

## تحلیل کرانه بالایی فرآیند کشش لوله دو فلزی از میان قالب و مندرل با پروفیل های منحنی

در این مقاله، فرآیند کشش لوله های دو فلزی با پروفیل های قالب و مندرل منحنی دلخواه به روش کرانه بالایی تحلیل و به روش اجزاء محدود شبیه سازی شده است. برای تحلیل، لوله دو فلزی به شش ناحیه مجزا شامل چهار ناحیه بدون تغییر شکل در ورود و خروج از قالب و دو ناحیه ای که دو فلز لوله در فضای بین قالب و مندرل قرار گرفته و تغییر شکل پلاستیک در آنها اتفاق می افتد، تقسیم شده است. برای هر کدام از ناحیه ها، یک میدان سرعت عمومی در دستگاه مختصات کروی، قابل اعمال به هر شکل دلخواه قالب، ارائه شده است. بر اساس میدان سرعت پیشنهادی، میدان نرخ کرنش به دست آمده و پس از آن، توان های داخلی، برشی و اصطکاکی محاسبه شده اند. با مساوی قرار دادن توان خارجی لازم برای انجام فرآیند با مجموع توان های داخلی، برشی و اصطکاکی، نیروی کشش لازم محاسبه شده است. نتایج تحلیل کرانه بالایی با نتایج حاصل از شبیه سازی عددی فرآیند با روش اجزاء محدود که با نرم افزار آباکوس صورت پذیرفته، مقایسه شده اند. تطابق مناسبی بین نتایج تحلیل و شبیه سازی عددی مشاهده شد. در پایان نیز اثر پارامترهای مختلف شامل درصد کاهش سطح مقطع، ضخامت لوله ها و زاویه قالب بر نیروی کشش، زاویه بهینه قالب و استحکام برشی بین دو فلز بررسی شده اند.

پیام حاجی عزیزی<sup>۱</sup>

کارشناسی ارشد

حشمت‌اله حقیقت<sup>۲</sup>

دانشیار

واژه‌های راهنما: لوله دو فلزی، فرآیند کشش لوله، روش کرانه بالایی، قالب منحنی

### ۱- مقدمه

تقاضا برای لوله‌ها با ویژگی‌هایی که به تنهایی توسط یک ماده برآورده نمی‌شوند روز به روز در حال افزایش است. یک لوله دو فلزی که از اتصال محکم دو لوله با جنس‌های مختلف ساخته می‌شود می‌تواند خواص ویژه‌ای را به لحاظ ساختار ارائه نموده و ویژگی‌های برجسته هر دو ماده را به‌طور هم‌زمان داشته باشد. این ویژگی‌ها شامل ضد خوردگی بودن، وزن سبک، استحکام مکانیکی بالا و سایر خواص را شامل می‌شود [۱].

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران، [hajiazizi.p@gmail.com](mailto:hajiazizi.p@gmail.com)

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران، [hhaghighat@razi.ac.ir](mailto:hhaghighat@razi.ac.ir)

به‌عنوان نمونه در لوله‌های دوفلزی با مقاومت در برابر خوردگی، فلز مقاوم در برابر خوردگی معمولاً در قسمت داخلی لوله قرار دارد، جایی که با سیال یا گاز در حال انتقال در تماس است و لایه بیرونی لوله از یک فلز با استحکام بالا ساخته شده که می‌تواند فشار و تنش‌های اعمالی را تحمل نماید. به هر حال می‌توان لوله‌های دو فلزی را با شرایط معکوس (فلز مقاوم در برابر خوردگی در سطح خارجی لوله) و فلز با مقاومت مکانیکی در داخل نیز ساخت. در حال حاضر لوله‌های دوفلزی به‌طور گسترده در صنایع شیمیایی، نفت و گاز، هوا فضا، صنایع سرمایشی، نظامی و سایر کاربردها استفاده می‌شوند. ساخت مواد دوفلزی توسط روش‌های شکل‌دهی عمدتاً شامل فرآیندهای نورد، اکستروژن و کشش است [۱]. این فرآیندها می‌توانند حین تغییر شکل پلاستیک دو ماده، بین آن‌ها پیوند متالورژیکی ایجاد نمایند. فرآیند کشش یکی از روش‌های ساخت لوله‌ها با قطرهای کوچکتر از لوله‌های با قطر بزرگتر می‌باشد. در این فرآیند شکل‌دهی، لوله اولیه از فضای بین قالب و مندرل با اعمال نیروی کششی عبور داده می‌شود. از مزایای این روش شکل‌دهی می‌توان به افزایش استحکام لوله به علت ایجاد کرنش سختی در آن، دقت و کیفیت سطح بالا، صرفه‌جویی در ماده خام و سرعت بالای انجام فرآیند اشاره کرد. در این فرآیند، مانند سایر فرآیندهای شکل‌دهی فلزات، اطلاع از نیروی لازم شکل‌دهی و کمینه‌نمودن آن دارای اهمیت است. برای تحلیل فرآیندهای شکل‌دهی، روش‌های حدی به‌عنوان یک روش تحلیلی و روش اجزاء محدود به‌عنوان یک روش عددی، به‌صورت گسترده‌ای برای فرآیندهای شکل‌دهی از جمله کشش و اکستروژن به‌کار می‌روند. روش‌های تحلیل حدی، شامل دو روش تحلیل کرانه بالایی و کرانه پایینی است. در روش کرانه پایینی مقدار نیرویی که محاسبه می‌شود، کمتر از مقدار لازم برای انجام فرآیند است. در روش کرانه بالایی، با فرض یک میدان سرعت قابل قبول، نیرویی محاسبه می‌شود که برابر یا بزرگ‌تر از بار مورد نیاز برای ایجاد سیلان پلاستیک ماده است. در این روش، کار اصطکاکی و همچنین کار اضافی ناشی از ناپیوستگی‌های سرعت در نظر گرفته شده و بنابراین نسبت به روش‌های دیگر برتری دارد. با وجود اینکه روش اجزاء محدود اطلاعات جزئی فرآیند را در اختیار می‌گذارد، درعین حال زمان قابل‌توجهی برای مدل‌سازی نیاز دارد و همچنین نمی‌تواند شبیه‌سازی پارامتریک انجام دهد و به ازای هرگونه تغییر در ورودی باید از ابتدا حل را آغاز کرد. در نتیجه استفاده از حل‌های تحلیلی اجازه مطالعه پارامتریک را به طراح می‌دهد تا به شرایط بهینه برای فرآیند دست یابد. از میان روش‌های تقریبی، روش حدی کرانه بالایی به‌طور وسیعی توسط محققان مختلف برای تحلیل و بهینه‌سازی فرآیند کشش لوله‌های تک فلزی و دو فلزی به‌کار گرفته شده است. در سال ۱۹۷۵، Cristescu فرآیند کشش لوله تک فلزی با قالب مخروطی را با روش کرانه بالایی تحلیل نمود. وی به بررسی اثر پارامترهای زاویه قالب و میزان کاهش سطح مقطع بر نیروی کشش پرداخت [۲]. در سال ۲۰۰۲، Kwan فرآیند کشش لوله با قالب منحنی و مندرل منحنی شکل را به دو روش کرانه فوقانی و المان محدود مطالعه نمود. وی برای تحلیل از توابع جریان مرتبه دو و سه استفاده کرد. وی در نهایت به این نتیجه رسید که توابع جریان مرتبه دو انطباق بیشتری با نتایج المان محدود دارند. وی اثر پارامترهای ضریب اصطکاک و درصد کاهش سطح مقطع را بر تنش کششی اعمالی بررسی کرد [۳]. در سال ۲۰۱۱، حقیقت و عسگری به بررسی فرآیند اکستروژن لوله دوفلزی با قالب منحنی و مندرل استوانه‌ای با فرض کوچک بودن شعاع مندرل به‌روش کرانه بالایی و اجزاء محدود پرداختند. استفاده از مندرل استوانه‌ای سبب می‌شد که فقط شعاع خارجی و ضخامت لوله کم شوند [۴]. مهدوی و حقیقت، فرآیند اکستروژن لوله‌های دو فلزی با قالب مخروطی چرخان را با روش کرانه بالایی و شبیه‌سازی اجزای محدود بررسی نمودند. آنها نشان دادند که در حالت قالب چرخان،

نیروی اکستروژن حدود ۲۰ درصد کاهش می‌یابد [۵]. Halaczek به تحلیل جریان فلز و ساخت لوله‌های دو فلزی در فرآیند کشش سرد با قالب مخروطی و بدون استفاده از مندرل پرداختند. وی نشان داد که در این فرآیند افزایش جزئی ضخامت دیواره حدود ۰/۵ تا ۰/۱ میلی‌متر می‌تواند ظاهر شود که در صورت تولید لوله‌های دو فلزی به این روش پدیده با اهمیتی نیست [۶]. Barandar و همکاران به بررسی تجربی اثر شکل سطح اولیه لوله‌ها بر نحوه اتصال دو لوله در روش اکستروژن مستقیم با قالب مخروطی پرداختند [۷]. قلی‌زاده و همکاران تأثیر دمای فرآیند را بر شکل‌دهی لوله‌های دوفلزی مرکب از آلیاژ پوسته مس و هسته آلومینیوم به روش اکستروژن با قالب مخروطی بررسی کردند. آنها به‌طور تجربی نشان دادند که در کاهش ضخامت ۴۵٪ و در دمای ۴۰۰ درجه سلسیوس اتصال مناسب‌تری بین لوله داخلی و خارجی حاصل می‌شود [۸]. میرنیا و همکاران به تحلیل تجربی و شبیه‌سازی عددی آهنگری یک قطعه دوفلزی ساخته شده از آلیاژهای آلومینیوم و برنج به ترتیب به عنوان قطعات داخلی و خارجی پرداختند. نتایج شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌های تجربی آنها نشان دادند که ضخامت و ارتفاع حلقه برنجی تأثیر قابل توجهی بر موفقیت فرآیند از نظر پوشش کامل هسته توسط حلقه ندارد. برای حل این مشکل، هندسه‌های غیر ساده برای هسته و حلقه به‌عنوان پیش‌فرم طراحی شدند. آنها نشان دادند که برای تولید یک قطعه دوفلزی با پوشش کامل هسته آلومینیومی توسط حلقه برنجی، به یک آهنگری دو مرحله‌ای با استفاده از یک پیش‌فرم غیرساده مناسب نیاز است [۹].

