

تحلیل بررسی سفتی خمشی سازه های مشبک سلولی متشکل از المان تیر به روش اجزاء محدود

تولید مواد به روش افزودن ماده و ایجاد ساختارهای مشبک سلولی، یکی از به روزترین روش های تولید ماده است که از جمله کاربردهای آن، در صنایع پزشکی و هوافضا می باشد. از جمله پرکاربردترین ساختارهای مشبک سلولی، ساختارهایی متشکل از یکسری المان تیر می باشند. این المان های تیر را می توان بصورت تیرهایی با اشکال سطح مقطع متفاوتی مدل کرد. در این پژوهش به بررسی سفتی خمشی ساختارهای مشبک سلولی متشکل از المان های تیر به ازای پنج نوع واحد سلولی $FCCZ$ ، FCC ، $BCCZ$ ، BCC و $Cubic$ و هر کدام با دو شکل سطح مقطع المان تیر مستطیل و I شکل پرداخته شده است. این تحلیل بر اساس حل المان محدود (FEM) انجام شده است. با مقایسه اشکال سطح مقطع مذکور، برای هر پنج توپولوژی مورد بررسی، ساختارهای با شکل سطح مقطع I strut شکل، دارای نسبت سفتی خمشی به وزن بالاتری در مقایسه با شکل سطح مقطع $strut$ مستطیلی هستند. همچنین با انجام بهینه سازی بر اساس یک روش اجزاء محدود، با چرخش المان های تیر سازنده کل ساختار مشبک حول محور عمود بر سطح مقطع هر المان تیر، نسبت سفتی خمشی به وزن کل ساختارهای مشبک مورد مطالعه افزایش یافته است.

محمد رضا کامران فرد^۱

استادیار

واژه های راهنما: تولید مواد به روش افزودن ماده، ساختارهای مشبک سلولی، ساختارهای $strut$ -based، بررسی سفتی خمشی، روش اجزاء محدود

۱- مقدمه

تولید مواد به روش افزودن ماده (AM)^۲، عبارت است از فرآیند ساخت یک قطعه بر اساس مدل سه بعدی طراحی شده رایانه ای [۱] که معمولاً با استفاده از تکنولوژی ذوب پودر ماده سازنده آن قطعه به صورت لایه به لایه [۲] انجام می پذیرد. تولید به روش افزودن ماده، در مقایسه با روش های سنتی تولید، دارای مزایای زیادی از قبیل سرعت تولید قطعه، تک مرحله ای بودن تولید، صرفه جویی در هزینه های تولید، کاهش ریسک در ساخت

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران، m.r.kamranfard@hormozgan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۱۱، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۲۶، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۱۸

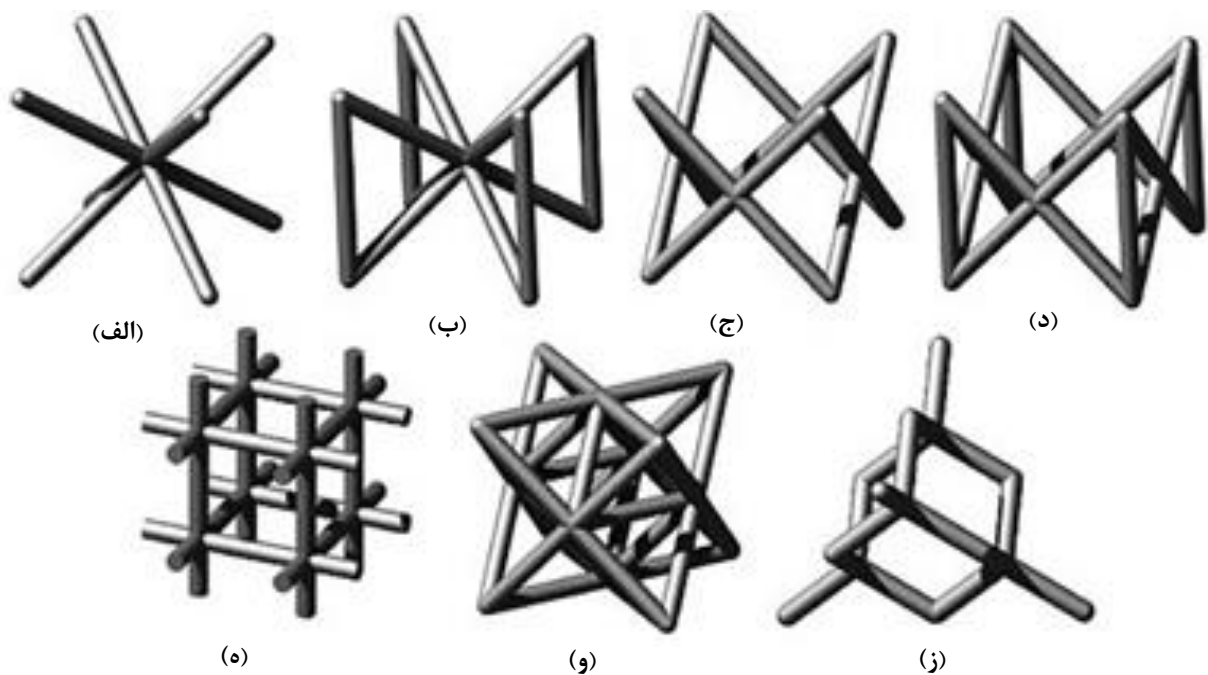
دقیق هندسه مدنظر، تولید هر هندسه دلخواه فارغ از پیچیدگی‌های هندسی، امکان سفارشی‌سازی قطعه و کاهش میزان مواد خام اولیه مورد نیاز می‌باشد [۳، ۴]. در واقع تولید مواد به روش افزودن ماده امکان طراحی قطعات پیچیده هندسی با قابلیت یکپارچه را فراهم می‌کند [۵]. از آنجایی که هر هندسه دلخواهی را با استفاده از تکنولوژی تولید مواد به روش افزودن ماده می‌توان تولید کرد، سازه‌های مشبک می‌توانند دارای خواص مکانیکی، ساختاری و عملکردی ویژه‌ای باشند که دستیابی به این خواص در مواد به هم پیوسته ممکن نیست [۶]؛ این خواص عبارتند از نسبت پواسون منفی [۷]، سفتی منفی [۸]، تراکم منفی [۹]، ضریب انبساط حرارتی منفی [۱۰] و سفتی بسیار بالا با جرم بسیار کم [۱۱] که ساختار پیوسته معادل ساختار مشبک مذکور دارای این خواص است.

تولید مواد به روش افزودن ماده امکان ساخت سازه‌هایی با عملکرد فنی بالاتر از سازه‌های Solid را فراهم می‌کند [۱۲-۱۵]. با این وجود، هنوز محدودیت‌های فنی جهت تولید هرچه قوی‌تر قطعات به وسیله این روش و نیز ایجاد قوانین طراحی برای تولید به روش افزودن ماده وجود دارد که محققان را جهت انجام فعالیت‌های تحقیقاتی در این زمینه به خود جذب کرده است [۱۶]. در سال‌های اخیر، تمرکز صنایع مختلف برای تولید ساختارهای مشبک به روش افزودن ماده، از جنس پلیمر به فلزات، با هدف استفاده در صنایع هوافضا و پزشکی و خودرو منتقل شده است. کاهش وزن قطعات فلزی و نیز امکان بهینه‌سازی توپوگرافی این سازه‌های مشبک با هر هندسه پیچیده دلخواه [۱۷]، طراحان و سازندگان صنایع مذکور را جذب استفاده از این روش تولید بجای روش‌های سنتی تولید کرده است [۱۸-۲۱].

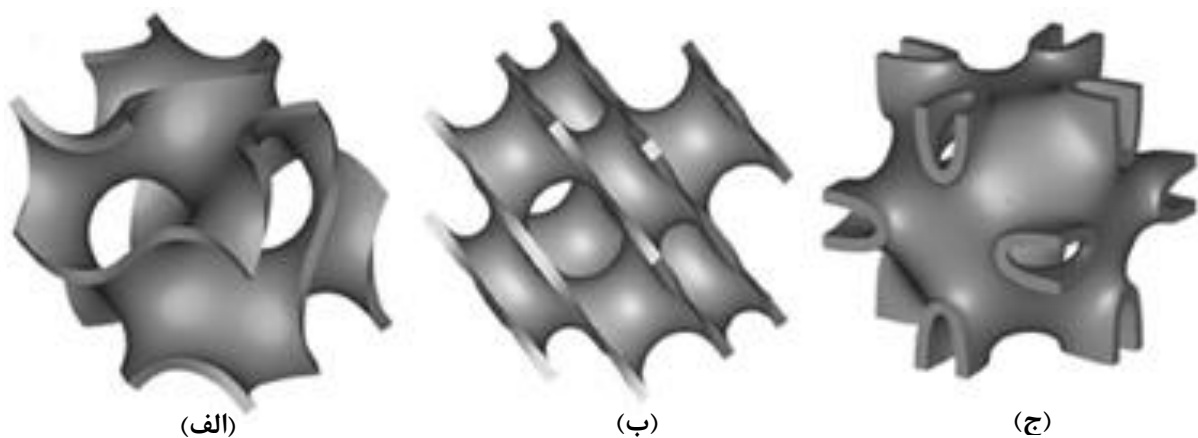
تولید به روش افزودن ماده به روش‌های گوناگونی انجام می‌شود که رایج‌ترین آن‌ها استفاده از تکنولوژی ذوب پودر فلز تحت عنوان (SLM^۱) می‌باشد. استفاده از این تکنولوژی به اوایل دهه ۱۹۹۰ برمی‌گردد [۲۲]. در این روش از لیزر فیبر مادون قرمز استفاده می‌شود که به وسیله آن قطعه به صورت لایه‌به‌لایه از ذوب پودر فلز ایجاد می‌شود [۲۳]. در واقع، ابتدا یک لایه نازک از پودر فلز بر روی یک پلتفرم پردازش شده تراز می‌شود و قسمت‌هایی از پودر از طریق تاباندن اشعه لیزر ذوب شده و با به هم پیوستن قسمت‌هایی منتخب از پودر ذوب شده، طرح سه‌بعدی کامپیوتری که برای دستگاه تعریف شده، شکل می‌گیرد [۲۴]. مواد SLM نوعی ماده متخلخل نیز محسوب می‌شوند. مواد دارای ساختار متخلخل در ابتدا با تخلخل‌های بسیار نامنظم مورد بررسی قرار می‌گرفتند (مانند فوم‌های دارای ساختار سلولی باز یا بسته که دارای تخلخل‌هایی با اشکال نامنظم و تصادفی بودند). این ساختار تصادفی منجر به یک پاسخ مکانیکی ناسازگار و غیرنرمال می‌شود که نامطلوب می‌باشد؛ چرا که به طراحی بیش از حد محافظه‌کارانه‌ای احتیاج دارد [۲۵]. به همین علت چنانچه مواد متخلخل مورد استفاده در ساخت قطعات مکانیکی با تکنولوژی SLM ساخته شود، با چنین پاسخ‌های غیرطبیعی (غیرنرمال) و پیش‌بینی نشده‌ای مواجه نخواهیم شد [۲۶]. استفاده از تکنولوژی SLM در مقایسه با سایر روش‌های AM مزایایی از قبیل کاهش مراحل تولید، سطح بالای انعطاف‌پذیری، بهره‌وری بالا در استفاده از مصالح و تولید تقریباً خالص دارد [۲۷]. با این وجود، چند اثر نامطلوب مهم بر روی قطعه تولید شده با استفاده از تکنولوژی SLM به وجود می‌آید که تا حد ممکن آن‌ها را کنترل کرد. از جمله این آثار می‌توان به ایجاد تنش‌های داخلی ناشی از شیب شدید دما و خنک شدن سریع قطعه در طول فرآیند تولید (این نوع تنش‌های داخلی با عنوان

^۱ Selective Laser Melting

تنش‌های حرارتی پسماند شناخته می‌شوند) و همچنین افزایش میزان تخلخل در قطعه اشاره کرد [۲۸]. در مجموع SLM فرآیندی است که متأثر از پارامترهای مختلفی است [۲۹]. از جمله این پارامترها می‌توان به مشخصات فیزیکی لیزر مادون قرمز [۳۰]، پیچیدگی هندسی نمونه‌ها [۳۱، ۳۲]، نوع انتقال حرارت مورد استفاده در حین فرآیند [۳۳] و خواص ماده سازنده نمونه‌ها که می‌توانند ماهیت تصادفی داشته باشند، اشاره کرد [۳۴]. از لحاظ ساختاری، ساختارهای مشبک SLM در دو دسته strut-based و TPMS^۱ دسته‌بندی می‌شوند [۳۶]. ساختارهای strut-based از اجزایی تحت عنوان strut ساخته می‌شوند (شکل ۱). ساختارهای TPMS نیز از یک سری سطوح دارای انحنا تشکیل شده که مانند یک پوسته مدل می‌شوند (شکل ۲).



