررسی عیوب یاتاقان آنها از اهمیت بیشتری برخوردار شده است زیرا عملکرد دینامیکی یاتاقان موتور مستقیماً ایمنی عملیات لکوموتیوها را تهدید می‌کند. یوچینگ لو و همکاران [۶] به بررسی دینامیکی یاتاقان موتور کششی در یک لکوموتیو تحت تحریک از بی نظمی هندسی تصادفی مسیر پرداختند. آنها یک مدل دینامیکی دقیق از یاتاقان‌ها با در نظر گرفتن تعاملات دینامیکی بین اجزای اصلی سیستم ارائه کردند که تحریک‌های مختلف خارجی برای بررسی سیستم در نظر گرفته شده است. نتایج آنها با روش تجربی صحت سنجی شده است. نتایج آنها نشان می‌دهد که بی نظمی هندسی مسیر شرایط کاری یاتاقان را بدتر می‌کند که در طراحی‌های آینده این موضوع باید در نظر گرفته شود. در سال (۲۰۲۱) یوچینگ لو و همکاران [۷] به تجزیه و تحلیل دینامیکی یاتاقان موتور کششی در یک لکوموتیو با در نظر گرفتن موج سطحی پرداختند. آنها یک مدل تحریک برای بررسی اثر موج‌پذیری سطح یاتاقان بر روی موتور کششی که خود تحت تحریک سیستم جفت شده لکوموتیو مسیر است ارائه کردند. در مدل ارائه شده تحریک‌های داخلی و خارجی به طور کامل مدل‌سازی شدند تا بارهای دینامیکی دقیق برای موتور کششی فراهم شود. با استفاده از این مدل دینامیک جفت شده، می‌توان پاسخ‌های ارتعاشی دقیق‌تر موتور کششی تحت تأثیر موج سطحی در یاتاقان را استخراج کرد. یوچینگ لو و همکاران [۸] در پژوهشی دیگر به بررسی مدل دینامیکی بهبود یافته موتور کششی لکوموتیو با الاستیسیته شفت روتور و یاتاقان‌های نگهدارنده پرداختند. تغییر شکل‌های ساختار الاستیک شفت و یاتاقان‌های پشتیبانی در محیط ارتعاشی لکوموتیو تحت تأثیر تحریکات ناشی از فاصله غیرمرکز روتور فرموله شدند. نیروهای تماس غیرخطی بین اجزای یاتاقان غلتشی، لایه روغن روان کننده و فاصله شعاعی به‌طور جامع در نظر گرفته شده است. این مدل دینامیکی موتور کششی می‌تواند نتایج شبیه سازی دقیق‌تر و معقول‌تری را برای تحقیقات دینامیکی ارائه دهد. نتایج نشان می‌دهد که تغییر شکل‌های الاستیک شفت و یاتاقان‌ها می‌تواند پاسخ‌های دینامیکی موتور کششی و یاتاقان‌های پشتیبانی آن را تغییر دهد. مایوکینوس پیلیاس و همکاران [۹] به نظارت بر وضعیت چرخ‌ها و یاتاقان‌های محور به صورت آنلاین پرداختند. آنها یک سیستم نظارتی جدید برای بررسی وضعیت لکوموتیو ارائه کردند. عملکرد این سیستم بر اساس انتشار صوت با فرکانس بالا و تجزیه و تحلیل ارتعاش بازگشتی است. این سیستم جدید از حسگرها و شتاب سنج‌های ارزان قیمت و قوی استفاده می‌کند که می‌توانند به راحتی بر روی جعبه یاتاقان محور با حداقل مداخله مورد نیاز نصب شوند. کار آزمایشی انجام شده آنها نشان داده است که سیستم توسعه یافته قادر به تشخیص عیوب مربوط به چرخ و یاتاقان محور با سطوح مختلف شدت است.

⁵ Variational Mode Decomposition (VMD)

جینگ لو و شانکن دو [۱۰] به تجزیه و تحلیل دینامیکی قطار سریع السیر راه آهن با یاتاقان محور معیوب پرداختند. یاتاقان‌های محور، قطعات حیاتی برای قطارهای راه آهن پرسرعت هستند از این رو عیوب محلی در این یاتاقان‌ها تأثیر زیادی بر عملکرد دینامیکی قطارهای پرسرعت دارند. آنها در این مطالعه یک مدل دینامیکی برای یک قطار با داشتن یک عیب محلی در یک یاتاقان آن ارائه دادند. اثرات ناشی از عیب در یاتاقان به عنوان یک مدل نیروی وابسته به زمان و به صورت نیم سینوسی تعریف شده است. در این مدل تحریکات ریل راه آهن نیز مدل شده است. نتایج نشان می‌دهد وجود عیب در یاتاقان تأثیر زیادی بر دینامیک قطار سریع السیر دارد.

در دهه‌های اخیر، روش‌های تحلیل زمان - فرکانس^۶ (TFA) به‌طور گسترده در تشخیص عیب تجهیزات مکانیکی نیز استفاده شده است. فیودنگ و همکاران [۱۱] در پژوهشی یک سیستم نوین زدایی هیبریدی برای تشخیص عیب یاتاقان محور قطار با سرعت بالا ارائه کردند. تبدیل چند همگام سازی مجدد با زمان^۷ (TMSST)، به عنوان یک الگوریتم جدید نمایش زمان-فرکانس^۸ (TFR)، شناخته می‌شود. این الگوریتم دارای محدودیت‌ها و عیوبی هست که برای برطرف کردن آن از تجزیه مقدار منفرد^۹ (SVD) استفاده شده است. این روش با حذف تداخل‌های نویزی و ذخیره اطلاعات مفید آن و استفاد از معیار ارزیابی جدید مبتنی بر آنتروپی جایگشت طیف زمان-فرکانس به تشخیص عیوب یاتاقان پرداخته است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی عملکرد بهتری برای استخراج ویژگی‌های خطای ضعیف یاتاقان محور تحت یک محیط نویز پس زمینه قوی دارد. لینلین کو و همکاران [۱۲] با استفاده از شبکه عصبی کانولوشنال به تشخیص و طبقه بندی عیوب در یاتاقان لکوموتیو پرداختند. این الگوریتم به اندازه سایر الگوریتم‌های یادگیری عمیق به کمیت داده حساس نیست و چنین ویژگی برتر مدل را برای کاربرد عملی مناسب تر می‌کند، زیرا داده‌های خرابی کافی برای آموزش شبکه عصبی وجود ندارد. این مدل هوشمند، تشخیص عیوب موجود در یاتاقان لکوموتیو را به صورت خودکار و بدون دخالت دست انجام می‌دهد و برای موارد استفاده واقعی مناسب است. ژینگ لو و همکاران [۱۳] در سال (۲۰۲۰) به تجزیه و تحلیل ارتعاش یاتاقان‌های محور با در نظر گرفتن خطاهای ترکیبی برای یک قطار سریع السیر پرداختند. منظور از خطای ترکیبی، خطاهای ساختی مثل خطای گردی^{۱۰} و خطای موج دار^{۱۱} است. در مدل بهبود یافته پیشنهادی، خطاهای ترکیبی به صورت یک تابع کسینوسی چندگانه جدید مدل شده است. یک مدل تحریک بی نظمی مسیر برای ریل قطار در نظر گرفته شده است. برای بررسی بهتر نتایج، نتایج مدل تک خطا به همراه مدل ترکیبی ارائه شده است که به وسیله آن می‌توان برتری مدل ترکیبی را نشان داد. ترایفون کریسووالانتیس و همکاران [۱۴] به تجزیه و تحلیل طیفی ارتعاش عمودی وسیله نقلیه راه آهن در شرایط عملیاتی معمولی پرداختند. آنها با استفاده از حسگرهای نصب شده بر روی بدنه لکوموتیو، قاب بوژی، یاتاقان محور و سیستم تعلیق به اندازه‌گیری شتاب ارتعاش سامانه پرداختند. برای تجزیه و تحلیل بر روی داده‌ها از روش‌های تخمین طیفی غیرپارامتریک و پارامتری مبتنی بر داده متمرکز استفاده شده است. نتایج

