

حل مسئله سینماتیک معکوس بازوهای بسیار-افزونه با

عملگرهای ناپیوسته به روش جستجوی چند-بسته ای

بازوهای بسیار-افزونه، بازوهایی هستند که درجات آزادی آنها زیاد است و به واسطه این ویژگی میتوانند از موانع عبور کنند و چالاکی بیشتری داشته باشند. در اینجا منظور از این نام، به طور خاص، بازوهایی است که از چیدن چندین بسته بر روی هم به صورت سری و بر روی یک پایه ثابت، ایجاد می شوند. هر بسته خود یک مکانیزم سری یا موازی می باشد. عملگرهای ناپیوسته، عملگرهایی هستند که تنها در چند حالت محدود، قابل تحریک هستند. در کنترل این عملگرها، معمولاً نیازی به بازخورد نمی باشد و این ویژگی سبب سادگی در کنترل، ارزان بودن، دقت بالا و تکرار پذیری زیاد آنها می گردد. تا کنون روش های مختلفی برای حل مسئله سینماتیک معکوس بازوهای بسیار-افزونه با عملگرهای ناپیوسته ارائه شده است. در میان این روش ها، روش جستجوی جفت-جفت از لحاظ سرعت حل و خطا، بهتر عمل می کند. در این مقاله، این روش تعمیم داده می شود؛ به این ترتیب که در هر مرحله از جستجو، به جای اینکه لزوماً از دو بسته استفاده شود، از تعداد دلخواهی از بسته ها استفاده می گردد و تأثیر آن بر سرعت و دقت حل مورد بررسی قرار می گیرد. به این منظور، دو بازو، یکی صفحه ای و یکی فضایی معرفی می شوند و مسائل سینماتیک معکوس برای آنها حل گردیده و نتایج آنها مورد تحلیل و مقایسه قرار می گیرد.

علیرضا مطهری^۱

استادیار

حسن ظهور^۲

استاد

محرم

حبیب‌نژاد کورایم^۳

استاد

واژه‌های راهنما: بازوی بسیار-افزونه، عملگر ناپیوسته، سینماتیک معکوس، جستجوی چند-بسته ای

۱- مقدمه

ربات‌ها بطور معمول دارای عملگرهایی با دامنه تحریک پیوسته^۴ هستند. از این پس به این گونه ربات‌ها به اختصار ربات‌های پیوسته و به عملگرهای آنها، عملگرهای پیوسته گفته خواهد شد. آنچه از این ربات‌ها انتظار می‌رود آن است که یک مسیر را با دقت بالایی طی کنند. این کار مستلزم استفاده از ادوات و برنامه‌های کنترل کننده پیچیده‌ای است که هزینه‌ها را افزایش می‌دهد.

^۱ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه، ساوه، ایران، Alireza.Motahari@iau.ac.ir

^۲ استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، zohoor@sharif.edu

^۳ استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، hkorayem@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۱۴، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۵/۰۲، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۰۷

^۴ Continuous actuation

در برخی از کاربردها مثل برداشتن و گذاشتن اشیاء، مسیر حرکت به دقت بالایی نیاز ندارد، بلکه نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر مهم هستند. برای این موارد برخی از محققان پیشنهاد داده‌اند که به جای عملگرهای پیوسته، از عملگرهای ناپیوسته^۱ استفاده شود. عملگرهای ناپیوسته عملگرهایی هستند که بازه تحریک آن‌ها به چند مقدار، محدود می‌شود. مثلاً یک عملگر پریسماتیک دو حالت^۲ تنها دو حالت کاملاً کشیده و کاملاً جمع شده دارد. عملگرهای ناپیوسته برای کنترل به بازخورد احتیاج ندارند. عدم استفاده از بازخورد^۳، کنترل بسیار ساده، قیمت پایین تجهیزات نرم‌افزاری و سخت‌افزاری کنترل کننده، دقت بالا و تکرار پذیری^۴، همه و همه مزایایی هستند که در مورد عملگرهای ناپیوسته یکی پس از دیگری از این مفهوم نشأت خواهند گرفت [۱،۲].

وقتی تمام عملگرهای یک ربات، ناپیوسته باشند از آن به عنوان ربات با تحریک ناپیوسته^۵ یا ربات ناپیوسته نام برده می‌شود. فضای کاری یک ربات ناپیوسته مجموعه‌ای متناهی از نقاط گسسته می‌باشد، بنابراین نمی‌توان از یک ربات ناپیوسته انتظار داشت مسیری را با دقت بالا طی کند؛ بدین معنی که به ربات ناپیوسته می‌توان فرمان داد به یکی از نقاط متعلق به فضای کاری خود برود، اما اینکه از کدام مسیر طی طریق کند، قابل کنترل نیست. تنها می‌توان مسیر را نقطه به نقطه در فضای کاری ناپیوسته، تعقیب کرد. بنابراین برای آنکه تعقیب مسیر و یا حتی دسترسی به نقاط با دقت بالاتری انجام پذیر باشد، باید تعداد نقاط فضای کاری بیشتر باشد. برای این کار لازم است تعداد حالات تحریک ناپیوسته عملگرها افزایش پیدا کند و یا بهتر از آن، تعداد عملگرهای ناپیوسته افزایش داده شود.

امروزه بکارگیری عملگرهای ناپیوسته در مصارف مختلفی مورد توجه محققین قرار گرفته است؛ به عنوان مثال این عملگرها در گیرنده‌ها^۶ [۳-۹]، سوئیچ‌ها^۷ [۱۰]، ربات‌های پوشیدنی توانبخشی^۸ [۱۱،۱۲]، آینه‌های متمرکز کننده نور [۱۳،۱۴]، میلی روبات‌ها [۱۵] و میکروروبات‌ها [۱۶-۱۸] کاربرد دارند. همچنین دسته وسیعی از ربات‌های نرم^۹ از عملگرهای دو حالت استفاده می‌کنند [۱۹،۲۰]؛ در برخی از این عملگرها، از هنر تا کردن کاغذ که به عنوان اورینگامی^{۱۰} شناخته می‌شود، استفاده می‌شود [۲۱،۲۲].

برخی از محققین از این عملگرها برای بازوهای بسیار-افزونه استفاده کرده‌اند [۲۳-۲۷]. این بازوها از چین مکانیزم‌های موازی^{۱۱} بر روی هم، به عنوان بسته، ساخته می‌شود. به عنوان مثال یک بسته وی-جی-تی^{۱۲} در شکل (۱-الف) نمایش داده شده است. هر بسته وی-جی-تی یک مکانیزم زنجیره بسته^{۱۳} صفحه‌ای شامل سه عملگر خطی دو حالت (لینک‌های^{۱۴} AC، AD و BD در شکل (۱-الف)) و دو لینک با طول ثابت (لینک‌های

¹ Discrete actuators

² Binary prismatic actuator

³ Feedback

⁴ Repeatability

⁵ Discretely actuated robot

⁶ Grippers

⁷ Switches

⁸ Exoskeleton Rehabilitation Robots

⁹ Soft robots

¹⁰ Origami

¹¹ Parallel mechanisms

¹² VGT: Variable Geometry Truss

¹³ Close Chain mechanism

¹⁴ Links

AB و CD در شکل (۱-الف) می‌باشد. این لینک‌ها مطابق آنچه در شکل (۱-الف) نمایش داده شده است در نقاط A، B، C و D به صورت خنثی^۱ با لولا^۲ مفصل شده‌اند. با ترکیب حالات تحریک عملگرها، این بسته می‌تواند به $2^3 = 8$ صورت مختلف تحریک شود، که در شکل (۱-ب) نمایش داده شده‌اند. به هر یک از این فرم‌ها یک پیکربندی^۳ گفته می‌شود. با چیدن این بسته‌ها روی هم یک بازو به دست می‌آید که هر یک از بسته‌های آن مستقلاً می‌توانند در یکی از هشت پیکربندی مذکور تحریک شود.

شکل (۲) یک بازو با چهار بسته وی-جی-تی را نمایش می‌دهد که در آن بسته اول (بسته متصل به پایه) در پیکربندی شماره (۴)، بسته دوم در پیکربندی (۸)، بسته سوم در پیکربندی (۳) و آخرین بسته در پیکربندی (۶) قرار دارد. این شماره‌ها مطابق با شکل (۱-ب) عنوان شده‌اند. بنابر آنچه گفته شد، یک بازو با چهار بسته وی-جی-تی می‌تواند $8^4 = 4096$ پیکربندی مختلف داشته باشد. هر پیکربندی، قاب انتهایی بازو^۴ را در مکان خاصی از صفحه خواهد برد. بنابراین فضای کاری این بازو شامل همین تعداد قاب در صفحه خواهد بود.