در این مقاله، فرآیند کشش لوله دوفلزی از میان قالب منحنی شکل و مندرل ثابت با شکل منحنی به روش کرانه بالایی تحلیل و به روش اجزاء محدود، شبیه‌سازی شده است. در این تحلیل علاوه بر ضخامت و شعاع خارجی، شعاع داخلی لوله نیز کاهش یافته است. یک میدان سرعت عمومی قابل اعمال به هر شکل دلخواه قالب و مندرل ارائه شده است. بر اساس میدان سرعت پیشنهادی، توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی محاسبه و با برابر قرار دادن توان خارجی لازم با توان کل، نیروی کشش به‌دست آمده است.

## ۲- تحلیل کرانه بالایی فرآیند

حد بالایی توان از رابطه (۱) به‌دست می‌آید [۱۰]:

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_v} |\Delta v| dS + m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v| dS \quad (1)$$

که در این رابطه  $J^*$ ، حد بالایی توان، عبارت اول سمت راست تساوی، توان داخلی تغییر شکل، عبارت دوم توان سطوح ناپیوستگی سرعت و عبارت سوم توان اصطکاکی است.  $\sigma_0$  تنش سیلان متوسط ماده،  $\dot{\epsilon}_{ij}$  نرخ کرنش،  $\Delta v$  مقدار سرعت نسبی روی سطوح ناپیوستگی سرعت و سطوح اصطکاکی،  $m$  ثابت اصطکاک برشی،  $V$  حجم ناحیه تغییر شکل پلاستیک،  $S_v$  و  $S_f$  به ترتیب مساحت سطوح ناپیوستگی سرعت و اصطکاکی است. در شکل (۱) فرآیند کشش لوله دو فلزی با پروفیل قالب و مندرل منحنی دلخواه نشان داده شده که ماده به دو قسمت پوسته و هسته تقسیم شده است.  $R_{1i}$  و  $R_{2i}$  به ترتیب شعاع‌های خارجی و داخلی لوله و  $R_{3i}$  شعاع مرز بین هسته و پوسته در ورود به قالب می‌باشد. پوسته و هسته به هم چسبیده فرض شده و به داخل قالب منحنی با زاویه رأس  $\alpha$  و مندرل منحنی با زاویه رأس  $\beta$ ، وارد و به ترتیب با شعاع‌های خارجی و داخلی لوله

$R_{1f}$  و  $R_{2f}$  و شعاع مرز بین هسته و پوسته  $R_{3f}$  از آن خارج می‌گردند.  $\alpha$  وس به ترتیب نصف زاویه رأس قالب و مندرل می‌باشند که به اختصار زاویه قالب و مندرل نامیده شده‌اند. مرکز مختصات کروی  $(r, \theta, \varphi)$  در نقطه  $O$ ، محل تقاطع خط متصل‌کننده ابتدا و انتهای تماس ماده روی قالب و خط متصل‌کننده ابتدا و انتهای تماس ماده روی مندرل می‌باشد که با خط‌چین نشان داده شده‌اند. توابع  $\psi(r)$ ،  $\psi_i(r)$  و  $\psi_f(r)$  به ترتیب پروفیل قالب، مندرل و مرز بین هسته و پوسته در ناحیه تغییر شکل می‌باشند. مندرل ثابت بوده و ماده با سرعت  $V_i$  وارد قالب شده و با سرعت  $V_f$  از آن خارج می‌شود. دو لوله، هسته و پوسته، ابتدا کاملاً به هم چسبیده هستند و با سرعت یکسان وارد فضای بین قالب و مندرل شده و تغییر شکل می‌دهند.

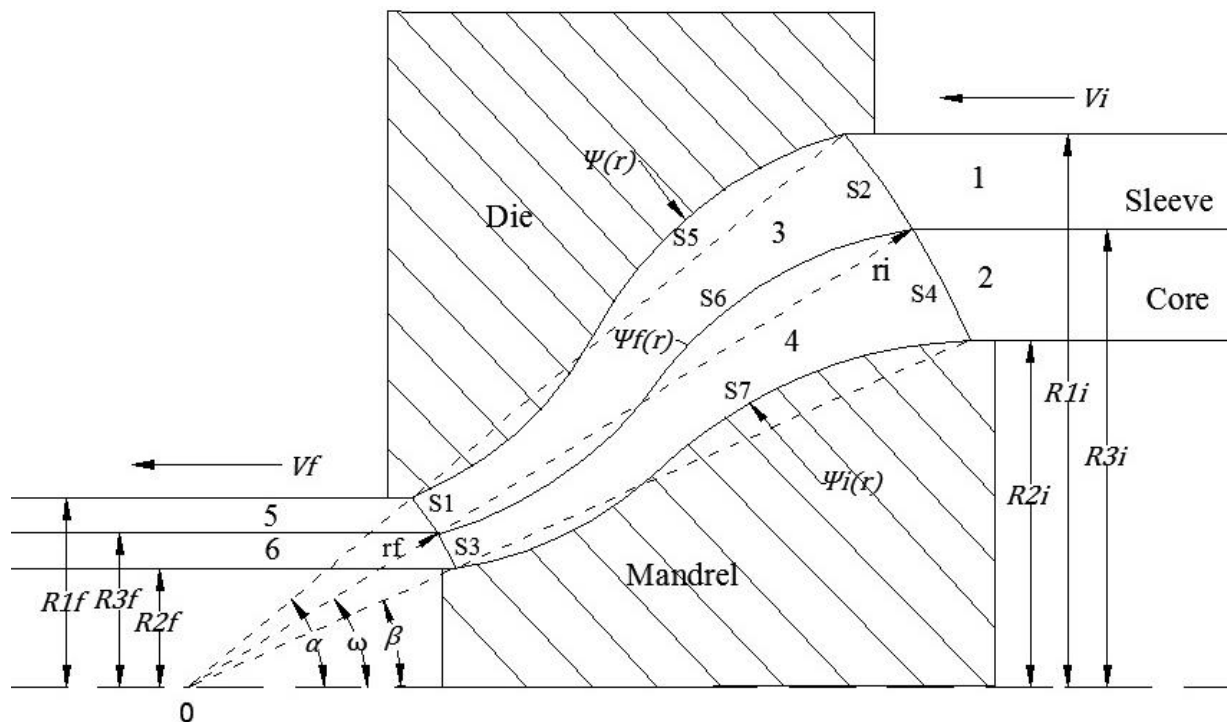
مرحله اول برای حل یک مسئله به روش کرانه بالایی، مشخص کردن یک میدان سرعت مجاز است. هرچقدر این میدان سرعت بتواند خطوط جریان ماده در ناحیه تغییر شکل را به خوبی مدل کند، نتایج حاصل از حل به واقعیت نزدیک‌تر خواهند بود. میدان سرعت در هر ناحیه باید در شرط تراکم‌ناپذیری صدق کند و شرایط مرزی را ارضاء نماید. شرط تراکم‌ناپذیری در سیستم مختصات کروی به صورت رابطه (۲) می‌باشد.

$$\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} = 0 \quad (2)$$

رابطه (۳) میدان نرخ کرنش در مختصات کروی را نشان می‌دهد [۱۱]:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{\partial V_r}{\partial r} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r}{r} + \frac{V_\theta}{r} \cot \theta \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \\ \dot{\epsilon}_{\varphi r} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

در این فرآیند برای ارائه میدان سرعت مجاز، دستگاه مختصات کروی  $(r, \theta, \varphi)$  به کار گرفته شده و مبدأ مختصات، نقطه  $O$  در شکل (۱) می‌باشد. همان‌گونه که بیان شد، برای تحلیل یک فرآیند شکل‌دهی به روش کرانه بالایی، باید یک میدان سرعت مجاز در نظر گرفته شود. در بعضی موارد، فرآیند شکل‌دهی به صورتی است که میدان سرعت ذرات در کل جسم را تنها با یک عبارت ریاضی نمی‌توان بیان کرد و باید آن را به تعدادی ناحیه کوچک‌تر تقسیم کرد. فرض تراکم‌ناپذیری همچنان باید برای هر قسمت برقرار باشد. به دلیل به وجود آمدن مرز بین هر دو ناحیه، ناپیوستگی سرعت ایجاد می‌شود که به این مرزها سطح‌های ناپیوستگی سرعت گفته می‌شود. برای یافتن میدان سرعت، ماده به شش ناحیه تغییر شکل (مطابق شکل (۱)) تقسیم شده است.



شکل ۱- شماتیک فرآیند کشش لوله از میان قالب و مندرل منحنی، نواحی تغییر شکل و پارامترهای هندسی فرآیند

برای تحلیل فرآیند، فلز به شش ناحیه تقسیم می‌شود. مرز  $S_3$  و  $S_1$  در خروج ماده و مرز  $S_2$  و  $S_4$  در ورود ماده به قالب، سطوح کروی شکل به ترتیب با شعاع‌های  $r_i$  و  $r_f$  می‌باشند. سطوح  $S_5$  و  $S_7$  و  $S_6$  به ترتیب سطوح اصطکاکی بین ماده با قالب و مندرل بوده و  $S_6$  سطح بین هسته و پوسته است. ناحیه‌های (۱) و (۲) که بخشی از ماده اولیه می‌باشند، بدون تغییر شکل بوده و ناحیه‌های (۳) و (۴) ناحیه‌های تغییر شکل و ناحیه‌های (۵) و (۶) لوله دو فلزی نهایی بوده و بدون تغییر شکل هستند.