⁶ Time-frequency analysis

⁷ Time-reassigned multisynchrosqueezing transform

⁸ Time-frequency representation

⁹ Singular value decomposition

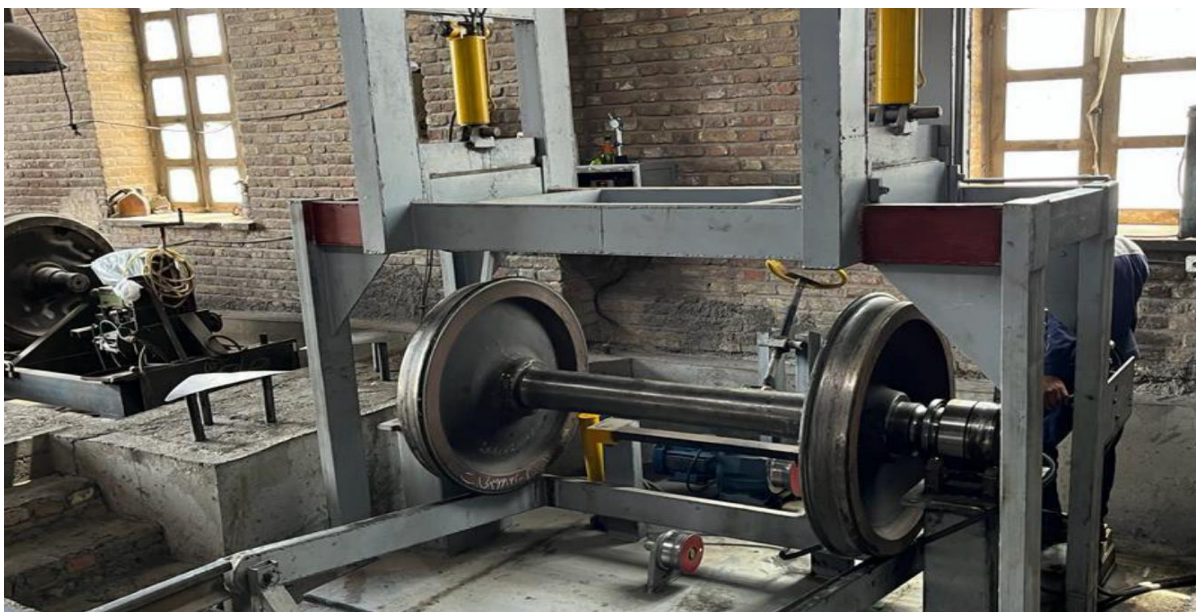
¹⁰ Roundness errors

¹¹ Waviness errors

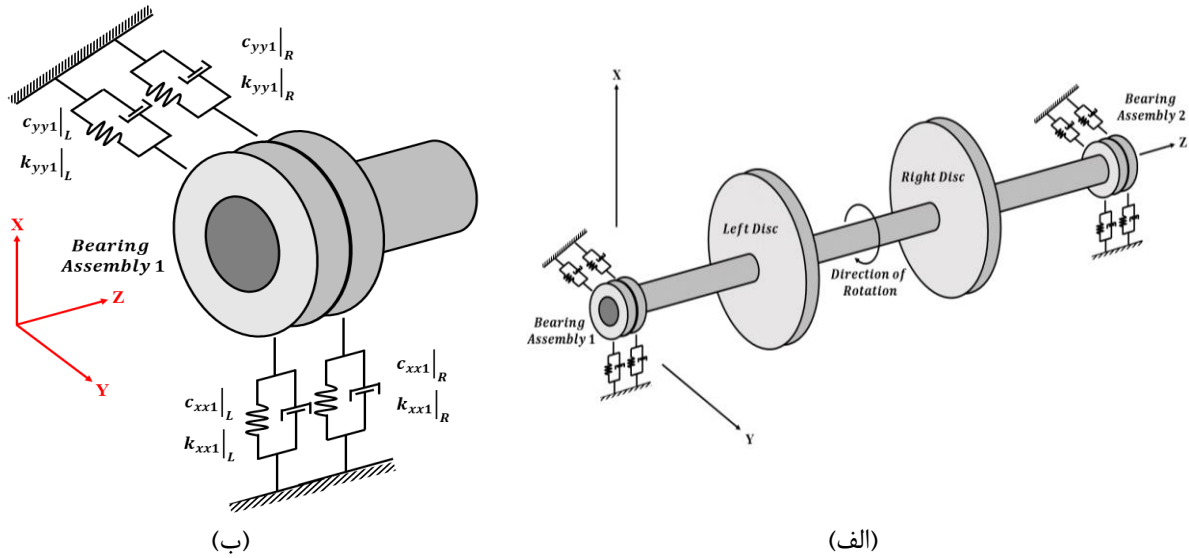
نشان دهنده تطابق خوب روش‌ها با یکدیگر هستند. با توجه به نتایج، فرکانس‌های تشدید به میزان کمتری تحت تأثیر قرار می‌گیرند که این نشان دهنده سلامت سیستم است. ژینگ تن و همکاران [۱۵] در سال (۲۰۲۱) به مدل سازی دینامیکی برای سیستم روتور یاتاقان با شرایط مرزی جفت شده الکترومکانیکی پرداختند. آنها در مدل سازی، سیستم روتور را توسط دو میراگر پیزوالکتریک حلقه ای شکل مهیار کردند. به دلیل وجود میراگرهای پیزوالکتریک، شرایط مرزی سیستم روتور پیچیده می‌شود. برای حل معادلات حاکم با چنین شرایط مرزی از روش تبدیل لاپلاس استفاده شده است. اعتبار سنجی روش پیشنهادی با روش اجزای محدود انجام شده است. نتایج شبیه سازی شده نشان می‌دهد که راه‌حل‌های تحلیلی ارائه شده دارای دقت بالایی هستند و میراگر پیزوالکتریک عملکرد میرایی قابل توجهی دارد.

در این مقاله محور بوژی واگن باری به صورت مدل ۱۴ درجه آزادی مدل سازی شده است. برای مدل سازی از مدل ۸ درجه آزادی جفکات [۱۶] الهام گرفته می‌شود. در این مدل سازی یاتاقان‌ها به صورت جرم و فنر دمپر مدل می‌شوند و اثرات ژيروسکوپی نیز در نظر گرفته خواهد شد. معادلات حاکم بر حرکت سیستم با استفاده از روش لاگرانژ بدست می‌آیند. پس از بدست آوردن معادلات حرکت به روش تحلیلی و خطی سازی آنها، فرکانس طبیعی سیستم در سرعت‌های کاری مختلف محاسبه می‌شود. برای تشخیص عیوب یاتاقان‌های محور بوژی، ستاپ آزمایشگاهی تهیه شده است که در این مقاله از نتایج آن استفاده می‌شود. برای صحت سنجی نتایج حل تحلیلی از نتایج تجربی و نتایج نرم‌افزار انسیس استفاده می‌شود. با صحت سنجی روش تحلیلی، نشان داده می‌شود که مدل سازی انجام شده از اعتبار خوبی برخوردار است. در ادامه با استفاده از مدل تحلیلی، تأثیر خرابی یاتاقان بر فرکانس‌های طبیعی سیستم بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با خراب شدن هر دو یاتاقان سرعت‌های بحرانی دوم و چهارم سیستم کاهش می‌یابند. همچنین برای درک بهتر، تأثیر خرابی یکی از یاتاقان‌های محور بوژی نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- مدل سازی سیستم



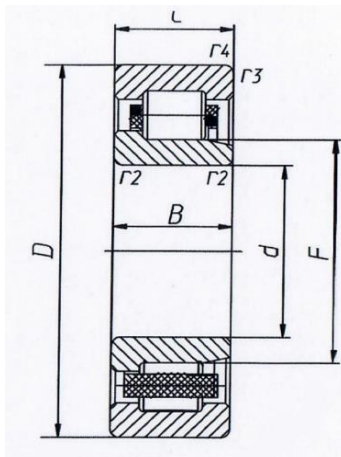
شکل ۲- ستاپ آزمایشگاهی



شکل ۳- مدل سازی اولیه سیستم؛ (الف) مدل چرخ و محور بوژی با دو یاتاقان در هر یک از طرفین محور بوژی، (ب) بزرگنمایی شده یکی از یاتاقانها در یک سمت بوژی

برای یافتن عیب در یاتاقانهای محور بوژی یک ستاپ آزمایشگاهی مطابق شکل (۲) تهیه شده که مدل سازی این ستاپ آزمایشگاهی در شکل (۳) آورده شده است. توجه شود که یاتاقانها به صورت جفت شده استفاده شده اند که در مدل اولیه نشان داده شده است. شکل (۳-الف) مدل اولیه چرخ و محور بوژی با دو یاتاقان در طرفین است و برای مشاهده جزئیات بیشتر، بزرگنمایی یاتاقانها در یک سمت بوژی در شکل (۳-ب) نشان داده شده است.

یاتاقان استفاده شده مدل WJ130×250TN C3 از شرکت ای پی کی (epk) است و شماتیک و مشخصات فنی آن در شکل (۴) آورده شده است. یاتاقانها نیز به صورت جرم متمرکز و فنر و دمپر مدل شده اند. از آنجایی که فنرها و میراگرها در هر سمت یاتاقانها به صورت موازی و نزدیک به هم هستند می توان سفتی و ضریب میرایی معادل آنها را محاسبه کرد و مدل را به صورت ساده شده بدست آورد. شکل (۵) مدل نهایی در نظر گرفته شده را نشان می دهد که درجات آزادی به همراه شرایط مرزی در آن مشخص شده است.

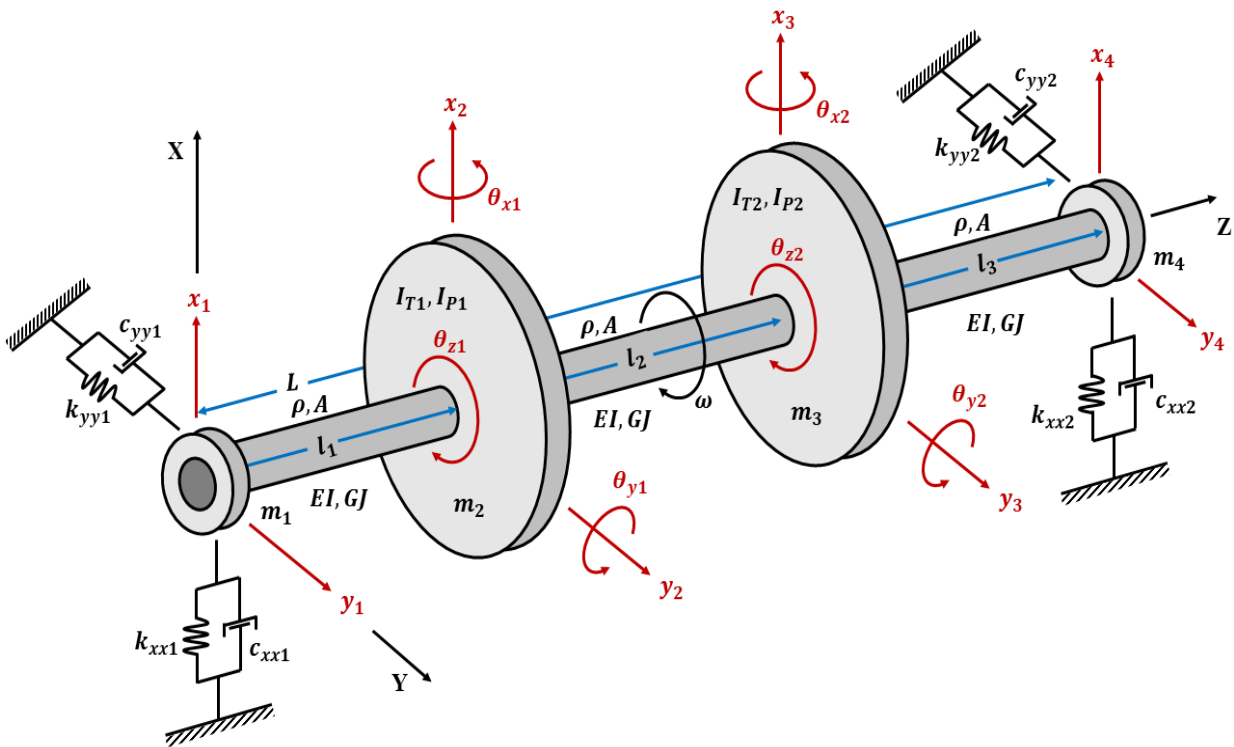


Dimensions (mm)				Load rating(N)		Limiting speed (rpm)	Mass (kg)
d	D	B	C	B1	Co		
130	250	80	80	554000	722000	2000	18.9

