

## همکاری ربات ها در استخراج مسیر بدون نشانه یا سنسور خارجی در محیط ناهموار

در این پژوهش تلاش شده است تا با همکاری چند ربات و فیلتر کالمن آماری، خطای حرکت ناشی از خطای جمع شونده انتگرال گیر بدون ناظر خارجی در بلند مدت کاهش یابد. به این منظور از چهار ربات روی سطح ناهموار بهره برده شده است؛ که به ترتیب یکی از آنها حرکت خواهد کرد و سه ربات دیگر به عنوان ناظر حرکت در نظر گرفته خواهند شد. این ربات در مرحله نظارت ثابت فرض شده است، خطای سنجش فاصله تا ربات متحرک صرفاً به سنسور لیزر محدود خواهد شد. همچنین دو ربات ناظر دیگر نیز فاصله تا ربات متحرک را گزارش خواهند کرد. در انتهای حرکت مقطعی، ربات متحرک متوقف شده و فاصله لیزری آن از سه ربات ناظر چندین بار اندازه گیری می شود و در هر بار اندازه گیری وضعیت فضایی ربات ناظر نسبت به دو ربات متحرک به دست خواهد آمد. در نتیجه با چندین بار اندازه گیری، خطای تخمین وضعیت کاهش خواهد یافت. سپس ربات متحرک به عنوان ناظر تثبیت شده و یک ربات دیگر شروع به حرکت خواهد کرد.

آرمان مردانی<sup>۱</sup>  
استادیار

واژه‌های راهنما: ربات دو چرخ، مسیریابی، نقشه حرکت، حرکت گروهی دسته ربات ها

### ۱- مقدمه

در کنترل ربات‌های زمینی در فضای آزاد، یکی از بزرگترین مشکلات لغزش‌های مشاهده ناپذیر و خطای جمع شونده سنسورهای مبتنی بر شتاب است [۱]. مشکل زمانی چند برابر می‌شود که سطح حرکت ناهموار باشد [۲]. این سطوح، دینامیک ربات را پیچیده تر و حرکت را مشاهده ناپذیرتر خواهند کرد. این بدان معناست که لغزش‌های بیشتر اطمینان به سنسورها را کاهش می‌دهند و نوع و تعداد سنسورها را پیچیده‌تر می‌کند [۳، ۴]. به عنوان نمونه به هیچ وجه انکودر چرخ ربات نمی‌تواند لغزش‌های جانبی و روبه جلوی ربات را تشخیص دهد. در نتیجه نیازمند افزودن سنسور شتاب‌سنج و جایرو و یا به کار گرفتن بینایی ماشین هستیم [۵، ۶]. به کارگیری شتاب‌سنج به دلیل ماهیت افزاینده خطای انتگرال گیر، خود برای به دست آوردن مسیر حرکت با انتگرال گیری از شتاب به تنهایی مناسب نیست [۷].

<sup>۱</sup> استادیار، گروه جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، مازندران، ایران، [armanmardani@nit.ac.ir](mailto:armanmardani@nit.ac.ir)

این موضوع به وضوح در به‌روزرسانی ماتریس گسترش عدم قطعیت و خطا هنگامی که با روش فیلتر کالمن در حال به‌روزرسانی هستیم، قابل مشاهده است [۸-۱۰]. دلیل این افزایش واریانس تخمین در ترکیب سنسورها، عدم قطعیت انتگرال‌گیری صحیح به خاطر نویز است. این امر در نقشه برداری و ناوبری همزمان رباتیک بیشتر نمود پیدا می‌کند [۱۱]. به وضوح بخش‌های مشاهده نشده همچون بایاس شتاب‌سنج، لغزش‌های ناگهانی و نویز غیر نرمال در خروجی تأثیرگذار خواهد بود [۱۲]. چنین مواردی الزام استفاده از مشاهده‌گرهای خارجی همچون رادارهای پایه ثابت [۱۳] و سیستم‌های پردازش تصویر و موقیت‌یابی همزمان را روشن‌تر می‌سازند. چنین سیستم‌هایی خطای جمع شونده ندارند؛ اما یا فرکانس داده برداری آنها پایین است یا خطای مطلق آنها بالاتر از سنسورهای نصب شده در ربات است [۱۴، ۱۵].

سیستم‌های مبتنی بر تصویر نیز با اعمال سطح بالایی از حجم محاسباتی در کنار وابستگی به مارکرهای خارجی ثابت یا تصاویری با گوشه‌های منظم، ممکن است کارایی کافی در پیمایش و کاوش در محیط ناشناخته را نداشته باشند. به عبارتی سیستم‌های مبتنی بر تصویر به نشانه‌هایی ثابت و قابل تمایز در محیط نیاز دارند [۱۶]. در مواردی تلاش شده است تا با چند بار پیمایش یک مسیر، هم نقشه هم مسیر به‌طور پیوسته بهبود یابد [۱۷، ۱۸]. در مواردی تلاش شده است تا با استفاده از لیدار و ترکیب اطلاعات آن با سنسورهای داخلی، نقشه محیط استخراج شود، اما اگر مسیر به‌طور کامل ناشناخته باشد، باز مسیریابی در طولانی مدت دچار خطای افزایشنده خواهد شد [۱۹]. دلیل این امر تکیه بر داده سنسور شتاب‌سنج است [۲۰، ۲۱]. در این پژوهش تلاش شده است تا از راه حل دیگری استفاده شود. به عبارتی اگر در موارد گروه ربات‌های زمینی همکار در دسترس باشند، می‌توان خطای مسیر یابی را بدون اتکا به مشاهده‌گر خارجی تا حد قابل قبولی کاهش داد.

در به‌روزرسانی ماتریس‌های عدم قطعیت مبتنی بر مدل سنسورها، اگر نوع سنسور سنجش جابجایی را پایه ثابت و بدون داده برداری دینامیکی، مبتنی بر برداشت لیزری استوار کرد، عملاً همزمان هم نویز داده به روزرسانی سنسور حذف خواهد شد و هم خطای هر گام از سنجش کاهش خواهد یافت [۲۲، ۲۳]. دلیل این امر آن است که سنسور لیزر یک سنسور مستقیم موقیت و فاصله است، به همین جهت خطای جمع شونده نخواهد داشت. به علاوه هرگونه لغزش و حرکت مشاهده نشده توسط سنسور شتاب‌سنج و انکودر را مدل خواهد کرد. این امر از یک سنسور لیزر، یک رادار می‌سازد [۲۴، ۲۵]. اما سؤال اصلی اینجاست که چگونه می‌توان یک پایه ثابت در محیطی ناشناخته با نشانه‌های تصویری کم استوار کرد و به فاصله‌ای دور از آن دست یافت؟ اگر گروهی از چهار ربات متحرک همراه هم حرکت کنند، با حرکت ترتیبی آنها می‌توان این مشکل را برطرف کرد. در واقع مرجع سنجش ثابت در زمان سنجش ثابت و در زمان حرکت مشاهده شونده در نظر گرفته می‌شود. این کار در رباتیک کاوش در محیط‌های همگن و مشابه که عملاً اتکا به نقشه استخراج شده از تصویر قابل اطمینان نیست کاربرد خواهد بود [۲۶، ۲۷].

استفاده از تصویر و لیدار در مکان‌یابی زمانی در عدم حضور سنسور ناظر خارجی مفید است، که محیط نقشه‌برداری شده، خود دارای نشانه‌ها و مارکرهای مشخص مثل گوشه‌ها و اختلاف رنگ‌های گوناگون باشد. در غیراین‌صورت، همانگونه که ناوبری مرتبط با فیلتر کالمن خود را نیازمند رادار خارجی می‌بیند، ناوبری یک ربات زمینی هم همین‌گونه خواهد بود [۲۸]. در برخی منابع تلاش شده است تا این مشکل با کاهش نویز شتاب‌سنج و ترکیب اطلاعات چند سنسور مختلف از جمله لیزر و تصویر و به کارگیری فیلتر کالمن سریع به حداقل برسد. اما این کار باز به دلیل عدم وجود سنسور ناظر خارجی با خطای افزایشنده همراه است [۲۹، ۳۰].

اما تمامی انواع فیلترهای کالمن برای تمامی محیط‌ها مناسب نیست. در بسیاری از موارد باید از فیلترهای کالمن گسترش یافته یا حتی فیلترهای کالمن آماری بهره جست [۳۱].

در پژوهش پیش‌رو تلاش شده است تا با شبیه‌سازی حرکت ترتیبی یک ربات اصلی و دو ربات کمکی، سنسور تراز جاذبه، سنسور فاصله سنج لیزر نصب شده بر روی ربات‌ها، استفاده از داده‌های شتاب‌سنج و فیلتر کالمن، به درک بهتری از نقشه مسیر طی شده دست یافت. فیلتر کالمن، ترکیب کننده داده‌های حرکت ترتیبی چهار ربات، سنسور فاصله سنج لیزری و سنسور شتاب‌سنج-جایرو خواهد بود. به‌طور واضح، این پژوهش تلاش دارد تا با حرکت مرحله به مرحله و وقفه‌ای و ترتیبی چهار ربات همکار و در کنار آن استفاده از تعدد برداشت‌های سنسور وضعیت و فاصله به دقتی قابل قبول‌تر از دقت روش‌های پیشین بپردازد. به عبارتی در این روش به‌طور کلی تمرکز ناوبری از شتاب‌سنج و انتگرال‌گیری از آن به سنجش جابجایی در چندین مرحله برای کاهش خطای نرمال اندازه‌گیری ارتقا یافته است.