سطوح ناپیوستگی سرعت  $S_1$  تا  $S_4$  قسمتی از کره بوده که مرکز آن در مبدأ  $O$  قرار داشته و شعاع‌های آن  $r_i$  و  $r_f$  از رابطه (۴) محاسبه می‌شوند.

$$r_f = \frac{R_{1f}}{\sin \alpha}, \quad r_i = \frac{R_{1i}}{\sin \alpha} \quad (4)$$

زاویه  $\omega$  که بیانگر مرز بین هسته و پوسته در ناحیه تغییر شکل می‌باشد از رابطه (۵) به دست می‌آید.

$$\sin \omega = \frac{R_{3i}}{R_{1i}} \sin \alpha \quad (5)$$

زاویه  $\beta$  که بیانگر مرز بین مندرل و هسته در ناحیه تغییر شکل می‌باشد از رابطه (۶) به دست می‌آید.

$$\sin \beta = \frac{R_{2i}}{R_{1i}} \sin \alpha \quad (6)$$

با توجه به تقارن محوری هندسه واضح است که در راستای  $\varphi$  مؤلفه سرعتی وجود ندارد. چنانچه بردار سرعت محوری دو ماده در این ناحیه در راستای  $r$  و  $\theta$  تجزیه شود، میدان سرعت برابر رابطه (۷) است.

$$\begin{aligned} V_r &= -V_i \cos \theta \\ V_\theta &= V_i \sin \theta \\ V_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

نواحی سوم و چهارم، نواحی محصور شده بین سطوح ناپیوستگی سرعت  $S_1$ ،  $S_2$ ،  $S_3$  و  $S_4$  و سطوح اصطکاکی  $S_5$ ،  $S_6$  و  $S_7$  است. سطح مقطع ماده ورودی به قالب در این نواحی در طی عبور از حفره قالب کاهش یافته و به سطح مقطع مورد نظر در خروجی قالب می‌رسد. بنابراین نواحی سوم و چهارم، نواحی تغییر شکل فرآیند هستند. میدان سرعت در این دو ناحیه یکسان بوده و مؤلفه شعاعی میدان سرعت در ناحیه (۴) می‌تواند به وسیله تعادل جریان حجم به دست آید.

مطابق شکل (۱) جریان حجم ماده گذرا از سطح ناپیوستگی سرعت  $S_3$  در نقطه  $(r_f, \gamma, \varphi)$  در راستای شعاعی، به صورت رابطه (۸) است.

$$dQ = V_f \cos \gamma (r_f d\gamma) (r_f \sin \gamma) d\varphi \quad (8)$$

که زاویه دلخواه روی سطح ناپیوستگی سرعت در خروج ماده از قالب، در ناحیه (۴) می‌باشد. جریان حجم ماده در راستای شعاعی در ناحیه تغییر شکل در نقطه  $(r, \theta, \varphi)$  برابر رابطه (۹) است.

$$dQ = -V_r (r d\theta) (r \sin \theta) d\varphi \quad (9)$$

با برابر قرار دادن جریان‌های حجم روابط (۸) و (۹) با یکدیگر، مؤلفه شعاعی میدان سرعت در ناحیه تغییر شکل به صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$V_r = -V_f \left( \frac{r_f \sin \gamma}{r \sin \theta} \right) \left( \frac{r_f}{r} \right) \cos \gamma \frac{d\gamma}{d\theta} \quad (10)$$

که  $V_f$  سرعت خروجی ماده از قالب بوده و از رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$V_f = \frac{R_{1i}^2 - R_{2i}^2}{R_{1f}^2 - R_{2f}^2} V_i \quad (11)$$

همچنین فرض شده که [۱۱]:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{\sin \theta}{\sin \psi} \quad (12)$$

که زاویه بین خط متصل‌کننده نقطه شروع قالب به نقطه انتهای آن با محور لوله و  $\gamma$  موقعیت زاویه‌ای نقطه دلخواه روی سطح ناپیوستگی سرعت در خروج ماده از قالب می‌باشد. با مشتق گرفتن از رابطه (۱۲)، رابطه (۱۳) نتیجه می‌شود.

$$\cos \gamma \frac{d\gamma}{d\theta} = \sin \alpha \frac{\cos \theta}{\sin \psi} \quad (13)$$

با قراردادن رابطه‌های (۱۲) و (۱۳) در رابطه (۱۰) مؤلفه شعاعی سرعت به صورت رابطه (۱۴) به دست می‌آید.

$$V_r = -V_f \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \psi} \cos \theta \quad (14)$$

از قانون بقای حجم و اعمال شرط مرزی روی سطح قالب، مؤلفه سرعت در راستای  $\theta$  مطابق رابطه (۱۵) نتیجه می‌شود.

$$V_\theta = -V_f \frac{r_f^2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \right)^2 \frac{\sin \theta}{\tan \psi} \quad (15)$$

با توجه به اینکه فرآیند متقارن محوری می‌باشد مؤلفه محیطی سرعت برابر صفر است. بنابراین میدان سرعت در نواحی (۳) و (۴) مطابق رابطه (۱۶) می‌باشد.

$$\begin{aligned} V_r &= -V_f \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \psi} \cos \theta \\ V_\theta &= -V_f \frac{r_f^2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \right)^2 \frac{\sin \theta}{\tan \psi} \\ V_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

نواحی (۵) و (۶) شامل قسمتی از دو ماده است که در نواحی سوم و چهارم تغییر شکل یافته و از قالب خارج شده‌اند. مرز این دو ناحیه سطح کروی  $r = r_f$  است که همان سطوح ناپیوستگی سرعت  $S_1$  و  $S_3$  هستند. در این نواحی دو ماده با سرعت ثابت  $V_f$  در راستای محور قالب از قالب خارج می‌شوند. در این نواحی نیز همانند نواحی اول و دوم، تغییر شکلی رخ نداده و دو ماده مانند جسم صلب تغییر مکان می‌دهند. با توجه به تقارن محوری هندسه در راستای  $\phi$  مؤلفه سرعتی وجود ندارد. چنانچه بردار سرعت محوری ماده در این ناحیه در راستای  $r$  و  $\theta$  تجزیه شود، میدان سرعت برابر رابطه (۱۷) است.

$$\begin{aligned} V_r &= -V_f \cos \theta \\ V_\theta &= V_f \sin \theta \\ V_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

با قرار دادن میدان‌های سرعت به‌دست آمده در رابطه (۳) می‌توان تانسور نرخ کرنش را در هر ناحیه محاسبه کرد.

در نواحی (۱)، (۲)، (۵) و (۶) هیچ‌گونه تغییر شکلی در ماده وجود ندارد. بنابراین تانسور نرخ کرنش در این نواحی صفر است. مطابق میدان سرعت ارائه شده در رابطه (۱۶) تانسور نرخ کرنش در نواحی تغییر شکل (۳) و (۴) به‌صورت رابطه (۱۸) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{rr} &= 2V_f \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha \cos \theta}{\sin^2 \psi} \left( \frac{1}{r} + \frac{\frac{\partial \psi}{\partial r}}{\tan \psi} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \dot{\varepsilon}_{\phi\phi} &= -V_f \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha \cos \theta}{\sin^2 \psi} \left( \frac{1}{r} + \frac{\frac{\partial \psi}{\partial r}}{\tan \psi} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{r\theta} &= -\frac{V_f}{2} \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha \sin \theta}{\tan \psi \sin^2 \psi} \left( 2 \frac{\partial \psi}{\partial r} - r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2r \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2}{\tan \psi} \right. \\ &\quad \left. + r \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 (1 + \tan^2 \psi) + \frac{\tan \psi}{r} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{\theta\phi} = \dot{\varepsilon}_{\phi r} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به رابطه (۱)، توان شکل‌دهی کل در این فرآیند شامل سه قسمت است:

الف) توان‌های داخلی تغییر شکل

ب) توان‌های مصرفی برشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت

ج) توان مصرفی اصطکاکی روی سطوح اصطکاکی بین قالب و سطح بیرونی لوله و همچنین روی سطوح

اصطکاکی بین مندرل و سطح داخلی لوله

توان داخلی در نواحی تغییر شکل از رابطه (۱۹) به‌دست می‌آید [۱۰]:

$$\dot{W}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} dV \quad (19)$$

مقدار توان داخلی تغییر شکل در نواحی اول، دوم، پنجم و ششم برابر با صفر است، زیرا همان‌گونه که پیش‌تر گفته شد ماده در این نواحی به‌صورت صلب حرکت کرده و تغییر شکلی در آن به‌وجود نمی‌آید.

توان داخلی تغییر شکل در نواحی تغییر شکل سوم و چهارم مطابق رابطه (۱۹) قابل محاسبه است.  $dV$  المان حجم ماده بوده و برابر رابطه (۲۰) است.

$$dV = 2\pi(r \sin \theta)r dr d\theta \quad (20)$$

و  $\sigma_{OS}$  تنش سیلان میانگین پوسته است که از رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود.

$$\sigma_{OS} = \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}} \sigma d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}, \quad \bar{\varepsilon}_s = \ln \frac{R_{1i}^2 - R_{3i}^2}{R_{1f}^2 - R_{3f}^2} \quad (21)$$

و  $\sigma_{OC}$  تنش سیلان میانگین هسته است که از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود.

$$\sigma_{OC} = \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}} \sigma d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}, \quad \bar{\varepsilon}_c = \ln \frac{R_{3i}^2 - R_{2i}^2}{R_{3f}^2 - R_{2f}^2} \quad (22)$$

با به‌دست آمدن مؤلفه‌های نرخ کرنش، از معادله (۱۸) و تنش سیلان میانگین پوسته و هسته از روابط (۲۱) و (۲۲) و دیفرانسیل حجم از معادله (۲۰) و قرار دادن در معادله (۱۹) توان‌های داخلی پوسته و هسته به‌صورت رابطه (۲۳) و (۲۵) به‌دست می‌آیند.

$$\dot{W}_{i3} = 2\pi \frac{2\sigma_{OS}}{\sqrt{3}} \int_{r_f}^{r_i} \int_{\psi_f}^{\psi} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{\phi\phi}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2} (r \sin \theta)r d\theta dr \quad (23)$$

که  $\psi(r)$  معادله پروفیل قالب،  $\psi_f(r)$  معادله مرز بین دو فلز در ناحیه تغییر شکل بوده و از رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$\psi_f(r) = \sin^{-1} \left[ \frac{\sin \omega}{\sin \alpha} \sin \psi(r) \right] \quad (24)$$

توان داخلی هسته از رابطه (۲۵) به‌دست می‌آید.

$$\dot{W}_{i4} = 2\pi \frac{2\sigma_{OC}}{\sqrt{3}} \int_{r_f}^{r_i} \int_{\psi_i}^{\psi_f} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{\phi\phi}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2} (r \sin \theta)r d\theta dr \quad (25)$$

که  $\psi_i(r)$  معادله پروفیل مندرل بوده و از رابطه (۲۶) به‌دست می‌آید.

$$\psi_i(r) = \sin^{-1} \left[ \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \sin \psi(r) \right] \quad (26)$$

در فرآیند جاری دو سطح ناپیوستگی سرعت وجود دارد. توان برشی روی هریک از این سطوح، جداگانه محاسبه می‌شود. برای سطح ناپیوستگی سرعت  $S_1$  و  $S_3$  اختلاف سرعت و المان سطح به صورت رابطه (27) به دست می‌آیند.