شکل ۴- شماتیک یاتاقان و مشخصات فنی آن

برای هر دیسک پنج درجه آزادی جابجایی در راستای X ، جابجایی در راستای Y ، پیچش حول محور X ، پیچش حول محور Y و پیچش حول محور Z لحاظ شده است. برای یاتاقان‌های معادل نیز دو درجه آزادی جابجایی در راستای X و جابجایی در راستای Y در نظر گرفته شده است. پس در مجموع سیستم به صورت ۱۴ درجه آزادی مدل‌سازی شده است.

در شکل (۵) $\rho, A, l_1, l_2, l_3, E, I, G$ و J به ترتیب جرم حجمی، مساحت سطح مقطع، فاصله یاتاقان سمت چپ از مرکز دیسک سمت چپ، فاصله مرکز دو دیسک از یکدیگر، فاصله مرکز دیسک راست از یاتاقان سمت راست، مدول یانگ، گشتاور دوم سطح، مدول برشی و گشتاور دوم قطبی سطح می‌باشد. همچنین $m_1, m_2, m_3, m_4, I_{T1}, I_{T2}, I_{P1}, I_{P2}$ به ترتیب جرم یاتاقان سمت چپ، جرم دیسک سمت چپ، جرم دیسک سمت راست، جرم یاتاقان سمت راست، گشتاور لختی دیسک سمت چپ حول محورهای عرضی X و Y (که برای مقطع دایره به دلیل تقارن با یکدیگر برابر هستند)، گشتاور لختی دیسک سمت راست حول محورهای عرضی X و Y ، گشتاور لختی دیسک سمت چپ حول محور Z و گشتاور لختی دیسک سمت راست حول محور Z می‌باشد. در ضمن x_1, x_2, x_3, x_4 به ترتیب تغییر شکل عرضی یاتاقان سمت چپ در راستای X ، تغییر شکل عرضی دیسک سمت چپ در راستای X ، تغییر شکل عرضی یاتاقان سمت راست در راستای X و تغییر شکل عرضی دیسک سمت راست در راستای X می‌باشد و y_1, y_2, y_3, y_4 به ترتیب تغییر شکل عرضی یاتاقان سمت چپ در راستای Y ، تغییر شکل عرضی دیسک سمت چپ در راستای Y ، تغییر شکل عرضی دیسک سمت راست در راستای Y و تغییر شکل عرضی یاتاقان سمت راست در راستای Y می‌باشد. همچنین $\theta_{x1}, \theta_{x2}, \theta_{y1}, \theta_{y2}, \theta_{z1}, \theta_{z2}$ پیچش دیسک سمت چپ و راست در راستای X ، پیچش دیسک سمت چپ و راست در راستای Y و پیچش دیسک سمت راست در راستای Z می‌باشد.



شکل ۵- مدل نهایی چرخ و محور بوژی

لازم به ذکر است که در شکل (۵)، سفتی و ضریب میرایی معادل از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} C_{xxi} = C_{xxi}|_L + C_{xxi}|_R \\ C_{yyi} = C_{yyi}|_L + C_{yyi}|_R \end{cases}, \quad \begin{cases} K_{xxi} = K_{xxi}|_L + K_{xxi}|_R \\ K_{yyi} = K_{yyi}|_L + K_{yyi}|_R \end{cases}, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

که در آن C_{xxi} ، C_{yyi} ، K_{xxi} و K_{yyi} به ترتیب میرایی در راستای x ، میرایی در راستای y ، سفتی در راستای x و سفتی در راستای y است. اندیس (۱) برای یاتاقان سمت چپ و اندیس (۲) برای یاتاقان سمت راست استفاده شده است.

۳- استخراج معادلات حاکم به روش تحلیلی

با توجه به مدل ۱۴ درجه آزادی ارائه شده در شکل (۵) و شرایط مرزی موجود به استخراج معادلات حاکم پرداخته می‌شود. در ادامه معادله حاکم بر سیستم به روش تحلیلی با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج می‌شود. برای این منظور انرژی کرنشی حاصل از خیز محور و انرژی کرنشی حاصل از پیچش شفت بدست آمده و با انرژی پتانسیل حاصل از فنرها جمع می‌شود. سپس انرژی جنبشی با توجه به جرم‌های متمرکز در نظر گرفته شده در شکل (۵) و با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی بدست آورده خواهد شد. در انتها نیز تابع اتلاف محاسبه و با توجه به رابطه لاگرانژ معادلات حرکت حاکم بر سیستم استخراج می‌شود. برای محاسبه انرژی کرنشی حاصل از خیز محور به ۶ شرایط مرزی نیاز است، لذا معادله حاکم بر تغییر شکل محور از درجه ۵ در نظر گرفته می‌شود تا شرایط مرزی ارضا شوند. برای سهولت در محاسبات $L = l_1 + l_2 + l_3$ فرض شده است. رابطه (۲) معادله حاکم بر تغییر شکل محور در راستای x را نشان می‌دهد.

$$x(z) = a_1 z^5 + b_1 z^4 + c_1 z^3 + d_1 z^2 + e_1 z + f_1 \quad (2)$$

که در آن a_1 ، b_1 ، c_1 ، d_1 ، e_1 و f_1 ثابت‌های تغییر شکل محور در راستای x هستند. با گرفتن مشتق اول و دوم از رابطه (۲)، روابط (۳) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} x'(z) &= 5a_1 z^4 + 4b_1 z^3 + 3c_1 z^2 + 2d_1 z + e_1 \\ x''(z) &= 20a_1 z^3 + 12b_1 z^2 + 6c_1 z + 2d_1 \end{aligned} \quad (3)$$

رابطه (۴) شرایط مرزی در راستای x را نشان می‌دهد.

$$(0 < z < L) \begin{cases} x(0) = x_1 \\ x(l_1) = x_2 \\ x(l_1 + l_2) = x_3 \\ x(L) = x_4 \\ x'(l_1) = \theta_{y1} \\ x'(l_1 + l_2) = \theta_{y2} \end{cases} \quad (4)$$

پس از جایگذاری شرایط مرزی (۴) در روابط (۲) و (۳)، دستگاه معادلات (۵) بدست می‌آید.

$$\left\{ \begin{array}{l} x(0) = f_1 = x_1 \\ x(l_1) = a_1 l_1^5 + b_1 l_1^4 + c_1 l_1^3 + d_1 l_1^2 + e_1 l_1 + f_1 = x_2 \\ x(l_1 + l_2) = a_1 (l_1 + l_2)^5 + b_1 (l_1 + l_2)^4 + c_1 (l_1 + l_2)^3 \\ \quad + d_1 (l_1 + l_2)^2 + e_1 (l_1 + l_2) + f_1 = x_3 \\ x(L) = a_1 L^5 + b_1 L^4 + c_1 L^3 + d_1 L^2 + e_1 L + f_1 = x_4 \\ x'(l_1) = 5a_1 l_1^4 + 4b_1 l_1^3 + 3c_1 l_1^2 + 2d_1 l_1 + e_1 = \theta_{y1} \\ x'(l_1 + l_2) = 5a_1 (l_1 + l_2)^4 + 4b_1 (l_1 + l_2)^3 \\ \quad + 3c_1 (l_1 + l_2)^2 + 2d_1 (l_1 + l_2) + e_1 = \theta_{y2} \end{array} \right. \quad (5)$$

با حل دستگاه ۶ معادله ۶ مجهول فوق، ثابت‌های a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 و f_1 بدست می‌آید. به‌طور مشابه معادله حاکم بر تغییر شکل محور در راستای y به صورت زیر استخراج می‌شود.

$$y(z) = a_2 z^5 + b_2 z^4 + c_2 z^3 + d_2 z^2 + e_2 z + f_2 \quad (6)$$

که در آن a_2, b_2, c_2, d_2, e_2 و f_2 ثابت‌های تغییر شکل محور در راستای y هستند. با گرفتن مشتق اول و دوم از رابطه (۶)، روابط (۷) حاصل می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(z) = 5a_2 z^4 + 4b_2 z^3 + 3c_2 z^2 + 2d_2 z + e_2 \\ y''(z) = 20a_2 z^3 + 12b_2 z^2 + 6c_2 z + 2d_2 \end{array} \right. \quad (7)$$

رابطه (۸) شرایط مرزی در راستای y را نشان می‌دهد.