بازوهای بسیار-افزونه مزایای ربات‌های سری و موازی^۵ را با هم ترکیب کرده است: قدرت باربری^۶ و دقت بالای ربات‌های موازی به همراه فضای کاری گسترده و قابلیت عبور از موانع ربات‌های سری. استفاده از عملگرهای ناپیوسته در این نوع بازوها مشکل کنترل پیچیده که در نوع پیوسته وجود دارد را از بین می‌برد. از این پس به این نوع بازو، بازوی بسیار-افزونه ناپیوسته^۷ یا به‌طور خلاصه "بازوی ناپیوسته" گفته خواهد شد. با وجود قابلیت‌های ارزشمند بازوهای ناپیوسته، در عمل کمتر از آن‌ها استفاده می‌شود. این امر ممکن است به علت کمبود در حوزه تحقیقاتی بوده باشد؛ از جمله در مورد تحلیل سینماتیکی این نوع بازوها، چنانکه در ادامه تشریح خواهد شد، نواقصی در کارهای ارائه شده وجود داشت که محرکی برای تحقیقات و ارائه این مقاله بود. در زمینه سینماتیک مستقیم^۸، مشکلی وجود نداشت. در صوکه حل سینماتیک مستقیم مکانیزم‌های موازی‌ای که به عنوان بسته مورد استفاده قرار گرفته‌اند مشخص باشد، با ضرب ماتریس انتقال^۹ بسته‌ها در هم، ماتریس انتقال کل بازو قابل محاسبه است. اما در زمینه سینماتیک معکوس مشکلاتی در روش‌های ارائه شده دیده می‌شود. اولاً، حل مسئله سینماتیک معکوس در مورد بازوهای ناپیوسته، از روش‌های معمول که برای بازوهای پیوسته انجام می‌گیرد، با خطای بالایی همراه است. منظور از خطا در اینجا فاصله قاب انتهایی بازو در پیکربندی جواب از قاب هدف^{۱۰} می‌باشد. وقتی از فاصله دو قاب از هم صحبت می‌شود، هر دو مفهوم فاصله و اختلاف جهت باید در نظر گرفته شوند. نحوه محاسبه فاصله دو قاب بر اساس تعریفی که توسط پارک [۲۸] ارائه شده انجام می‌شود. این روش به طور مختصر در پیوست توضیح داده شده است.

¹ Passive

² Revolute joint

³ Configuration

⁴ Manipulator end frame

⁵ Serial and parallel robots

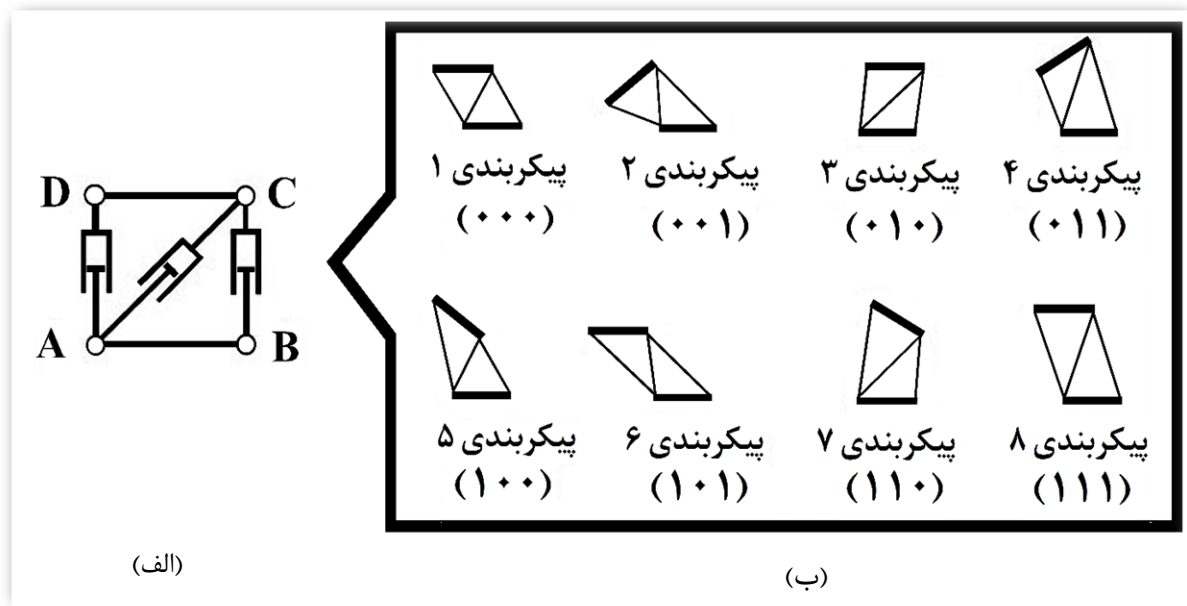
⁶ Payload

⁷ Discretely actuated hyper-redundant manipulators

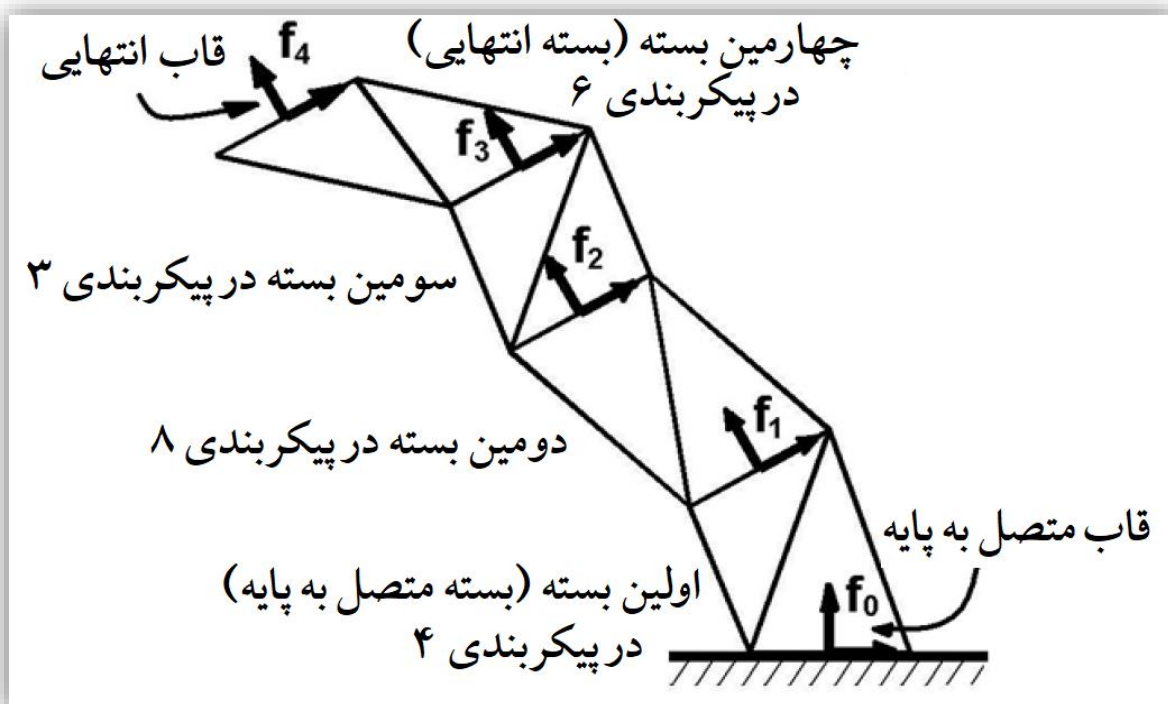
⁸ Forward kinematics

⁹ Transformation matrix

¹⁰ Target frame



شکل ۱- بسته وی-جی-تی (الف)، پیکربندی‌های بسته وی-جی-تی (ب)



شکل ۲- یک بازوی وی-جی-تی چهار بسته‌ای در پیکربندی ۴۸۳۶

علت ایجاد خطاهای بزرگ در این روش‌ها آن است که در ابتدا قیدی برای آنکه جواب مسئله (مقادیر تحریک عملگرها) همان مقادیر ناپیوسته باشند، وجود ندارد؛ اما در آخر می‌بایست مقادیر جواب به مقادیر ناپیوسته تقریب زده شوند. به عنوان مثال، چیریکجیان و لیز [۲۹] شکل کلی بازو را با یک منحنی فضایی تقریب زدند و پس از آن با چسباندن بازو بر روی این منحنی به صورت بسته به بسته، سعی کردند بازو را به هدف نزدیک کنند. اما مشکل در آنجا بود که به علت ناپیوسته بودن تحریک عملگرها، بسته‌ها پیکربندی‌های محدودی