شکل ۱ - ساختارهای مشبک Strut-based؛ (الف) BCC، (ب) BCCZ، (ج) FCC، (د) FCCZ، (ه) cubic، (و) diamond [۳۷]، (ز) Octet-truss



شکل ۲ - ساختارهای مشبک TPMS؛ (الف) Schoen gyroid، (ب) Schwarz diamond، (ج) Neovius [۳۷]

^۱ Triply Periodic Minimal Surface

یکی از جنبه‌های بسیار مهم در ساخت انواع قطعات، مدل‌سازی رفتار مکانیکی مواد است. در سال‌های اخیر تحقیقات فراوانی جهت ارائه مدل‌های رفتاری برای ساختارهای مختلف انجام شده است. از جمله این ساختارها می‌توان به نانوکامپوزیت‌ها و همچنین ساختارهای مشبک سلولی اشاره کرد. از میان تحقیقاتی که در زمینه مدل‌سازی رفتار مکانیکی نانوکامپوزیت‌ها انجام شده می‌توان به تحقیقاتی که جان قربان و همکاران [۳۸-۴۲] انجام داده‌اند اشاره کرد. آن‌ها در تحقیقات خود بر روی نانوکامپوزیت‌ها، مدل‌های جامعی برای بررسی رفتار مکانیکی آنها با تقویت‌کننده‌های مختلف از جمله نانولوله‌ها ارائه کرده‌اند. آنها به طور خاص به بررسی تأثیراتی مانند موج‌دار بودن، انحنا و عیوب ساختاری نانولوله‌ها بر عملکرد این مواد پرداخته و در راستای بهبود دقت مدل‌ها، پیش‌فرض‌های نظری پیشین را اصلاح کرده‌اند.

تلاش برای مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار مکانیکی ساختارهای سلولی به دهه ۱۹۵۰ برمی‌گردد [۴۳]، اما با گسترش روش‌های مدرن اجزاء محدود (FEM^۱)، مدل‌های عددی مختلفی برای پیش‌بینی این رفتار توسعه یافته است. با این حال، نقایص ناشی از فرآیند ساخت به طور قابل توجهی بر رفتار مکانیکی سازه‌های مشبک SLM، اثر می‌گذارد. بنابراین می‌توان درک کرد که این ساختارها بر اساس هندسه‌های ایده‌آل نمی‌توانند به طور دقیق مدل شوند. پیش‌بینی دقیق رفتار ساختارهای مشبک مستلزم این است که پروسه ساخت آن دقیق و عاری از عیب و نقص باشد. با توجه به پیچیدگی مدل‌سازی عددی دقیق سازه‌های مشبک، اغلب روش‌های جایگزین دیگری برای پیش‌بینی عملکرد آن‌ها مانند مدل گیبسون - اشبی استفاده می‌شود. در حال حاضر این مدل قابل توجه‌ترین و عمومی‌ترین مدل جهت پیش‌بینی خواص مکانیکی ساختارهای سلولی مثل ساختارهای مشبک می‌باشد [۴۴]. با استفاده از این مدل، طیف وسیعی از خواص مکانیکی، گرمایی و الکتریکی ساختارهای سلولی می‌توانند بر اساس تراکم نسبی ساختار، پیش‌بینی شوند و به صورت نسبتی از خواص مواد اولیه‌شان بیان شوند. با وجود اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل گیبسون - اشبی، این مدل تا کنون به عنوان یک مدل عمومی پذیرفته شده در مقالات استفاده می‌شود [۳۷].

با توجه به مطالعات صورت گرفته در زمینه مواد ساخته شده به روش SLM، می‌توان پژوهش‌های مربوط به آن را در دو قالب زیر دسته‌بندی کرد: الف) پژوهش‌های مربوط به ملاحظات ساخت ساختارهای مشبک و عیوب ناشی از آن و ب) پژوهش‌های مربوط به مدل‌سازی رفتار مکانیکی ساختارهای مشبک که در ادامه به مرور برجسته‌ترین آن‌ها پرداخته می‌شود:

لیو و همکاران با استفاده از μ CT نقص‌هایی را در ساخت این نوع ساختارها شناسایی کرده و آن‌ها را در مدل‌هایی که هر strut با ۴ المان تیر مشخص شده بودند، در نظر گرفتند. در این مقاله اثرات موج‌دار بودن strut ها، تغییر ضخامت و اندازه بیش از حد آن‌ها مورد بررسی قرار گرفتند [۴۵]. لی و همکاران رفتار مکانیکی و قابلیت جذب انرژی ساختار مشبک چندلایه تحت بارگذاری فشاری شبه استاتیک را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از روش توموگرافی، نقایص هندسی ساختارهای مشبک BCC و BCCZ از جنس AlSi10Mg را استخراج کرده و یک روش اجزاء محدود جدید با توجه به مکان‌های توزیع نقص پیشنهاد دادند [۴۶]. شارما و پاندی به ساخت یک ساختار متخلخل سلول باز از جنس آهن (س) با استفاده از تکنولوژی پرینت سه‌بعدی پرداختند. علاوه بر این، آن‌ها تست فشار و تست خمش را بر روی نمونه‌های ساخته شده TOPIF برای ارزیابی

^۱ Finite Element Method

اثر اندازه و شکل تخلخل‌ها بر خواص مکانیکی انجام دادند [۴۷]. در نهایت بر اساس مدل گیبسون - اشبی [۴۸] جهت مشخص نمودن اثر اندازه و شکل تخلخل‌ها بر خواص مکانیکی رابطه‌ای ارائه دادند. سینگ و همکاران به بررسی اثر پارامترهای پردازشی بر دقت ابعادی و خواص مکانیکی ساختارهای مشبک سلولی ساخته شده با تکنولوژی افزودن ماده پرداختند. آن‌ها اطلاعات جامعی در مورد اثر پارامترهای مذکور بر ساز و کارهای تشکیل ساختارهای مشبک سلولی و همچنین ابعاد و خواص ساختارهای حاصل از آن‌ها ارائه دادند [۴۹]. وانگ و همکاران تأثیر پارامترهای فرآیند SLM در ساخت ساختاری مشبک از جنس آلیاژی از نیکل را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از طرح آماری تجربی، به بهینه‌سازی پارامترهای فرآیند (از جمله قدرت و سرعت اسکن)، جهت به حداکثر رساندن استحکام کششی ساختار پرداختند. علاوه بر این، آن‌ها مورفولوژی شکستگی در خواص کششی ساختار را بررسی کردند [۵۰]. بای و همکاران تأثیر شکل سلول واحد بر خواص مکانیکی یک ساختار مشبک را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از نتایج تئوری و تجربی جهت ارزیابی جامع تأثیر شکل سلول واحد بر خواص مکانیکی یک ساختار مشبک استفاده کردند [۵۱]. کریمی و همکاران با بازسازی در ریزساختارهای سازنده یک ساختار مشبک تولید شده به روش SLM از جنس Ti-6Al-4V سعی در به حداقل رساندن ناهمگنی ریزساختاری و بهبود خواص مکانیکی آن داشته‌اند. آن‌ها با استراتژی اسکن مجدد ذوب، سبب تکامل ریزساختار (از نظر بافت، اندازه کریستالیت، تراکم دررفتگی و سطح تخلخل در ریزساختار)، تغییر در چگالی انرژی جذب شده و عمق نفوذ حرارتی و نهایتاً بهبود خواص مکانیکی ساختار مورد بررسی شدند [۵۲]. هو و همکاران منحنی تنش-کرنش آلیاژ Ti-6Al-4V را تحت بارهایی با نرخ کرنش‌ها و دماهای مختلف بر اساس تست فشار شبه استاتیک و تست فشار دینامیکی بررسی کردند. آن‌ها بر اساس داده‌های تجربی، یک مدل ساختاری جدیدی را برای یک ساختار مشبک از جنس آلیاژ Ti-6Al-4V ارائه دادند [۵۳]. کامپولی و همکاران strut های تولید شده به روش AM را به وسیله المان تیر با قطرهای مختلف مدل کردند. در این مدل سازی قطرهایی که با استفاده از توزیع گوسی برای strut ها به کار برده شدند، با قطرهای حاصل از اسکن با میکروسکوپ الکترونی تطابق داشتند [۵۴]. کادیرگاما و همکاران به مطالعه خواص ساختار مشبک SLM از جنس آلیاژ تیتانیوم (Ti-6Al-4V) پرداختند. آن‌ها چند خاصیت مکانیکی از قبیل مدول یانگ و تنش تسلیم را برای ساختار مذکور محاسبه کردند [۵۵]. در این محاسبه ۴ پارامتر اندازه strut، شکل ساختار، سلول واحد و میزان تخلخل در نظر گرفته شد. در این پژوهش در مورد بهینه‌سازی مقادیر پارامترهای مذکور جهت ساخت ساختاری با مشخصات نزدیک به استخوان انسان نیز بحث شد. یانز و همکاران انواع مختلف ساختارهای متخلخل یا سلول‌های واحدی از نوع Gyroid و با تخلخل‌های مختلف، به منظور تجزیه و تحلیل سفتی و استحکام آن‌ها تحت بارگذاری‌های فشاری و پیچشی را مورد مطالعه قرار دادند. سپس برخی از آن‌ها با روش اجزاء محدود برای جهات مختلف اعمال بار بررسی شدند. فرضیه آن‌ها این بود که ساختارهای مورد مطالعه، دارای مقاومت بهتری در برابر انواع بارگذاری‌ها، برای استفاده در اسکافلد استخوان بودند [۱۵]. ژوو و همکاران ساختارهای مشبک Functionally graded Gyroid از جنس Ti-6Al-4V با استفاده از تکنولوژی SLM ساخته و خواص مکانیکی و مکانیسم تغییر شکل آن‌ها را از طریق آزمایش فشار و نیز تجزیه و تحلیل اجزاء محدود مورد مطالعه قرار داده و به مقایسه نتایج آزمایش فشار و نتایج اجزاء محدود پرداختند [۵۶]. اتهنکر و سینگبه شبیه‌سازی عددی ساختارهای مشبک متشکل از ۵ نوع سلول واحد متفاوت و مقایسه رفتار مکانیکی

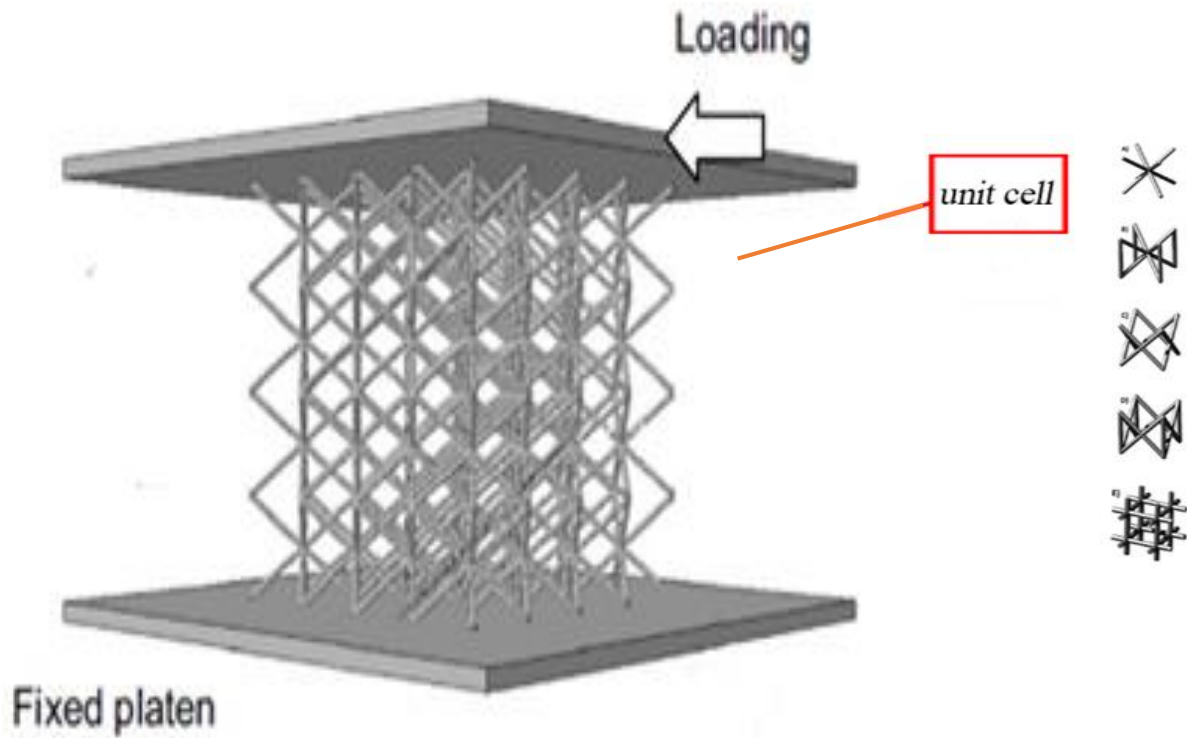
آن‌ها پرداختند [۵۷]. کامران فرد و همکاران به بررسی رفتار و خصوصیات مکانیکی سازه‌های مشبک سلولی ساخته شده از آلیاژ Ti-6Al-4V با اشکال هندسی مختلف سطح مقطع strutهای سازنده آن‌ها پرداختند. آن‌ها همچنین با چرخش strutها حول محورهای اصلی سطح مقطع خود، به اندازه زاویه‌ای بهینه به افزایش نسبت سفتی به وزن این سازه‌ها پرداختند [۵۸، ۵۹].