$$(0 < z < L) \left\{ \begin{array}{l} y(0) = y_1 \\ y(l_1) = y_2 \\ y(l_1 + l_2) = y_3 \\ y(L) = y_4 \\ y'(l_1) = -\theta_{x1} \\ y'(l_1 + l_2) = -\theta_{x2} \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) = f_1 = y_1 \\ y(l_1) = a_1 l_1^5 + b_1 l_1^4 + c_1 l_1^3 + d_1 l_1^2 + e_1 l_1 + f_1 = y_2 \\ y(l_1 + l_2) = a_1 (l_1 + l_2)^5 + b_1 (l_1 + l_2)^4 + c_1 (l_1 + l_2)^3 \\ \quad + d_1 (l_1 + l_2)^2 + e_1 (l_1 + l_2) + f_1 = y_3 \\ y(L) = a_1 L^5 + b_1 L^4 + c_1 L^3 + d_1 L^2 + e_1 L + f_1 = y_4 \\ y'(l_1) = 5a_1 l_1^4 + 4b_1 l_1^3 + 3c_1 l_1^2 + 2d_1 l_1 + e_1 = -\theta_{x1} \\ y'(l_1 + l_2) = 5a_1 (l_1 + l_2)^4 + 4b_1 (l_1 + l_2)^3 \\ \quad + 3c_1 (l_1 + l_2)^2 + 2d_1 (l_1 + l_2) + e_1 = -\theta_{x2} \end{array} \right. \quad (9)$$

پس از جایگذاری شرایط مرزی (۸) در روابط (۶) و (۷)، دستگاه معادلات (۹) بدست می‌آید که با حل آن ثابت‌های a_2, b_2, c_2, d_2, e_2 و f_2 در معادله حاکم بر تغییر شکل محور بدست می‌آید. برای محاسبه انرژی کرنشی حاصل از خیز محور از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$V_{SD} = \int_0^L \frac{M_{xz}^2 + M_{yz}^2}{2EI} dz \quad (10)$$

که در آن M_{xz} و M_{yz} به ترتیب از رابطه $EIx''(z)$ و $EIy''(z)$ بدست می‌آید. برای محور، I به صورت $\frac{\pi}{4} r_{shaft}^4$ محاسبه می‌شود. پس از ساده سازی، انرژی کرنشی از رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$V_{SD} = \frac{EI}{2} \int_0^L (x''(z)^2 + y''(z)^2) dz \quad (11)$$

انرژی کرنشی حاصل از پیچش محور از رابطه (۱۲) استخراج می‌شود.

$$V_{ST} = \int_0^{l_1} \frac{T_1^2}{2GJ} dz + \int_{l_1}^{l_1+l_2} \frac{T_2^2}{2GJ} dz + \int_{l_1+l_2}^L \frac{T_3^2}{2GJ} dz \quad (12)$$

که مقادیر T_1 و T_2 به دلیل آزاد بودن یاتاقان و تحمل نکردن گشتاور، برابر صفر و T_3 از رابطه $\frac{GJ}{l_2} (\theta_{z2} - \theta_{z1})$ محاسبه می‌شود. پس از ساده سازی انرژی کرنشی حاصل از پیچش محور از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$V_{ST} = \frac{GJ}{2l_2} (\theta_{z2} - \theta_{z1})^2 \quad (13)$$

برای محور J از رابطه $\frac{\pi}{2} r_{shaft}^4$ محاسبه می‌شود. انرژی پتانسیل فنرها از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

$$V_P = \frac{1}{2} k_{xx1} x_1^2 + \frac{1}{2} k_{yy1} y_1^2 + \frac{1}{2} k_{xx2} x_4^2 + \frac{1}{2} k_{yy2} y_4^2 \quad (14)$$

انرژی پتانسیل کل سیستم حاصل از جمع انرژی پتانسیل فنرها، انرژی کرنشی خیز محور و انرژی کرنشی پیچش محور است که در رابطه زیر نشان داده شده است.

$$V_{total} = V_P + V_{SD} + V_{ST} \quad (15)$$

کل انرژی جنبشی سیستم با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی به صورت رابطه (۱۶) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}
 T = \frac{1}{2} & \left[m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + m_3(\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + m_4(\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2) \right. \\
 & + I_{T1}(\dot{\theta}_{x1}^2 + \dot{\theta}_{y1}^2) + I_{T2}(\dot{\theta}_{x2}^2 + \dot{\theta}_{y2}^2) \\
 & + I_{P1} \left((\omega + \dot{\theta}_{z1})^2 + 2(\omega + \dot{\theta}_{z1})\dot{\theta}_{y1}\theta_{x1} \right) \\
 & \left. + I_{P2} \left((\omega + \dot{\theta}_{z2})^2 + 2(\omega + \dot{\theta}_{z2})\dot{\theta}_{y2}\theta_{x2} \right) \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

که در آن $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ و \dot{x}_4 به ترتیب سرعت تغییر مکان یاتاقان سمت چپ در جهت X ، سرعت تغییر مکان دیسک سمت چپ در جهت X ، سرعت تغییر مکان دیسک سمت راست در جهت X و سرعت تغییر مکان یاتاقان سمت راست در جهت X است. همچنین $\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3$ و \dot{y}_4 به ترتیب سرعت تغییر مکان یاتاقان سمت چپ در جهت Y ، سرعت تغییر مکان دیسک سمت چپ در جهت Y ، سرعت تغییر مکان دیسک سمت راست در جهت Y و سرعت تغییر مکان یاتاقان سمت راست در جهت Y است. در ضمن $\dot{\theta}_{x1}$ و $\dot{\theta}_{x2}$ به ترتیب سرعت دورانی دیسک سمت چپ و دیسک سمت راست در جهت X می‌باشد و $\dot{\theta}_{y1}$ و $\dot{\theta}_{y2}$ به ترتیب سرعت دورانی دیسک سمت چپ و دیسک سمت راست در جهت Y و $\dot{\theta}_{z1}$ و $\dot{\theta}_{z2}$ به ترتیب سرعت دورانی دیسک سمت چپ در جهت Z و سرعت دورانی دیسک سمت راست در جهت Z است. ممان اینرسی جرمی دیسک ۱ و ۲ از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} I_{T1} = \frac{1}{4} m_2 R_{disc}^2 \\ I_{P1} = \frac{1}{2} m_2 R_{disc}^2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_{T2} = \frac{1}{4} m_3 R_{disc}^2 \\ I_{P2} = \frac{1}{2} m_3 R_{disc}^2 \end{cases} \quad (17)$$

همچنین تابع اتلاف^{۱۲} سیستم از رابطه (۱۸) قابل محاسبه است.

$$D.F. = \frac{1}{2} c_{xx1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} c_{yy1} \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} c_{xx2} \dot{x}_4^2 + \frac{1}{2} c_{yy2} \dot{y}_4^2 \quad (18)$$

برای بدست آوردن معادلات حرکت سیستم از معادلات لاگرانژ استفاده شده که در رابطه (۱۹) نشان داده شده است.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D.F.}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (19)$$

که در آن $L = T - V_{total}$ می‌باشد و مختصات تعمیم یافته، به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

¹² Dissipation function

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = x_1 \\ q_2 = y_1 \\ q_3 = x_2 \\ q_4 = y_2 \\ q_5 = \theta_{x1} \\ q_6 = \theta_{y1} \\ q_7 = \theta_{z1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} q_8 = x_3 \\ q_9 = y_3 \\ q_{10} = \theta_{x2} \\ q_{11} = \theta_{y2} \\ q_{12} = \theta_{z2} \\ q_{13} = x_4 \\ q_{14} = y_4 \end{array} \right. \quad (20)$$

جدول ۱- مشخصات سیستم روتور در حل عددی

Parameters	Values	Unit
Shaft length	2065	mm
External diameter of shaft	180	mm
External diameter of disk	957.03	mm
Disc thickness	124.55	mm
Distance of the mass center to bearing (1) l_1	284.775	mm
Distance between two discs l_2	1495.45	mm
Distance of the mass center to bearing (2) l_3	284.775	mm
Young's modulus	200	GPa
Shear modulus	76.92	GPa
Mass density	7850	kg/m ³
Poisson's ratio	0.3	-
Stiffness k_{xx1}	12	M N/m
Stiffness k_{yy1}	10	M N/m
Stiffness k_{xx2}	14	M N/m
Stiffness k_{yy2}	9.8	M N/m
Damping c_{xx1}	500	N s/m
Damping c_{yy1}	550	N s/m
Damping c_{xx2}	550	N s/m
Damping c_{yy2}	560	N s/m
Bearing mass 1 (m_1)	0.01	kg
Left disc mass (m_2)	397.04	kg
Right disc mass (m_3)	397.04	kg
Bearing mass 2 (m_4)	0.01	kg
Rotational speed range (ω)	0-42000	rpm

همانطور که مشاهده می‌شود معادلات تحلیلی حرکت بدست آمده دارای جمله‌های غیرخطی هستند که برای حل آن‌ها باید از حل گر (ODE_45) استفاده کرد؛ ولی می‌توان با خطی‌سازی و ساده‌سازی به روش معمولی نیز پاسخ سیستم را بدست آورد. برای این منظور می‌توان از جمله‌های درجه دوم صرف نظر کرد. برای حل معادلات بدست آمده می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\det\{-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K]\} = 0 \quad (21)$$

که در آن $[M]$ ، $[C]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریس جرم، ماتریس میرایی و ماتریس سفتی سیستم می‌باشد و Ω فرکانس طبیعی سیستم است. از مشخصات جدول (۱) برای حل عددی معادلات حاکم بر حرکت سیستم که به صورت تحلیلی بدست آمده‌اند، استفاده می‌شود.