داشتند و نمی توانستند به خوبی بر روی منحنی مذکور بنشینند. انحراف از این منحنی به خصوص در بسته های نزدیک به پایه، باعث خطاهای بزرگی در رسیدن قاب انتهایی به هدف می شد. درثانی، ممکن است به ذهن برسد که به خاطر محدود بودن تعداد پیکربندی های بازوهای ناپیوسته، می توان به سادگی با حل سینماتیک مستقیم برای تمام پیکربندی های ممکن و ذخیره اطلاعات مربوط به آن به صورت نابرخط^۱، جواب مسئله سینماتیک معکوس را به صورت برخط^۲ از بین این اطلاعات جستجو کرد. فضای جستجو^۳ در اینجا شامل تمام پیکربندی های بازو می شود. در علوم کامپیوتر این روش جستجو با نام جستجوی خام و بی خردانه^۴، یا جستجوی جامع^۵ و یا جستجوی تولید و آزمون^۶ شناخته می شود که روشی بدیهی و در عین حال بسیار کلی برای حل مسئله می باشد. این روش بهترین جواب ممکن را ارائه می کند، اما مشکل در اینجاست که تعداد پیکربندی های این نوع بازوها با افزایش تعداد بسته ها به صورت نمایی رشد می کنند و این روش چه از لحاظ زمان حل^۷ و چه از لحاظ حجم حافظه مورد نیاز برای ذخیره اطلاعات، برای بازوهای ناپیوسته ای با تعداد بسته های زیاد، کارآمد نخواهد بود.

ایبرت-یوفاف و چیریکیان [۳۰، ۳۱] برای حل سینماتیک معکوس از مفهوم چگالی نقاط در فضای کاری^۸ استفاده کردند. چگالی فضای کاری از آنجا اهمیت داشت که وقتی در نقطه ای چگالی فضای کاری بیشتر باشد، احتمال دسترسی بازو به آن نقطه با خطای کمتر، بیشتر می شود. برای تعیین پیکربندی بازو، جستجو از بین تمام پیکربندی ها به صورت بسته به بسته (جستجوی تک بسته ای)، با آغاز از بسته متصل به پایه انجام می شد. ملاک انتخاب پیکربندی برای هر بسته، آن بود که چگالی زیر-فضای کاری در موقیت قاب هدف، بیشتر باشد. منظور از زیر-فضای کاری^۹، قسمتی از فضای کاری است که با تغییر پیکربندی بسته هایی که هنوز در مورد پیکربندی آنها تصمیم گیری نشده، ایجاد می شود. مشکل این روش، حجم زیاد محاسبات برای محاسبه چگالی زیر-فضای کاری، به خصوص در مسائل سه بعدی و نیز خطای بالای آن بود.

سوتاکن و چیریکیان [۳۲] برای حل این مشکل روشی را ارائه دادند که ساده تر و سریع تر بود. آن ها به جای محاسبه چگالی نقاط فضای کاری، نقطه میانی فضای کاری^{۱۰} را پیدا می کردند. نقطه میانی فضای کاری چیزی مشابه مرکز جرم برای اجسام پیوسته بود. آن ها روشی موثر، ساده و سریع برای محاسبه این نقطه ارائه کردند و فرض می کردند که این نقطه پرچگالی ترین نقطه فضای کاری است و هر چه نقاط از این نقطه دورتر باشند، چگالی آن ها کمتر می شود. به این ترتیب لازم نبود چگالی زیر-فضاهای کاری محاسبه شود و معیار انتخاب پیکربندی بسته در هر مرحله، کمتر بودن فاصله قاب هدف از نقطه میانی زیر-فضای کاری بود. این روش از نظر سرعت حل و حافظه مورد نیاز بسیار مطلوب بود، اما خطای آن همچنان زیاد بود. برخی از محققین از بهینه سازی^{۱۱} با الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله سینماتیک معکوس بازوهای ناپیوسته استفاده کردند

¹ Offline

² Online

³ Search space

⁴ Brute-force search

⁵ Exhaustive search

⁶ Generate and test

⁷ CPU-time

⁸ Workspace density

⁹ Sub-workspace

¹⁰ Workspace mean-frame

¹¹ Optimization

[۲۵،۳۳]. در این روش برای آنکه دقت مطلوبی حاصل آید، باید اندازه فضای جستجو افزوده شود و با این کار، زمان حل بطور نامطلوبی افزایش پیدا می‌کند. کیم و دیگران [۲۶] از بهینه‌سازی با متغیرهای پیوسته^۱ برای حل مسئله سینماتیک معکوس استفاده کردند؛ آن‌ها به کمک تابع ارزش^۲ خاصی، جواب‌ها را به سمت مقادیر ناپیوسته، سوق می‌دادند. این روش از نظر سرعت و حافظه مورد نیاز، مطلوب بود؛ اما برای آنکه مقادیر جواب به اندازه کافی به مقادیر ناپیوسته نزدیک باشند، به دقت و مهارت در تعریف تابع ارزش نیاز داشت. مطهری و دیگران [۳۴-۳۷]، دو ایده جدید در روش جستجو مطرح کردند: (۱) جستجوی جفت-جفت، به این معنی که به جای یک بسته (روش جستجوی تک-تک)، دو بسته در هر مرحله از جستجو مورد بررسی قرار می‌گرفت و این دو بسته لزوماً کنار هم نبودند (جستجوی جفت-جفت). (۲) تکرار، به این معنی که وقتی تمام بسته‌ها بررسی شدند و یک پیکربندی برای آنها معلوم شد، تکرار مراحل جستجو می‌تواند باعث یافتن پیکربندی‌های بهتری شده و خطا را کاهش دهد. روش ارائه شده توسط آن‌ها، سریع بود و خطای کمتری نسبت به سایر روش‌ها داشت. اما سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود آن است که آیا بیشتر کردن تعداد بسته‌های مورد بررسی در هر مرحله، منجر به بهبود نتایج جستجو نمی‌شود؟ بدین معنی که چرا به جای جستجوی جفت-جفت، جستجوی سه بسته‌ای یا چهار بسته‌ای انجام نشود. در این مقاله الگوریتم کلی‌ای به نام جستجوی چند بسته‌ای برای حل سینماتیک معکوس بازوهای ناپیوسته ارائه و تأثیر افزایش تعداد بسته‌های در حال بررسی بر زمان و خطای حل، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