با توجه به تاریخچه فوق، تاکنون کار چندانی در زمینه تحلیل رفتار خمشی ساختارهای مشبک سلولی انجام نشده است. به همین دلیل، در این پژوهش، به تحلیل رفتار خمشی یک سازه مشبک سلولی ساخته شده از واحدهای سلولی BCC، FCCZ، FCC و Cubic با دو شکل هندسی مستطیلی و I شکل، برای سطح مقطع strutهای سازنده آن‌ها، پرداخته شده است. برای انجام این تحلیل، از نتایج حل اجزاء محدود با کدنویسی در نرم‌افزار MATLAB بهره گرفته شده است. در این روش حل، هر ساختار، از سرهم کردن تعدادی المان تیر با فرضیات اویلر-برنولی در نظر گرفته شده و سپس با محاسبه ماتریس سفتی برای کل سازه، معادلات اجزاء محدود آن را نوشته و با حل این معادلات، پاسخ‌های مکانیکی مسئله، جهت تحلیل رفتار خمشی سازه‌های مورد بررسی، به دست آمده‌اند. در نهایت، نتایج در قالب نمودارهای نیرو-جابجایی و همچنین محاسبه نسبت سفتی خمشی به وزن برای ساختارهای مورد بررسی ارائه شده و مقایسه‌ای بین آن‌ها صورت گرفته است. نتیجه نهایی این مقایسه، توپولوژی و شکل سطح مقطع strutای را که دارای بالاترین نسبت سفتی خمشی به وزن باشد را مشخص می‌کند.

۲- تعریف هندسه، نحوه بارگذاری و شرایط مرزی حاکم بر مسئله

شکل (۳) نشان‌دهنده سازه مشبک سلولی مورد بررسی و نیز نحوه بارگذاری روی آن می‌باشد. هندسه سازه مورد نظر، یک مکعب به ابعاد $(2 \times 2 \times 2 \text{ cm}^3)$ انتخاب شده است؛ بطوریکه کل سازه تشکیل شده از $5 \times 5 \times 5$ سلول واحد و هر سلول واحد دارای ابعاد $(2 \times 2 \times 2 \text{ mm}^3)$ می‌باشد. لازم به ذکر است با توجه به اینکه در اکثر کارهای مربوط به ساختارهای مشبک، سازه‌ای متشکل از $5 \times 5 \times 5$ سلول واحد در نظر گرفته شده‌اند [۴۶، ۶۰]، در پژوهش حاضر نیز در ابتدا این تعداد واحد سلولی برای تحلیل مسئله فرض شده است. هم‌اکنون می‌توان تصور نمود که سازه مکعبی از ساختارهای متفاوتی مانند BCC، FCCZ، FCC و Cubic قابل اجرا باشد. ضمن اینکه در این پژوهش، strutهای هر یک از ساختارهای از پیش نام برده شده، هم می‌تواند به مثابه یک المان تیر با مقاطع متفاوتی از قبیل مستطیل و I شکل (مشخصات هندسی این اشکال سطح مقطع در جدول (۱) آمده است).

به منظور مطالعه اثر نوع ساختار بر رفتار خمشی سازه و همچنین مطالعه اثر شکل هندسی سطح مقطع هر المان تیر بر روی ساختار و بالتبع سازه، تمامی حالات ممکن برای ساختارها و نوع هندسه المانهای آن ساختار در نظر گرفته شده است. همچنین لازم به ذکر است که در این مسئله برای سطح زیرین سازه شرط مرزی گیردار و برای سطح بالایی سازه شرط مرزی اعمال بار خمشی در نظر گرفته شده است که در جدول فوق پارامترهای a, b, R, A, I_y, I_z و J ، به ترتیب عبارتند از ابعاد هندسه سطح مقطع هر المان تیر، شعاع سطح مقطع دایروی معادل، مساحت سطح مقطع هر المان تیر، ممان اینرسی شکل سطح مقطع هر المان تیر حول محورهای Y و Z و ممان اینرسی پیچشی شکل سطح مقطع هر المان تیر.



شکل ۳- شماتیک هندسه و نحوه اعمال بارگذاری خمشی به ساختار مشبک متشکل از انواع سلول‌های واحد

جدول ۱- هندسه مقاطع طولی strutsهای سازنده هر ساختار با فرض ماده مصرفی یکسان

مشخصات هندسی شکل سطح مقطع	شماتیک شکل سطح مقطع	شکل سطح مقطع هر strut
$a = \sqrt{\pi R^2}$ $I_y = \frac{5}{81} a^4$ $I_z = \frac{92}{81} a^4$ $A = \frac{4}{3} a^2$ $J = \frac{35}{54} a^4 [61]$		شکل - I
$a = 1 (mm) ; b = \frac{A}{a}$ $I_y = \frac{1}{12} b a^3$ $I_z = \frac{1}{12} a b^3$ $A = ab$ $J = \frac{a^3 b}{3} \left(1 - 0.58 \frac{a}{b}\right) [56]$		مستطیل

۳- حل مسئله به روش FEM و بر اساس مدل المان تیر

تحلیل رفتار مکانیکی چنین سازه‌هایی نیاز به استفاده از روش‌های عددی (مانند FEM) و همچنین استفاده از نرم افزارهای تحلیل را دارد و به همین منظور در این بخش حل عددی با کمک کدنویسی در نرم افزار MATLAB انجام شده است.

در حل FEM این مسئله، هر strut را به صورت یک المان تیر با دو گره در ابتدا و انتهای المان در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که ارتباط بین نیروها و جابجایی‌های گره‌ای به شرح زیر است:

$$\begin{bmatrix} \overline{[f'_1]} \\ \overline{[m'_1]} \\ \overline{[f'_2]} \\ \overline{[m'_2]} \end{bmatrix} = [k'_e] \begin{bmatrix} \overline{[u'_1]} \\ \overline{[\varphi'_1]} \\ \overline{[u'_2]} \\ \overline{[\varphi'_2]} \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در رابطه فوق $\overline{[f'_1]} = \begin{Bmatrix} f'_{x1} \\ f'_{y1} \\ f'_{z1} \end{Bmatrix}$ و $\overline{[f'_2]} = \begin{Bmatrix} f'_{x2} \\ f'_{y2} \\ f'_{z2} \end{Bmatrix}$ به ترتیب مؤلفه‌های نیروی مرکزوار گره ابتدایی و انتهایی

المان، $\overline{[m'_1]} = \begin{Bmatrix} m'_{x1} \\ m'_{y1} \\ m'_{z1} \end{Bmatrix}$ و $\overline{[m'_2]} = \begin{Bmatrix} m'_{x2} \\ m'_{y2} \\ m'_{z2} \end{Bmatrix}$ به ترتیب مؤلفه‌های کوپل مرکزوار گره ابتدایی و انتهایی المان،

$\overline{[u'_1]} = \begin{Bmatrix} u'_{x1} \\ u'_{y1} \\ u'_{z1} \end{Bmatrix}$ و $\overline{[u'_2]} = \begin{Bmatrix} u'_{x2} \\ u'_{y2} \\ u'_{z2} \end{Bmatrix}$ به ترتیب مؤلفه‌های جابجایی مرکزوار گره ابتدایی و انتهایی المان و

$\overline{[\varphi'_1]} = \begin{Bmatrix} \varphi'_{x1} \\ \varphi'_{y1} \\ \varphi'_{z1} \end{Bmatrix}$ و $\overline{[\varphi'_2]} = \begin{Bmatrix} \varphi'_{x2} \\ \varphi'_{y2} \\ \varphi'_{z2} \end{Bmatrix}$ به ترتیب مؤلفه‌های میزان دوران گره ابتدایی و انتهایی المان می‌باشند.

همچنین $[k'_e]$ ماتریس سفتی یک المان تیر در فضای سه‌بعدی می‌باشد که رابطه آن عبارتند از [۶۲]:

$$(2) = \begin{bmatrix} k_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12k_{bz} & 0 & 0 & 0 & 6lk_{bz} & 0 & -12k_{bz} & 0 & 0 & 0 & 6lk_{bz} \\ 0 & 0 & 12k_{by} & 0 & -6lk_{by} & 0 & 0 & 0 & -12k_{by} & 0 & -6lk_{by} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6lk_{by} & 0 & 4l^2k_{by} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2l^2k_{by} & 0 \\ 0 & 6lk_{bz} & 0 & 0 & 0 & 4l^2k_{bz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2l^2k_{bz} \\ -k_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12k_{bz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12k_{bz} & 0 & 0 & 0 & -6lk_{bz} \\ 0 & 0 & -12k_{by} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12k_{by} & 0 & 6lk_{by} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6lk_{by} & 0 & 2l^2k_{by} & 0 & 0 & 0 & 6lk_{by} & 0 & 4l^2k_{by} & 0 \\ 0 & 6lk_{bz} & 0 & 0 & 0 & 2l^2k_{bz} & 0 & -6lk_{bz} & 0 & 0 & 0 & 4l^2k_{bz} \end{bmatrix}$$

در ماتریس (۲) پارامترهای k_a ، k_θ ، k_{by} و k_{bz} به ترتیب سفتی محوری، سفتی پیچشی، سفتی خمشی حول محور y و سفتی خمشی حول محور z می‌باشند که از روابط زیر برای هر شکل سطح مقطع به دست می‌آیند:

$$k_a = \frac{EA}{l} \quad (۳)$$

$$k_\theta = \frac{GJ}{l} \quad (۴)$$

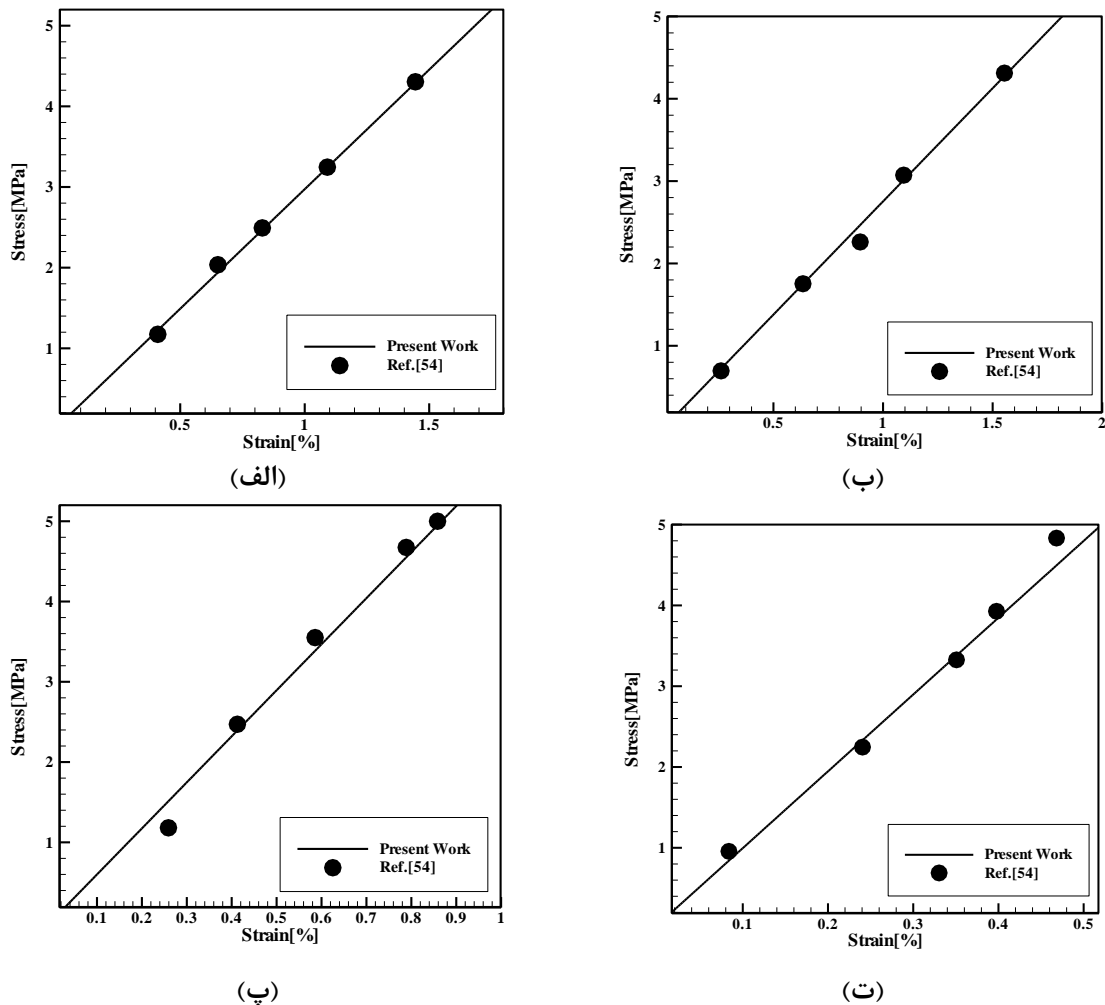
$$k_{by} = \frac{EI_y}{l^3} \quad (۵)$$

$$k_{bz} = \frac{EI_z}{l^3} \quad (۶)$$

با سرهم کردن المان‌های تیر، سازه کلی مورد بررسی ساخته می‌شود. بنابراین برای یافتن ماتریس سفتی کلی سازه مشبک نیز بایستی از رابطه (۲) کمک گرفته و ماتریس سفتی کلی سازه محاسبه شود که این کار با کدنویسی در نرم افزار MATLAB انجام شده است. با یافتن ماتریس سفتی کلی سازه و اعمال بار خمشی مشخص شده در شکل (۳) و با استفاده از رابطه (۱) مؤلفه‌های نیرو و گشتاور و همچنین جابجایی طولی و زاویه‌ای هر المان محاسبه شده و پس از سرهم کردن همه المان‌ها و تشکیل سازه کلی، جابجایی کلی سازه به ازای اعمال بارهای خمشی متفاوت تعیین شده است. با داشتن مقادیر مخلف نیروی خمشی و جابجایی ناشی از آن، در بخش ارائه نتایج، نمودارهای نیرو-جابجایی به ازای توپولوژی‌های مختلف (FCC, BCCZ, BCC, FCCZ و Cubic) و دو شکل سطح مقطع strut مستطیلی و I شکل رسم شده و جهت مقایسه همه ساختارهای مورد بررسی با هم نسبت سفتی خمشی به وزن آن‌ها محاسبه شده است. در نهایت با چرخش هر کدام از المان‌های تیر حول محوره‌های اصلی خود، به اندازه زاویه‌ای بهینه، می‌توان نسبت سفتی خمشی به وزن سازه را افزایش داد. (جهت اطلاعات بیشتر در مورد روند انجام این کارها به مرجع [۵۴] مراجعه شود). در ادامه پیش از ارائه و تحلیل نتایج عددی، به اعتبارسنجی این نتایج پرداخته شده است.

۴- اعتبارسنجی

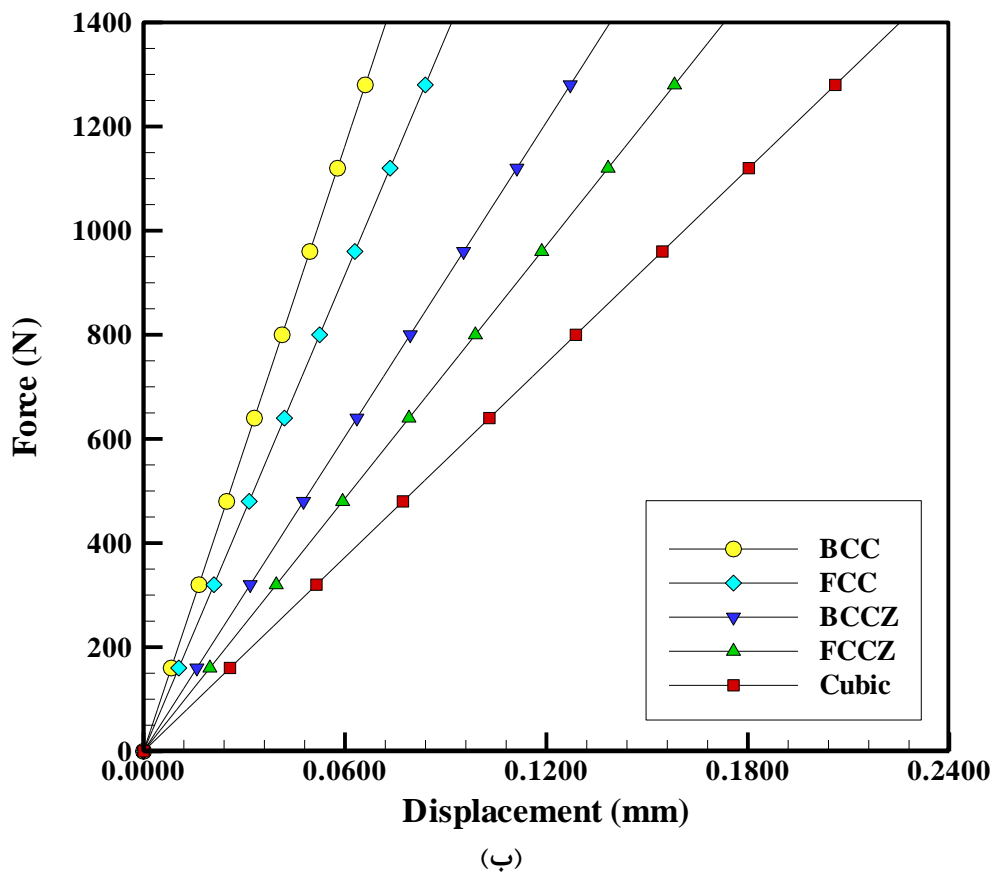
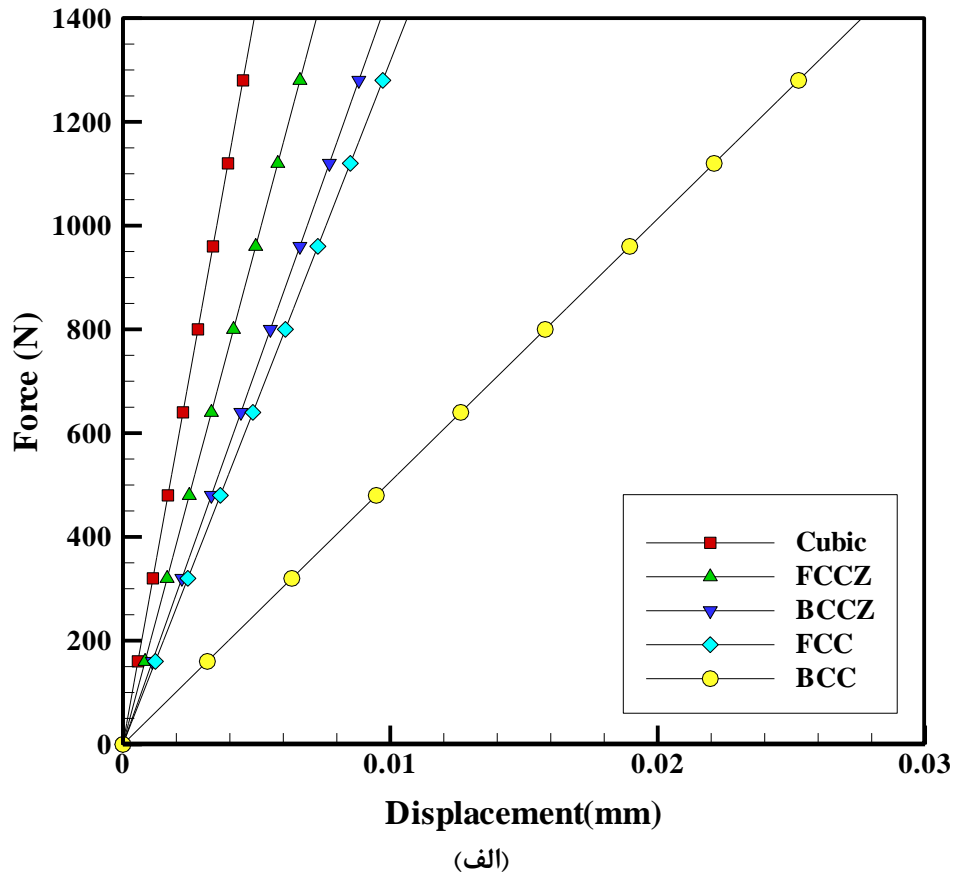
برای تأیید صحت نتایج حاصل از حل حاضر، مقایسه‌ای بین این نتایج و نتایج تجربی مرجع [54] انجام شده است. این مقایسه برای سازه‌های مشبک متشکل از سلول‌های واحد BCC، BCCZ، FCC و FCCZ با شکل سطح مقطع strut دایره‌ای با قطر 0.9 میلی‌متر، ساخته شده از Inconel 625 با خواص مکانیکی $E = 205.8(GPa)$ ، $\nu = 0.28$ و $\rho = 8.44 (g/cm^3)$ و در حالت بار فشاری انجام شده است. همانطور که در نمودارهای شکل (۴) دیده می‌شود، نتایج کار حاضر با مرجع [۵۴] مطابقت بسیار خوبی دارد و خطایی کمتر از ۱ درصد دارد.



شکل ۴- مقایسه بخش الاستیک نمودار تنش - کرنش حاصل از پژوهش حاضر با [۵۴] Ref برای انواع ساختارهای مشبک سلولی ساخته شده از آلیاژ Inconel 625 برای ساختارهای: (الف) BCC، (ب) BCCZ، (پ) FCC، (ت) FCCZ.

۵- ارائه و تحلیل نتایج

در این بخش، به ارائه نتایج عددی حاصل از حل مذکور در قالب یک سری نمودار و جدول پرداخته شده است. در ابتدا نمودار نیرو-جابجایی، برای سازه‌های ساخته شده از سلول‌های واحد BCC، BCCZ، FCC، FCCZ و Cubic، با سطح مقطع I strut شکل رسم شده است (شکل ۵-الف). در کنار این نمودار، نمودار نیرو-جابجایی مربوط به سازه‌های مذکور، تحت بارگذاری فشاری، برای مقایسه با بارگذاری جانبی آمده است (شکل ۵-ب). در مورد بارگذاری فشاری، از شکل (۵-الف) می‌توان مشاهده کرد که نمودار نیرو-جابجایی مربوط به سازه متشکل از سلول‌های واحد Cubic، FCCZ و BCCZ به ترتیب دارای شیب بیشتری هستند و در نتیجه، سفتی آن‌ها بیشتر است. این نتیجه نشان دهنده اهمیت وجود Strut‌هایی در جهت محور Z در افزایش سفتی و مقاومت سازه در برابر بار فشاری است؛ در حالیکه در مورد بارگذاری خمشی، از شکل (۵-ب) می‌توان دریافت که نمودار نیرو-جابجایی ساختارهای ساخته شده از سلول‌های واحد با Strut‌های مورب (BCC و FCC)، شیب بیشتری دارند و در نتیجه سفتی آن‌ها بیشتر از ساختارهای ساخته شده از سلول‌های واحد Cubic، FCCZ و BCCZ است. بنابراین می‌توان گفت وجود پایه‌های مایل در سازه‌های مشبک نقش به‌سزایی در تحمل بارهای خمشی و اریب دارند، در حالیکه وجود پایه‌های مورب در جهت محور Z همان نقش بسیار مهم را در تحمل بارهای محوری ایفا می‌کنند.