۴- نتایج تجربی

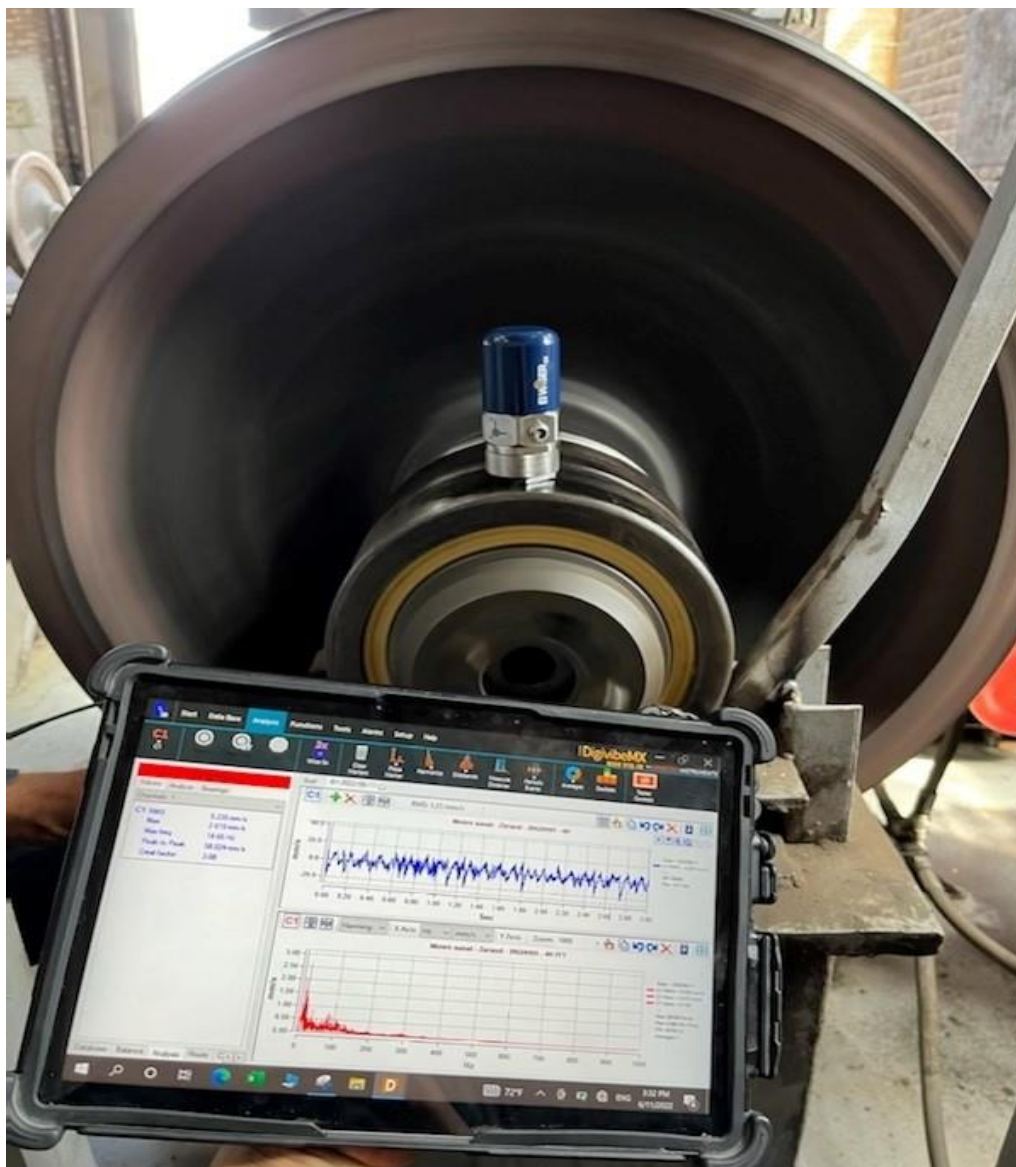
شکل (۲) ستاپ آزمایشگاهی تهیه شده برای بررسی خرابی یاتاقان را نشان می‌دهد. برای داده‌برداری هر یاتاقان از یک سنسور سه جهته‌ی ارتعاش سنج در راستاهای عمودی، افقی و محوری استفاده شده است که شکل (۶) نمونه‌ای از این سنسور را نشان می‌دهد. مدل این سنسور WiSER 3X ساخت شرکت Erbesd instruments است که مشخصات آن در شکل (۶) آورده شده است. تنها از یک عدد حسگر در ستاپ آزمایشگاهی استفاده شده است که به صورت مغناطیسی بر روی تجهیز قرار گرفته است. نحوه و محل قرارگیری حسگر در شکل (۷) نمایش داده شده است. برای تحریک سیستم از موتور الکتریکی و رابط تسمه استفاده شده است. داده‌های هر یاتاقان در یک کانال ذخیره شده تا به راحتی از آن‌ها استفاده شود. نامگذاری ردیف یاتاقان‌ها در شکل (۸) آمده است. با گرفتن تبدیل فوریه سریع^{۱۳} از سیگنال‌ها، فرکانس‌های اصلی سیستم بدست می‌آید که در شکل (۹) نمایش داده شده است.



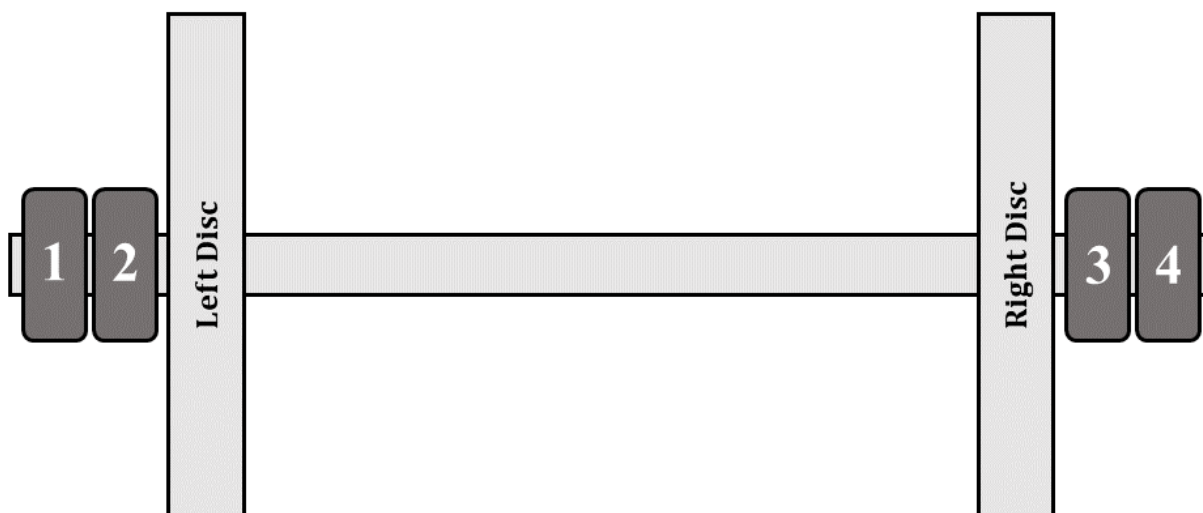
Measurement	
Built-in Sensor	low noise MEMS sensor
Sensitivity (X, Y, Z)	100 mV/g
Frequency Range ($\pm 3c \pm 3dB$)	0.5 Hz to 12 kHz
Dynamic Range	± 20 g
Resonant Frequency	More than 25 kHz
Sample Rate	48 kHz
ADC	24 bits

شکل ۶- سنسور WiSER 3X و مشخصات آن

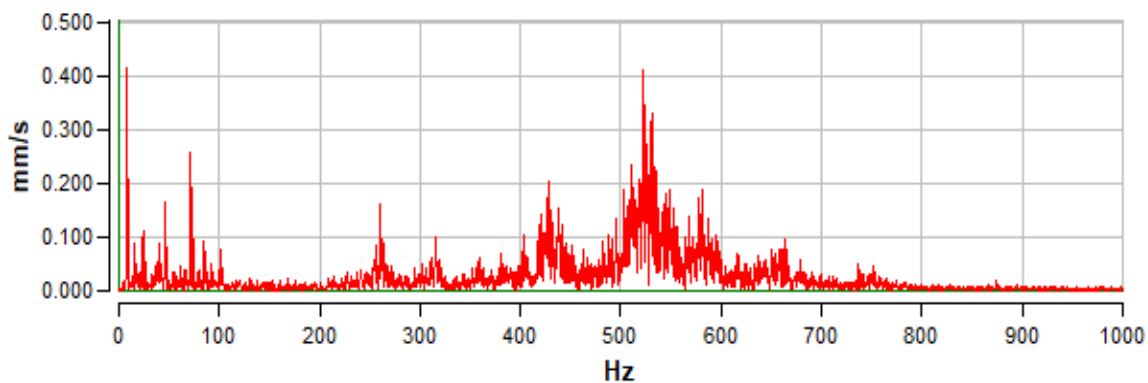
¹³ Fast Fourier Transform (FFT)