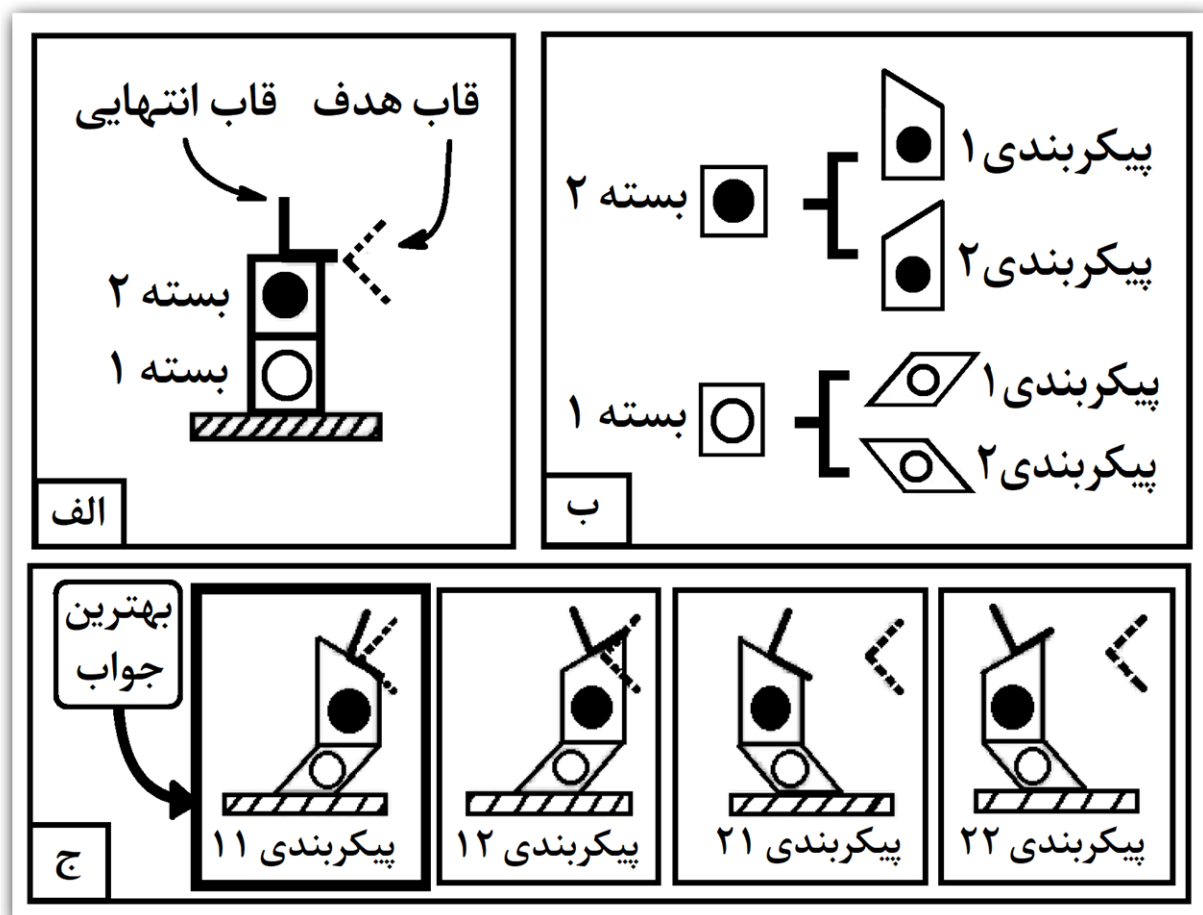
۲- معرفی مسئله

مسئله سینماتیک معکوس در رباتیک به معنی تعیین مقادیر تحریک تمامی عملگرهای ربات به نحوی است که قاب انتهایی ربات به یک قاب از پیش تعیین شده در فضا (قاب هدف) برسد. در مورد بازوهای ناپیوسته، مقادیر تحریک پیوسته نیستند و تنها از بین چند عدد حق انتخاب وجود دارد. بواسطه ناپیوسته بودن مقادیر تحریک، تعداد پیکربندی‌های هر بسته محدود خواهد بود؛ بنابراین می‌توان مسئله سینماتیک معکوس برای بازوهای ناپیوسته را به این شکل نیز تعریف کرد که باید پیکربندی تمامی بسته‌های بازو به نحوی انتخاب شوند که قاب انتهایی بازو به قاب هدف برسد.

شکل (۳) برای آشنایی با مسئله سینماتیک معکوس بازوهای ناپیوسته ارائه شده است. در این شکل، یک بازوی صفحه‌ای با دو بسته متفاوت به صورت نمادین معرفی شده است که باید به قاب هدفی که با خط چین نمایش داده شده (شکل (۳-الف)) دسترسی پیدا کند. هر بسته، دو پیکربندی دارد که در شکل (۳-ب) نمایش داده شده‌اند. با ترکیب پیکربندی‌های دو بسته، کل بازو $2^2 = 4$ پیکربندی خواهد داشت که در شکل (۳-ج) نمایش داده شده است. منظور از جستجو، جستجوی بهترین پیکربندی از بین پیکربندی‌های ممکن است. از بین پیکربندی‌های نمایش داده شده، پیکربندی (۱۱) نزدیکترین حالت به قاب هدف می‌باشد. بنابراین، بهترین جواب برای مسئله خواهد بود. خطا در حل مسئله سینماتیک معکوس به صورت فاصله قاب انتهایی بازو در پیکربندی جواب از قاب هدف تعریف می‌شود. در تعریف این فاصله، هم اختلاف مکان و هم اختلاف جهت دو قاب، مطرح می‌شود. نحوه محاسبه این فاصله در پیوست ارائه شده است.

¹ Continuous variables

² Cost function



شکل ۳- نمونه‌ای نمادین از مسائل سینماتیک معکوس، برای یک بازوی ناپیوسته صفحه‌ای دو بسته‌ای، که هر کدام از بسته‌های آن دارای دو پیکربندی متفاوت است.

با این تعریف که در مورد خطا عنوان شد، حتی بهترین جواب مسئله هم ممکن است دارای مقداری خطا باشد، چنانکه در شکل (۳-ج) چنین بود. اما تمام مسائلی که در اینجا بررسی می‌شوند طوری طرح می‌شوند که حتماً دارای جواب دقیق (با خطای صفر) باشند تا مطمئن باشیم خطایی که در جواب دیده می‌شود ناشی از روش حل است و به اصطلاح خطای واقعی است. از این پس به این نوع مسئله‌ها که جواب دقیق داشته باشند، مسئله واقعی گفته می‌شود.

۳- روش حل مسئله

همانطور که در بخش (۱) گفته شد، از میان روش‌های ارائه شده در مقالات برای حل مسئله سینماتیک معکوس بازوهای ناپیوسته، روش جستجوی جفت-جفت بهترین نتایج را دارد. دو ایده در این روش استفاده شده‌اند: جستجوی جفت-جفت (دو بسته‌ای) و تکرار. روش جستجوی چند بسته‌ای که در ادامه تشریح می‌شود، بر اساس همین روش بنا شده است و تفاوت‌های آن بعد از شرح روش جستجوی چند بسته‌ای، اشاره خواهد شد. تشریح گام به گام روش جستجوی چند بسته‌ای به قرار زیر می‌باشد:

گام اول- بازو در یک پیکربندی دلخواه فرض می‌شود؛ یعنی پیکربندی تمامی بسته‌های بازو به‌طور دلخواه تعیین می‌شود.

گام دوم- چند بسته از بین تمامی بسته‌های بازو به دلخواه انتخاب می‌شود. از این پس به آن‌ها بسته‌های در حال بررسی گفته می‌شود.

گام سوم- با تغییر دادن پیکربندی بسته‌های در حال بررسی و ثابت نگه داشتن پیکربندی مابقی بسته‌های بازو، هر بار بازو در یک پیکربندی جدید قرار می‌گیرد که خطای متفاوتی خواهد داشت. تمام پیکربندی‌های ممکن برای بسته‌های مورد بررسی می‌بایست امتحان شوند و خطای مربوط به آن‌ها محاسبه شود. حال از بین این حالات، پیکربندی‌ای که کمترین خطا را دارد انتخاب و به عنوان پیکربندی جدید برای بسته‌های مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال، اگر بازو شامل ده بسته مشابه باشد که هر یک از بسته‌ها خود دارای هشت پیکربندی باشند، تعداد کل پیکربندی‌های بازو برابر با $10^9 \times 1/0.73 \cong 8^{10}$ و اگر در گام دوم تعداد بسته‌های مورد بررسی، دو باشد (جستجوی جفت-جفت)، در این گام از حل باید $8^2 = 64$ پیکربندی مورد بررسی قرار گیرد که به مراتب کمتر است. البته با افزایش تعداد بسته‌های مورد بررسی در گام دوم، تعداد پیکربندی‌هایی که در این گام بررسی می‌شوند به صورت نمایی رشد پیدا می‌کند. مثلاً اگر در همین بازو، تعداد بسته‌های مورد بررسی، سه باشد (جستجوی سه بسته‌ای) در گام دوم باید به تعداد $8^3 = 512$ پیکربندی مختلف مورد بررسی قرار گیرد. زمان حل مسئله هم به همین نسبت بیشتر خواهد بود.

گام چهارم- اگر شرایط توقف محقق شده باشد، حل در اینجا متوقف می‌شود و پیکربندی منتخب در گام قبل به عنوان جواب مسئله در نظر گرفته می‌شود؛ در غیر اینصورت با برگشت به گام دوم مراحل فوق تکرار می‌شوند. از این پس منظور از "تعداد تکرار" تعداد انجام این حلقه بسته بین گام‌های ۲ تا ۴ خواهد بود. شرایط توقف می‌تواند یک آستانه خطا، تعداد تکرار و یا زمان حل باشد. نتایج عددی نشان می‌دهد که با افزایش تعداد تکرار، خطا کاهش پیدا خواهد کرد. البته نرخ این کاهش ابتدا بیشتر است. اما با افزایش تعداد تکرار کمتر و کمتر خواهد شد تا جایی که به صفر می‌رسد و دیگر افزایش تکرار خطا را کاهش نخواهد داد و فقط زمان حل را افزایش می‌دهد.

طرز انتخاب بسته‌های مورد بررسی از بین بسته‌ها در گام دوم، روی خطا تاثیر گذار خواهد بود. تجربه نشان داده است که در ابتدای حل بهتر است این بسته‌ها در طول بازو پخش شوند و در یک جا مجتمع نباشند، اما در ادامه روند تکرار بهتر است بسته‌های انتهایی مورد بررسی قرار گیرند.

تفاوت الگوریتم ارائه شده با روش جستجوی جفت-جفت چند مورد است: ۱- در روش جستجوی جفت-جفت در گام اول، با حل مسئله از روش سوتا کرن، پیکربندی بسته‌های بازو مشخص می‌شوند اما در اینجا پیکربندی اولیه، اختیاری می‌باشد. البته روش سوتا کرن پیکربندی بهتری را ارائه می‌دهد اما در الگوریتم بالا بعد از چند بار تکرار این خطا جبران می‌شود. ۲- در روش جستجوی جفت-جفت، تعداد بسته‌های در حال بررسی در گام دوم، دو عدد است اما در اینجا تعداد آن‌ها اختیاری است.