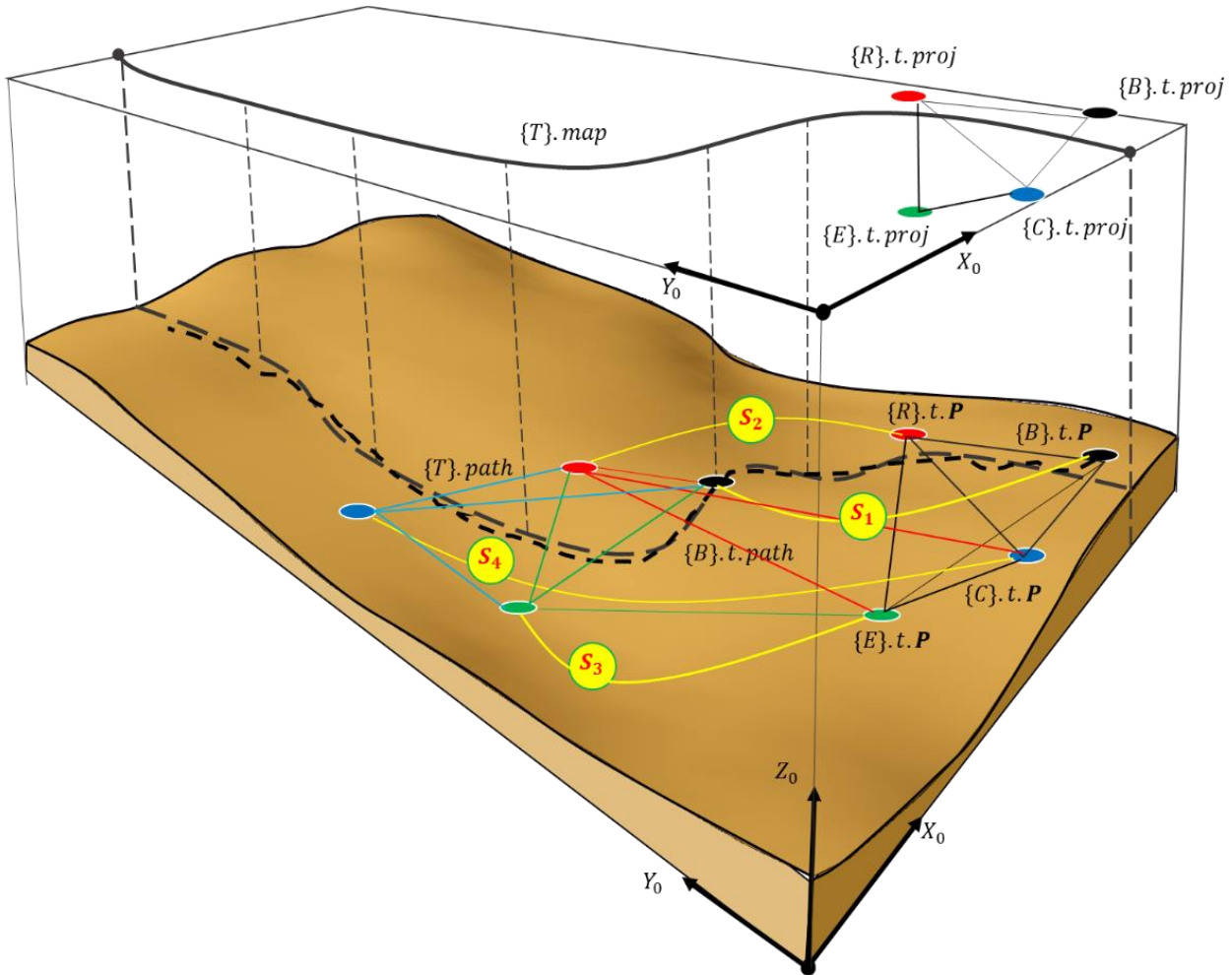
## ۲- سینماتیک و کنترل

در ابتدا فرض کنید که محیط حرکت دسته کاوش‌گرها یک سطح صلب نیمه هموار بدون نظارت خارجی است. این سطح با رویه دلخواه زیر به تصویر کشیده می‌شود که در آن سه پارامتر  $x$ ،  $y$  و  $z$  نمایشگر دو متغیر حرکت در صفحه افقی دستگاه مختصات  $X_0Y_0Z_0$  ثابت و ارتفاع است. این رابطه بیان‌کننده سطح دلخواه ناهموار بوده و از مرجع خطی برداشت نشده است.

$$z(x, y) = 5 \sin(0.1x) \cos(0.3y) + 0.05 \sin(2x + 2y) \quad (1)$$

همچنین در نظر گرفته می‌شود که یک نشان منتشر کننده نور متمرکز، یک جستجوگر تصویری و یک لیزر فاصله‌سنج بر روی یک مکانیزم تراز کننده گیمبال قرار گرفته‌اند تا راستای مجموعه سنجش و ارتباط را همواره عمود بر بردار جاذبه قرار دهند. شکل (۱) نشان‌دهنده این چیدمان ارتباطی است.

در این روش، در ابتدا چهار ربات سرخ  $R$ ، آبی  $C$  و سیاه  $B$  و سبز  $E$  در نقاطی ثابت قرار می‌گیرند. هر ربات یک شی فرض خواهد شد و تمام اطلاعات ربات در آن قرار خواهد گرفت. از این پس سمبل  $\sim \{R\}$  به معنای گروه مشخصات یا مشخصه  $\sim$  از سوژه ربات  $R$  خواهد بود. این نقاط به عنوان نقاط شروع بدون خطا فرض می‌شوند. در ابتدا ربات‌های آبی و سرخ و سبز ثابت هستند و ربات سیاه حرکت داده می‌شود (مرحله  $k_1$  در شکل). تا حداکثر فاصله سنجش تا یکی از دو ربات دیگر به مقدار معیار  $\gamma$  برسد. در این حین چون سه ربات ثابت، مرجع فرض شده‌اند، در نتیجه می‌توانند به ترتیب هر کدام از اطلاعات حرکت ربات متحرک از جمله، فاصله تا خودشان، تغییرات ارتفاع و لغزش‌ها را مشاهده کنند. این کار با تلاقی سه کره حاصل می‌شود که مرکز هر کدام یک ربات ثابت و رویه کره ربات متحرک است. تلاقی سه کره، اگر موجود باشد، یک نقطه منفرد است. این نقطه منفرد همان وضعیت جدید ربات خواهد بود. انتظار می‌رود که این نوع سنجش بدون ناظر خارجی، به دلیل دقت بالاتر سنسور فاصله نسبت به شتاب‌سنج، توانایی چندین بار داده برداری از یک وضعیت پس از سکون و البته خطای غیر جمع‌شونده سنسور طول، در چند گام حرکتی دقتی بالاتر از شتاب‌سنج حاصل کند.



شکل ۱- پارامترهای مورد نیاز جهت انتخاب رباتی که در گام بعد باید حرکت داده شود.

پس از رسیدن ربات سیاه به فاصله مشخص و سکون آن، چهار ربات چندین بار اطلاعات را با یکدیگر به روزرسانی می‌کنند تا کمترین خطای ثبت مسیر را فراهم سازند. در ادامه رباتی که نسبت به مسیر اصلی، عمود بر خط واسط دو ربات دیگر و دورتر قرار گرفته است، شروع به حرکت برای عبور از بین سه ربات ناظر می‌کند. مثلاً در شکل بالا، حرکت دوم را ربات قرمز انجام می‌دهد. دقت شود که در هر گام، مختصات کامل چهار ضلعی ثبت شده از چهار ربات ذخیره می‌شود. این ذخیره‌سازی با نام  $F$  و به صورت بردار زیر ذخیره می‌گردد.

$$\{F\} = [\{R\}.t.P \{C\}.t.P \{B\}.t.P \{E\}.t.P] \quad (2)$$

در این پژوهش  $\{.\}$  به معنی یک کلاس داده یا شی است. به عبارتی ربات قرمز رنگ شی  $\{R\}$  در نظر گرفته شده است که تمامی مشخصات این ربات در گام  $t$  در زیرشاخه  $\{R\}.t$  ذخیره شده است. به عنوان نمونه مختصات وضعیت ربات در زمان  $t$  در  $\{R\}.t.P$  ذخیره شده است. این نحوه ذخیره‌سازی در هر گام از حرکت یک ربات تا سکون آن با شمارنده  $t$  شمرده خواهد شد. همچنین بردار  $P$  نمایشگر وضعیت سه بعدی یک ربات است. نحوه انتخاب ترتیب حرکت یک ربات در شکل (۲) نشان داده شده است. حرکت ترتیبی با فلوجارت نمایش یافته در شکل (۲) انجام می‌شود.



## جدول ۱- مشخصات دقت سنسورها

سنسور	دقت سنجش و نویز	نماد	توضیحات
فاصله سنج لیزری	$\pm 1mm$	$a_l$	-
سنجش زاویه مکانیزم گیمبال	$\pm 0.01 degree$	$a_\theta$	-
تراز الکترونیک گرانشی	$\pm 0.01 degree$	$a_\theta$	-
شتاب سنج خطی کالیبره شده با راستای جاذبه	$\pm 0.02 g$	$a_a$	فرض بر این است که سنسور با دقت مناسبی کالیبره شده است؛ اما نویزی با بایاس بسیار کوچک را حمل می‌کند.
جایروسکوپ سه محوره به منظور سنجش چرخش حول محور Z	$\pm 0.02 1.s^{-2}$	$a_j$	فرض بر این است که سنسور در ایده‌آل‌ترین حالت خود به گونه‌ای قرار گرفته است که با خطای مناسبی در تراز افق قرار گرفته است.

معادله پراکندگی نویز سنسور شتاب‌سنج و جایرو در ادامه آورده شده است. همانگونه که می‌دانیم تنها سنسورهایی از لیست بالا که دارای خطای جمع شونده اثرگذار در انتگرال‌گیری زمانی هستند، شتاب‌سنج و جایرو می‌باشد [۸].

$$\eta_a(\mathbf{X} | [\mu]_a, [\sigma_a^2]) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\sum_i \frac{(X_a - \mu_a)^2}{2\sigma_a^2}\right) \quad (4)$$

در این معادله که به توضیح نرمال احتمال خطای سنسور معروف است،  $\sigma$  واریانس استاندارد نویز اعمال شده در خروجی سنسور و  $\mu_a$  بایاس یا میانگین آن نویز است. فرض می‌شود که برای هر چهار ربات همکار در وضعیت بررسی روش مسیریابی پیشنهادی و برای ربات مشکی در وضعیت بررسی مسیریابی مبتنی بر شتاب‌سنج و بدون ناظر خارجی، سطوح نویز، بایاس و دقت سنسورها یک اندازه باشد. فرض می‌کنیم که ربات به صورت استاندارد غیر-هولونومیک بوده ولی امکان لغزش جانبی ناخواسته را دارد. این لغزش جانبی به صورت رندوم و گاهی به سیستم هم در لغزش دورانی هم در لغزش خطی اعمال خواهد شد. بدین معنا که ممکن است در جا چرخش‌های کوچک ناخواسته و یا لغزش‌های جانبی ناخواسته داشته باشد. در این صورت برای دستیابی به مدل ربات فرض می‌کنیم که ربات به واسطه یک بردار پیشانی حرکت و یک نقطه به عنوان مرکز مکانیزم گیمبال و یک بردار عمود بر سطح مدل‌سازی خواهد شد. در شکل (۳) این بردارها نمایش داده شده‌اند. در شکل مذکور بردار پیشانی حرکت ربات  $\{U\}.t. \mathbf{H}$ ، بردار عمود بر سطح ربات  $\{U\}.t. \mathbf{V}$ ، بردار عمود بر سطح زمین زیر ربات  $\{U\}.t. \mathbf{N}$ ، دو بردار مماس بر سطح زیر ربات روی زمین  $\{U\}.t. \mathbf{T}_1$  و  $\{U\}.t. \mathbf{T}_2$  و مرکز ربات  $\{U\}.t. \mathbf{P}$  نشان داده شده است که در آن  $\{U\}.t. \mathbf{N} = \{U\}.t. \mathbf{T}_1 \times \{U\}.t. \mathbf{T}_2$  است. حال با فرض متغیرهای تخمین مدل یعنی  $\{U\}.t. \mathbf{s} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$  می‌توان ارتباط بین آنها و بردارهای شکل بالا را یافت.