$$\Delta v_{S_1} = V_f \sin \theta + \frac{V_f r_f \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_f} \sin \theta \sin^2 \alpha}{\tan \psi \sin^2 \psi} \quad (27)$$

$$dS_1 = 2\pi(r_f \sin \theta)r_f d\theta$$

برای سطح ناپیوستگی سرعت  $S_2$  و  $S_4$  اختلاف سرعت و المان سطح به صورت رابطه (28) به دست می‌آیند.

$$\Delta v_{S_2} = V_i \sin \theta + \frac{V_i r_i \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_i} \sin \theta \sin^2 \alpha}{\tan \psi \sin^2 \psi} \quad (28)$$

$$dS_2 = 2\pi(r_i \sin \theta)r_i d\theta$$

توان برشی تلف شده در سطح ناپیوستگی سرعت  $S_1$  به صورت رابطه (29) تعیین می‌شود.

$$\dot{W}_{S_1} = 2\pi \frac{\sigma_{OS}}{\sqrt{3}} \int_{\omega}^{\alpha} |\Delta v_{S_1}| r_f (r_f \sin \theta) d\theta \quad (29)$$

توان برشی تلف شده در سطح ناپیوستگی سرعت  $S_2$  از رابطه (30) محاسبه می‌شود.

$$\dot{W}_{S_2} = 2\pi \frac{\sigma_{OS}}{\sqrt{3}} \int_{\omega}^{\alpha} |\Delta v_{S_2}| r_i (r_i \sin \theta) d\theta \quad (30)$$

توان برشی تلف شده در سطح ناپیوستگی سرعت  $S_3$  به صورت رابطه (31) محاسبه می‌شود.

$$\dot{W}_{S_3} = 2\pi \frac{\sigma_{OC}}{\sqrt{3}} \int_{\beta}^{\omega} |\Delta v_{S_1}| r_f (r_f \sin \theta) d\theta \quad (31)$$

توان برشی تلف شده در سطح ناپیوستگی سرعت  $S_4$  برابر رابطه (32) است.

$$\dot{W}_{S_4} = 2\pi \frac{\sigma_{OC}}{\sqrt{3}} \int_{\beta}^{\omega} |\Delta v_{S_2}| r_i (r_i \sin \theta) d\theta \quad (32)$$

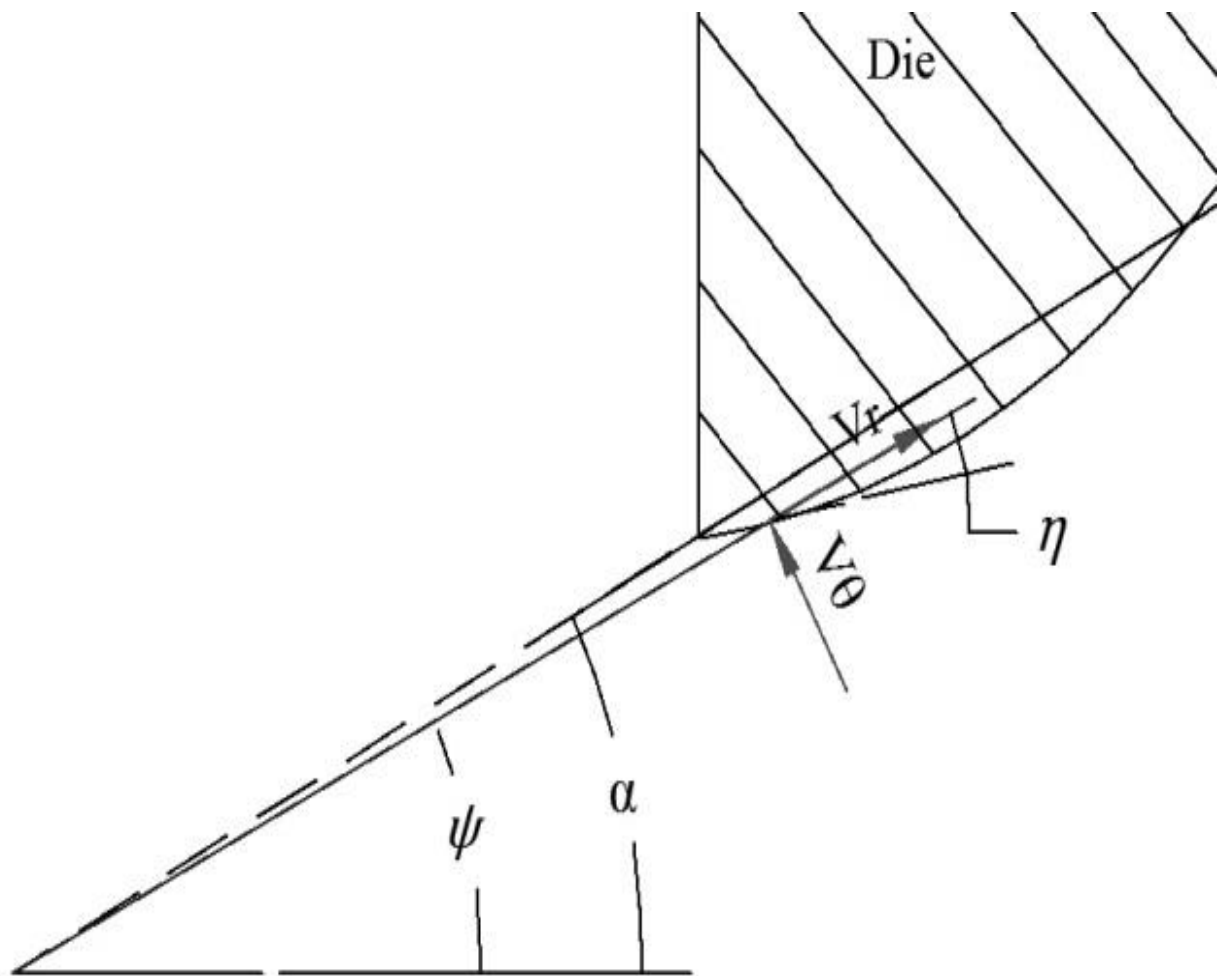
برای سطح اصطکاکی  $S_5$ ، المان سطح اصطکاکی و اختلاف سرعت نسبی ماده نسبت به دیواره قالب، مطابق رابطه (۳۳) می‌باشند.

$$dS_5 = 2\pi(r \sin \psi) \sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2} dr \quad (33)$$

$$|\Delta v_5| = |V_r \cos \eta + V_\theta \sin \eta|_{\theta=\psi}$$

در شکل (۲) مؤلفه‌های سرعت و زوایای روی سطح اصطکاکی قالب، نشان داده شده‌اند. که زاویه خط مماس بر قالب در نقطه دلخواه، طبق رابطه (۳۴) به دست می‌آید [۱۱]:

$$\sin \eta = \frac{r \frac{\partial \psi}{\partial r}}{\sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2}}, \quad \cos \eta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2}} \quad (34)$$



شکل ۲- زاویه  $\eta$  روی سطح قالب

برای سطح اصطکاکی  $S_7$ ، المان سطح و اختلاف سرعت نسبی ماده نسبت به دیواره مندرل، از رابطه (۳۵) به‌دست آمده‌اند.

$$dS_7 = 2\pi(r \sin \psi) \sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi_i}{\partial r}\right)^2} dr \quad (35)$$

$$|\Delta v_7| = |V_r \cos \eta + V_\theta \sin \eta|_{\theta=\psi_i}$$

در شکل (۳) مولفه‌های سرعت و زوایای روی سطح اصطکاکی مندرل، نشان داده شده‌اند. که  $\phi$  زاویه خط مماس بر مندرل در نقطه دلخواه، طبق رابطه (۳۶) به‌دست می‌آید.

$$\sin \phi = \frac{r \frac{\partial \psi_i}{\partial r}}{\sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi_i}{\partial r}\right)^2}}, \quad \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi_i}{\partial r}\right)^2}} \quad (36)$$

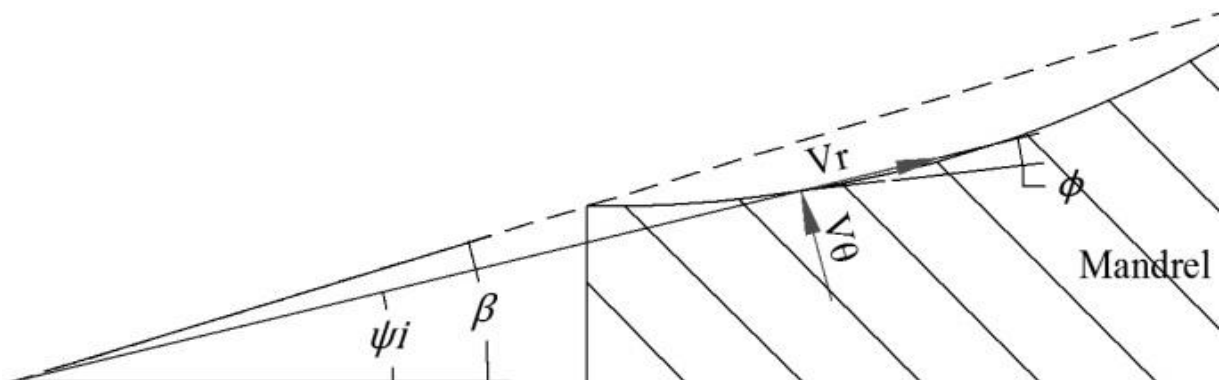
توان اتلافی روی سطوح اصطکاکی  $S_5$  و  $S_7$  به ترتیب از رابطه‌های (۳۷) و (۳۸) به‌دست می‌آیند.

$$\dot{W}_{f5} = 2\pi \frac{m_1 \sigma_{OS}}{\sqrt{3}} \int_{r_f}^{r_i} |\Delta v_5| r \sin \psi \sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2} dr \quad (37)$$

$$\dot{W}_{f7} = 2\pi \frac{m_2 \sigma_{OC}}{\sqrt{3}} \int_{r_f}^{r_i} |\Delta v_7| r \sin \psi_i \sqrt{1 + \left(r \frac{\partial \psi_i}{\partial r}\right)^2} dr \quad (38)$$

که  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب ثابت اصطکاک بین پوسته با قالب و هسته با مندرل می‌باشند. پس از محاسبه توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی، می‌توان توان خارجی مورد نیاز برای انجام فرآیند را محاسبه کرد و از آن نیروی شکل‌دهی لازم را به‌دست آورد. توان خارجی فرآیند برابر رابطه (۳۹) است.