۴- نتایج عددی

در این بخش، ابتدا نحوه محاسبه خطا تشریح می‌گردد؛ پس از آن نمونه‌های مورد مطالعه^۱ دو بعدی و سه بعدی تشریح می‌شوند و در نهایت، نتایج عددی در جداول و نمودارهایی ارائه می‌گردد و تحلیل خواهد شد.

^۱ Case studies

۴-۱- تعریف خطا

همانطور که در بخش (۱) گفته شد، فضای کاری یک بازوی ناپیوسته بصورت مجموعه‌ای محدود از نقاط (قاب‌های) مجزا در فضا است. در صورتی که قاب هدف از بین قاب‌های این مجموعه انتخاب شود، مسئله سینماتیک معکوس جواب دقیق^۱ خواهد داشت، در غیر این صورت بهترین جواب هم بر روی قاب هدف منطبق نخواهد بود. برای آنکه خطا، خطایی واقعی باشد، تمام مسائلی که در این بخش مطرح می‌شوند از نوع اول (مسائل واقعی یعنی مسائلی که جواب دقیق دارند) خواهند بود. برای این منظور، قاب هدف از حل سینماتیک مستقیم برای یک پیکربندی تصادفی بدست می‌آید. خطا در اصل، فاصله قاب انتهایی بازو در پیکربندی جواب، از قاب هدف است؛ فاصله دو قاب از هم، با تعریفی که توسط پارک [۲۸] ارائه شده است و در پیوست تشریح خواهد شد، محاسبه می‌شود. در محاسبه فاصله دو فریم از همدیگر، هم فاصله مبدأ آن‌ها و هم اختلاف جهت آن‌ها باید در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر آن، برای مقایسه خطاها در حالات مختلف، از بی بعد سازی استفاده خواهد شد. برای این کار، فاصله مذکور بر کوتاه‌ترین طول بازو تقسیم می‌شود. منظور از طول بازو، فاصله مبدأ قاب پایه از مبدأ قاب انتهایی بازو است.

۴-۲- معرفی نمونه‌های مورد مطالعه

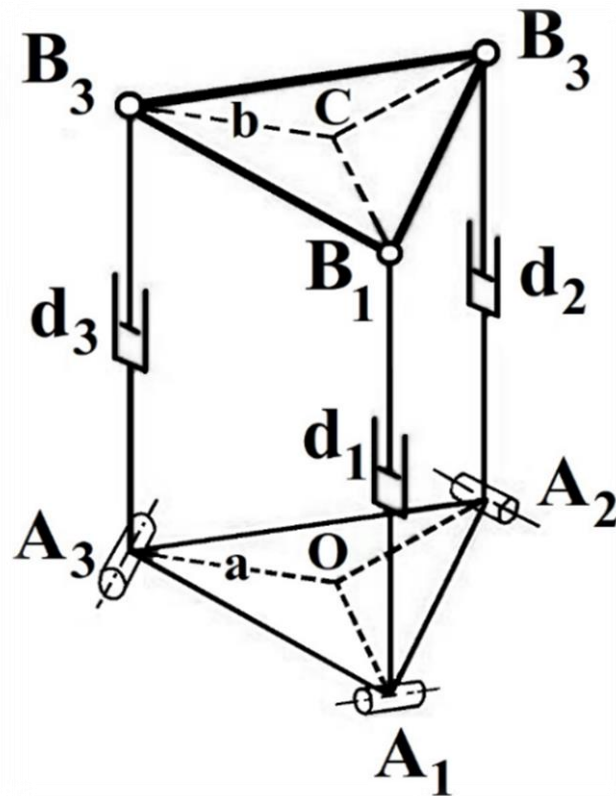
• نمونه مورد مطالعه دو بعدی

برای نمونه مورد مطالعه دو بعدی، یک بازوی ۲۰ بسته‌ای با بسته‌های مشابه وی-جی-تی با تحریک دو حالت در نظر گرفته شده است. ساختار بسته‌های وی-جی-تی در بخش (۱) تشریح شدند (شکل (۱)). طول لینک‌های ثابت (AB و CD در شکل (۱-الف)) $\frac{1}{20}$ و مقادیر تحریک دو حالت (طول لینک‌های AD، AC و BC) $\left\{\frac{1}{20}, \frac{1/5}{20}\right\}$ هستند. به این ترتیب کوتاه‌ترین طول بازو ۱ خواهد بود. خوانندگان برای سینماتیک مستقیم این بسته می‌توانند به مقاله [۲۶] مراجعه کنند.

• نمونه مورد مطالعه سه بعدی

برای نمونه مورد مطالعه سه بعدی، یک بازوی ۲۰ بسته‌ای با بسته‌های مشابه و یکسان در نظر گرفته شده است. هر بسته یک ربات موازی فضایی لولایی-کشویی-کروی سه گانه (3-RPS) با تحریک دو حالت است که در شکل (۴) نمایش داده شده است. این مکانیزم مطابق شکل (۴) شامل سه مفصل کشویی با تحریک دو حالت در پایه‌های A_1B_1 ، A_2B_2 و A_3B_3 است. صفحه پایه $(A_1A_2A_3)$ و صفحه متحرک $(B_1B_2B_3)$ دو مثلث متساوی الاضلاع متساوی هستند. A_1 ، A_2 و A_3 سه مفصل لولایی خنثی هستند که محور چرخش هر یک، موازی با ضلع روبروی آن‌ها در مثلث $A_1A_2A_3$ می‌باشد. B_1 ، B_2 و B_3 سه مفصل کروی خنثی هستند. فاصله مرکز صفحات مثلثی از گوشه‌هایشان $a=b=\frac{1}{20}$ می‌باشد. مقادیر ناپیوسته تحریک که همان طول پایه‌ها هستند، $\left\{\frac{1}{20}, \frac{1/5}{20}\right\}$ می‌باشد. خوانندگان برای سینماتیک مستقیم این بسته می‌توانند به مقاله [۲۶] مراجعه کنند.