معادله (۶) بیان می‌کند که بردار حرکت در راستای پیشانی با داشتن ماتریس‌های دوران چگونه حاصل می‌شود [۲]. در این معادله زاویه چرخش حول محور  $x$  و  $y$  زمین مرتبط با  $\{U\}.t.\mathbf{N}$  است که خود تابع  $z(x, y)$  است. در نتیجه می‌توان در نهایت گفت که ماتریس دوران کلی ربات روی سطح به جز چرخش حول محور  $Z$  خود ربات  $\{U\}.Z_a$  تابع وضعیت قرارگیری روی زمین  $\{U\}.t.\mathbf{P}$  است. در این شکل دو دستگاه موجود است، دستگاه بدنه  $\{U\}.RPY$  و دستگاه زمین  $X_0Y_0Z_0$  در معادله زیر نحوه نگاشت سرعت‌های دورانی از دستگاه بدنه ربات  $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$  به دستگاه زمین را نشان می‌دهد. دستگاه بدنه ربات یک دستگاه اویلری است که باید به دستگاه کارترین مطلق زمین منتقل شود [۳۲].

$$\frac{d[\{U\}.\varphi \quad \{U\}.\theta \quad \{U\}.\psi]^T}{dt} = \{U\}.\mathbf{J}[\{U\}.\dot{\theta}_x \quad \{U\}.\dot{\theta}_y \quad \{U\}.\dot{\theta}_z]^T \quad (7)$$

$$\{U\}.\mathbf{V}_a = [\{U\}.\mathbf{E}^T][\{U\}.\mathbf{V}_r]$$

که در آن ماتریس تبدیل سرعت  $\{U\}.\mathbf{J}$  و ماتریس اویلری  $\{U\}.\mathbf{E}$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند. همچنین  $\{U\}.\mathbf{V}_a$  و  $\{U\}.\mathbf{V}_r$  به ترتیب نمایش دهنده بردار سرعت ربات در دستگاه اویلری بدنه و بردار سرعت ربات نگاشت شده به دستگاه زمین است [۳۳].

$$\{U\}.\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\{U\}.\varphi) \tan(\{U\}.\theta) & \cos(\{U\}.\varphi) \tan(\{U\}.\theta) \\ 0 & \cos(\{U\}.\varphi) & -\sin(\{U\}.\varphi) \\ 0 & \frac{\sin(\{U\}.\varphi)}{\cos(\{U\}.\theta)} & \frac{\cos(\{U\}.\varphi)}{\cos(\{U\}.\theta)} \end{bmatrix}$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(1,:) = [\cos(\{U\}.\theta)\cos(\{U\}.\psi) \quad \cos(\{U\}.\theta)\sin(\{U\}.\psi) \quad -\sin(\{U\}.\theta)]$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(2,1) = -\cos(\{U\}.\varphi)\sin(\{U\}.\psi) + \sin(\{U\}.\varphi)\sin(\{U\}.\theta)\cos(\{U\}.\psi) \quad (8)$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(2,2) = \cos(\{U\}.\varphi)\cos(\{U\}.\psi) + \sin(\{U\}.\varphi)\sin(\{U\}.\theta)\sin(\{U\}.\psi)$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(2,3) = \sin(\{U\}.\varphi)\cos(\{U\}.\theta)$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(3,1) = \cos(\{U\}.\varphi)\cos(\{U\}.\psi) + \cos(\{U\}.\varphi)\sin(\{U\}.\theta)\cos(\{U\}.\psi)$$

$$\{U\}.\mathbf{E}(3,2) = -\sin(\{U\}.\varphi)\cos(\{U\}.\psi) + \cos(\{U\}.\varphi)\sin(\{U\}.\theta)\sin(\{U\}.\psi)$$

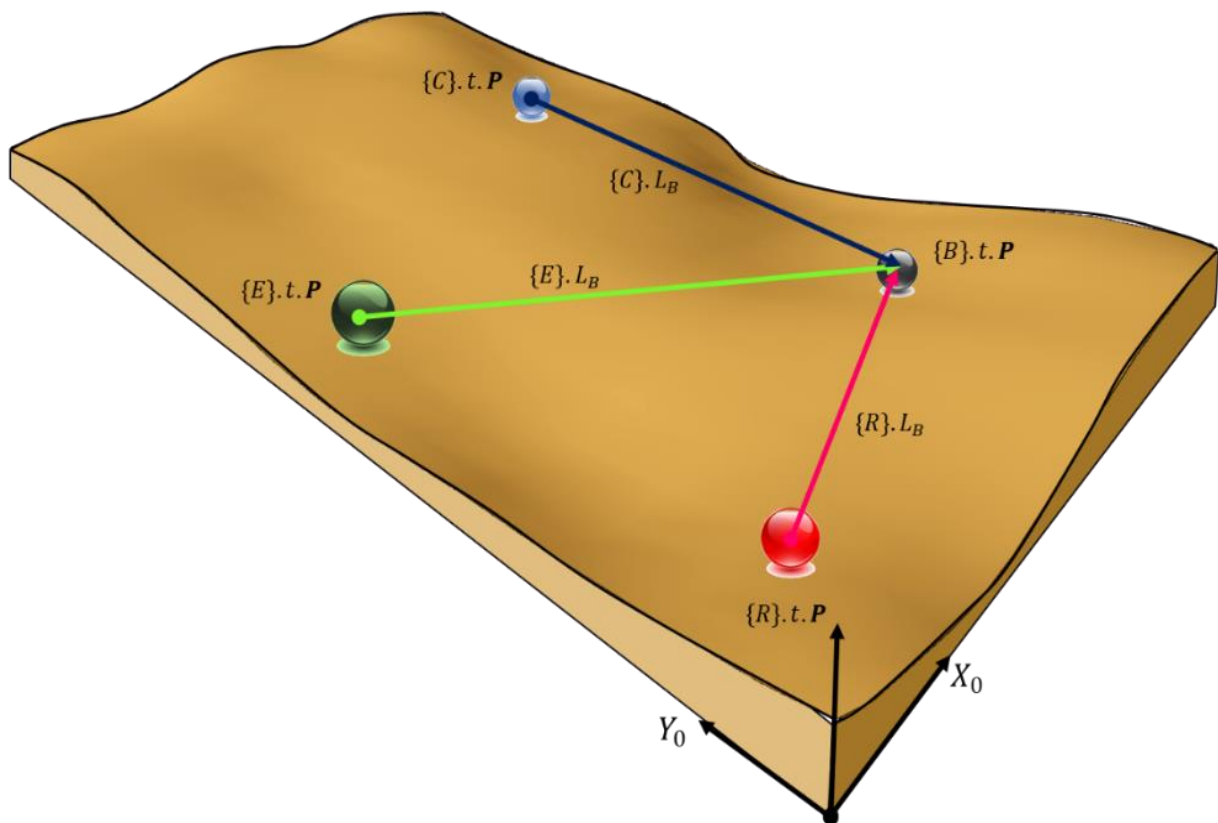
$$\{U\}.\mathbf{E}(3,3) = \cos(\{U\}.\varphi)\cos(\{U\}.\theta)$$

فرض می‌شود که ربات در راستای بردار پیشانی حرکت می‌کند؛ هر چند که امکان دارد مماس بر سطح نیز لغزش داشته باشد. اگر ربات در دنیای شبیه‌سازی در راستای بردار پیشانی حرکت کند، بردار عمود بر ربات به تدریج متناسب با بردار عمود با سطح  $\{U\}.t.\mathbf{V}$  تغییر می‌کند. این بدان معنی است که در شبیه‌سازی ربات، ربات تنها می‌تواند در دستگاه بدنه خود در راستای  $\{U\}.Roll$  و لغزش  $\{U\}.Yaw$  داشته باشد. شتاب ربات نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود که از مشتق‌گیری معادلات سرعت بالا به دست خواهد آمد:

$$\{U\}.\ddot{\mathbf{P}} = \left[ \frac{d}{dt} \{U\}.\mathbf{E}^T \right] [\{U\}.\mathbf{V}_r] + [\{U\}.\mathbf{E}^T][\{U\}.\mathbf{A}_r] \quad (9)$$

در معادله شتاب بالا، شتاب نهایی جسم در دستگاه  $X_0Y_0Z_0$  با  $\dot{\mathbf{P}}\{U\}$  نمایش یافته است که بر مبنای بردار شتاب خروجی در دستگاه جسم  $A_r$  که برابر با بردار ایده‌آل شتاب خروجی شتاب سنج در سه بعد است نیز به دست خواهد آمد. یک تراز مکانیکی مبتنی بر جاذبه معمولاً می‌تواند سه زاویه  $\{U\}.\psi$   $\{U\}.\theta$   $\{U\}.\varphi$  را با دقت مطلوبی به‌طور مستقیم به روز کند. این به روزرسانی نیازی به انتگرال‌گیری نخواهد داشت.

از آنجا هر ربات در وضعیت ثابت یک سنجش‌گر فاصله ربات دوم از خود به حساب می‌آید، این فاصله در کنار فاصله دریافتی از دو ربات ثابت دیگر از نظر هندسی عملاً مشخص می‌کند که ربات متحرک دقیقاً در کدام نقطه مستقر شده است. سنجشگر فاصله لیزری دقت زیر یک میلی‌متر دارد و با فرض چند بار سنجش یک فاصله و میانگیری از آن و با فرض توزیع نرمال خطای اندازه‌گیری، اثبات خواهد شد که اگر بی‌نهایت بار سنجش از یک داده دارای خطای نرمال داشته باشیم، میانگین برداشت آن داده به مقدار حقیقی بی‌نهایت نزدیک خواهد شد. با در نظر گرفتن این موضوع به صورت آماری فرض می‌کنیم که با چند بار سنجش مداوم یک طول در لحظه‌ای که همه ربات‌ها ثابت شده‌اند، آن طول با دقت بالاتری از یک بار سنجش حاصل خواهد شد. این عمل در نقطه پایانی تحرک یک ربات در فاز تحرک صورت می‌گیرد تا مثلث فضایی جدیدی از حرکت شکل بگیرد. این مثلث از آنجا که توسط سه ربات ثابت و از قبل مشخص شده به دست می‌آید و تنها تابع سنجش فاصله تا ربات جدید است، قابل اطمینان خواهد بود و خطای کمی خواهد داشت. این مقدار خطا را برابر با  $0/5$  میلی‌متر در سنجش چندباره یک طول در نظر می‌گیریم. در شکل (۴) فرض کنید که سه ربات و رباتی که به تازگی کاملاً متوقف شده است در وضعیت ایستا قرار دارند. سه ربات فاصله خود تا مرجع روی ربات تازه متوقف شده را اندازه می‌گیرند.