$$J^* = \dot{W}_{i3} + \dot{W}_{i4} + \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} + \dot{W}_{S3} + \dot{W}_{S4} + \dot{W}_{f5} + \dot{W}_{f7} \quad (39)$$



شکل ۳- موقعیت زاویه  $\phi$  روی سطح مندرل

با معلوم بودن توان خارجی تغییر شکل و سرعت خروجی، نیروی شکل‌دهی به صورت رابطه (۴۰) محاسبه می‌شود.

$$F = \frac{J^*}{V_f} \quad (40)$$

### ۳- شبیه‌سازی اجزاء محدود

میدان سرعت و تحلیل کرانه بالایی ارائه شده در بخش قبل، قابل اعمال به هر پروفیل قالب و مندرل داده شده می‌باشد. به دلیل اینکه در این زمینه کار تجربی صورت نگرفته، برای اطمینان از جواب‌های حل تحلیلی، نتایج با نتایج شبیه‌سازی فرآیند با روش اجزاء محدود از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. به این منظور یک پروفیل قالب منحنی که در مختصات کروی معادله آن به صورت رابطه (۴۱) می‌باشد، انتخاب شد [۱۲].

$$\frac{r \sin \psi}{r_i \sin \alpha} = 1 - \left[ \frac{3}{1 - R_{1f}/R_{1i}} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi}{r_i \cos \alpha} \right)^2 + \left[ \frac{2}{(1 - R_{1f}/R_{1i})^2} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi}{r_i \cos \alpha} \right)^3 \quad (41)$$

معادله پروفیل مرز بین هسته و پوسته نیز به صورت رابطه (۴۲) فرض شد:

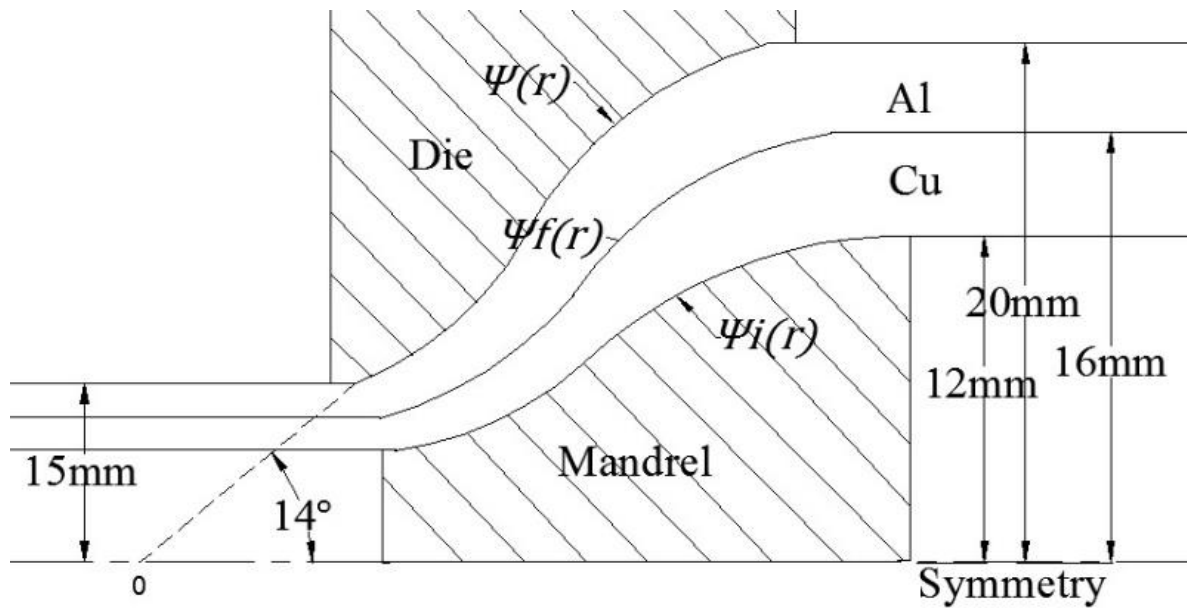
$$\frac{r \sin \psi_f}{r_i \sin \omega} = 1 - \left[ \frac{3}{1 - R_{3f}/R_{3i}} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi_f}{r_i \cos \omega} \right)^2 + \left[ \frac{2}{(1 - R_{3f}/R_{3i})^2} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi_f}{r_i \cos \omega} \right)^3 \quad (42)$$

همچنین معادله پروفیل مندرل نیز همانند رابطه (۴۳) است:

$$\frac{r \sin \psi_i}{r_i \sin \beta} = 1 - \left[ \frac{3}{1 - R_{2f}/R_{2i}} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi_i}{r_i \cos \beta} \right)^2 + \left[ \frac{2}{(1 - R_{2f}/R_{2i})^2} \right] \left( 1 - \frac{r \cos \psi_i}{r_i \cos \beta} \right)^3 \quad (43)$$

ابتدا فرآیند در محیط نرم‌افزار، مدل‌سازی شده است. با استفاده از رابطه‌های (۴۱) تا (۴۳) می‌توان شکل قالب و مندرل را که به صورت منحنی می‌باشند در نرم‌افزار آباکوس ترسیم کرد. تحلیل و شبیه‌سازی برای فرآیند کشش لوله دوفلزی با شرایط هندسی نشان داده شده در شکل (۴) صورت گرفته است.

در این شکل، پوسته از جنس آلومینیوم و هسته از جنس مس بوده که مشخصات مکانیکی آن‌ها در جدول‌های (۱) و (۲) آمده است. قالب به صورت صلب و لوله به صورت شکل‌پذیر در نظر گرفته شده‌اند. به دلیل وجود تقارن، از مدل دوبعدی برای شبیه‌سازی استفاده شده است. مش‌بندی هسته و پوسته به اندازه کافی ریز در نظر گرفته شده است. تعداد المان‌ها برابر ۴۰۰۰ عدد در نظر گرفته شده است. افزایش تعداد المان‌ها، تأثیر قابل توجهی بر نتیجه نداشت. فرض شده که دو لوله ابتدا کاملاً به هم چسبیده بوده و با سرعت یکسان وارد فضای بین قالب و مندرل شده و تغییر شکل می‌دهند.



شکل ۴- ابعاد هندسی لوله، قالب و مندرل استفاده شده در تحلیل و شبیه‌سازی اجزاء محدود

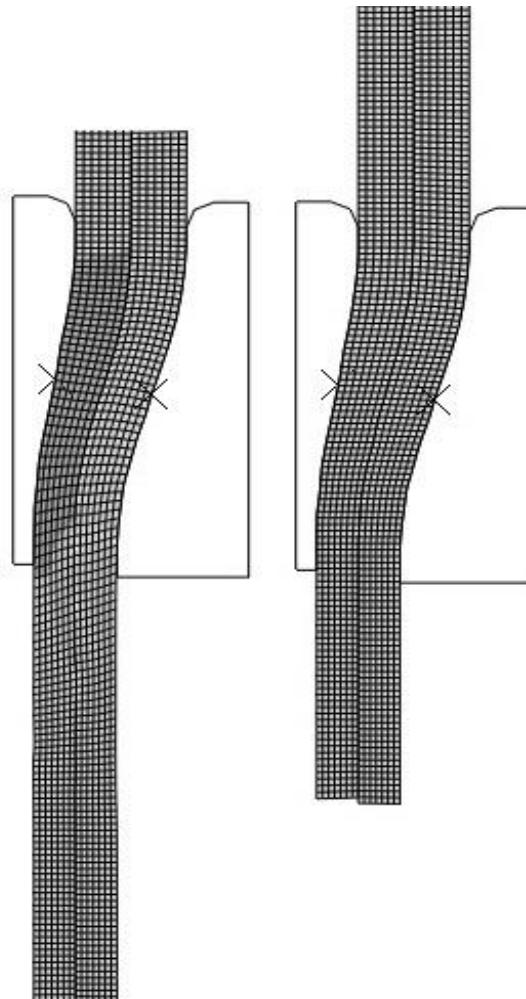
روش حل مسئله شامل ایمپلیسیت، استاتیک و اکسپلیسیت است. روش اکسپلیسیت می‌تواند در تحلیل مسائلی با شرایط تماسی پیچیده به کار رود. برای حل فرآیندهای شکل‌دهی به دلیل وجود تغییر شکل‌های بزرگ، بهتر است که از روش اکسپلیسیت استفاده شود. قالب و مندرل صلب در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به میزان کاهش ضخامت و قطر لوله، مقدار تنش سیلان میانگین هسته و پوسته از رابطه‌های (۲۲) و (۲۲) محاسبه می‌شوند. برای مدل‌سازی اصطکاک از قانون اصطکاک برشی ثابت  $\tau = mk$  استفاده شده است. مقدار ثابت اصطکاک برشی  $m$  برای فرآیندهای شکل‌دهی سرد، ۰/۰۱ تا ۰/۱۵ فرض می‌شود که در این مقاله ۰/۰۴ در نظر گرفته شده است [۵]. رفتار ماده‌های آلومینیم و مس به صورت صلب پلاستیک مدل شدند. تنش سیلان میانگین ۱۴۲ مگاپاسکال برای پوسته و ۲۲۴ مگاپاسکال برای هسته در تحلیل کرانه بالا و شبیه‌سازی استفاده شدند. مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس قبل و بعد از انجام فرآیند در شکل (۵) نشان داده شده است. شکل سمت راست قبل و شکل سمت چپ بعد از انجام فرآیند را نشان می‌دهد.