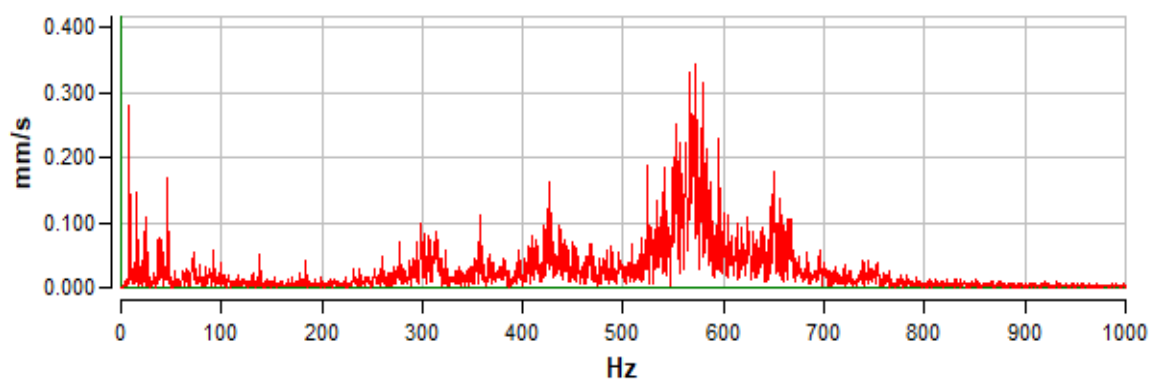
شکل ۷- نحوه و محل قرارگیری حسگر



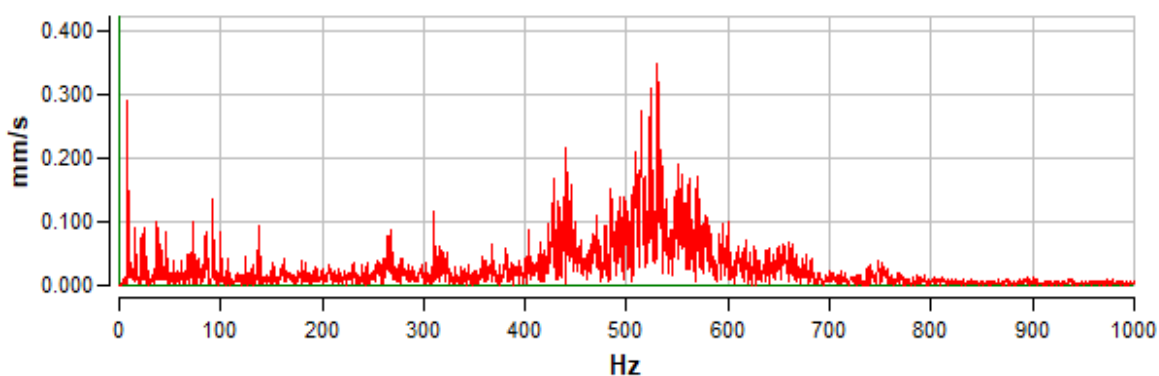
شکل ۸- نامگذاری ردیف یاتاقانها



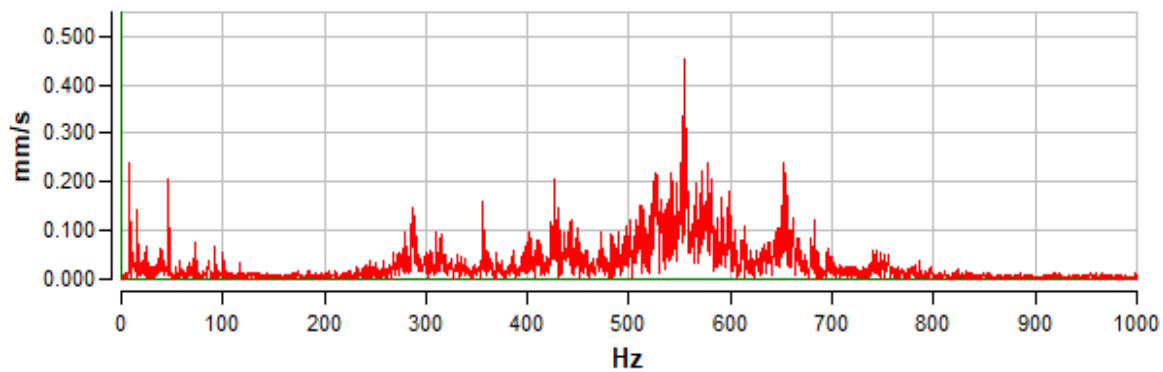
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

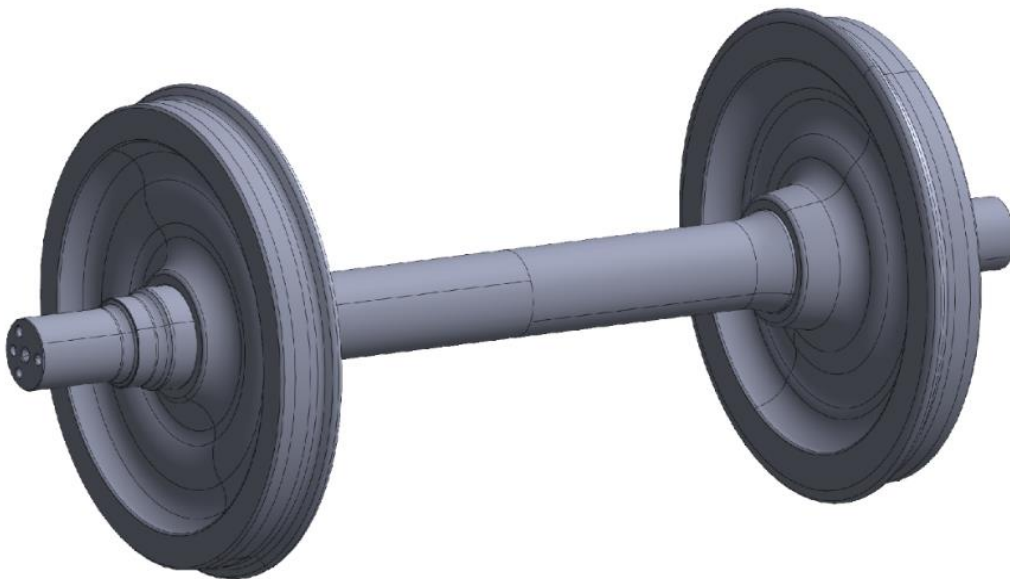
شکل ۹- تبدیل فوریه سریع گرفته شده از سیگنال‌ها؛ (الف) کانال شماره ۱، (ب) کانال شماره ۲، (ج) کانال شماره ۳ و (د) کانال شماره ۴

۵- شبیه‌سازی سیستم با استفاده از نرم‌افزار انسیس و صحنه‌گذاری نتایج

برای اطمینان از نتایج حاصل از حل تحلیلی، سیستم با استفاده از نرم‌افزار انسیس شبیه‌سازی شده است. شکل (۱۰) مدل چرخ و محور بوژی شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد. برای بررسی بهتر و نزدیک بودن شبیه‌سازی به مدل تجربی، دیسک‌ها انعطاف پذیر در نظر گرفته شده است.

در مازول تحلیل مودال انسیس یاتاقان‌ها توسط اتصال Bearing به صورت مجزا مدل شده و ضریب سفتی و میرایی آنها وارد شده است. با استفاده از دستور Rotational Velocity سرعت دورانی سیستم اعمال شده است. برای شبکه‌بندی از المان چهار وجهی (هرم) استفاده شده است و تعداد ۴۷۵۳۸۹ عدد المان برای شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است.

همانطور که در جدول (۲) نشان داده شده است فرکانس طبیعی اول سیستم در هر سه روش برابر صفر بدست آمده است که بیانگر مود صلب سیستم است. مقدار فرکانس طبیعی دوم سیستم در سه روش بسیار به یکدیگر نزدیک هستند؛ ولی در فرکانس طبیعی دوم اختلاف مشاهده می‌شود که مقدار آن طبیعی است. مجدد مقدار فرکانس طبیعی سوم سیستم به یکدیگر نزدیک می‌شوند که نشان‌دهنده مدل‌سازی صحیح سیستم در روش‌های تحلیلی و نرم‌افزاری است. بردارهای ویژه (شکل مودها) روش تحلیلی در زیر نشان داده شده است. در جدول (۲) نتایج بدست آمده از سه روش تحلیلی، تجربی، و نرم‌افزاری نشان داده شده است.



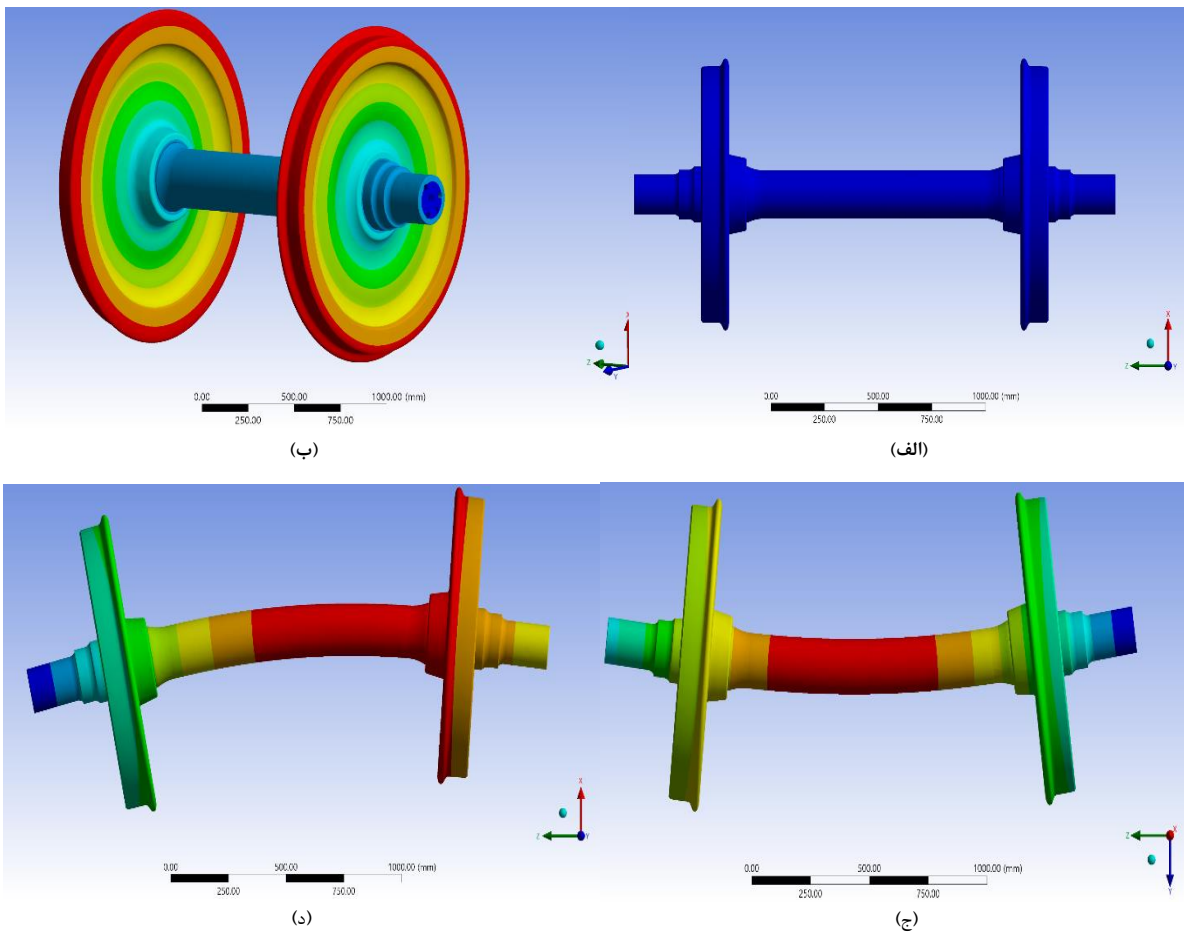
شکل ۱۰- مدل چرخ و محور بوژی شبیه‌سازی شده در انسیس