شکل ۴- نحوه سنجش فاصله سه ربات از ربات مورد نظر (در این تصویر ربات سیاه رنگ)

مطابق شکل (۴) وضعیت نقطه  $\{B\}.t.P$  از سه نقطه ثابت سه ربات دیگر با فاصله مشخص سنسوری به دست خواهد آمد. از حل معادله غیرخطی برداری زیر، مقدار عددی بردار  $\{B\}.t.P$  حاصل خواهد شد. این معادلات معادلات قیدی غیرخطی هستند که به واسطه روش نیوتون رافسون برای حل دستگاه چند معادله چند مجهول غیرخطی به کار گرفته شده‌اند [۳۴].

$$\begin{cases} \|\{B\}.t.P - \{C\}.t.P\|^2 = \{C\}.L_B \\ \|\{B\}.t.P - \{E\}.t.P\|^2 = \{E\}.L_B \\ \|\{B\}.t.P - \{R\}.t.P\|^2 = \{R\}.L_B \end{cases} \quad (10)$$

در واقع این هم افزایی سه سنسور طول به عنوان یک سنسور وضعیت شناخته می‌شود. خطای این سنسور می‌تواند با افزایش تعداد سنجش کاهش یابد. فرض بر این است که گزارش نهایی داده شده برای نقطه مذکور، دارای یک شعاع کره خطای  $0/5$  میلیمتری باشد. دو سنسور موجود، شتاب‌سنج-جایرو نصب شده در دستگاه بدنه ربات‌ها، چه در وضعیت حرکت ترتیبی، چه در وضعیت حرکت منفرد و همچنین سنسور فاصله بین دو ربات فقط در حرکت ترتیبی هستند.

#### ۴- مدل سنسور و ربات

چه در حرکت ربات به صورت منفرد، چه در حرکت پیشنهادی ترتیبی دسته ربات‌ها، معادله ربات به صورت زیر در نظر گرفته خواهد شد که در آن در ابتدا یک شتاب در راستای پیشانی ربات اعمال خواهد شد و سرعت و جابجایی ربات از انتگرال‌گیری از آن شتاب در گام کوچک حاصل می‌شود. سپس جهت ربات با توجه به بردار نرمال زمین در آن گام زمانی چنان اصلاح می‌گردد که کف ربات مماس بر زمین باشد. این تغییر زاویه در گام زمانی در معادله هفت اعمال می‌شود تا بردار  $\{U\}.\psi^T$   $\{U\}.\theta$   $\{U\}.\varphi$  از  $d[\{U\}.\theta_x$   $\{U\}.\theta_y$   $\{U\}.\theta_z]$  حاصل شود. معادله حرکت هر ربات با استفاده از معادله نهایی شتاب و به روزرسانی حرکت بر مبنای شتاب ثابت در هر گام شبیه‌سازی به صورت زیر محاسبه می‌شود که در آن  $\Delta t$  گام زمانی شبیه‌سازی است [۳۵].

$$\begin{cases} \{U\}.\ddot{\mathbf{P}} = \left[ \frac{d}{dt} \{U\}.\mathbf{E}^T \right] [\{U\}.\mathbf{V}_r] + [\{U\}.\mathbf{E}^T][\{U\}.\mathbf{A}_r] \\ \dot{\mathbf{P}} = \dot{\mathbf{P}} + \Delta t \ddot{\mathbf{P}} \\ \mathbf{P} = \mathbf{P} + \Delta t \dot{\mathbf{P}} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{P}} \\ \{U\}.\dot{\theta}_z = \{U\}.\dot{\theta}_z \\ \{U\}.\theta_z = \{U\}.\theta_z + \Delta t \{U\}.\dot{\theta}_z \end{cases} \quad (11)$$

با جایگذاری متغیرهای حالت مسئله  $\{U\}.\mathbf{s} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$  در معادله بالا، معادله (۱۲) به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{U\} \cdot [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T = \left[ \frac{d}{dt} \{U\} \cdot \mathbf{E}^T \right] [\{U\} \cdot \mathbf{V}_r] + [\{U\} \cdot \mathbf{E}^T] [\{U\} \cdot \mathbf{A}_r] + \boldsymbol{\eta}_b(0, \sigma_b^2) \\ [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T = [x \quad y \quad z]^T + \Delta t \dot{\mathbf{P}} \\ [x \quad y \quad z]^T = \mathbf{gc} \left( [x \quad y \quad z]^T + \Delta t [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T + \frac{\Delta t^2}{2} [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T \right) \end{array} \right. \quad (12)$$

که در این معادله در ابتدا با روش اویلر مقادیر شتاب به سرعت و جابجایی به روز خواهد شد. سپس در سطر سوم معادله مطابق روند مماس کردن بدنه ربات بر روی سطح در معادله قیود که در ادامه آمده است؛ اصلاح می‌گردد. در این عملیات فرض می‌شود که مسئله یک گام زمانی با معادله شتاب به روز شده است. این امر سبب می‌شود که ربات در انتهای گام زمانی بر روی سطح مماس نباشد؛ مگر آنکه سطح کاملاً مسطح باشد. از این رو معادله (۱۳) به صورت زیر را خواهیم داشت:

$$\mathbf{gc}: \left\{ \begin{array}{l} \{U\} \cdot \mathbf{P}_{equation} = [x \quad y \quad z]^T + \Delta t [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T + \frac{\Delta t^2}{2} [\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T \\ \{U\} \cdot [x \quad y \quad z]^T = z \left( \{U\} \cdot \mathbf{P}_{equation}(1), \{U\} \cdot \mathbf{P}_{equation}(2) \right) \\ \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{T}_1 = \left[ dx \quad \frac{\partial z(\{U\} \cdot \mathbf{P}_{equation})}{\partial x} \right]^T \\ \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{T}_2 = \left[ dx \quad \frac{\partial z(\{U\} \cdot t \cdot \mathbf{P}_2)}{\partial y} \right]^T \\ \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{N} = \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{T}_1 \times \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{T}_2 \\ \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{V} = \{U\} \cdot t \cdot \mathbf{N} \end{array} \right. \quad (13)$$

که در این معادله بردار عمود بر سطح ربات  $\{U\} \cdot t \cdot \mathbf{V}$  و وضعیت ربات  $\{U\} \cdot \mathbf{P} = \{U\} \cdot [x \quad y \quad z]^T$  با توجه به وضعیت جدید ربات نسبت به سطح به روز خواهد شد؛ اما مدلی که در فضای تخمین به کار گرفته می‌شود شامل نویز مدل‌سازی  $\boldsymbol{\eta}_b(0, \sigma_b^2)$  و به‌کارگیری تصحیح‌کننده  $\mathbf{gc}$  نیست.

به دلیل ذات بسیار غیرخطی مسئله، چه در زمینه شیب نقطه به نقطه زمین، چه در زمینه مدل ساختار حرکت ربات، بهترین روش تخمین و به‌روزرسانی سنسور پایه حرکت، استفاده از فیلتر کالمن آماری<sup>۱</sup> است. در این روش با استفاده از معادلات اصلی ساختار و نه معادلات خطی شده، به تخمین وضعیت و به‌روزرسانی آن می‌پردازد. به این منظور در ابتدا باید یک مسیر دلخواه حرکت برای ربات سیاه در نظر گرفته شود. این مسیر به صورت دلخواه یک حرکت روی خط مستقیم به اندازه ۴۰۰ متر خواهد بود. فرض بر این است زمانی که اندازه محور عمودی بردار عمود بر سطح نسبت به دو محور دیگر از حدی کوچک‌تر شد، ربات در راستای بردار مماس بر سطح بزرگتر، اندکی لغزش اتفاقی داشته باشد. همچنین حرکت هر ربات با استفاده از معادلات (۵) تا (۹) به منظور استخراج شتاب از معادله (۹) محاسبه می‌شود. در واقع فرض می‌شود که ربات در راستای پیشانی با سرعت ثابت رو به جلو حرکت می‌کند و خطای حرکت نسبت به وضعیت حرکت روی خط مستقیم که در آن نویز و خطای نرمال سنسور جاپرو و  $\{U\} \cdot J_r(\cdot)$  اطلاعات خروجی را از داده‌های شتاب سنج-جاپرو و

<sup>1</sup> Unscented Kalman Filter (UKF)

تراز استخراج می‌کند. معادله سنسورینگ تراز مکانیکی به صورت زیر است سنسور تراز است. این معادله از سنسور تراز یک شتاب‌سنج- ترازسنج حاصل خواهد شد و قسمت دوم هر معادله میزان نویز نرمال اعمالی به آن است.

$$\begin{aligned} \{U\}.Jr_{\theta} &= \{U\}.\theta + \eta_r([\mu]_r, [\sigma_r^2]) \\ \{U\}.Jr_{\phi} &= \{U\}.\phi + \eta_r([\mu]_r, [\sigma_r^2]) \\ \{U\}.Jr_{\psi} &= \{U\}.\psi + \eta_r([\mu]_r, [\sigma_r^2]) \end{aligned} \quad (14)$$

اگر متغیرهای حالت مهم برای هر ربات در نهایت  $\{U\}.\mathbf{s} = \{U\}.[x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$  در نظر گرفته شود؛ در نتیجه به واسطه معادله (۹) زوایای اوپلری در معادله شتاب بدنه در دستگاه زمین تأثیر خواهد داشت. به عبارتی مقادیر شتاب به واسطه داده‌های تراز مکانیکی به روز خواهد شد. این داده‌ها در معادلات مدل شبیه‌سازی بدنه هر ربات نیز وارد خواهند شد. در نتیجه بهترین راه برای دستیابی به تابع غیرخطی سنسور تراز، قرار دادن نویز در داده‌های دریافت شده زوایای اوپلری و یک بایاس بسیار کوچک خنثی نشده برای آنها است. با این کار سنسور خطای نرمال را در معادلات خود خواهد داشت. این بدان معنی است که شتاب‌سنج و تراز از معادله (۷) تا (۹) به صورت زیر مدل خواهند شد:

$$\begin{cases} \{U\}.\ddot{\mathbf{P}}_s = \left[ \frac{d}{dt} \{U\}.\mathbf{E}^T \right] [\{U\}.\mathbf{V}_{sen}] + [\{U\}.\mathbf{E}^T][\{U\}.\mathbf{A}_{sen}] \\ \mathbf{V}_{sen} = \int_{time} \mathbf{A}_{sen} d \text{ time} \\ \mathbf{A}_{sen} = \mathbf{A}_r + \eta_r(bias_a, \sigma_a^2) \end{cases} \quad (15)$$

که در معادله بالا که در آن نشانگر شتاب به دست آمده بدنه از شتاب‌سنج و تراز است، سرعت تخمینی در دستگاه اوپلری بدنه  $\mathbf{V}_{sen}$  از انتگرال شتاب سنسور  $\mathbf{A}_{sen}$  طی زمان حاصل خواهد شد. این معادله صرفاً انتگرال‌گیری از سنسور شتاب برای رسیدن به مقادیر سرعت است [۳۶]. همچنین نویز سنجش شتاب خطی در شتاب‌سنج در دستگاه بدنه یک تابع توزیع نرمال به صورت  $\eta_r(bias_a, \sigma_a^2)$  است که در آن  $bias_a$  و  $\sigma_a^2$  به ترتیب نماینده واریانس خطای سنسور و بایاس خطای سنسور هستند. در واقع خطا و بایاس سنسور شتاب‌سنج و تراز خود را در شتاب تخمینی کل نشان خواهند داد.