#### جدول ۱- مشخصات مکانیکی آلومینیوم [۱۳]

چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	مدول الاستیسیته (GPa)	نسبت پواسون	رابطه تنش-کرنش (MPa)
۲۷۰۰	۷۰	۰/۳۳	$\sigma_{Al} = 189.2 \varepsilon^{0.239}$

#### جدول ۲- مشخصات مکانیکی مس [۱۳]

چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	مدول الاستیسیته (GPa)	نسبت پواسون	رابطه تنش-کرنش (MPa)
۸۹۲۰	۱۲۰	۰/۳۳	$\sigma_{Cu} = 335.2 \varepsilon^{0.113}$



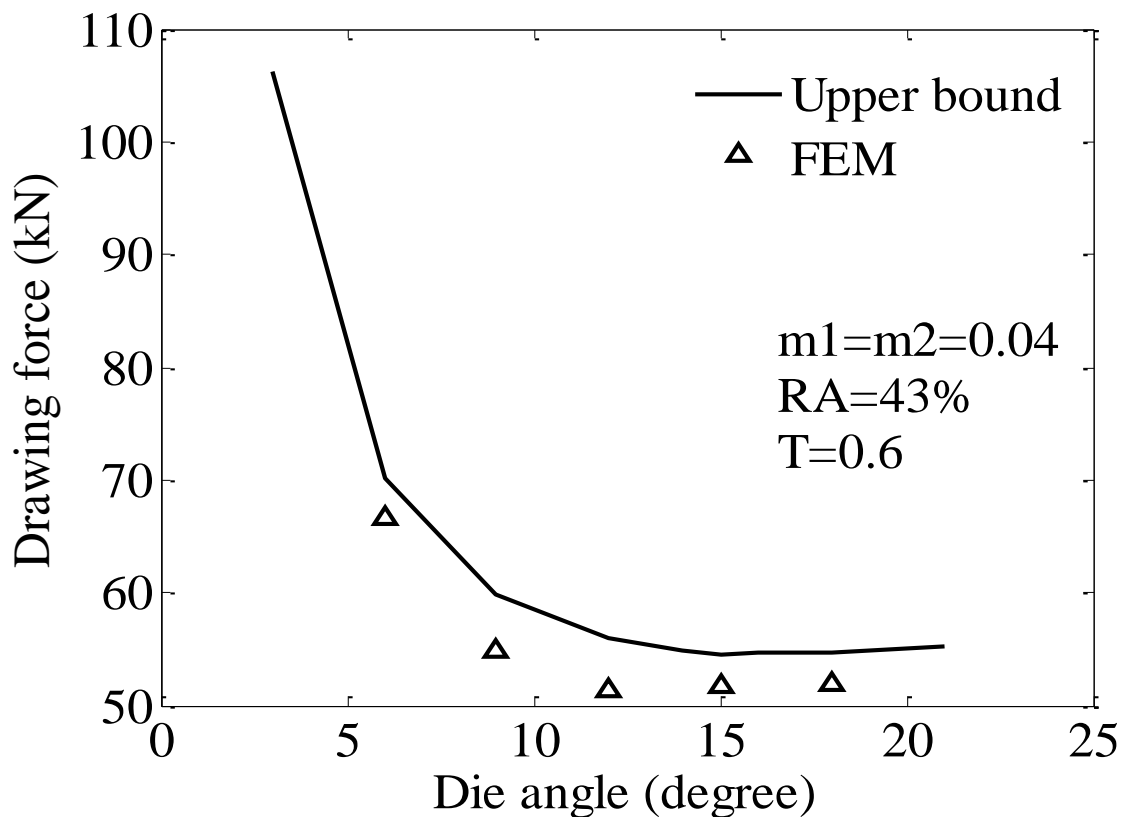
شکل ۵- مدل شبیه‌سازی شده قبل (سمت راست) و بعد از انجام فرآیند (سمت چپ) در آباکوس

#### ۴- نتایج و بحث

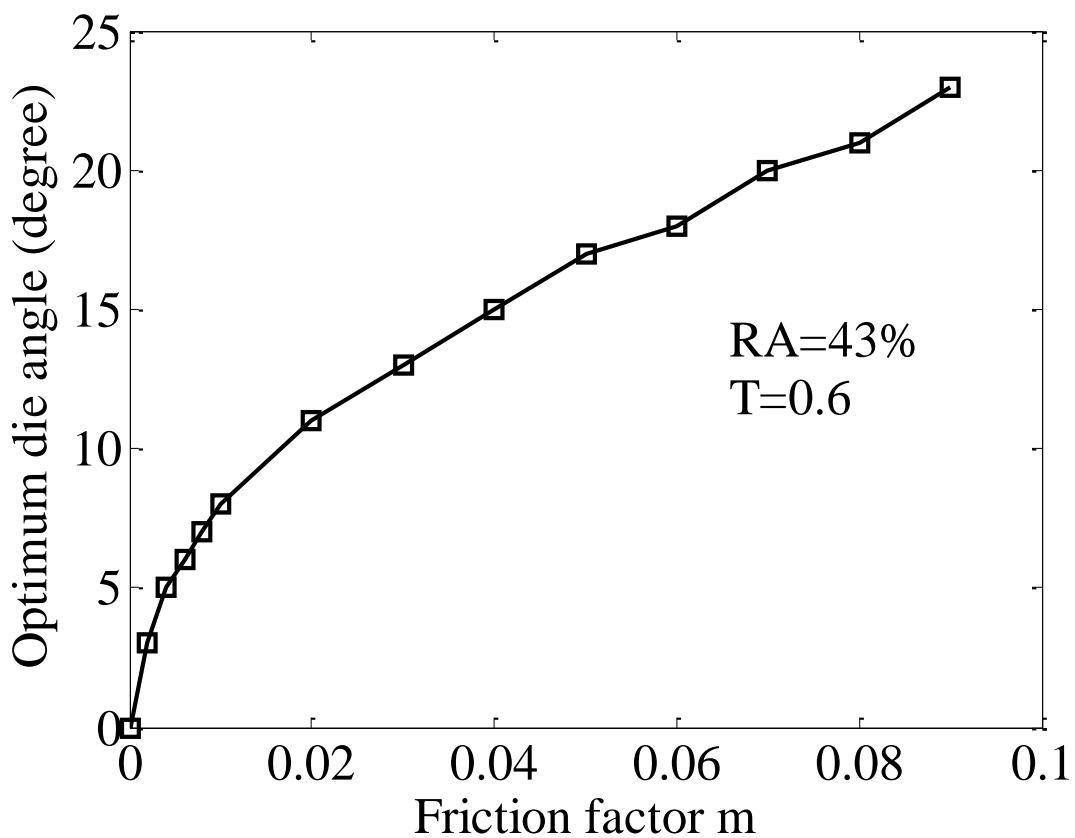
در این بخش دو حل کرانه بالایی و اجزاء محدود در زاویه‌های مختلف قالب با هم مقایسه شده‌اند. همچنین اثر پارامترهای دیگر از جمله درصد کاهش سطح مقطع و ضخامت لوله بر نیروی کشش لازم و زاویه بهینه قالب بررسی شده‌اند.

در شکل (۶) تأثیر زاویه قالب بر نیروی کشش در دو حالت حل تحلیلی و اجزاء محدود نشان داده است. شرایط فرآیند در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل کمینه نیرو در زاویه ۱۵ درجه می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده، نتایج تحلیل کرانه بالایی با نتایج شبیه‌سازی عددی، مطابقت زیادی دارند. همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که مقادیر نیروی محاسبه شده با روش کرانه بالایی بیشتر از نتایج شبیه‌سازی عددی می‌باشند که این به دلیل طبیعت روش کرانه بالایی است. در این شکل پارامتر RA درصد کاهش سطح مقطع و T برابر با  $\frac{R_{2i}}{R_{1i}}$  می‌باشد.

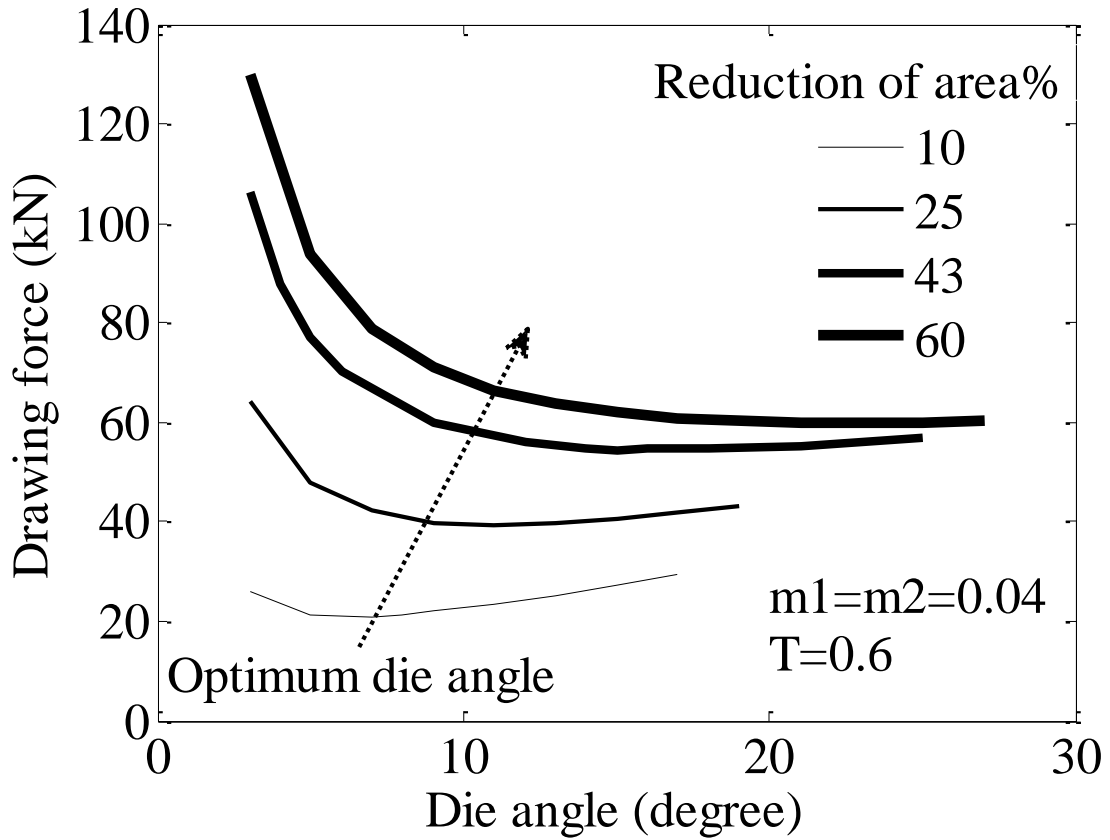
بر اساس تحلیل کرانه بالایی انجام شده، اثر ثابت اصطکاک بر زاویه بهینه قالب بررسی شد. در شکل (۷) تأثیر ثابت اصطکاک بر زاویه بهینه قالب نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل نشان داده شده با افزایش ثابت اصطکاک زاویه بهینه قالب افزایش می‌یابد.