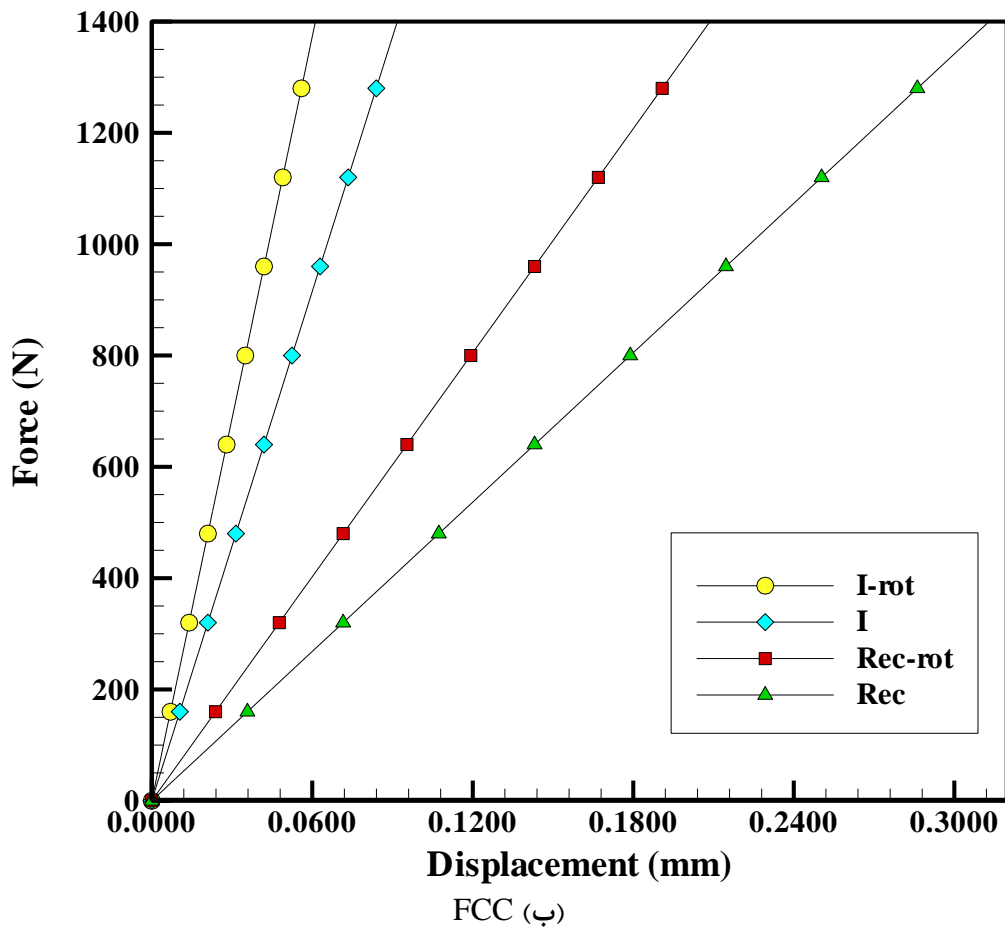
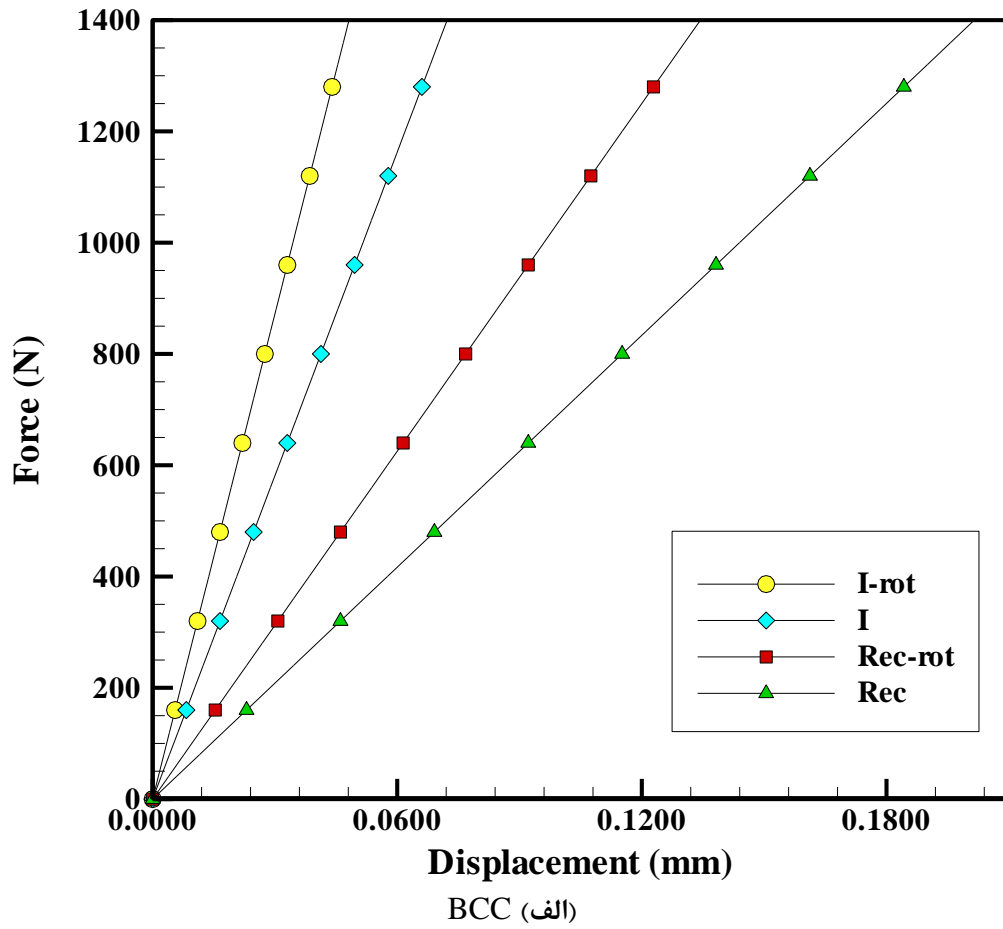
شکل ۵- نمودار تنش-کرنش یک ساختار مشبک متشکل از سلول‌های واحد BCC, BCCZ, FCC, FCCZ و Cubic با سطح مقطع I Strut شکل تحت (الف) بارگذاری فشاری و (ب) بارگذاری خمشی

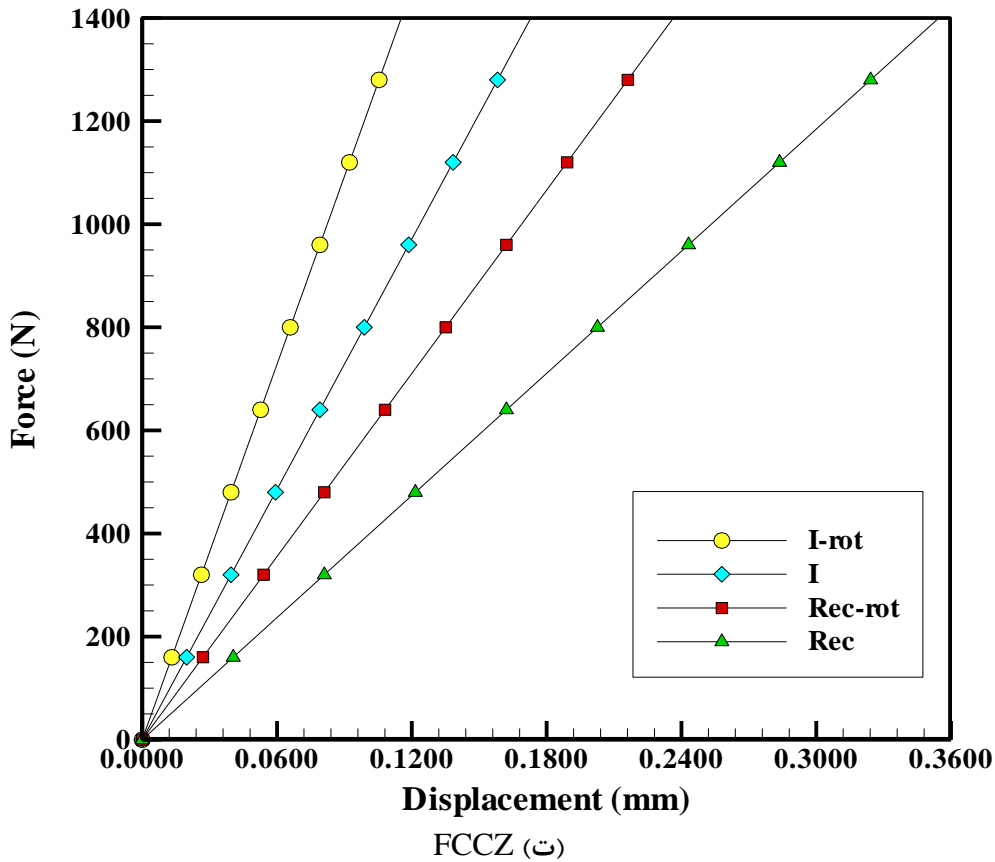
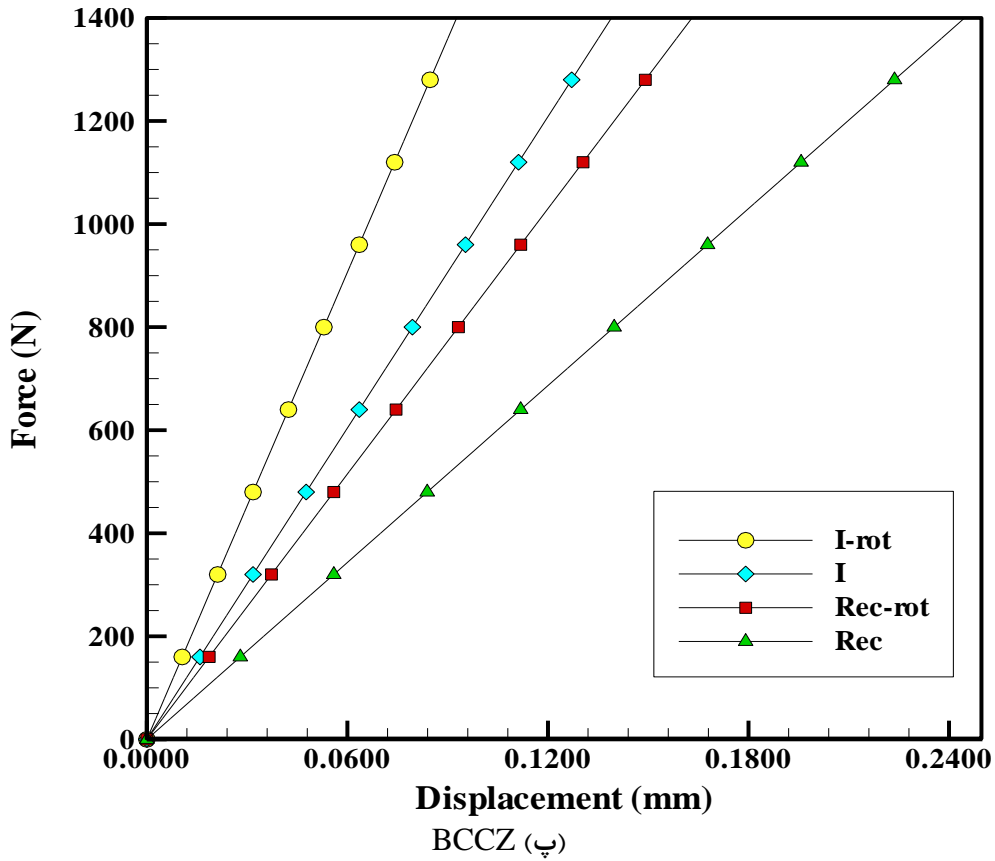
۶- افزایش نسبت سفتی خمشی به وزن سازه

در مورد سازه‌های تحت بارگذاری خمشی نیز به طریق روشی که در مرجع [۵۴] توضیح داده شده، می‌توان با چرخش strutهای سازنده ساختار مشبک حول محور عمود بر صفحه سطح مقطع آن strutها نسبت سفتی به وزن کل سازه را افزایش داد. شکل (۶) منحنی نیرو-جابجایی سازه‌های مشبک مورد مطالعه را به ازای اشکال سطح مقطع I strut شکل و مستطیلی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که این افزایش نسبت سفتی به وزن فقط در مورد اشکال سطح مقطع strut که دارای ممان اینرسی‌های متفاوتی حول محورهای y و z هستند، اتفاق می‌افتد. همانطور که در منحنی‌های موجود در این شکل دیده می‌شود، با چرخش سطح مقطع strutهای سازنده ساختارهای مشبک، برای هر ۴ توپولوژی مورد بررسی (FCC, BCC, FCCZ, BCCZ)، افزایش سفتی خمشی کل سازه را خواهیم داشت. همچنین در شکل (۷) به ازای اشکال سطح مقطع I strut شکل و مستطیلی می‌توان سفتی سازه‌های مشبک مورد مطالعه را که همان شیب نمودار نیرو-جابجایی می‌باشد با هم مقایسه نمود. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، به ازای هر دو شکل سطح مقطع مذکور، سازه‌های فاقد strutهای راستای z (به ترتیب BCC و FCC) دارای سفتی بیشتری نسبت به سازه‌های دارای strutهای راستای z (به ترتیب BCCZ و FCCZ) می‌باشند. این موضوع دقیقاً برعکس سازه‌های تحت بارگذاری محوری می‌باشد. در چنین نوع بارگذاری، سازه‌های دارای strutهای راستای z (BCCZ و FCCZ) دارای سفتی بیشتری بودند. این مقایسه بین سازه‌های تحت بارگذاری محوری و سازه‌های تحت بارگذاری خمشی نشان می‌دهد که سازه‌هایی که دارای strutهای راستای z هستند در برابر بارگذاری‌های محوری مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند؛ در حالیکه سازه‌هایی که کلاً از strutهای مورب تشکیل شده و فاقد strutهای راستای z هستند در برابر بارگذاری‌های خمشی مقاومت بیشتری نشان می‌دهند.