سومین و مهمترین سنسور، هم افزایی سه طول حاصل شده از لیزرهای سنجش فاصله است. از آنجا که این سنسور در لحظه توقف هر چهار ربات به کار گرفته می‌شود، می‌توان یک سنجش ثابت را  $n$  بار تکرار کند. اگر پراکندگی خطای این سنسور را نرمال با بایاس صفر فرض کنیم، در نتیجه هرچه تعداد این سنجش بیشتر باشد، دقت افزایش می‌یابد. به عبارتی اگر بی‌نهایت بار ( $n \rightarrow \infty$ ) یک طول را اندازه بگیریم، از نظر ریاضی با فرض توزیع خطای نرمال با میانگین صفر، مقدار میانگین اندازه‌گیری‌ها به مقدار اصلی طول میل می‌کند. به همین جهت فرض می‌شود که فاصله بین دو نقطه خاص روی ربات در وضعیت ایستا، چندین بار محاسبه می‌گردد تا بخش بزرگ نمودار توزیع احتمال خطا به  $0.02$  میلیمتر میل می‌کند. با این فرض خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \{C\}.s.L_B = \{C\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \\ \{E\}.s.L_B = \{E\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \\ \{R\}.s.L_B = \{C\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \end{cases} \quad (16)$$

در نتیجه، به روزرسانی وضعیت ربات جدید از حل مسئله غیر خطی زیر حاصل می‌شود که در آن  $\{B\}.t.P_u$  مقدار به روز شده وضعیت ربات مشکی است که در آن  $n$  تعداد دفعات اندازه‌گیری یک فاصله خاص با سنسور لیزر است:

$$\begin{cases} \|\{B\}.t.P_u - \{C\}.t.P\|^2 = \left( \{C\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \right)^2 \\ \|\{B\}.t.P_u - \{E\}.t.P\|^2 = \left( \{E\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \right)^2 \\ \|\{B\}.t.P_u - \{R\}.t.P\|^2 = \left( \{B\}.L_B + \frac{1}{n} \sum_n \eta_r(0, \sigma_l^2) \right)^2 \end{cases} \quad (17)$$

## ۵- تخمین و ترکیب سنسور و اطلاعات

حال با استفاده از Unscented Kalman Filter (UKF) هر دو روش مسیریابی را شبیه‌سازی می‌کنیم. در روش اول ربات منفرد تنها به واسطه شتاب‌سنج حرکت خواهد کرد؛ اما در روش دوم، چهار ربات همکار با استفاده از سنسور تراز و اندازه‌گیری لیزری فاصله‌ها از هم، شروع به شکل دادن یک فرایند نقطه‌یابی هندسی مبتنی بر تلاقی کره‌ها خواهد کرد. به‌طور خلاصه در مسئله‌هایی که وضعیت غیر خطی حاد حکم فرما باشد، این مدل از فیلتر کالمن کار سازتر است. در نوبری ربات منفرد فرض بر این است که سیستم یک گام با مدل ساده شده حرکت را تخمین می‌زند و یک گام به واسطه سنسور شتاب‌سنج تراز و بنابر اعتبار آن سنسور وضعیت متغیرهای حالت  $\{U\}.s = \{U\}. [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$  را به روز می‌کند. فرض می‌شود که بردار متغیرهای حالت برای حالت منفرد و حالت همکاری به صورت زیر به دست خواهد آمد [۳۷].

$$\begin{cases} \text{single locomotion: } \{U\}.s = \{U\}. [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \{U\}.\theta_z \ \{U\}.\dot{\theta}_z]^T \\ \text{cooperation mapping: } \{U\}.s = [\{B\}.s, \{C\}.s, \{E\}.s, \{R\}.s] \end{cases} \quad (18)$$

همچنین از این پس بردار اطلاعات متغیرهای حالت ربات‌های منفرد، قرمز، سبز، آبی و مشکی را به ترتیب با علائم  $X_B, X_C, X_E, X_R, X_u$  و نشان خواهیم داد. در نتیجه بردار متغیرهای حالت کل در وضعیت همکاری را با  $X_q = [X_B, X_C, X_E, X_R]$  نمایش می‌دهیم. اگر این متغیرها از تخمین مدل به دست بیایند؛ یعنی ناشی از پیش‌بینی حاصل از مدل ساده ریاضی باشند، نماد نمایش آنها به صورت  $X_B \rightarrow \hat{X}_B$  به عنوان نمونه تغییر

خواهد کرد. فرض کنید مدل ریاضی معادله (۱۲) برای تخمین شبیه‌سازی ساختار استفاده شود. به عبارتی در بخش تخمین حرکت بدون سنسور از این مدل استفاده شود. آنگاه می‌توان به‌طور خلاصه نوشت که در آن تابع  $h$  به‌طور خلاصه نماد مدل ریاضی بیان شده برای بردار متغیرهای مسئله است [۳۷]:

$$\hat{\mathbf{X}}_q = h(\hat{\mathbf{X}}_q) \quad (۱۹)$$

در رابطه بالا ابعاد بردار متغیر حالت برای یک ربات منفرد، هشت و برای چهار ربات، ۳۲ است. فرض کنید که ربات منفرد یا دسته ربات‌های همکار در یک نقطه ابتدایی قرار گرفته باشند؛ آنگاه در روش فیلتر کالمن آماری، یک خطای اولیه برای هر متغیر حالت فرض می‌شود. به این صورت ماتریس کواریانس گسترش خطا  $\mathbf{P}$  در یک گام محاسباتی برای مسئله از رابطه زیر حاصل می‌شود. این ماتریس در هر لحظه در برگیرنده عدم قطعیت تخمین یا به روزرسانی با داده‌های سنسور است. به عبارتی، به‌طور شهودی‌تر می‌توان گفت که این ماتریس نشان می‌دهد که خطای ارزیابی برای یک مقدار خروجی کمتر است یا بیشتر. در این روش فیلتر کالمن آماری، به جای استفاده از توابع خطی از خود توابع تخمین غیرخطی مدل استفاده خواهد شد. هر نقطه به دست آمده در مرحله تخمین در ابتدا به چند نقطه ارزیابی در اطراف خود به صورت زیر نشر پیدا خواهد کرد که در آن  $\Gamma_i$  و  $N$  نشانه ابعاد مسئله و نقاط ارزیابی هستند [۳۷].

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_0 = \hat{\mathbf{X}}_q \\ \Gamma_i = \hat{\mathbf{X}}_q + \left( \sqrt{(N+k)\mathbf{P}_{N \times N}} \right)_i \rightarrow i = 1, 3, 5, \dots \\ \Gamma_i = \hat{\mathbf{X}}_q - \left( \sqrt{(N+k)\mathbf{P}_{N \times N}} \right)_{i-N} \rightarrow i = 2, 4, 6, \dots \\ N+k = 3 \quad \text{for } \hat{\mathbf{X}}_q \\ N+k = 3 \quad \text{for } \hat{\mathbf{X}}_u \\ i \in \{1, 2N+1\} \end{array} \right. \quad (۲۰)$$

از آنجا که ماتریس  $\mathbf{P}_{N \times N}$  نیمه معین و مثبت و متقارن است، می‌توان برای محاسبه  $\sqrt{\mathbf{P}_{N \times N}}$  از قانون چولسکی استفاده کرد که به صورت  $\mathbf{P} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$  بیان می‌شود که در آن  $\mathbf{L}$  یک ماتریس پایین مثلثی است. در واقع معادله بالا برای یک مسئله  $N$  بعدی،  $2N+1$  نقطه را برای ارزیابی نشان می‌کند و آن نقاط را از مدل ریاضی غیرخطی  $\Gamma_i = h(\Gamma_i)$  عبور می‌دهد. حتماً یکی از نقاط نشان شده  $\Gamma_i$  با نماد  $\Gamma_0$  در خود نقطه تخمین پیشین  $\hat{\mathbf{X}}_q$  مستقر است. حال برای تخمین نهایی نقطه جدید با استفاده از ضرایب وزن بیان شده در معادله (۲۱) نقطه تخمین پیشین به نقطه تخمین جدید به روزرسانی خواهد شد [۳۷].

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{X}}_q = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{E}_i \Gamma_i \\ \mathbf{E}_0 = \frac{k}{N+k} \\ \mathbf{E}_i = \frac{1}{2N+k} \end{array} \right. \quad (۲۱)$$

همچنین ماتریس کواریانس خطای مسئله در مرحله تخمین به صورت زیر به روزرسانی خواهد شد [۳۷]:

$$\mathbf{P} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{E}_i (\Gamma_i - \hat{\mathbf{X}}_q) (\Gamma_i - \hat{\mathbf{X}}_q)^T + \mathbf{Q} \quad (22)$$

در مرحله به روزرسانی سنسور، در ابتدا فرض کنید که هر سنسور تعدادی از متغیرها را مشاهده می‌کنند و در بردار مشاهده  $\xi_i = f(\Gamma_i)$  ذخیره می‌کنند، که در آن  $f(\Gamma_i)$  نماد تابع مدل سنسور است که پیشتر برای هر سنسور بیان شده است. همچنین تابع نهایی خروجی یک سنسور با معادله زیر حاصل خواهد شد:

$$\bar{\rho} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{E}_i \xi_i \quad (23)$$

در نهایت به روزرسانی نهایی مقدار با استفاده از مقادیر مشاهده شده  $\bar{\rho}$  با معادله زیر حاصل خواهد شد که در آن مقدار خروجی مدل سنسور  $\bar{\rho}$  و مقدار خروجی خود سنسور (که با معادلات ریاضی کامل تر و دقیق تر به عنوان مرجع شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است، مدل شده است) در نظر گرفته خواهد شد.

$$\hat{\mathbf{X}}_q = \bar{\mathbf{X}}_q + \mathbf{K}(\rho - \bar{\rho}) \quad (24)$$

در این معادله  $\mathbf{K}$  نمایشگر بهره کالمن از روش آماری است که با استفاده از معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \mathbf{P}_{x\rho} \mathbf{P}_\rho^{-1} \\ \mathbf{P}_{x\rho} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{E}_i (\xi_i - \bar{\rho}) (\Gamma_i - \bar{\mathbf{X}}_q)^T \\ \mathbf{P}_\rho = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{E}_i (\xi_i - \bar{\rho}) (\xi_i - \bar{\rho})^T + \mathbf{R} \end{cases} \quad (25)$$