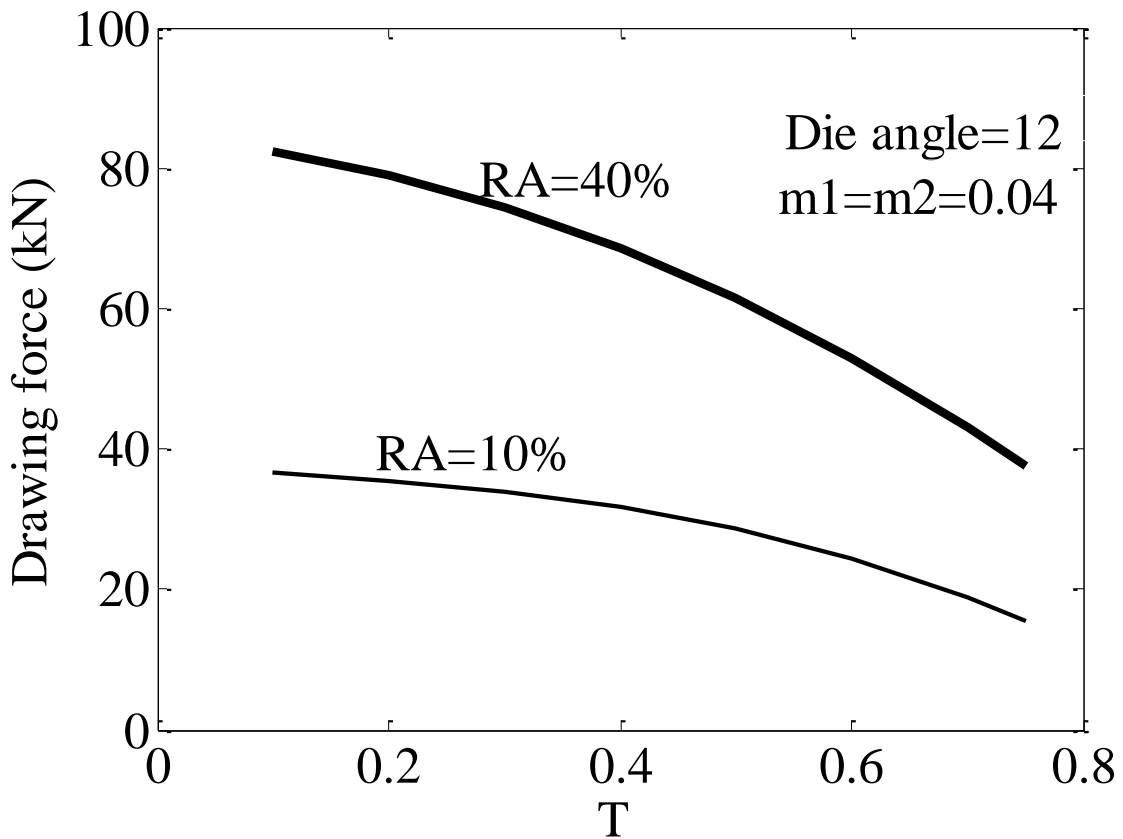
شکل ۶- تأثیر زاویه قالب بر نیروی کشش در دو حل کرانه بالایی و شبیه‌سازی عددی



شکل ۷- تأثیر ثابت اصطکاک بر زاویه بهینه قالب

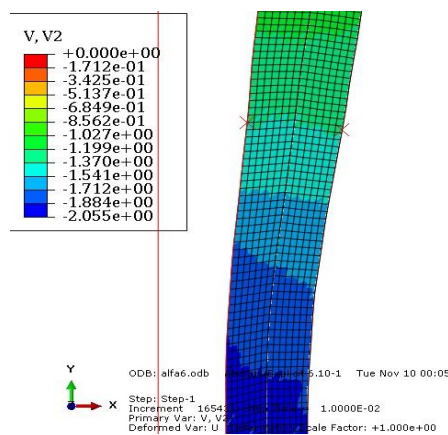


شکل ۸- تأثیر کاهش سطح مقطع بر زاویه بهینه قالب

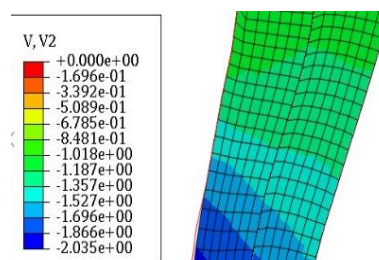


شکل ۹- تأثیر ضخامت لوله بر نیروی کشش در کاهش سطح مقطع‌های مختلف

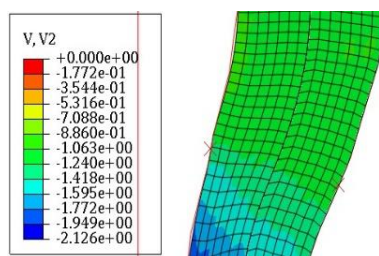
در شکل (۸) منحنی تغییرات نیروی کشش، به دست آمده از حل کرانه بالایی، بر حسب زاویه قالب با تغییر درصد کاهش سطح مقطع در صورت ثابت بودن ثابت اصطکاک برشی نشان داده شده است. همان‌گونه که نشان داده شده، با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، نیروی کشش لازم و زاویه بهینه قالب افزایش می‌یابد. شکل (۹) تغییرات نیروی کشش، محاسبه شده با حل کرانه بالایی را بر حسب ضخامت‌های مختلف با تغییر درصد کاهش سطح مقطع در صورت ثابت بودن ثابت اصطکاک برشی و زاویه قالب، نشان می‌دهد. با کاهش ضخامت لوله، نیروی کشش نیز کاهش می‌یابد، زیرا با کاهش ضخامت لوله، راحت‌تر لوله از میان قالب و مندرل، بیرون کشیده شده و در نتیجه نیروی کشش کاهش می‌یابد.



زاویه قالب ۹ درجه

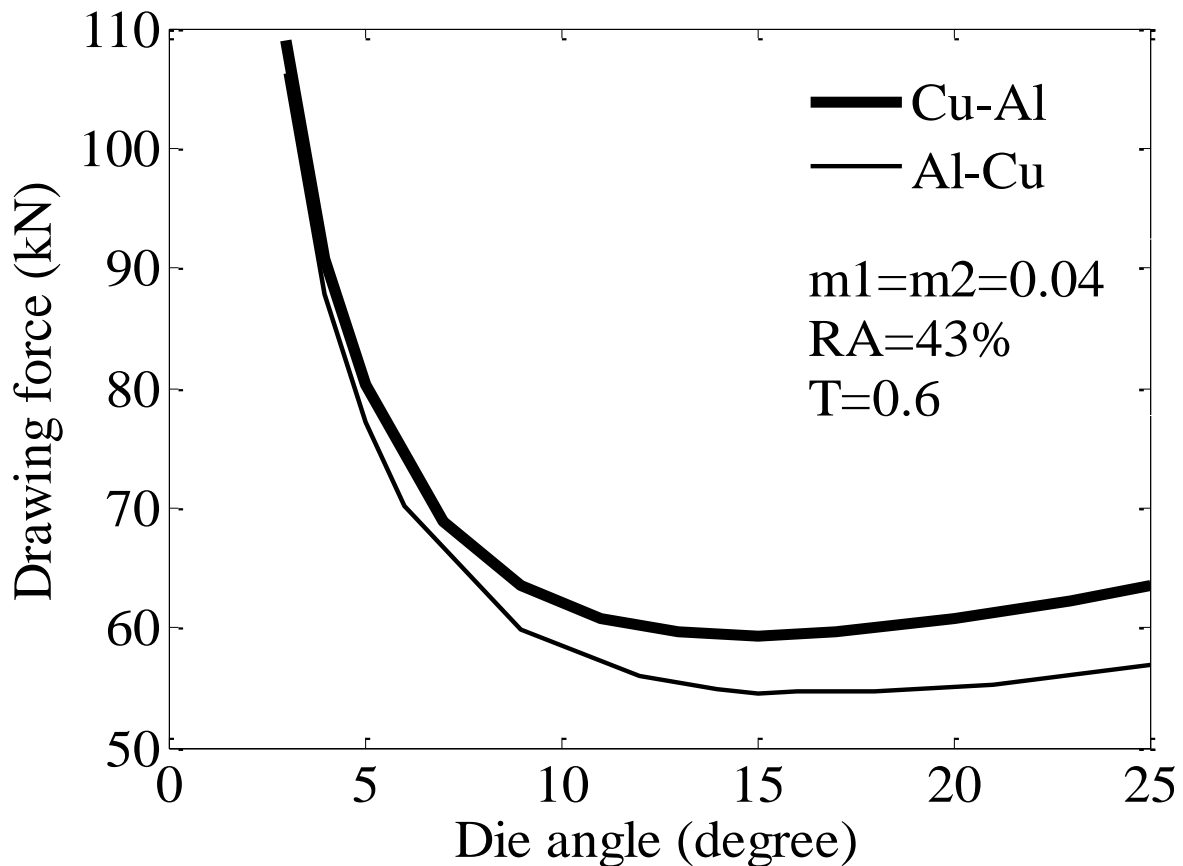


زاویه قالب ۱۵ درجه



زاویه قالب ۱۸ درجه

شکل ۱۰- توزیع مؤلفه محوری سرعت ماده به ترتیب با زوایای قالب ۹، ۱۵ و ۱۸ درجه



شکل ۱۱- اثر جابجایی هسته و پوسته بر نیروی کشش

با استفاده از شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار آباکوس می‌توان استحکام برشی بین دو فلز را بررسی کرد. هرچه پیوستگی توزیع‌های سرعت در مرز دو فلز بیشتر باشد، اختلاف سرعت دو فلز در مرز کمتر و در نتیجه استحکام برشی مرز دو فلز بیشتر است [۱۴]. همان‌گونه که نشان داده شد، زاویه بهینه قالب در زاویه ۱۵ درجه می‌باشد. شکل (۱۰) توزیع مؤلفه محوری سرعت را در زاویه‌های قالب متفاوت نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده، پیوستگی سرعت در زاویه قالب ۱۵ درجه بیشتر از دو حالت دیگر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در زاویه بهینه قالب، استحکام برشی مرز مشترک بین دو فلز بیشتر است.

شکل (۱۱) منحنی تغییرات نیروی کشش بر حسب زاویه قالب برای فرآیند کشش لوله دوفلزی با قالب و مندرل منحنی در دو حالت: یکی پوسته از جنس آلومینیوم و هسته از جنس مس (Al-Cu) و دیگری پوسته از جنس مس و هسته از جنس آلومینیوم (Cu-Al) را نشان می‌دهد. همان‌گونه که نشان داده شده، در حالت (Al-Cu) نیروی کشش لازم کمتر از حالت (Cu-Al) است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل کرانه بالایی و شبیه‌سازی اجزاء محدود فرآیند کشش لوله دوفلزی، با پروفیل قالب و مندرل منحنی پرداخته و نتایج ذیل حاصل شدند:

- با تحلیل کرانه بالایی انجام شده زمان محاسبه نیروی کشش و تعیین زاویه بهینه قالب، نسبت به شبیه‌سازی سریع‌تر می‌باشد.