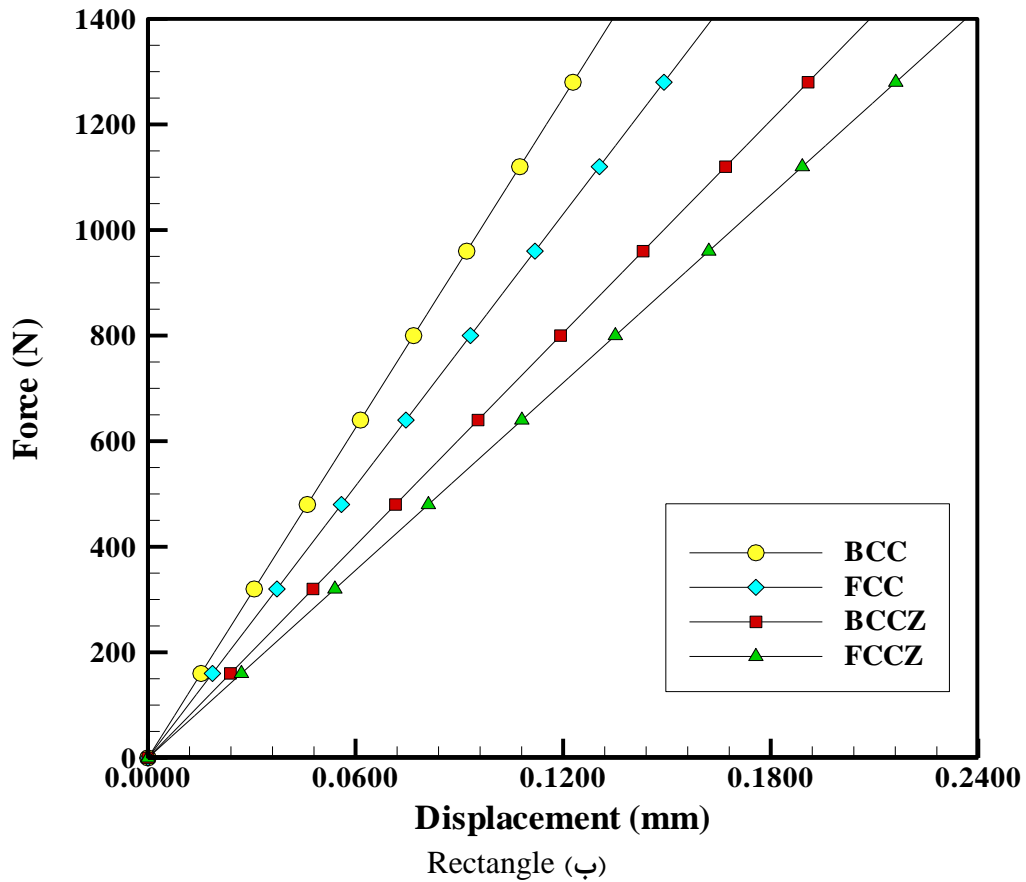
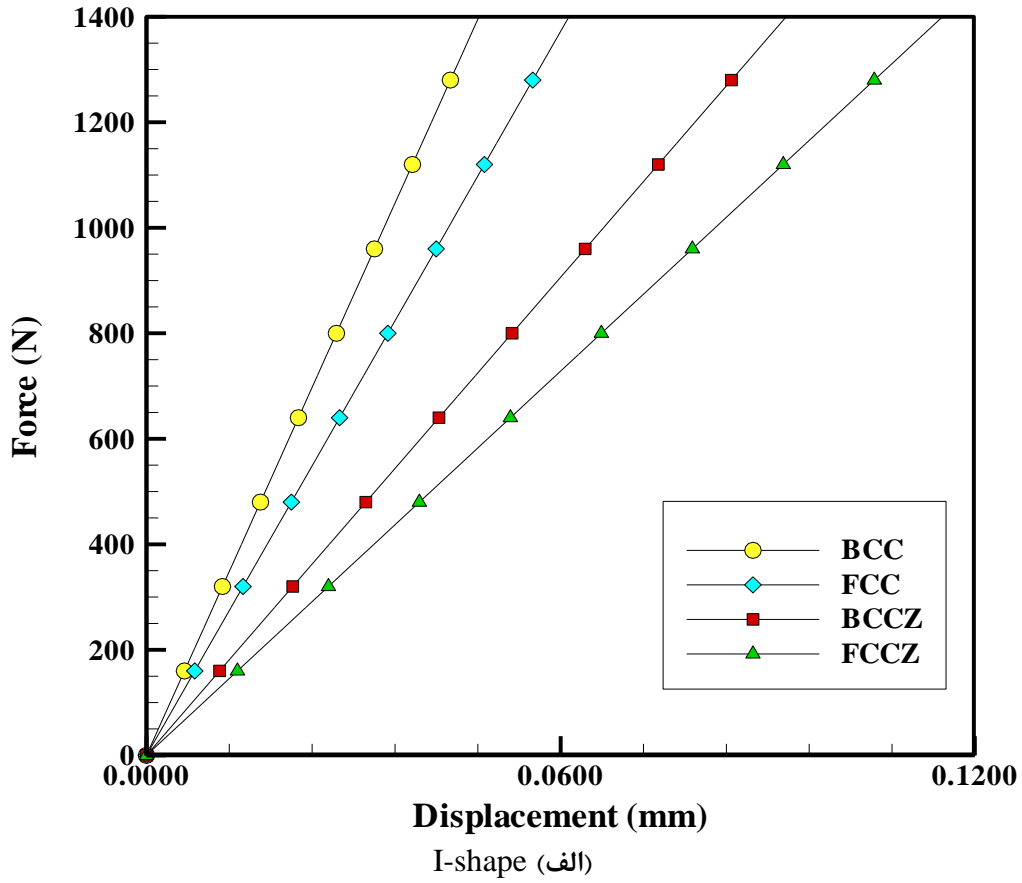
همچنین در شکل (۷) به ازای اشکال سطح مقطع I strut شکل و مستطیلی می‌توان سفتی سازه‌های مشبک مورد مطالعه را که همان شیب نمودار نیرو-جابجایی می‌باشد با هم مقایسه نمود. همانطور که در نمودارهای این شکل ملاحظه می‌شود، به ازای هر دو شکل سطح مقطع مذکور، سازه‌های فاقد strutهای راستای z (به ترتیب BCC و FCC) دارای سفتی بیشتری نسبت به سازه‌های دارای strutهای راستای z (به ترتیب BCCZ و FCCZ) می‌باشند. این موضوع دقیقاً برعکس سازه‌های تحت بارگذاری محوری می‌باشد. در چنین نوع بارگذاری، سازه‌های دارای strutهای راستای z (BCCZ و FCCZ) دارای سفتی بیشتری بودند. این مقایسه بین سازه‌های تحت بارگذاری محوری و سازه‌های تحت بارگذاری خمشی نشان می‌دهد که سازه‌هایی که دارای strutهای راستای z هستند، در برابر بارگذاری‌های محوری مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند؛ در حالیکه سازه‌هایی که کلاً از strutهای مورب تشکیل شده و فاقد strutهای راستای z هستند، در برابر بارگذاری‌های خمشی مقاومت بیشتری نشان می‌دهند.

با مقایسه شیب خطوط موجود در شکل‌های (۶) و (۷) می‌توان سفتی سازه‌های مورد مطالعه را با هم مقایسه نمود. در یک بررسی دقیق‌تر بهتر است نسبت سفتی به وزن این سازه‌ها را محاسبه و با هم مقایسه نمود. در جدول (۲) این نسبت برای حالات مورد مطالعه محاسبه شده‌اند. با مقایسه مقادیر نسبت سفتی به وزن محاسبه شده (K_{eq}/w)، ملاحظه می‌شود که تقریباً ترتیب این مقادیر با ترتیب مقادیر سفتی (K_{eq}) یکسان است. اما مثلاً در مقایسه ساختار FCCZ با سطح مقطع I strut شکل با ساختار BCC با سطح مقطع strut مستطیل شکل، هرچند سفتی ساختار FCCZ مذکور از ساختار BCC مذکور بیشتر است؛ اما نسبت سفتی به وزن ساختار BCC از ساختار FCCZ بیشتر است. این نشان می‌دهد که در مواردی پارامتر وزن سازه در مقایسه میزان مقاومت سازه در برابر یک بارگذاری یکسان، نقش تعیین‌کننده‌ای دارد.





شکل ۶- نمودار نیرو-جابجایی ساختارهای مشبک تحت بارگذاری خمشی متشکل از سلول‌های واحد؛ (الف) BCC، (ب) FCC، (پ) BCCZ و (ت) FCCZ به ازای اشکال سطح مقطع I strut و مستطیلی قبل از چرخش (I و Rec) و بعد از چرخش (I-rot و Rec-rot)

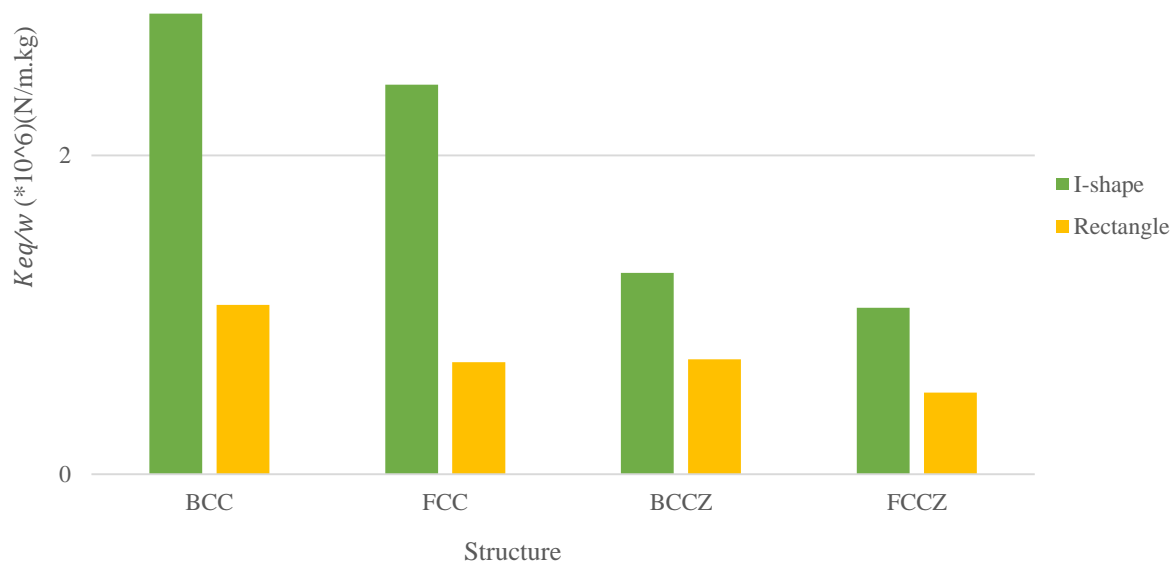


شکل ۷ - نمودار نیرو-جابجایی ساختارهای مشبک تحت بارگذاری خمشی متشکل از سلول‌های واحد FCC, BCC. FCCZ و BCCZ برای اشکال سطح مقطع strut I (الف) و شکل (ب) مستطیلی

جدول ۲- مقادیر سفتی و نسبت سفتی به وزن سازه‌های مشبک مورد بررسی به ازای اشکال مختلف سطح مقطع strut

توپولوژی	شکل سطح مقطع	$K_{eq}(\text{kN/mm})(* 10^4)$	w (g)	K_{eq}/w (kN/mm.g) (* 10^6)
FCCZ	شکل I	1.2111	0.0116	1.044
	مستطیل	0.5943		0.5123
BCCZ	شکل I	1.4892	0.0118	1.2620
	مستطیل	0.8493		0.7198
FCC	شکل I	2.3453	0.0096	2.443
	مستطیل	0.6743		0.7024
BCC	شکل I	2.8323	0.0098	2.8901
	مستطیل	1.0411		1.0623

4

شکل ۸- نمودار میله‌ای نسبت سفتی به وزن (K_{eq}/w) سازه‌های تحت بارگذاری خمشی مورد مطالعه به ازای سلول‌های واحد و اشکال سطح مقطع strut مختلف

در ادامه جهت مقایسه آسان‌تر مقادیر نسبت سفتی به وزن سازه‌های مشبک مورد بررسی که در جدول (۲) آمده‌اند، نمودار میله‌ای مربوط به پارامتر مذکور رسم شده است (شکل (۸)). در جدول (۳) درصد افزایش نسبت سفتی به وزن سازه‌ها به ازای توپولوژی‌های مختلف برای سطح مقطع I strut شکل قابل مقایسه است.

جدول ۳- مقایسه میزان افزایش سفتی معادل در ۴ ساختار BCC, BCCZ, FCC و FCCZ با سطح مقطع I strut - شکل در اثر چرخش هر strut موجود در ساختار مشبک کلی و قرارگیری در بهینه‌ترین زاویه ممکن برای شرایط اعمال بار خمشی به کل سازه

ساختار	سفتی معادل ساختار مشبک پیش از چرخش strutها (GPa)	سفتی معادل ساختار مشبک پس از چرخش strutها (GPa)	درصد افزایش (%)
BCC	2.8323	7.9021	179%
BCCZ	1.4892	2.621	76%
FCC	2.3453	7.9975	241%
FCCZ	1.2111	2.4828	105%

همانطور که اعداد این جدول نشان می‌دهد، درصد افزایش نسبت سفتی به وزن سازه‌های فاقد strutهای راستای z (FCC و BCC) بیشتر از سازه‌های دارای strutهای راستای z (FCCZ و BCCZ) می‌باشند. دلیل این موضوع، غلبه بارهای خمشی در سازه‌های فاقد strutهای راستای z می‌باشد و در این نوع سازه‌ها است که چرخش strutهای تشکیل دهنده سازه نقش پررنگ‌تری در افزایش نسبت سفتی به وزن آن نسبت به سازه‌های شامل strutهای راستای z دارند.