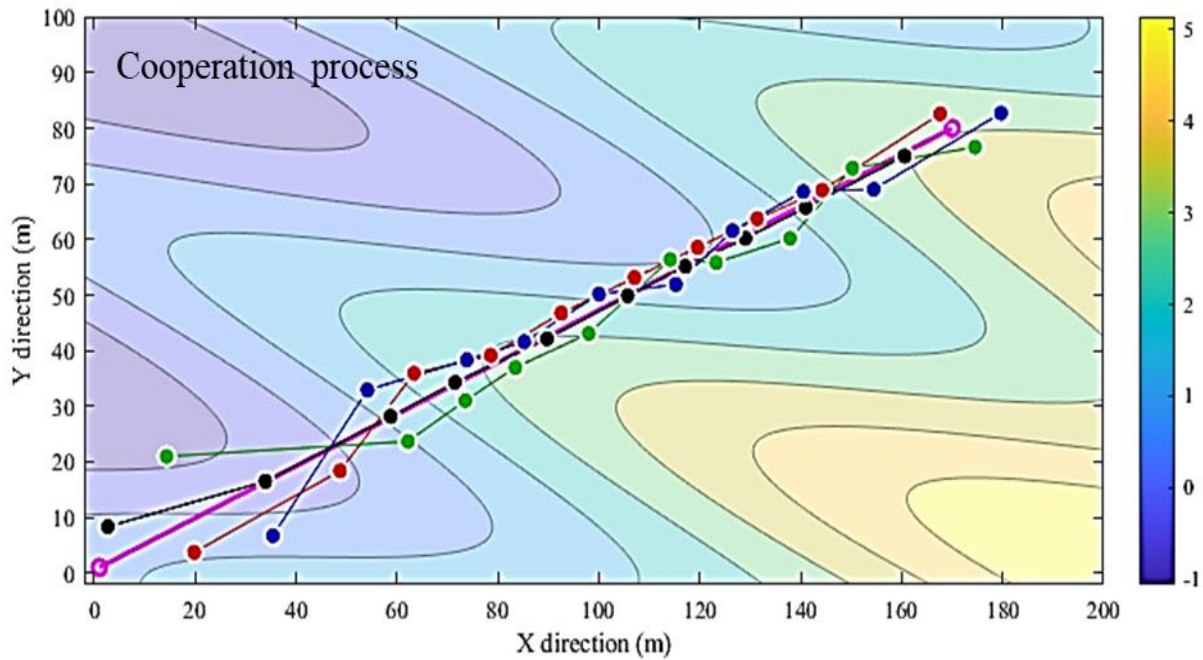
در این معادله در واقع درایه‌های ماتریس کواریانس خطا بر مبنای تفاوت مقدار حدسی نهایی متغیرها از مقدار تخمینی نقاط ارزیابی  $\Gamma_i - \bar{\mathbf{X}}_q$  و تفاوت مقدار خروجی سنسور از مقدار تخمینی مدل سنسور مبتنی بر نقاط ارزیابی  $\xi_i - \bar{\rho}$  حاصل می‌شود. در معادلات بالا دو ماتریس  $\mathbf{Q}$  و  $\mathbf{R}$  نشانگر خطای سنسورها و خطای مدل تخمین از مدل اصلی هستند. این دو ماتریس به صورت زیر به دست خواهند آمد [۳۸]:

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \text{Diagonal matrix (array of errors of the sensors)} \\ \text{for single robot: } \mathbf{Q} = \sigma_a^2 \quad \boldsymbol{\theta}_u \\ \text{for cooperation: } \mathbf{Q} = \sigma_a^2 \quad \boldsymbol{\theta}_q \end{cases} \quad (26)$$

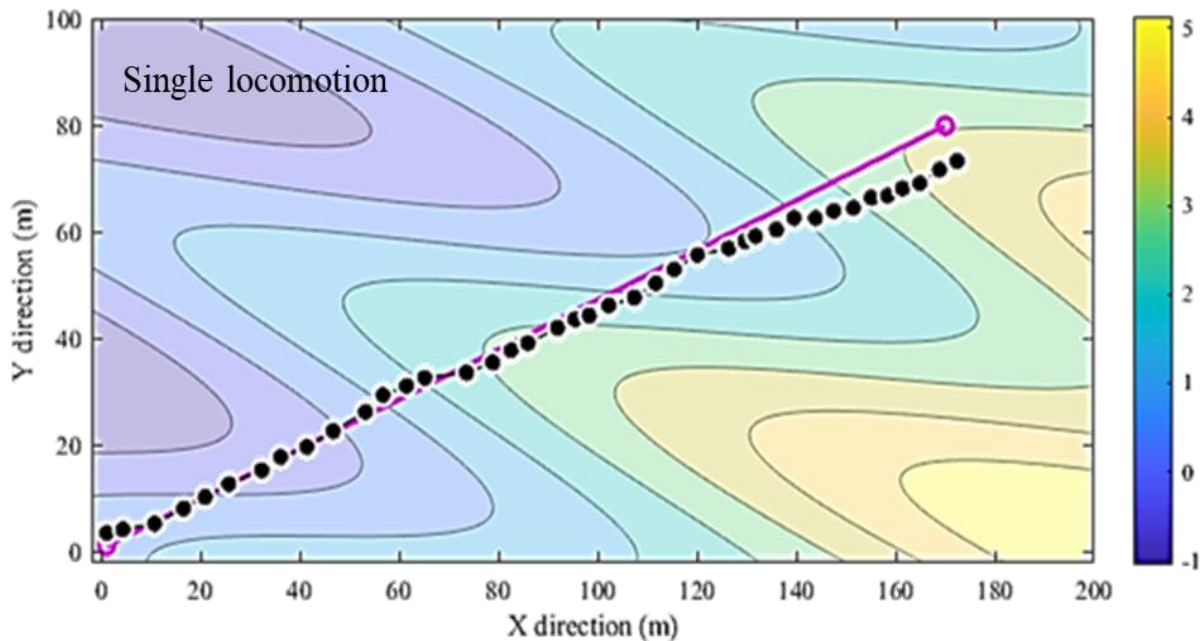
که در آن  $\sigma_a^2$  نمایشگر خطای معادله شتاب مطابق معادله (۱۵) است. همچنین،  $\boldsymbol{\theta}_u$  در این مسئله غیرخطی، ماتریس تقریب خطی حاصل از مشتق‌گیری جزئی از معادلات  $h(\hat{\mathbf{X}}_q)$  است. به عبارتی این ماتریس برابر است با  $[\boldsymbol{\theta}_u]_{ij} = \partial h_i / \partial \hat{\mathbf{X}}_j$

## ۶- شبیه‌سازی و نتایج

در ابتدا فرض می‌شود که سطح سه بعدی حرکت مطابق معادله (۱) مشخص می‌شود و در دو شبیه‌سازی مشابه، ربات‌ها در شبیه‌سازی ربات منفرد و همچنین همکاری دسته ربات‌ها مطابق شکل (۵) چیدمان خواهند یافت. در این شکل نمای یک محوطه ناهموار مورد بررسی در فضای آزاد در دو حالت شبیه‌سازی نمایش داده شده است. در شکل (۶) نیز این خطا به صورت دایره‌های با شعاع مختلف نمایش داده شده است.



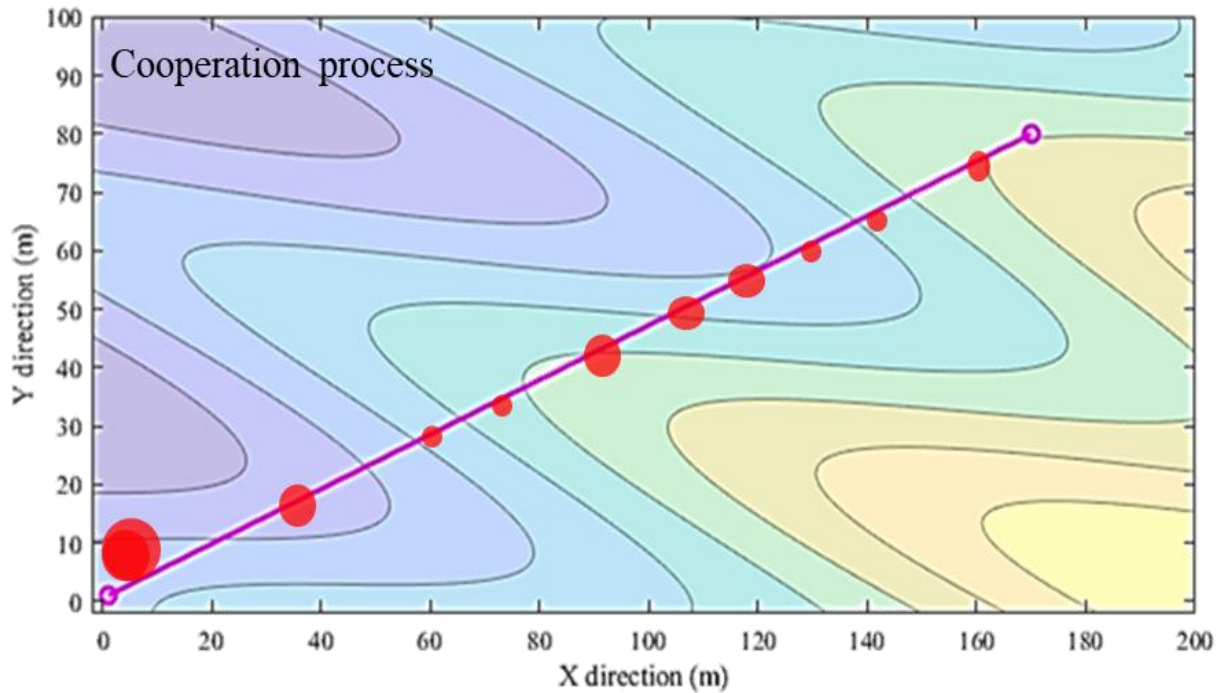
(الف)