- نتایج به‌دست آمده از تحلیل با نتایج حاصل از شبیه‌سازی انطباق خوبی داشته و بنابراین می‌توان از نتایج به‌دست آمده از تحلیل به‌عنوان جایگزینی برای شبیه‌سازی و آزمایش که زمان‌بر و پرهزینه است، استفاده نمود.
- با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، زاویه بهینه قالب و نیروی کشش افزایش می‌یابد.
- با افزایش مقدار ثابت اصطکاک برشی بین ماده با قالب و مندرل، زاویه بهینه قالب افزایش می‌یابد.
- با افزایش ضخامت لوله در ورودی، نیروی کشش نیز افزایش می‌یابد.
- بیشترین استحکام برشی در مرز دو فلز، در زاویه بهینه قالب حاصل می‌شود.

## مراجع

- [1] Y. Wang, Y. Gao, Y. Li, Z. Wenyan, S. Liang and Z. Chao, "Review of Preparation and Application of Copper-steel Bimetal Composites," *Emerging Materials Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 538-551, 2019, <https://doi.org/10.1680/jemmr.17.00008>.
- [2] N. Cristescu, "A Theory of Tube Sinking," *Mechanics Research Communications*, Vol. 2, No. 5-6, pp. 233-238, 1975, [https://doi.org/10.1016/0093-6413\(75\)90050-6](https://doi.org/10.1016/0093-6413(75)90050-6).
- [3] C.-T. Kwan, "A Generalized Velocity Field for Axisymmetric Tube Drawing through an Arbitrarily Curved Die with an Arbitrarily Curved Plug," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 122, No. 2-3, pp. 213-219, 2002, [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00013-4](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00013-4).
- [4] H. Haghghat and G. Asgari, "A Generalized Spherical Velocity Field for Bi-metallic Tube Extrusion through Dies of any Shape," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 4, pp. 248-253, 2011, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.01.005>.
- [5] H. Haghghat and M. Mahdavi, "Analysis and FEM Simulation of Extrusion Process of Bimetal Tubes through Rotating Conical Dies," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 23, No. 11, pp. 3392-3399, 2013. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(13\)62879-4](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(13)62879-4).
- [6] D. Halaczek, "Analysis of Manufacturing Bimetallic Tubes by the Cold Drawing Process," *Archives of Metallurgy and Materials*, Vol. 61, No. 1, pp. 241-248, 2016, <http://doi.10.1515/amm-2016-0045>.
- [7] F. Barandar, M. Elyasi, M. J. Mirnia, and R. Jamaati, "The Effect of Surface Shape on the Production of Aluminum-copper Two Layer Tubes using Forward Extrusion Process," *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 6, No. 8, pp. 1-9, 2020, (in Persian), [article\\_101933\\_083dba1e2b11fe40a42c83720f9045dd.pdf](http://article.101933_083dba1e2b11fe40a42c83720f9045dd.pdf).
- [8] A. Gholizadeh, M. Elyasi, M. Mirnia, and R. Jamaati, "Experimental Investigation of the Effect of Temperature on the Production of Bimetallic Workpiece Al-Cu using Forward Extrusion Method," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 9, pp. 2355-2362, 2020, <https://doi.org/20.1001.1.10275940.1399.20.9.14.1>.

- [9] M. -J. Mirnia, A. Fallah, and M. Elyasi, "Experimental and Numerical Investigation of the Effect of Preform on Hot Forging of Bimetallic Components from Aluminum and Brass," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 23, No. 2, pp. 67-79, 2023, <https://doi.org/10.52547/mme.23.2.67>.
- [10] Avitzur, B., "Metal Forming: Processes and Analysis" McGraw-Hill, New York, 1968, [Metal forming : processes and analysis | CiNii Research](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2009.06.026).
- [11] W. Gordon, C. Van Tyne, and Y. Moon, "Axisymmetric Extrusion through Adaptable Dies—Part 1: Flexible Velocity Fields and Power Terms," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 49, No. 1, pp. 86-95, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.07.011>.
- [12] W. Gordon, C. Van Tyne, and Y. Moon, "Axisymmetric Extrusion through Adaptable Dies—Part 3: Minimum Pressure Streamlined Die Shapes," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 49, No. 1, pp. 104-115, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.07.013>.
- [13] Y.-M. Hwang and T.-F. Hwang, "An Investigation into the Plastic Deformation Behavior within a Conical Die during Composite Rod Extrusion," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 121, No. 2-3, pp. 226-233, 2002, [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(01\)01254-7](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(01)01254-7).
- [14] A. Khosravifard and R. Ebrahimi, "Investigation of Parameters Affecting Interface Strength in Al/Cu Clad Bimetal Rod Extrusion Process," *Materials & Design*, Vol. 31, No. 1, pp. 493-499, 2010, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2009.06.026>.

## فهرست نمادهای انگلیسی

$dV$	المان حجم ( $m^3$ )
$\Delta v$	سرعت نسبی ( $m/s$ )
$dS$	المان سطح ( $m^2$ )
$F$	نیروی کشش (N)
$J^*$	حد بالایی توان (N.m/s)
$m_1$	ثابت اصطکاک بین پوسته و قالب
$m_2$	ثابت اصطکاک بین هسته و مندرل
$Q$	جریان حجم ماده ( $m^3/s$ )
$r, \theta, \varphi$	مختصات کروی
$R_{1i}$	شعاع خارجی لوله در ورود ( $m$ )
$R_{2i}$	شعاع داخلی لوله در ورود ( $m$ )
$R_{3i}$	شعاع مرز بین پوسته و هسته در ورود
$R_{1f}$	شعاع خارجی لوله در خروج ( $m$ )
$R_{2f}$	شعاع خارجی لوله در خروج ( $m$ )
$R_{3f}$	شعاع مرز بین پوسته و هسته در خروج
$r_i$	شعاع سطح ناپیوستگی سرعت ورودی
$r_f$	شعاع سطح ناپیوستگی سرعت خروجی
$S_1$	سطح ناپیوستگی سرعت پوسته در خروجی ( $m^2$ )
$S_2$	سطح ناپیوستگی سرعت پوسته در ورودی ( $m^2$ )
$S_3$	سطح ناپیوستگی سرعت هسته در ورودی ( $m^2$ )
$S_4$	سطح ناپیوستگی سرعت هسته در خروجی ( $m^2$ )
$S_5$	سطح اصطکاکی بین پوسته و قالب ( $m^2$ )
$S_6$	سطح بین پوسته و هسته ( $m^2$ )
$S_7$	سطح اصطکاکی بین هسته و مندرل ( $m^2$ )
$V_i$	سرعت ورودی ماده ( $m/s$ )
$V_f$	سرعت خروجی ماده ( $m/s$ )
$V_r$	سرعت ماده در جهت $r$ ( $m/s$ )
$V_\theta$	سرعت ماده در جهت $\theta$ ( $m/s$ )
$V_\varphi$	سرعت ماده در جهت $\varphi$ ( $m/s$ )
$\dot{W}_{f5}$	توان اصطکاکی روی سطح $S_5$ (N.m/s)
$\dot{W}_{f7}$	توان اصطکاکی روی سطح $S_7$ (N.m/s)
$\dot{W}_{f3}$	توان داخلی تغییر شکل پوسته (N.m/s)
$\dot{W}_{f4}$	توان داخلی تغییر شکل هسته (N.m/s)
$\dot{W}_{s1}$	توان برشی روی مرز $S_1$ (N.m/s)

$\dot{W}_{s_2}$  توان برشی روی مرز  $s_2$  (N.m/s)

$\dot{W}_{s_3}$  توان برشی روی مرز  $s_3$  (N.m/s)

$\dot{W}_{s_4}$  توان برشی روی مرز  $s_4$  (N.m/s)

#### نمادهای یونانی

$\alpha$  زاویه قالب

$\beta$  زاویه مندرل

$\omega$  زاویه مرز پوسته و هسته

$\gamma$  موقعیت زاویه‌ای یک نقطه دلخواه روی سطح ناپیوستگی سرعت خروجی

$\eta$  زاویه بین خط مماس بر قالب در نقطه دلخواه روی آن با امداد شعاعی

$\phi$  موقعیت زاویه‌ای خط مماس بر سطح مندرل در یک نقطه روی آن

$\psi$  موقعیت زاویه‌ای یک نقطه روی قالب

$\psi_f$  موقعیت زاویه‌ای یک نقطه روی مرز پوسته و هسته

$\psi_i$  موقعیت زاویه‌ای یک نقطه روی مندرل

$\sigma_0$  تنش سیلان متوسط ماده (Pa)

$\varepsilon$  کرنش

$\dot{\varepsilon}_{ij}$  نرخ کرنش در جهت ij (1/s)

$\tau$  تنش برشی (Pa)

## An Upper Bound Analysis of Bi-metallic Tube Drawing Process through Curved and Mandrel Profiles

**Payam Haji Azizi<sup>1</sup>**

MSc, Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran

hajiazizi.p@gmail.com

\*Corresponding author: **Heshmatollah Haghghat**

Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran

hhaghghat@razi.ac.ir

### Abstract

In this paper, the bi-metallic tube drawing process with arbitrary curved die and mandrel profiles has been analyzed by the upper bound method and simulated by the finite element method. For the analysis, the bi-metallic tube has been divided into six separate regions, including four regions without deformation at the entry and exit of the die and two regions where the two tube metals are located in the space between the die and the mandrel and plastic deformation occurs in them. For each of the regions, a general velocity field in the spherical coordinate system, applicable to any arbitrary shape of the die, has been presented. Based on the proposed velocity field, the strain rate field has been obtained and then the internal, shear and frictional forces have been calculated. By equating the external power required to perform the process with the sum of the internal, shear and frictional forces, the required tensile force has been calculated. The results of the analysis method have been compared with the results of the process simulation using the finite element method, which was performed with the ABAQUS software. Finally, the effects of various parameters including the percentage of cross-sectional area reduction, tube thickness, and die angle on tensile force, optimal die angle, and shear strength between the two metals were investigated.

*Keywords:* Tube drawing, Upper bound, Bi-metallic tube, Curved die