جدول ۲- نتایج روش تجربی، تحلیلی و نرم‌افزاری

تجربی	نرم‌افزار انسیس	روش تحلیلی	فرکانس طبیعی (سرعت بحرانی)
۰	۰	۰	$\Omega_1 (Hz)$
۷/۵۷۲	۷/۲۸۳	۷/۸۶۶	$\Omega_2 (Hz)$
۱۵/۶۲۷	۱۸/۸۹۱	۱۰/۴۴۲	$\Omega_3 (Hz)$
۲۴/۹۹۲	۲۱/۶۴۸	۲۴/۸۲۹	$\Omega_4 (Hz)$

$$\vec{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \vec{X}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \vec{X}^{(3)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0.032 \\ 0 \\ 0.034 \\ -0.007 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.036 \\ 0.006 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.034 \end{Bmatrix} \quad \vec{X}^{(4)} = \begin{Bmatrix} 0.037 \\ 0 \\ 0.039 \\ 0 \\ 0 \\ 0.003 \\ 0 \\ 0.031 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.013 \\ 0 \\ 0.027 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

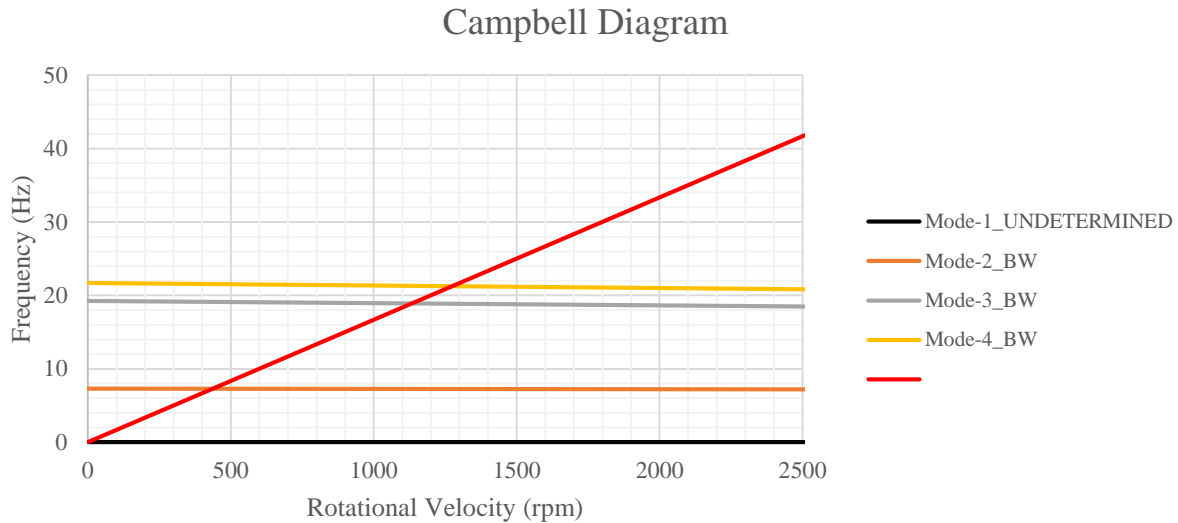
شکل مودهای چرخ و محور بوژی به روش المان محدود در شکل (۱۱) ارائه شده است. همانطور که از رابطه (۲۲) و شکل (۱۱) مشاهده می‌شود شکل مودهای بدست آمده از روش تحلیلی و روش شبیه‌سازی دارای همپوشانی هستند که این قابل اطمینان بودن نتایج را نشان می‌دهد.



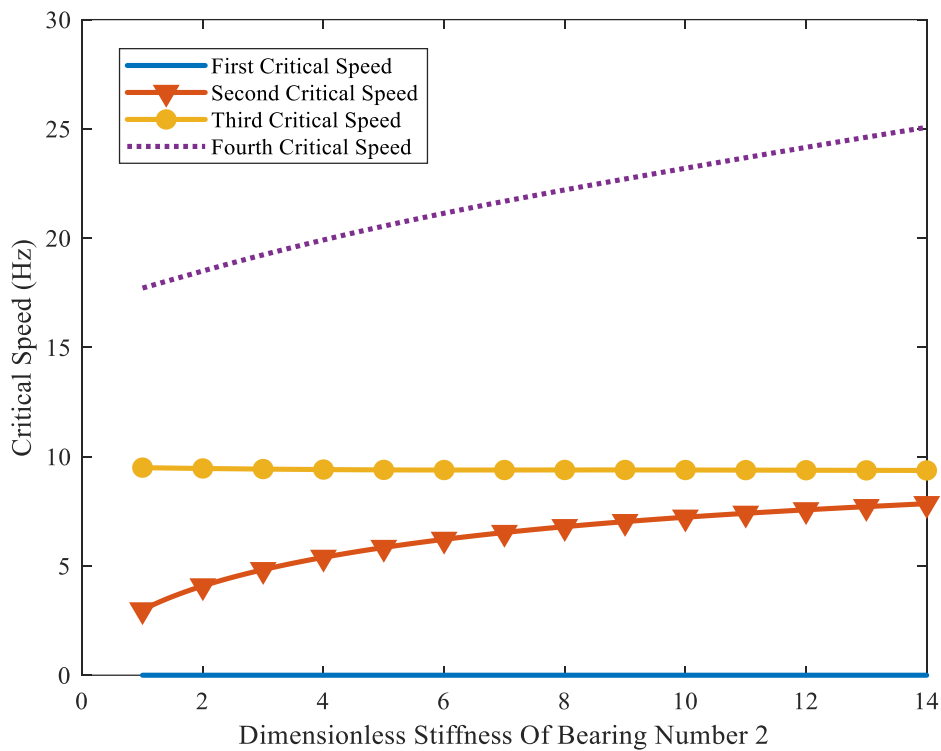
شکل ۱۱- شکل مود چرخ و محور بوژی؛ (الف) مود اول (مود صلب)، (ب) مود دوم، (ج) مود سوم، (د) مود چهارم

۶- ارائه نتایج و بررسی تاثیر سفتی یاتاقان‌ها بر نتایج

نمودار کمبل بدست آمده از نرم‌افزار انسیس در شکل (۱۲) آمده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود مود دوم، سوم و چهارم سیستم به صورت چرخش پسرو^{۱۴} بدست آمده‌اند.

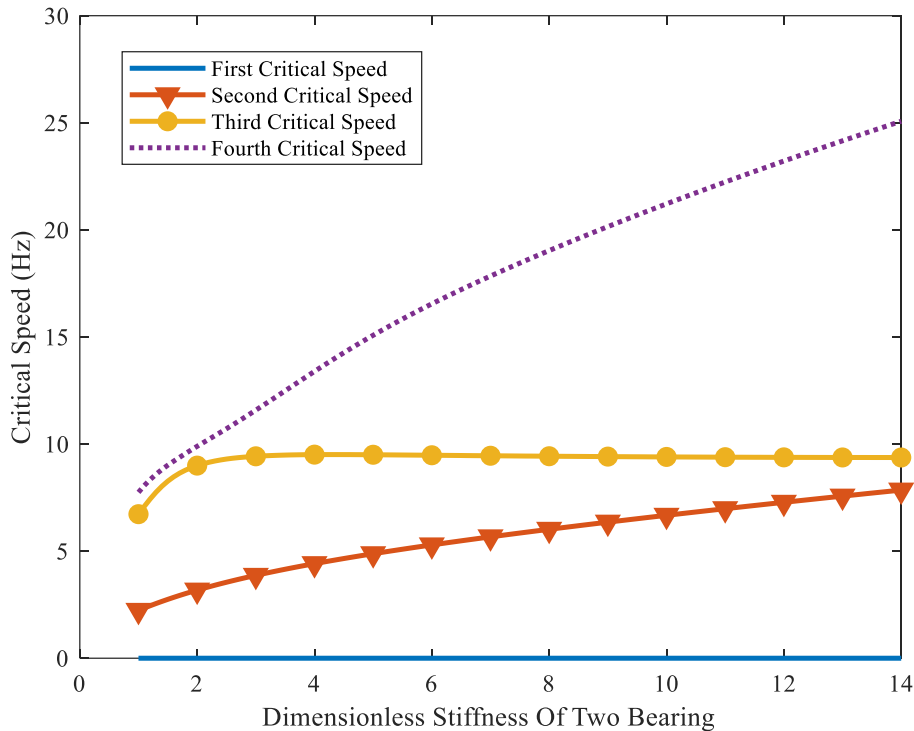


شکل ۱۲- نمودار کمبل بدست آمده از نرم افزار انسیس



شکل ۱۳- تاثیر افزایش سفتی بی بعد شده یاتاقان شماره (۲) بر مقدار سرعت‌های بحرانی

¹⁴ Backward whirling



شکل ۱۴- تاثیر افزایش سفتی بی بعد شده دو یاتاقان بر مقدار سرعت‌های بحرانی

در این مقاله به دنبال شناسایی عیب در یاتاقان هستیم. پس از صحت سنجی مدل تحلیلی به بررسی عیب در یاتاقان پرداخته می‌شود. در ابتدا با استفاده از روش تحلیلی اثر خرابی یاتاقان شماره (۲) بر فرکانس طبیعی بررسی می‌شود. با خراب شدن یاتاقان مقدار سفتی آن کاهش می‌یابد که تغییرات این کاهش سفتی بر سرعت‌های بحرانی سیستم در شکل زیر قابل مشاهده است.