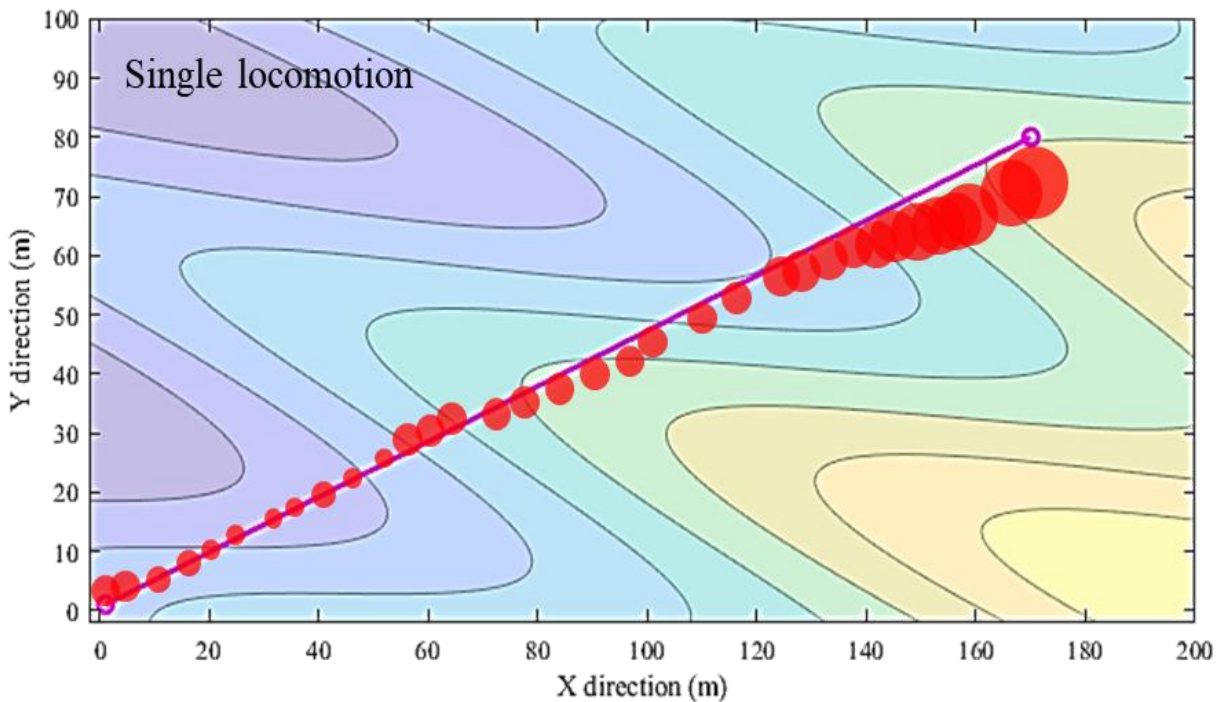
(ب)

شکل ۵- منحنی کانتور توپوگرافی سطح در حالت پیمایش روی یک خط مستقیم هدف (بنفش رنگ)؛

(الف) همکاری چهار ربات، (ب) یک ربات منفرد



(الف)

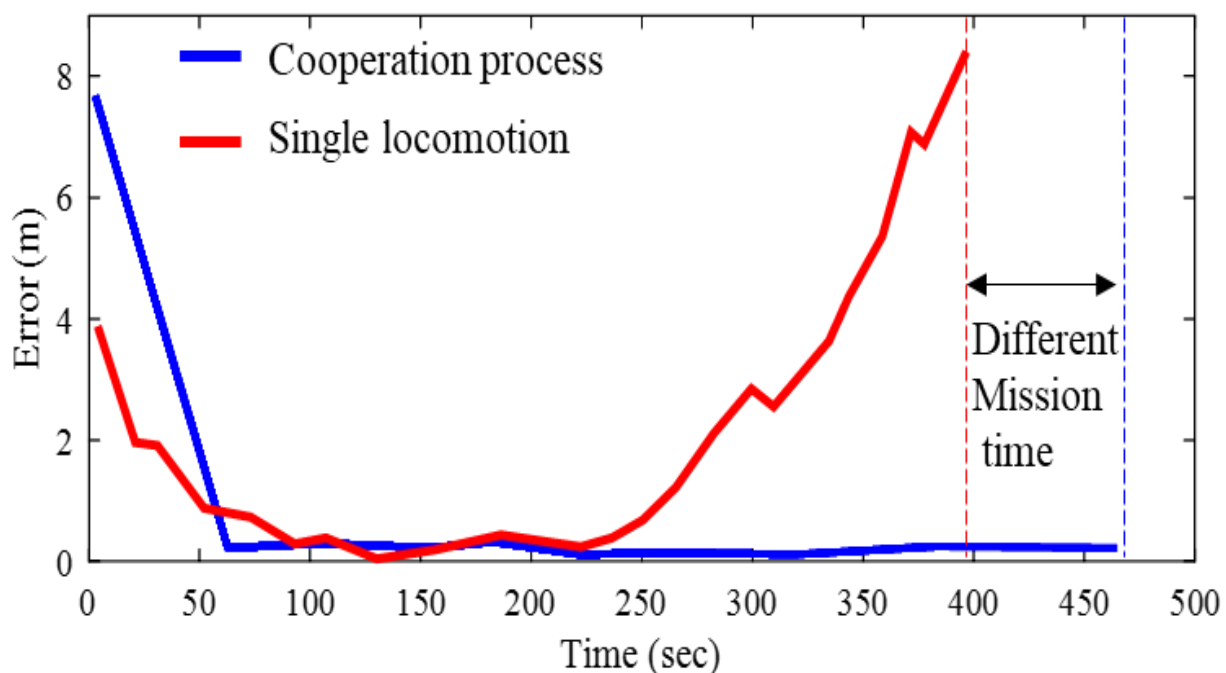


(ب)

**شکل ۶-۱** منحنی کانتور توپوگرافی سطح در حالت نمایش اندازه خطای پیمایش نسبت به هدف (بنفش رنگ)؛  
(الف) همکاری چهار ربات، (ب) یک ربات منفرد

هدف، پیروی ربات سیاه (نشان داده شده با نقطه سیاه) از خط هدف (خط بنفش رنگ است). در این مسیر ربات‌ها دچار لغزش‌های جانبی نیز خواهند شد. در شکل (۵-الف) به صورت رندوم چهار ربات در محدوده شروع حرکت قرار می‌گیرند. ابتدا برای ۱۰ بار ربات‌ها با استفاده از سنسور فاصله‌یاب لیزری فاصله‌های موجود

بین یک دیگر را بررسی می‌کنند؛ سپس ربات سیاه به هدف رسیدن به مسیر مرجع حرکت می‌کند. پس آنکه ربات سیاه یک مرحله از حرکت را پیمود، در محل خود استقرار می‌یابد. دومین نقطه سیاه محل استقرار ربات سیاه است؛ سپس فاصله سه ربات از ربات سیاه مشخص می‌شود. این فاصله‌یابی تا دقت آماری  $0/0/5$  میلی‌متر کاهش می‌یابد. سپس از آنجا که ربات‌ها نقطه استقرار گذشته خود را ذخیره کرده‌اند، با استفاده از آن نقاط و فواصل موجود، نقطه جدید ربات سیاه را تخمین می‌زنند. شکل (۵-الف) این حرکت ترتیبی را نشان می‌دهد. به خوبی مشخص است که در انتهای مسیر، خطای افزایش سنسور سبب فاصله گرفتن دائم ربات سیاه از مسیر نمی‌شود. در مقابل زمانی که ربات سیاه تنها با شتاب‌سنج حرکت می‌کند (شکل (۵-ب))، در ابتدا به خاطر اتکا به شتاب‌سنج نتایج کوتاه مدت بهتری را کسب می‌کند؛ اما در ادامه و در انتهای مسیر، خطای افزایش سبب ایجاد یک خطای غیر قابل جبران در رهگیری مسیر اصلی خواهد شد. در شکل (۶) این خطا به صورت دایره‌ای به تناسب شعاع خطا رسم شده است. این خطا فاصله نقطه استقرار ربات سیاه از خط مرجع حرکت است. به‌طور واضح، این خطای افزایش در ربات منفرد در انتهای مسیر بسیار بیشتر از حالت پیشنهادی همکاری دسته ربات‌ها در جهت شکل دادن به چند ضلعی مرجع است. بررسی خطا در زمان بهترین دید را نسبت به مسئله فراهم خواهد کرد. در شکل (۷)، فاصله استقرار یا لحظه‌ای ربات سیاه از خط مرجع به عنوان خطا در نظر گرفته شده است. این فاصله در همکاری ربات‌ها به‌طور فزاینده افزایش نمی‌یابد. علت این امر عدم اتکا به سنسور شتاب‌سنج و اتکا به سنسور فاصله سنسور لیزری و سنسور یک فاصله به دفعات بالا است. همانگونه که مشاهده می‌شود از ثانیه ۲۰۰ به بعد، خطای رهگیری خط مرجع به‌طور فزاینده افزایش می‌یابد. دلیل این امر آن است که نقطه‌ای که به وسیله سنسور در الگوریتم پردازش ربات وارد می‌شود، از انتگرال‌گیری شتاب حاصل خواهد شد. این به معنی جمع شدن خطا در هر لحظه خواهد بود. در مورد همکاری ربات‌ها، به دلیل اتکا به سنسور لیزری یک مرجع ثابت موقت، این خطا افزایش نخواهد یافت؛ اما این همکاری مستلزم صرف زمان بیشتر در جهت استقرار ترتیبی حول نقطه مرجع است. به عبارتی در همکاری ربات‌ها حدود ۱۵۰ ثانیه بیشتر از حالت ربات منفرد نیاز به صرف زمان است.



شکل ۷- منحنی نمایش خطای حرکت نسبت به زمان، (آبی) همکاری چهار ربات، (سرخ) یک ربات منفرد

## ۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تلاش شد تا طی دو شبیه‌سازی روی سطح مشابه سه بعدی حرکت، به بررسی کارایی رهگیری مسیر مرجع توسط ربات‌های همکار پرداخت. این روش رهگیری از یک ترکیب بندی پیشنهادی جدید بهره برده است. به عبارتی به جای یک ربات مجهز به سنسور شتاب، از چهار ربات همکار استفاده شده است. یک ربات به عنوان رهگیر مسیر مرجع در نظر گرفته می‌شود. حرکت ترتیبی ربات‌ها حول مسیر مرجع، همانند چیزی که در شکل (۵) نمایش داده شده است، در مقایسه با حرکت ربات منفرد در یک فرایند رایج، به خطای دراز مدت کمتری انجامیده است. شکل (۶) و (۷) این تفاوت خطای دراز مدت افزایش یافته را به خوبی مقایسه کرده‌اند. این خطای دراز مدت، طبق آنچه در معادلات بیان شد، از تأثیر انتگرال‌گیری خطا در سنسور شتاب-سنج روی سطح نا هموار حاصل شده است. در ربات‌های همکار امکان تنظیم سطوح خطا نیز وجود دارد. به عبارتی نشان داده شد با فرض توزیع نرمال خطای سنجش فاصله با فاصله سنج لیزری، هرچه دفعات سنجش یک طول واحد بیشتر باشد، خطای آن سنجش کاهش می‌یابد.