۷- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، رفتار خمشی سازه‌های مشبک، متشکل از واحدهای سلولی BCC, BCCZ, FCC, FCCZ و Cubic، که از مرسوم‌ترین واحدهای سلولی سازنده سازه‌های SLM هستند، با اشکال سطح مقطع strut مستطیل و I شکل مورد تحلیل و بررسی قرار گرفتند. جهت انجام این تحلیل از حل FEM و بر اساس مدل المان تیر بهره گرفته شد. در این روش حل، با در نظر گرفتن هر strut به‌عنوان یک المان تیر اوپلر-برنولی، ماتریس سفتی آن strut بر اساس مکان هندسی ابتدایی و انتهایی و جهت‌گیری آن و همچنین مشخصات هندسی و مکانیکی آن فرموله و محاسبه شد. در ادامه با سرهم بندی کردن ماتریس سفتی strutها ماتریس سفتی واحدهای سلولی و به‌تبع آن ماتریس سفتی سازه مکعبی کل محاسبه گردید. به‌منظور مطالعه اثر نوع ساختار بر روی رفتار خمشی سازه، انواع ساختارهای منظم مانند BCC, BCCZ, FCC, FCCZ و Cubic بررسی شدند و همچنین برای مطالعه اثر شکل هندسی سطح مقطع هر strut بر روی رفتار خمشی هر یک از ساختارهای نام برده شده، strutها با مقاطع طولی مستطیل و I شکل مورد بررسی قرار گرفتند. در نهایت با انجام چرخش هر strut در صفحه سطح مقطع خود به اندازه زاویه‌ای که محور اصلی با ممان اینرسی بزرگتر در صفحه سطح مقطع همان strut در راستای کوپل خمشی برآیند آن سطح مقطع قرار دهد، میزان نسبت سفتی خمشی به وزن بالاتری در مورد سازه‌های مورد بررسی به‌دست آمد. نتایج تحلیل در این مقاله، در قالب نمودارهای نیرو-جابجایی و همچنین محاسبه پارامتر نسبت سفتی خمشی به وزن برای یک سازه مکعبی مشبک تحت بارگذاری خمشی ارائه شد. نتایج تحلیل نشان دادند که:

- ۱- مناسب‌ترین ساختار مشبک سلولی، به لحاظ دارا بودن بالاترین نسبت سفتی خمشی به وزن و نیز کمترین تغییر شکل در بهینه‌ترین زاویه قرارگیری strutها در بارگذاری یکسان خمشی، ساختار BCC با سطح مقطع I شکل می‌باشد.
- ۲- برای همه ساختارها، سطح مقطع strut با هندسه I شکل دارای نسبت سفتی خمشی به وزن بیشتری نسبت به سطح مقطع مستطیلی در برابر بارگذاری خمشی اعمالی به کل سازه است.
- ۳- با مقایسه میان تمامی ساختارها، ساختارهای BCC و FCC در مقایسه با ساختارهای FCCZ و BCCZ، دارای مقدار نسبت سفتی خمشی به وزن بالاتری می‌باشند؛ چرا که در حالتی که strutهای راستای Z در ساختار مشبک کلی وجود نداشته باشند، بار غالب قابل تحمل توسط سازه بار خمشی خواهد بود و مقاومت کلی سازه در برابر بارگذاری خمشی افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان گفت که اثر حذف strutهای راستای Z در افزایش مقاومت خمشی کلی سازه از اثر تغییر ساختار از BCC به FCC بیشتر است.
- ۴- در همه ساختارهایی که از strutهایی ساخته شده باشند که دارای ممان اینرسی‌های متفاوتی حول محورهای اصلی در صفحه سطح مقطع خود می‌باشند (مانند I شکل و مستطیلی) چرخش strutها حول محور عمود بر سطح مقطعشان به اندازه زاویه‌ای که محور اصلی با ممان اینرسی بزرگتر را در راستای گشتاور خمشی برآیند قرار دهد، سبب افزایش در سفتی خمشی کل سازه خواهد شد. این افزایش میزان سفتی خمشی در سازه‌های فاقد strutهای Z (BCC و FCC) به واسطه غلبه اثر بار خمشی نسبت به بار فشاری بر تغییر شکل سازه، بسیار چشمگیرتر است.
- ۵- عموماً سازه‌های مشبک ممکن است تحت بارهای محوری، مایل و خمشی قرار گیرند. سازه‌های مشبک متشکل از سلول‌های واحد با پایه‌های مورب، عملکرد بهتری برای تحمل بارهای مایل و خمشی دارند.

مراجع

- [1] A. Standard, "Standard Terminology for Additive Manufacturing Technologies," *ASTM International F2792-12a*, Vol. 46, pp. 10918-10928, 2012, <https://doi.org/10.1520/F2792-12>.
- [2] Y. Zhai, D. A. Lados, and J. L. LaGoy, "Additive Manufacturing: Making Imagination the Major Limitation," *Jom*, Vol. 66, No. 5, pp. 808-816, 2014, <https://doi.org/10.1007/s11837-014-0886-2>.
- [3] I. Gibson, D. Rosen, B. Stucker, and M. Khorasani, "Additive Manufacturing Technologies," Springer Cham, Springer Nature Switzerland AG, Edition Number: 3, pp. 1-20, 2021, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-56127-7>.
- [4] G. Liu, X. Zhang, X. Chen, Y. He, L. Cheng, M. Huo, J. Yin, F. Hao, S. Chen, P. Wang, S. Yi, L. Wan, Z. Mao, Z. Chen, X. Wang, Z. Cao, and J. Lu, "Additive Manufacturing of Structural Materials," *Materials Science and Engineering: R: Reports*, Vol. 145, pp. 100596, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.mser.2020.100596>.
- [5] C. B. Williams, J. K. Cochran, and D. W. Rosen, "Additive Manufacturing of Metallic Cellular Materials via Three-dimensional Printing," *The International Journal of Advanced*

Manufacturing Technology, Vol. 53, No. 1, pp. 231-239, 2011, <https://doi.org/10.1007/s00170-010-2812-2>.

[6] P. Köhnen, C. Haase, J. Bültmann, S. Ziegler, J. H. Schleifenbaum, and W. Bleck, "Mechanical Properties and Deformation Behavior of Additively Manufactured Lattice Structures of Stainless Steel," *Materials & Design*, Vol. 145, pp. 205-217, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.02.062>.

[7] S. Babaei, J. Shim, J. C. Weaver, E. R. Chen, N. Patel, and K. Bertoldi, "3D Soft Metamaterials with Negative Poisson's Ratio," *Advanced Materials*, Vol. 25, No. 36, pp. 5044-5049, 2013, <https://doi.org/10.1002/adma.201301986>.

[8] E. B. Duoss, T. H. Weisgraber, K. Hearon, C. Zhu, W. S. IV, T. R. Metz, J. J. Vericella, H. D. Barth, J. D. Kuntz, R. S. Maxwell, C. M. Spadaccini, and T. S. Wilson, "Three-dimensional Printing of Elastomeric, Cellular Architectures with Negative Stiffness," *Advanced Functional Materials*, Vol. 24, No. 31, pp. 4905-4913, 2014, <https://doi.org/10.1002/adfm.201400451>.

[9] J. N. Grima, D. Attard, R. Caruana-Gauci, and R. Gatt, "Negative Linear Compressibility of Hexagonal Honeycombs and Related Systems," *Scripta Materialia*, Vol. 65, No. 7, pp. 565-568, 2011, <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2011.06.011>.

[10] Q. Wang, J. A. Jackson, Q. Ge, J. B. Hopkins, C. M. Spadaccini, and N. X. Fang, "Lightweight Mechanical Metamaterials with Tunable Negative Thermal Expansion," *Physical Review Letters*, Vol. 117, No. 17, pp. 175901, 2016, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.175901>.

[11] X. Zheng, H. Lee, T. H. Weisgraber, M. Shusteff, J. DeOtte, E. B. Duoss, J. D. Kuntz, M. M. Biener, Q. GE, J. A. Jackson, S. O. Kucheyev, N. X. Fang, and C. M. Spadaccini, "Ultralight, Ultrastiff Mechanical Metamaterials," *Science*, Vol. 344, No. 6190, pp. 1373-1377, 2014, <https://doi.org/10.1126/science.1252291>.

[12] M. F. Ashby, A. Evans, N. A. Fleck, L. J. Gibson, J. W. Hutchinson, H. N. G. Wadley, and F. Delale, "Metal Foams: A Design Guide," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, No. 6, pp. B105-B106, 2001, <https://doi.org/10.1115/1.1421119>.

[13] M. F. Ashby, and L. J. Gibson, "*Cellular Solids: Structure and Properties*," 2nd Edition, Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge (Cambridge University Press), UK, pp. 175-231, 1997, <https://doi.org/10.1017/CBO9781139878326>.

[14] Z. Xiao, Y. Yang, R. Xiao, Y. Bai, C. Song, and D. Wang, "Evaluation of Topology-optimized Lattice Structures Manufactured via Selective Laser Melting," *Materials & Design*, Vol. 143, pp. 27-37, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.01.023>.

[15] A. Yáñez, A. Cuadrado, O. Martel, H. Afonso, and D. Monopoli, "Gyroid Porous Titanium Structures: A Versatile Solution to be Used as Scaffolds in Bone Defect Reconstruction," *Materials & Design*, Vol. 140, pp. 21-29, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.11.050>.

[16] C. Chu, G. Graf, and D. W. Rosen, "Design for Additive Manufacturing of Cellular

Structures," *Computer-Aided Design and Applications*, Vol. 5, No. 5, pp. 686-696, 2008. <https://doi.org/10.3722/cadaps.2008.686-696>.

[17] I. Astm, "ASTM52900-15 Standard Terminology for Additive Manufacturing—General Principles—Terminology," ASTM International, West Conshohocken, PA, Vol. 3, No. 4, pp. 5, 2015, <https://www.iso.org/standard/69669.html>.

[18] M. J. Leary, M. Mazur, R. Lumley, and A. Subic, "An Integrated Case Study of Material Selection, Testing and Optimization," in *DS 58-7: Proceedings of ICED 09, the 17th International Conference on Engineering Design*, Vol. 7, Design for X/Design to X, Palo Alto, CA, USA, 24.-27.08, 2009, pp. 345-356, <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84859226935&partnerID=40&md5=4daf1b1a43c880df4750f4cfb11e90f6>.

[19] S. Huang, M. Leary, T. Ataalla, K. Probst, and A. Subic, "Optimisation of Ni–Ti Shape Memory Alloy Response Time by Transient Heat Transfer Analysis," *Materials & Design*, Vol. 35, pp. 655-663, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.043>.

[20] M. Leary, M. Babae, M. Brandt, and A. Subic, "Feasible Build Orientations for Self-supporting Fused Deposition Manufacture: A Novel Approach to Space-filling Tesselated Geometries," *Advanced Materials Research*, Vol. 633, pp. 148-168, 2013, <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.633.148>.

[21] M. J. Leary, D. Shidid, M. Mazur, M. Brandt, and A. Subic, "Topographic Optimization with Variable Boundary Conditions: Enabling Optimal Design of Interacting Components," in *DS 75-9: Proceedings of the 19th International Conference on Engineering Design (ICED13), Design for Harmonies*, Vol. 9: Design Methods and Tools, Seoul, Korea, 19-22.08.2013, pp. 023-030, <https://www.designsociety.org/publication/34639/Topographic+optimization+with+variable+boundary+conditions%3A+Enabling+optimal+design+of+interacting+components>.

[22] B. Vrancken, L. Thijs, J.-P. Kruth, and J. Van Humbeeck, "Heat Treatment of Ti6Al4V Produced by Selective Laser Melting: Microstructure and Mechanical Properties," *Journal of alloys and Compounds*, Vol. 541, pp. 177-185, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2012.07.022>.

[23] H. Gong, K. Rafi, H. Gu, T. Starr, and B. Stucker, "Analysis of Defect Generation in Ti–6Al–4V Parts Made using Powder Bed Fusion Additive Manufacturing Processes," *Additive Manufacturing*, Vol. 1, pp. 87-98, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.addma.2014.08.002>.

[24] M. Simonelli, Y. Y. Tse, and C. Tuck, "Further Understanding on Ti-6Al-4V Selective Laser Melting using Texture Analysis," *International Solid Freeform Fabrication Symposium*, University of Texas at Austin, pp. 480-491, 2012, <https://hdl.handle.net/2152/88430>.

[25] M. Smith, Z.-w. Guan, and W. Cantwell, "Finite Element Modelling of the Compressive Response of Lattice Structures Manufactured using the Selective Laser Melting Technique," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 67, pp. 28-41, 2013, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.12.004>.