در شکل (۱۳) مقدار سفتی یاتاقان با تقسیم شدن اعداد بر $10^6 (N/m)$ بی بعد شده است. همچنین از شکل (۱۳) مشاهده می‌شود که با افزایش سفتی یاتاقان شماره (۲) سرعت‌های بحرانی دوم و چهارم افزایش یافته و سرعت بحرانی سوم تغییرات اندکی داشته است. شکل زیر تغییرات کاهش سفتی هر دو یاتاقان بر سرعت‌های بحرانی را نشان می‌دهد. همچنین در شکل (۱۴) نیز مقدار سفتی یاتاقان‌ها با تقسیم شدن بر $10^6 (N/m)$ بی بعد شده است. شکل (۱۴) نشان می‌دهد که با کاهش سفتی هر دو یاتاقان، سرعت بحرانی دوم و چهارم کاهش یافته و سرعت بحرانی سوم ابتدا تغییرات اندکی داشته و در انتها کاهش شدید داشته است.

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله چرخ و محور بوژی به صورت یک سیستم ۱۴ درجه آزادی مدل شد و معادلات حاکم بر حرکت آن به روش تحلیلی بدست آمد. پس از خطی‌سازی معادلات حرکت و جایگذاری مشخصات چرخ و محور بوژی، فرکانس طبیعی سیستم در سرعت‌های کاری مختلف محاسبه شد. سپس در ادامه ستاپ آزمایشگاهی و نتایج بدست آمده از روش تجربی ارائه شد. نتایج بدست آمده از روش تحلیلی توسط نتایج تجربی و نتایج نرم‌افزار انسیس صحت سنجی گردید. با توجه به نزدیک بودن نتایج، دقت روش مدل‌سازی تحلیلی تایید شد. وجود خرابی در یاتاقان باعث کاهش ضریب سفتی آنها می‌شود که در ادامه این خرابی یاتاقان مورد بررسی قرار

گرفت. نتایج نشان داد که با خراب شدن هر دو یاتاقان سرعت‌های بحرانی دوم و چهارم سیستم کاهش یافته است. در انتها تاثیر خرابی یاتاقان شماره (۲) به صورت مجزا نیز بررسی شده است. نتایج، تاثیر خرابی یاتاقان بر سرعت بحرانی دوم و چهارم را نشان می‌دهند.

سپاسگزاری

نویسندگان مقاله از آقای مهندس عباس بهرامی وحدت، مدیریت محترم شرکت گروه صنعتی معین، برای در اختیار گذاشتن نتایج آزمون‌های تجربی تشکر و قدردانی می‌نماید.

مراجع

- [1] S. W. Hong, and J. H. Park, "Dynamic Analysis of Multi-stepped, Distributed Parameter Rotor-bearing Systems," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 227, No. 4, pp. 769-785, 1999/11/04/ 1999, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2384>.
- [2] S. Chatterton, P. Pennacchi, A. Vania, and P. Borghesani, "Architecture of the Monitoring System for the Traction System Bearings of a Regional Locomotive," in *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Cham, P. Pennacchi, Ed., (In: Pennacchi, P. (eds)) 2015// 2015: Springer International Publishing, Springer, Cham, Vol. 21, pp. 455-464, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-06590-8_36.
- [3] P. Pennacchi, S. Chatterton, A. Vania, and L. Xu, "Diagnostics of Bearings in Rolling Stocks: Results of Long Lasting Tests for a Regional Train Locomotive," in *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM*, Cham, K. L. Cavalca and H. I. Weber, Eds., 2019// 2019: Springer International Publishing, Springer, Cham, pp. 321-335, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99268-6_23.
- [4] X. Zhang, Q. Han, Z. Peng, and F. Chu, "Stability Analysis of a Rotor-bearing System with Time-varying Bearing Stiffness due to Finite Number of Balls and Unbalanced Force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 25, pp. 6768-6784, 2013/12/09/ 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.08.002>.
- [5] Z. Li, J. Chen, Y. Zi, and J. Pan, "Independence-oriented VMD to Identify Fault Feature for Wheel Set Bearing Fault Diagnosis of High Speed Locomotive," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 85, pp. 512-529, 2017/02/15/ 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.08.042>.
- [6] Y. Liu, Z. Chen, W. Zhai, and K. Wang, "Dynamic Investigation of Traction Motor Bearing in a Locomotive under Excitation from Track Random Geometry Irregularity," *International Journal of Rail Transportation*, Vol. 10, No. 1, pp. 72-94, 2022/01/02 2022, doi: <https://doi.org/10.1080/23248378.2020.1867658>.
- [7] Y. Liu, Z. Chen, W. Li, and K. Wang, "Dynamic Analysis of Traction Motor in a Locomotive Considering Surface Waviness on Races of a Motor Bearing," *Railway Engineering Science*, Vol. 29, No. 4, pp. 379-393, 2021/12/01 2021, doi: <https://doi.org/10.1007/s40534-021-00246-x>.

- [8] Y. Liu, Z. Chen, J. Ning, K. Wang, and W. Zhai, "Improved Dynamics Model of Locomotive Traction Motor with Elasticity of Rotor Shaft and Supporting Bearings," *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 35, No. 1, p. 90, 2022/07/14 2022, doi: <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00762-9>.
- [9] M. Papaelias, A. Amini, Z. Huang, P. Vallely, D. C. Dias, and S. Kerkyras, "Online Condition Monitoring of Rolling Stock Wheels and Axle Bearings," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, Vol. 230, No. 3, pp. 709-723, 2016/03/01 2014, doi: <https://doi.org/10.1177/0954409714559758>.
- [10] J. Liu, and S. Du, "Dynamic Analysis of a High-speed Railway Train with the Defective Axle Bearing," *The International Journal of Acoustics and Vibration*, Vol. 25, pp. 525-531, 12/30 2020, doi: <http://dx.doi.org/10.20855/ijav.2020.25.41701>.
- [11] F. Deng, C. Liu, Y. Liu, and R. Hao, "A Hybrid SVD-based Denoising and Self-adaptive TMSST for High-speed Train Axle Bearing Fault Detection," *Sensors*, Vol. 21, No. 18, doi: <https://doi.org/10.3390/s21186025>.
- [12] L. Kou, Y. Qin, X. Zhao, and X. Chen, "A Multi-dimension End-to-end CNN Model for Rotating Devices Fault Diagnosis on High-speed Train Bogie," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 69, No. 3, pp. 2513-2524, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TVT.2019.2955221>.
- [13] J. Liu, X. Li, and W. Yu, "Vibration Analysis of the Axle Bearings Considering the Combined Errors for a High-speed Train," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 234, No. 3, pp. 481-497, 2020/09/01 2020, doi: <https://doi.org/10.1177/1464419320917235>.
- [14] T.-C. I. Aravanis, J. S. Sakellariou, and S. D. Fassois, "Spectral Analysis of Railway Vehicle Vertical Vibration under Normal Operating Conditions," *International Journal of Rail Transportation*, Vol. 4, No. 4, pp. 193-207, 2016/10/01 2016, doi: <https://doi.org/10.1080/23248378.2016.1221749>.
- [15] X. Tan, J. He, C. Xi, X. Deng, X. Xi, W. Chen, and H. He, "Dynamic Modeling for Rotor-bearing System with Electromechanically Coupled Boundary Conditions," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 91, pp. 280-296, 2021/03/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.09.042>.
- [16] M. L. Adams, "Rotating Machinery Vibration," Second Edition Edition, New York: CRC Press, 2009, Ch. 2, Sec. 2.2, pp. 39-41, doi: <https://doi.org/10.1201/9781439847558>.

Analytical, Numerical and Experimental Investigation of Wheel and Bogie Axle Vibrations to Identify Bearing Defects

Amir Hosein Arab

M.Sc. Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
am.arab@mail.sbu.ac.ir

*Corresponding author: **Abbas Rahi**

Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
a_rahi@sbu.ac.ir

Amir Masoud Hamidi Majd

M.Sc. Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
a.hamidimajd@mail.sbu.ac.ir

Abstract

With the increasing development of the railway industry, the inspection of bogie axle bearing defects has become more important. This article presents the model of 14 degrees of freedom of the wheel and bogie axle. After obtaining the equations governing the system's movement by analytical method and their linearization, the system's natural frequencies are calculated at different working speeds. In the following, the experimental results obtained from the laboratory setup are presented. The results obtained from the analytical method are verified by the experimental results and the results of Ansys software. Then, taking into account that the existence of failure in the bearing reduces the stiffness coefficient in the bearing, the effect of the failure of the bearing on the natural frequencies of the system is investigated. The results show that the second and fourth critical speeds of the system decrease as the axle bearings are damaged. Also, the effect of the failure of one of the bogie bearings has also been studied for a better understanding.

Keywords: Train bearing, Bogie wheel and axle, Dynamics of rotating machines, Critical speed, Defect in the bearing