## مراجع

- [1] A. Mardani, S. Ebrahimi, and K. Alipour, "New Adaptive Segmented Wheel for Locomotion Improvement of Field Robots on Soft Terrain," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 97, pp. 695-717, 2020, doi: <https://doi.org/10.1007/s10846-019-01059-1>.
- [2] S. Ebrahimi, and A. Mardani, "Expanding Scissor-based UGV for Large Obstacles Climbing," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 47, No. 1, pp. 20-36, 2019, doi: <https://doi.org/10.1080/15397734.2018.1487845>.
- [3] S. Ebrahimi, and A. Mardani, "Terramechanics-based Performance Enhancement of the Wide Robotic Wheel on the Soft Terrains, Part I: Wheel Shape Optimization," in *2017 5th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 260-265, October 25-27, 2017, Tehran, Iran, doi: <https://doi.org/10.1109/ICRoM.2017.8466134>.
- [4] A. Mardani, and S. Ebrahimi, "Locomotion Enhancement of a Mars Rover using g Statistic Estimation of Soil Type and Implementation of Reconfigurable Wheels," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 47, No. 1, pp. 133-147, 2023, doi: <https://doi.org/10.1007/s40997-022-00501-4>.
- [5] H. H. Liu, and G. K. Pang, "Accelerometer for Mobile Robot Positioning," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 37, No. 3, pp. 812-819, 2001, doi: <https://doi.org/10.1109/28.924763>.
- [6] A. Morar, A. Moldoveanu, I. Mocanu, F. Moldoveanu, I. E. Radoi, V. Asavei, A. Gradinaru, and A. Butean, "A Comprehensive Survey of Indoor Localization Methods Based on Computer Vision," *Sensors*, Vol. 20, No. 9, pp. 2641, 2020, doi: <https://doi.org/10.32604/iasc.2021.015482>.
- [7] A. P. Moreira, P. Costa, and J. Lima, "New Approach for Beacons Based Mobile Robot Localization using Kalman Filters," *Procedia Manufacturing*, Vol. 51, pp. 512-519, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.10.072>.

- [8] W. Farag, "Kalman-filter-based Sensor Fusion Applied to Road-objects Detection and Tracking for Autonomous Vehicles," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 235, No. 7, pp. 1125-1138, 2021, doi: <https://doi.org/10.1177/09596518.20975523>
- [9] Z. Dai, and L. Jing, "Lightweight Extended Kalman Filter for MARG Sensors Attitude Estimation," *IEEE Sensors Journal*, Vol. 21, No. 13, pp. 14749-14758, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2021.3072887>.
- [10] M. H. Khalesi, H. Salarieh, and M. Saadat Foumani, "Multilevel Modeling of an Unmanned Rotorcraft and Robust Controller Design for Trajectory Tracking," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 388-398, 2017, [In Persian], doi: <http://mme.modares.ac.ir/article-15-2241-en.html>.
- [11] M. Bozorg, M. S. Bahraini, and A. B. Rad, "A New Adaptive UKF Algorithm to Improve the Accuracy of SLAM," *International Journal of Robotics, Theory and Applications*, Vol. 5, No. 1, pp. 35-46, 2019, [Online]. Available: [https://ijr.kntu.ac.ir/article\\_165707.html](https://ijr.kntu.ac.ir/article_165707.html).
- [12] R. I. Alfian, A. Ma'arif, and S. Sunardi, "Noise Reduction in the Accelerometer and Gyroscope Sensor with the Kalman Filter Algorithm," *Journal of Robotics and Control (JRC)*, Vol. 2, No. 3, pp. 180-189, 2021, doi: <https://doi.org/10.18/196jrc.2375>.
- [13] Y. Wei, T. Hong, and M. Kadoch, "Improved Kalman Filter Variants for UAV Tracking with Radar Motion Models," *Electronics*, Vol. 9, No. 5, pp. 768, 2020, doi: <https://doi.org/10.3390/electronics9050768>.
- [14] S. Wei, L. Zhang, and H. Liu, "Integrated Kalman Filter of Accurate Ranging and Tracking with Wideband Radar," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 58, No. 12, pp. 8395-8411, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TGRS.2020.2987854>.
- [15] P. Kaniewski, "Extended Kalman Filter with Reduced Computational Demands for Systems with Non-linear Measurement Models," *Sensors*, Vol. 20, No. 6, pp. 1584, 2020, doi: <https://doi.org/10.3390/s20061584>.
- [16] I. A. Kazerouni, L. Fitzgerald, G. Dooly, and D. Toal, "A Survey of State-of-the-art on Visual SLAM," *Expert Systems with Applications*, Vol. 205, pp. 117734, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117734>.
- [17] H. Taheri, and Z. C. Xia, "SLAM; Definition and Evolution," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 97, pp. 104032, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.104032>.
- [18] A. Azarshab, and M. Shahbazian, "Fault Detection in Nonlinear Dynamical Systems using Multi-sensor Data Fusion Based on Hybrid Extended Information Filter," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 413-419, 2017, [In Persian], doi: <http://dorl.net/dor/20.1001.1.10275940.1396.17.2.40.2>.
- [19] M. D'Arco, and M. Guerritore, "Multi-sensor Data Fusion Approach for Kinematic Quantities," *Energies*, Vol. 15, No. 8, pp. 2916, 2022, doi: <https://doi.org/10.3390/en15082916>.

- [20] Q. Li, Y. Zhuang, J. Huai, X. Wang, B. Wang, and Y. Cao, "A Robust Data-model Dual-Driven Fusion with Uncertainty Estimation for LiDAR-IMU Localization System," *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 210, pp. 128-140, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2024.03.008>.
- [21] X. Xu, L. Zhang, J. Yang, C. Cao, W. Wang, Y. Ran, Z. Tan, and M. Luo, "A Review of Multi-sensor Fusion Slam Systems Based on 3D LIDAR," *Remote Sensing*, Vol. 14, No. 12, pp. 2835, 2022, doi: <https://doi.org/10.3390/rs1411.2283>
- [22] X. Zhang, H. Li, and S. Zhang, "Design and Analysis of Laser Photoelectric Detection Sensor," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 63, No. 12, pp. 3092-3099, 2021, doi: <https://doi.org/10.1002/mop.33011>.
- [23] H. Ahmed, A. Mohsin, S.-C. Hong, J.-R. Lee, and J.-B. Ihn, "Robotic Laser Sensing and Laser Mirror Excitation for Pulse-echo Scanning Inspection of Fixed Composite Structures with Non-planar Geometries," *Measurement*, Vol. 176, pp. 109109, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109109>.
- [24] Y. Li, and J. Ibanez-Guzman, "Lidar for Autonomous Driving: The Principles, Challenges, and Trends for Automotive Lidar and Perception Systems," *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 37, No. 4, pp. 50-61, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/MSP.2020.2973615>.
- [25] R. Roriz, J. Cabral, and T. Gomes, "Automotive LiDAR Technology: A Survey," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 23, No. 7, pp. 6282-6297, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/TITS.2021.3086804>.
- [26] R. Martinez-Cantin, and J. A. Castellanos, "Unscented SLAM for Large-scale Outdoor Environments," in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3427-3432, 02-06 August, 2005, Edmonton, AB, Canada, doi: <https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1545002>.
- [27] Y. Chen, S. Huang, and R. Fitch, "Active SLAM for Mobile Robots with Area Coverage and Obstacle Avoidance," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 25, No. 3, pp. 1182-1192, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TMECH.2019.2963439>.
- [28] L. Gerdes, M. Azkarate, J. R. Sánchez-Ibáñez, L. Joudrier, and C. J. Perez-del-Pulgar, "Efficient Autonomous Navigation for Planetary Rovers with Limited Resources," *Journal of Field Robotics*, Vol. 37, No. 7, pp. 1153-1170, 2020, doi: <https://doi.org/10.1002/rob.21981>.
- [29] S. Liu, M. M. Atia, T. B. Karamat, and A. Noureldin, "A LiDAR-aided Indoor Navigation System for UGVs," *The Journal of Navigation*, Vol. 68, No. 2, pp. 253-273, 2015, doi: <https://doi.org/10.1017/S037346331400054X>.
- [30] M. Masoumnezhad, A. Jamali, and N. Narimanzadeh, "Parameter Estimation of the GMDH-type Neural Network using UKF Filter," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 59-66, 2015, [In Persian], doi: <http://mme.modares.ac.ir/article-15-10242-en.html>.
- [31] S. Ebrahimi, M. Bozorg, and M. Zare Ernani, "Identification of an Autonomous Underwater Vehicle Dynamic using Extended Kalman Filter with ARMA Noise Model,"

*International Journal of Robotics, Theory and Applications*, Vol. 4, No. 1, pp. 22-28, 2015, [Online]. Available: [https://ijr.kntu.ac.ir/article\\_12493.html](https://ijr.kntu.ac.ir/article_12493.html).

[32] M. Nourimotlagh, and M. Pourgholi, "Dynamic Modeling, Simulation and Control of a Quadrotor using Feedback Linearization and PID Controller Based on MEMS Sensors' Experimental Data," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 175-185, 2017 [In Persian], doi: <http://mme.modares.ac.ir/article-15-4060-fa.html>.

[33] J. Faraji, M. T. Masouleh, M. Saket, and M. Radsersht, "Design and Simulation Non-singular Backstepping Terminal Sliding Mode Control And Extended Kalman Filter for Quadrotor," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 1, pp. 219-230, 2018 [In Persian], doi: <http://mme.modares.ac.ir/article-15-4596-fa.html>.

[34] K.-H. Pho, "Improvements of the Newton–Raphson Method," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 408, pp. 114106, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114106>.

[35] A. Vafamand, B. Moshiri, and N. Vafamand, "Fusing Unscented Kalman Filter to Detect and Isolate Sensor Faults in DC Microgrids with CPLs," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 71, pp. 1-8, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/TIM.2021.3135547>.

[36] S. M. Zandavi, V. Chung, and A. Anaissi, "Accelerated Control using Stochastic Dual Simplex Algorithm and Genetic Filter for Drone Application," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 58, No. 3, pp. 2180-2191, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/TAES.2021.3134751>.

[37] G. Zhang, J. Luo, H. Xu, Y. Wang, T. Wang, J. Lin, and Y. Liu, "An Improved UKF Algorithm for Extracting Weak Signals Based on RBF Neural Network," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 71, pp. 1-14, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/TIM.2022.3192868>.

[38] Z. Cui, L. Kang, L. Li, L. Wang, and K. Wang, "A Combined State-of-charge Estimation Method for Lithium-ion Battery using an Improved BGRU Network and UKF," *Energy*, Vol. 259, pp. 124933, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124933>.

## Robot Collaboration in Path Extraction without Markers or External Sensors in an Uneven Environment

\*Corresponding author: **Arman Mardani**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Mazandaran, Babol, Iran

armanmardani@nit.ac.ir

### Abstract

This research aims to reduce long-term motion errors caused by accumulated integral errors without external supervision, using a collaboration of multiple robots and a statistical Kalman filter. To achieve this, four robots are deployed on an uneven surface. One moves while the other three serve as constant motion observers. The observing robots remain stationary, and the error in distance measurement is limited to laser sensors. Additionally, two other observer robots report the distance to the moving robot. At the end of each motion segment, the moving robot stops, and its laser-measured distance from the three observer robots is recorded multiple times. With each measurement, the spatial position of the observer robot relative to the two moving robots is determined. Consequently, repeated measurements help minimize estimation errors. Finally, the previously moving robot becomes a fixed observer, while another robot begins to move.

*Keywords:* Two-wheel robots, Path finding, Map of locomotion, Swarm movement of robots