¹ Exact solution



شکل ۴- بسته لولایی-کشویی-کروی سه گانه

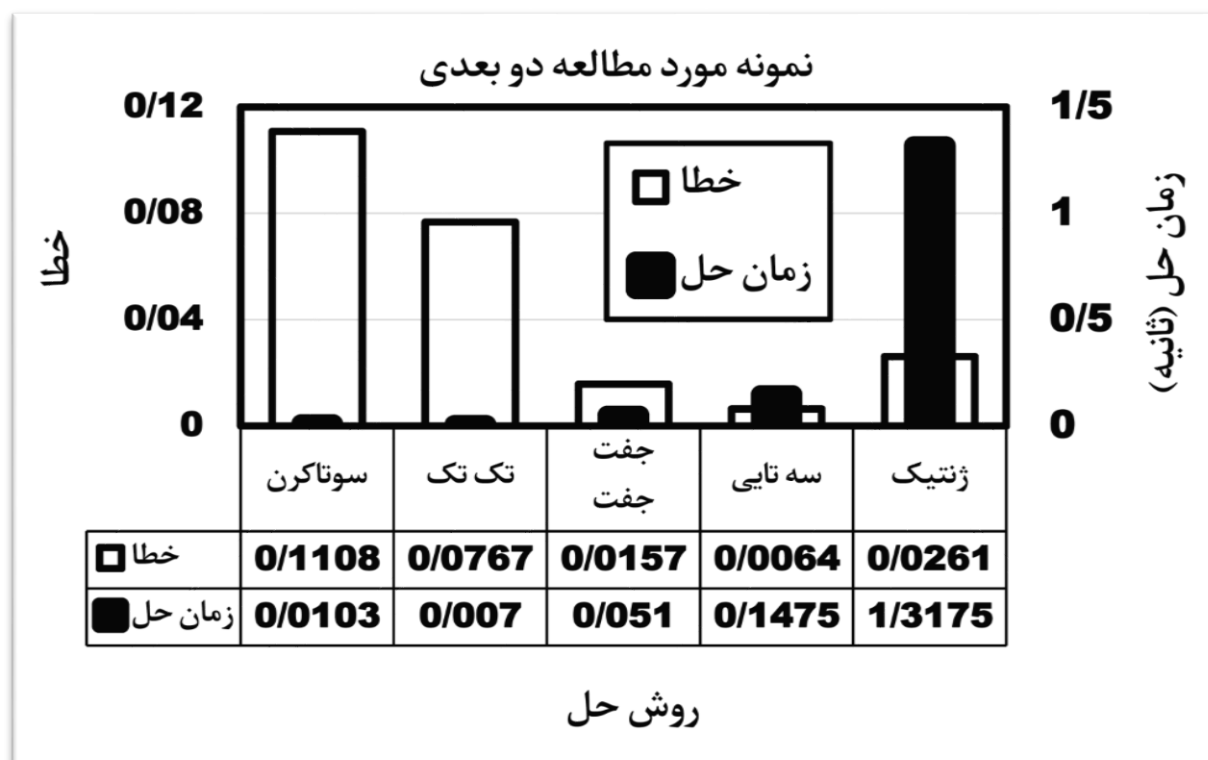
۴-۳- نتایج عددی

در این بخش ابتدا روش ارائه شده در این مقاله با روش‌های موجود دیگر مقایسه می‌شود تا نقاط قوت و ضعف آن مشخص شود (شکل (۵)). بعد از آن که قوت و اثر بخشی روش ارائه شده ثابت شد، خود روش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در ابتدا تأثیر افزایش تعداد تکرار بر خطا و زمان حل در روش ارائه شده بررسی می‌شود، و بین تعداد بسته‌های مورد بررسی مختلف مقایسه می‌شود (شکل (۶)). مشخص می‌شود که هر چه تعداد بسته‌های مورد بررسی افزایش پیدا کند، خطا کاهش می‌یابد اما زمان حل افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین چالشی در اینجا برای تعیین تعداد بسته‌های مورد بررسی مطرح می‌شود. برای پاسخ به این پرسش، نمودار زمان حل-خطا برای تعداد بسته‌های مختلف ترسیم شده است (شکل (۷)). با توجه به این نمودار مشخص می‌شود که برای زمان حل مطلوب، کدام تعداد بسته‌های مورد بررسی خطای کمتری می‌دهد. برای آنکه درک روشنی از میزان خطای روش ارائه شده به وجود بیاید، تصویر بازو در پیکربندی جواب برای چند مسئله مختلف ترسیم می‌شود تا فاصله فریم انتهایی با فریم هدف به وضوح دیده شود (شکل‌های (۸) و (۹)).

شکل (۵) برای صحنه‌گذاری روش ارائه شده در این مقاله، ارائه شده است. در این شکل، خطا و زمان حل مربوط به پنج روش با هم مقایسه شده‌اند: روش سوتا کرن [۳۲]، روش جستجوی تک-تک، روش جستجوی جفت-جفت، روش جستجوی سه تایی و روش الگوریتم ژنتیک. روش‌های جستجوی تک-تک، جفت-جفت و سه تایی، بر اساس الگوریتم کلی ارائه شده در این مقاله می‌باشند که تعداد بسته‌های مورد بررسی در آن‌ها به ترتیب یک، دو و سه است. شکل (۵-الف) مربوط به نمونه مورد مطالعه دو بعدی و شکل (۵-ب) برای نمونه

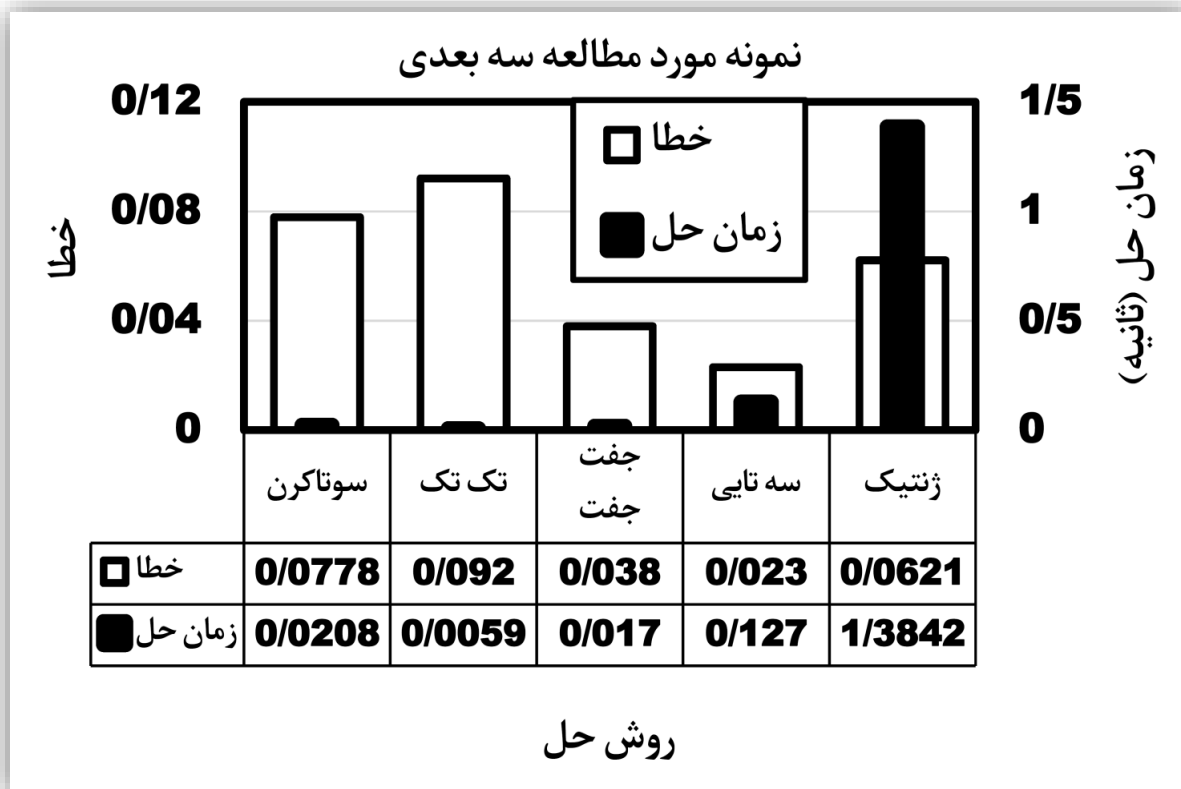
مورد مطالعه سه بعدی است. نتایج ارائه شده، مربوط به مقدار متوسط حاصل از حل ۱۰۰ مسئله تصادفی واقعی می باشد و این مسائل بین پنج روش مشترک هستند تا مقایسه دقیق تری انجام شود. روش سوتا کرن یک جستجوی تک-تک است با این تفاوت که بسته ها به ترتیب با شروع از پایه مورد بررسی قرار می گیرند؛ در حالی که در روش جستجوی تک-تک در هر مرحله یک بسته از میان کل بسته ها، بطور تصادفی انتخاب می شود. در ضمن در روش سوتا کرن در ابتدا کل بسته ها در پیکربندی میانی خود قرار می گیرند، در حالیکه در روش جستجوی تک-تک، بسته ها در ابتدا در یک پیکربندی تصادفی قرار می گیرند. یک تفاوت دیگر در آن است که در روش سوتا کرن در مورد هر بسته فقط یک بار تصمیم گیری می شود و تکرار اتفاق نمی افتد؛ در حالیکه در روش جستجوی تک-تک، تکرار می تواند انجام شود. خوانندگان برای اطلاعات بیشتر در مورد روش سوتا کرن، می توانند به مرجع [۳۲] یا [۳۴] مراجعه نمایند.

تعداد تکرار در روش های جستجوی تک-تک، جفت-جفت و سه تایی، ۲۰ در نظر گرفته شده است. در الگوریتم ژنتیک، تابع شایستگی^۱ همان خطا با تعریف مشابه دیگر روش ها است؛ همچنین اندازه جمعیت^۲ ۲۰، تعداد تولید نسل^۳ ۱۰۰، تعداد فرزندان نخبه در هر نسل^۴ ۲ و نسبت تلفیق^۵ ۰/۸ می باشد. تمامی محاسبات در این مقاله، با نرم افزار متلب^۶ و با یک پردازشگر اینتل ۱/۶۶ گیگا هرتز^۷ صورت گرفته است.