[26] C. Yan, L. Hao, A. Hussein, S. L. Bubb, P. Young, and D. Raymont, "Evaluation of Light-

weight AlSi10Mg Periodic Cellular Lattice Structures Fabricated via Direct Metal Laser Sintering," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 214, No. 4, pp. 856-864, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2013.12.004>.

[27] W. E. King, A. T. Anderson, R. M. Ferencz, N. E. Hodge, C. Kamath, S. A. Khairallah, and A. M. Rubenchik, "Laser Powder Bed Fusion Additive Manufacturing of Metals; Physics, Computational, and Materials Challenges," *Applied Physics Reviews*, Vol. 2, No. 4, 2015, <https://doi.org/10.1063/1.4937809>.

[28] K. I. Kourousis, D. J. Agius, C. H. Wang, and A. Subic, "Constitutive Modeling of Additive Manufactured Ti-6Al-4V Cyclic Elastoplastic Behaviour," *Special Issue for the 4th International Conference on Material Modeling (ICMM4)*, Vol. 36, No. 1-2 (2016), <https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2017-010>.

[29] O. Rehme, and C. Emmelmann, "Rapid Manufacturing of Lattice Structures with Selective Laser Melting," in *Laser-based Micropackaging*, Vol. 6107 SPIE, pp. 192-203, 2006, <https://doi.org/10.1117/12.645848>.

[30] M. McMillan, M. Leary, and M. Brandt, "Computationally Efficient Finite Difference Method for Metal Additive Manufacturing: A Reduced-order DFAM Tool Applied to SLM," *Materials & Design*, Vol. 132, pp. 226-243, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.06.058>.

[31] J. P. Kruth, P. Mercelis, J. Van Vaerenbergh, and T. Craeghs, "Feedback Control of Selective Laser Melting," in *Virtual and Rapid Manufacturing: CRC Press*, 1st Edition, pp. 521-528, 2007, <https://doi.org/10.4324/9780203931875>.

[32] S. W. Lee, J. Lee, N. Jo, and Y. S. Kim, "Design Activity and Team Interaction Characteristics: A Case Study of Protocol Analysis on Team-based Product-service Systems Design Processes," in *DS 75-4: Proceedings of the 19th International Conference on Engineering Design (ICED13), Design for Harmonies*, Vol. 4: Product, Service and Systems Design, Seoul, Korea, 19-22.08., pp. 349-358, 2013, <https://www.designsociety.org/publication/34965/Design+activity+and+team+interaction+characteristics%3A+A+case+study+of+protocol+analysis+on+team-based+product-service+systems+design+processes>.

[33] T. Craeghs, S. Clijsters, J.-P. Kruth, F. Bechmann, and M.-C. Ebert, "Detection of Process Failures in Layerwise Laser Melting with Optical Process Monitoring," *Physics Procedia*, Vol. 39, pp. 753-759, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.10.097>.

[34] M. R. Alkahari, T. Furumoto, T. Ueda, A. Hosokawa, R. Tanaka, and M. S. Abdul Aziz, "Thermal Conductivity of Metal Powder and Consolidated Material Fabricated via Selective Laser Melting," *Key Engineering Materials*, Vol. 523, pp. 244-249, 2012, <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.523-524.244>.

[35] A. Gusarov, T. Laoui, L. Froyen, and V. Titov, "Contact Thermal Conductivity of a Powder Bed in Selective Laser Sintering," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 6, pp. 1103-1109, 2003, [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00370-8](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00370-8).

- [36] X. Zhang, M. Leary, H. Tang, T. Song, and M. Qian, "Selective Electron Beam Manufactured Ti-6Al-4V Lattice Structures for Orthopedic Implant Applications: Current Status and Outstanding Challenges," *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, Vol. 22, No. 3, pp. 75-99, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.cossms.2018.05.002>.
- [37] T. Maconachie, M. Leary, B. Lozanovski, X. Zhang, M. Qian, O. Faruque, and M. Brandt, "SLM Lattice Structures: Properties, Performance, Applications and Challenges," *Materials & Design*, Vol. 183, pp. 108137, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108137>.
- [38] M. Janghorban, "Nanocomposites with Cylindrical/Rectangular/Spherical/Ellipsoidal Reinforcements: Generalized Continuum Mechanics," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 203, pp. 104125, 2024/10/01/ 2024, <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2024.104125>.
- [39] M. Janghorban, and T. Rabczuk, "Study of Nanotube Waviness Influence on the Behaviors of Spherical Nanocomposites," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 199, pp. 104059, 2024/06/01/ 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2024.104059>.
- [40] M. Janghorban, and A. Tounsi, "Two Models for Wave Propagation in Polymer/Halloysite Nanotube Nanocomposites: Network Phenomena/Generalized Continuum Mechanics," *Waves in Random and Complex Media*, pp. 1-32, <https://doi.org/10.1080/17455030.2024.2396335>.
- [41] K. Taheri, A. Afsari, M. Janghorban, and F. Heidari "The Role of Defected/Wavy/Aggregated CNTs on The Wave Propagation in Size-dependent Nanocomposite Beams," *Waves in Random and Complex Media*, pp. 1-19, <https://doi.org/10.1080/17455030.2022.2120216>.
- [42] M. Sheybani, M. Janghorban, F. Heidari, and K. Taheri, "Dynamics of Nanocomposite Plates," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 43, No. 7, pp. 335, 2021/06/09 2021, <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03059-5>.
- [43] M. K. Ravari, M. Kadkhodaei, M. Badrossamay, and R. Rezaei, "Numerical Investigation on Mechanical Properties of Cellular Lattice Structures Fabricated by Fused Deposition Modeling," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 88, pp. 154-161, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.08.009>.
- [44] W. Lee, "Cellular Solids, Structure and Properties," *Materials Science and Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 233, 2000, <https://www.proquest.com/openview/e44edff91f06bc85bca43d4a69b34663/1?cbl=38062&loginDisplay=true&pq-origsite=gscholar>.
- [45] L. Liu, P. Kamm, F. García-Moreno, J. Banhart, and D. Pasini, "Elastic and Failure Response of Imperfect Three-dimensional Metallic Lattices: The Role of Geometric Defects Induced by Selective Laser Melting," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 107, pp. 160-184, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2017.07.003>.
- [46] H. Lei, C. Li, J. Meng, H. Zhou, Y. Liu, X. Zhang, P. Wang, and D. Fang, "Evaluation of Compressive Properties of SLM-fabricated Multi-layer Lattice Structures by Experimental Test and μ -CT-based Finite Element Analysis," *Materials & Design*, Vol. 169, pp. 107685, 2019,

<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.107685>.

[47] P. Sharma, and P. M. Pandey, "Morphological and Mechanical Characterization of Topologically Ordered Open Cell Porous Iron Foam Fabricated using 3D Printing and Pressureless Microwave Sintering," *Materials & Design*, Vol. 160, pp. 442-454, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.09.029>.

[48] M. K. Ravari, S. N. Esfahani, M. T. Andani, M. Kadkhodaei, A. Ghaei, H. Karaca and M. Elahinia, "On The Effects of Geometry, Defects, and Material Asymmetry on The Mechanical Response of Shape Memory Alloy Cellular Lattice Structures," *Smart Materials and Structures*, Vol.25, No. 2, pp. 025008, 2016, <https://doi.org/10.1088/0964-1726/25/2/025008>.

[49] S. L. Sing, F. E. Wiria, and W. Y. Yeong, "Selective Laser Melting of Lattice Structures: A Statistical Approach to Manufacturability and Mechanical Behavior," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 49, pp. 170-180, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.06.006>.

[50] G. Wang, L. Huang, Z. Liu, Z. Qin, W. He, F. Liu, C. Chen, and Y. Nie, "Process Optimization and Mechanical Properties of Oxide Dispersion Strengthened Nickel-based Superalloy by Selective Laser Melting," *Materials & Design*, Vol. 188, pp. 108418, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108418>.

[51] L. Bai, J. Zhang, Y. Xiong, X. Chen, Y. Sun, C. Gong, H. Pu, X. Wu, and J. Luo, "Influence of Unit Cell Pose on The Mechanical Properties of Ti6Al4V Lattice Structures Manufactured by Selective Laser Melting," *Additive Manufacturing*, Vol. 34, pp. 101222, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101222>.

[52] J. Karimi, C. Suryanarayana, I. Okulov, and K. Prashanth, "Selective Laser Melting of Ti6Al4V: Effect of Laser Re-melting," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 805, pp. 140558, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.140558>.

[53] X. Hou, Z. Liu, B. Wang, W. Lv, X. Liang, and Y. Hua, "Stress-strain Curves and Modified Material Constitutive Model for Ti-6Al-4V Over The Wide Ranges of Strain Rate and Temperature," *Materials*, Vol. 11, No. 6, pp. 938, 2018, <https://doi.org/10.3390/ma11060938>.

[54] G. Campoli, M. Borleffs, S. A. Yavari, R. Wauthle, H. Weinans, and A. A. Zadpoor, "Mechanical Properties of Open-cell Metallic Biomaterials Manufactured using Additive Manufacturing," *Materials & Design*, Vol. 49, pp. 957-965, 2013, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.01.071>.

[55] K. Kadirgama, W. S. W. Harun, F. Tarlochan, M. Samykano, D. Ramasamy, M. Z. Azir, and H. Mehboob, "Statistical and Optimize of Lattice Structures with Selective Laser Melting (SLM) of Ti6AL4V Material," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 97, pp. 495-510, 2018, <https://doi.org/10.1007/s00170-018-1913-1>.

[56] H. Zhou, M. Zhao, Z. Ma, D. Z. Zhang, and G. Fu, "Sheet and Network Based Functionally Graded Lattice Structures Manufactured by Selective Laser Melting: Design, Mechanical Properties, and Simulation," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 175, pp. 105480, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105480>.

- [57] P. Athanker, and A. K. Singh, "Elastic and Elasto-plastic Analysis of Ti6Al4V Micro-lattice Structures under Compressive Loads," *Mathematics and Mechanics of Solids*, Vol. 26, No. 4, pp. 591-615, 2021, <https://doi.org/10.1177/1081286520959809>.
- [58] M. Kamranfard, H. Darijani, and S. Khademzadeh, "Mechanical Behavior of Ti6Al4V Lattice Structures; Numerical and Experimental Analysis," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 31, No. 4, pp. 735-748, 2024, <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2120651>.
- [59] M. Kamranfard, H. Darijani, H. Rokhgireh, and S. Khademzadeh, "Analysis and Optimization of Strut-based Lattice Structures by Simplified Finite Element Method," *Acta Mechanica*, Vol. 234, No. 4, pp. 1381-1408, 2023, <https://doi.org/10.1007/s00707-022-03443-9>.
- [60] Y. Amani, S. Dancette, P. Delroisse, A. Simar, and E. Maire, "Compression Behavior of Lattice Structures Produced by Selective Laser Melting: X-ray Tomography Based Experimental and Finite Element Approaches," *Acta Materialia*, Vol. 159, pp. 395-407, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2018.08.030>.
- [61] M. F. Ashby, "Materials Selection in Mechanical Design," *Metallurgia Italiana*, Vol. 86, pp. 475-475, 1994, <https://experts.mcmaster.ca/display/journal-metallurgia-italiana>.
- [62] T. R. Chandrupatla, "Introduction to Finite Elements in Engineering," Fourth Edition, Pearson Education Inc, Upper Saddle River, New Jersey, 2012, ISBN-10: 0-13-216274-1, ISBN-13: 978-0-13-216274-6, <0132162741-libre.pdf>.

Investigation of Bending Stiffness in Cellular Lattice Structures Composed of Beam Elements using the Finite Element Method

*Corresponding author: **Mohammad Reza Kamranfard**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Hormozgan,
Bandar Abbas, Iran
m.r.kamranfard@Hormozgan.ac.ir

Abstract

Additive manufacturing (AM) and the creation of cellular lattice structures represent one of the most advanced material production methods, with applications in industries such as medical and aerospace. Among the most widely used cellular lattice structures are those composed of beam elements. These beam elements can be modeled as beams with varying cross-sectional shapes. In this study, the bending stiffness of cellular lattice structures composed of beam elements is investigated for five unit cell topologies: BCC, BCCZ, FCC, FCCZ, and Cubic, each with two beam cross-sectional shapes (rectangular and I-shaped). The analysis is performed using the Finite Element Method (FEM). A comparison of the cross-sectional shapes reveals that, for all five topologies, structures with I-shaped struts exhibit a higher bending stiffness-to-weight ratio compared to those with rectangular struts. Furthermore, through optimization based on a finite element approach, by rotating the beam elements of the entire lattice structure around the axis perpendicular to each beam's cross-section, the bending stiffness-to-weight ratio of the studied lattice structures is improved.

Keywords: Additive manufacturing, Cellular lattice structures, Strut-based structures, Bending stiffness analysis, Finite element method