(الف)

¹ Fitness function² Population size³ Number of generations⁴ Elite count⁵ Crossover fraction⁶ MATLAB⁷ Intel 1.66 GHz



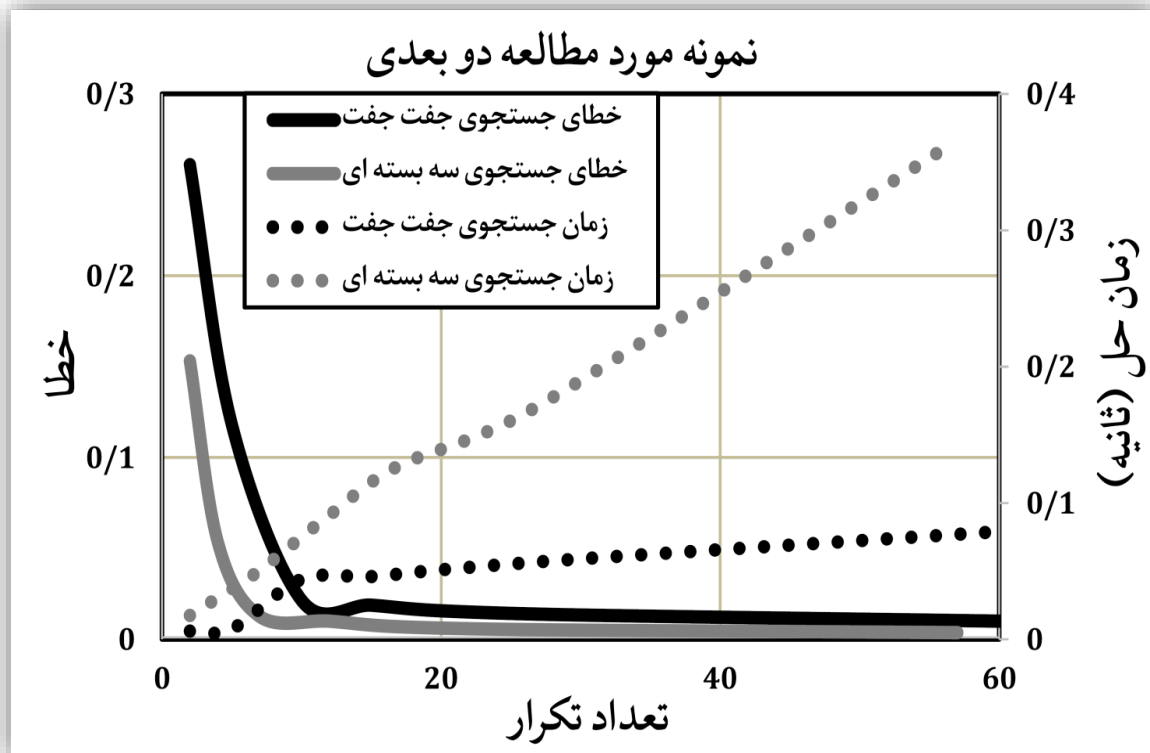
(ب)

شکل ۵ - مقایسه خطا و زمان حل روش‌های سوتا کرن، جستجوی تک-تک، جستجوی جفت-جفت، جستجوی سه تایی و الگوریتم ژنتیک برای دو نمونه مورد مطالعه دو بعدی (الف) و سه بعدی (ب)

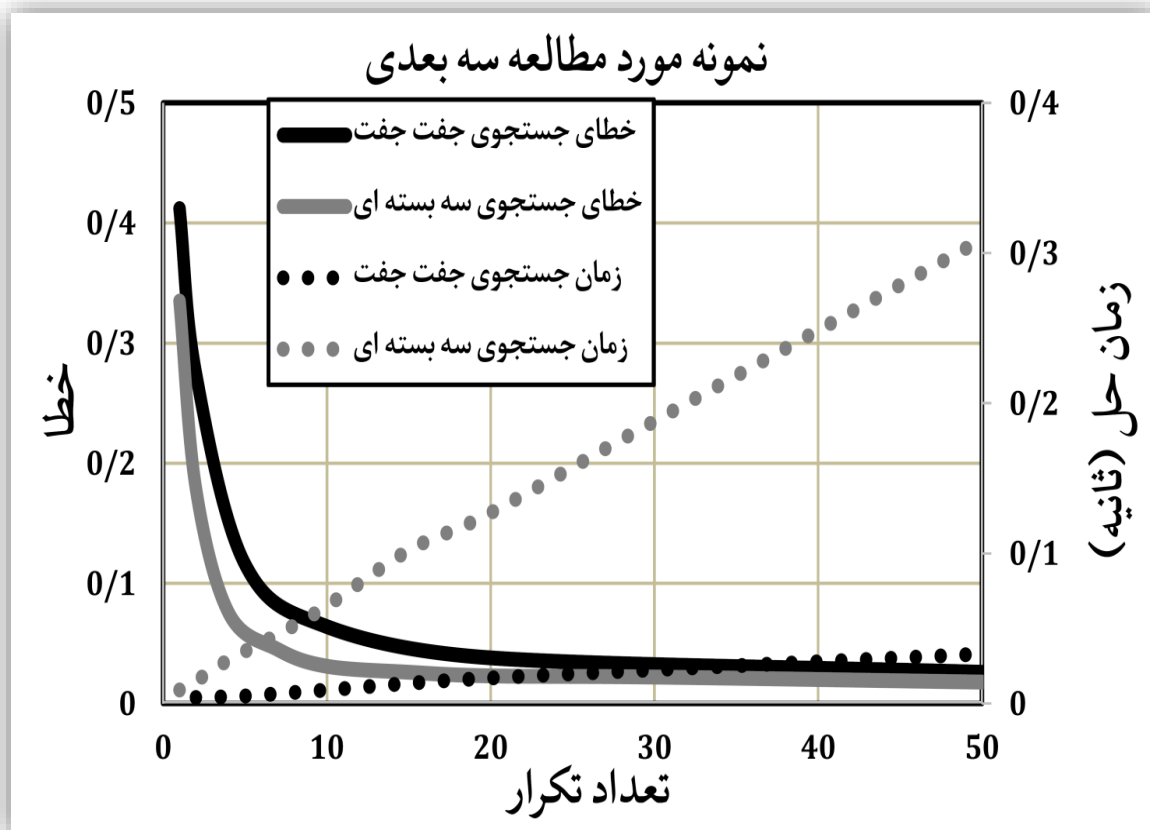
با توجه به شکل (۵)، در هر دو نمونه مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی، خطا و زمان حل در روش‌های جستجوی جفت-جفت و سه تایی کمتر از روش الگوریتم ژنتیک می‌باشد. همچنین خطا در این دو روش از روش سوتا کرن کمتر است اما زمان حل با توجه به حجم بیشتر محاسبات، چندین برابر شده است، اما باز هم زیر یک ثانیه است و برخط محسوب می‌شود. روش جستجوی تک-تک و سوتا کرن وقتی هر دو نمونه مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی را با هم در نظر می‌گیریم، تفاوت معنی داری ندارند.

شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) برای بررسی تأثیر تعداد تکرار بر خطا و زمان حل به ترتیب برای نمونه مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی ارائه شده است. در هر دو شکل نتایج برای روش جستجوی جفت-جفت و سه بسته‌ای ارائه گردیده است. نتایج ارائه شده، هر کدام میانگین نتایج ۱۰۰ مسئله تصادفی واقعی هستند. البته این ۱۰۰ مسئله بین تمامی موارد مشترک در نظر گرفته شده‌اند تا مقایسه نتایج آن‌ها قابل استناد باشد.

با توجه به این دو شکل، به طور کلی دیده می‌شود که خطا با افزایش تعداد تکرار، کاهش پیدا می‌کند اما نرخ این کاهش با بیشتر شدن تعداد تکرار، کم می‌شود تا در نهایت پس از تعدادی تکرار دیگر ثابت خواهد ماند. از طرفی زمان حل با افزایش تعداد تکرار تقریباً به صورت خطی افزایش پیدا می‌کند. شیب این خط، همانطور که انتظار می‌رود، در جستجوی سه بسته‌ای بیشتر از جستجوی جفت-جفت است؛ چراکه همانطور که در بخش (۳) گفته شد، تعداد پیکربندی‌های مورد بررسی در هر مرحله از تکرار در جستجوی سه بسته‌ای هشت برابر جستجوی جفت-جفت است. در یک تعداد تکرار برابر، خطای روش جستجوی سه تایی کمتر از روش جستجوی جفت-جفت است اما زمان حل بیشتر می‌باشد.



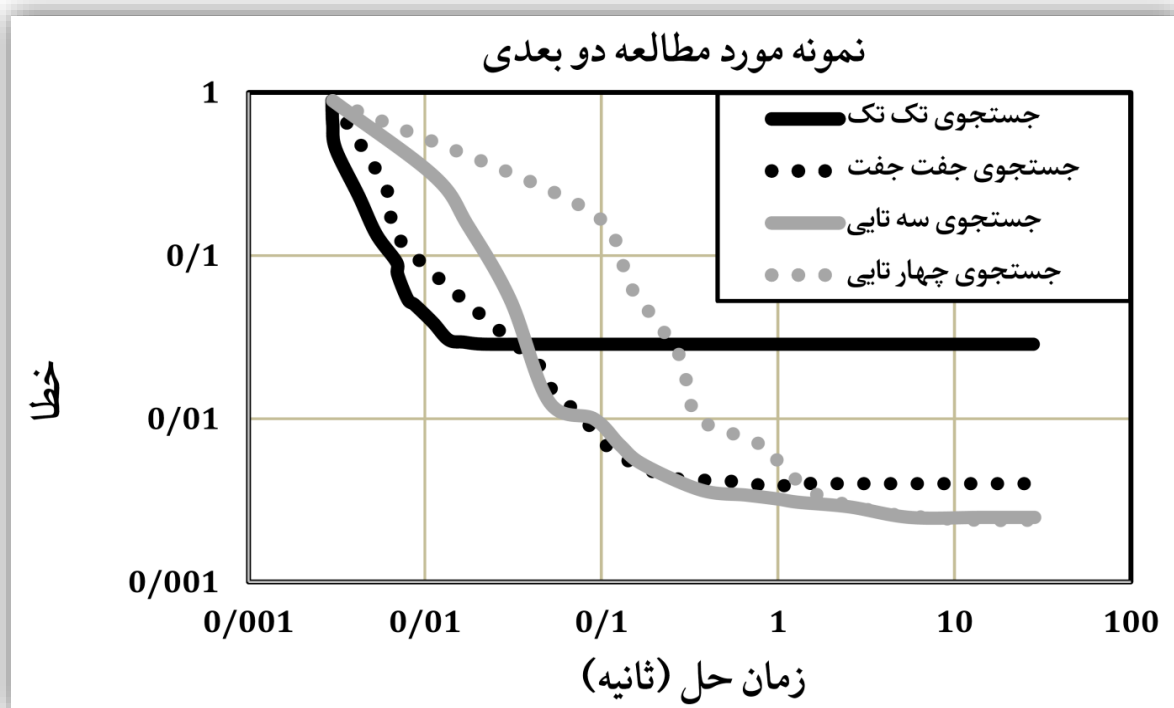
(الف)



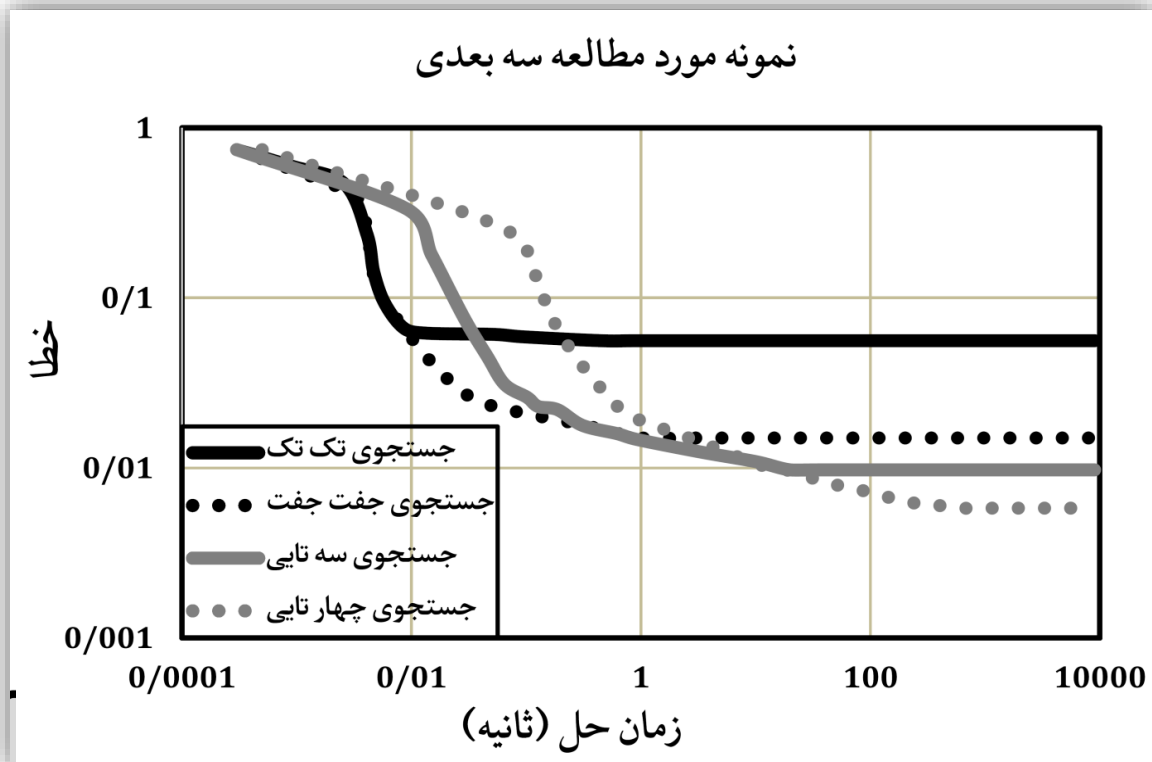
(ب)

شکل ۶- بررسی اثر تعداد تکرار، بر روی خطا و زمان حل نمونه مسئله دو بعدی (الف) و نمونه مسئله سه بعدی (ب) در دو روش جستجوی جفت-جفت و سه بسته‌ای

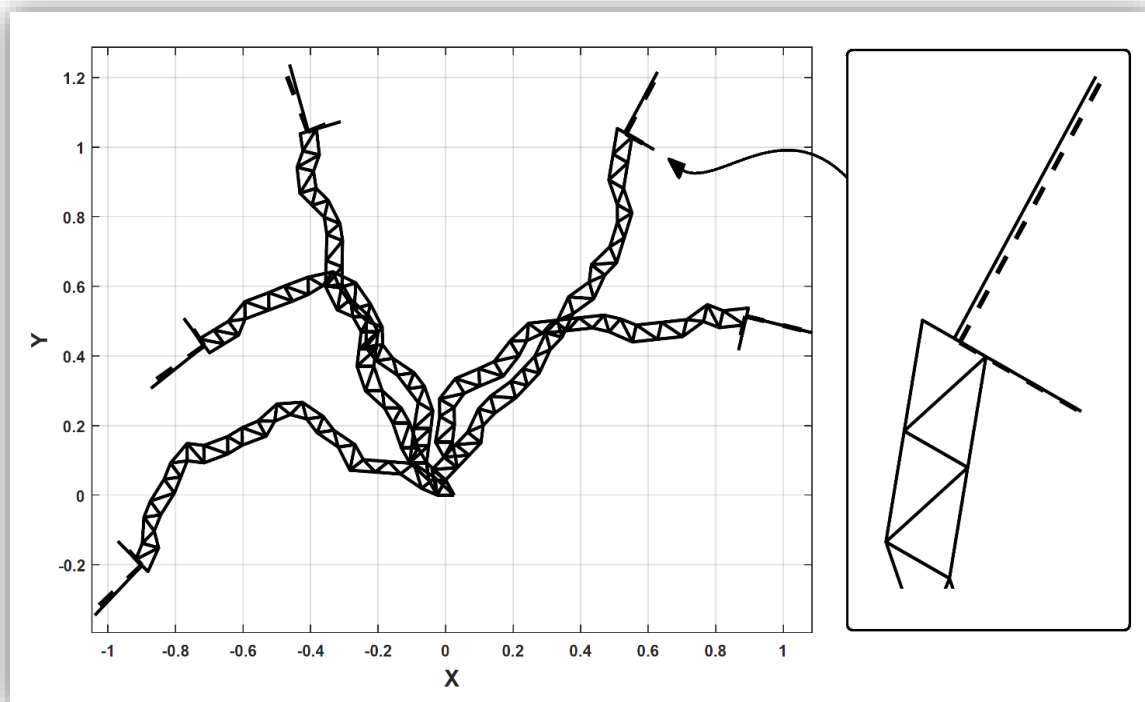
نتایج عددی که در شکل (۶) ارائه شد، نشان داد که افزایش تعداد بسته های مورد بررسی خطا را کاهش می دهد اما در عین حال زمان حل هم افزوده می شود؛ بنابراین انتخاب تعداد بسته های مورد بررسی، یک چالش خواهد بود که باید مورد بررسی قرار گیرد. شکل های (۷-الف) و (۷-ب)، برای بررسی اثر افزایش تعداد بسته های مورد بررسی بر کارایی روش حل، به ترتیب در نمونه های مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی ارائه شده است. برای این کار، عملکرد روش های جستجوی تک-تک، جستجوی جفت-جفت، جستجوی سه بسته ای و جستجوی چهار بسته ای با هم مقایسه شده اند. در هر کدام از روش های مذکور، مسئله با تعداد تکرارهای متفاوتی حل شده است و در هر مورد زمان حل و خطا برداشت شده اند؛ سپس این نقاط در نمودار زمان حل-خطا با یک منحنی به هم متصل شده اند. نتایج ارائه شده، هر کدام میانگین نتایج ۱۰۰ مسئله تصادفی واقعی است. البته این ۱۰۰ مسئله بین تمامی موارد، مشترک در نظر گرفته شده اند تا مقایسه نتایج آن ها قابل استناد باشد. با دقت نظر در این دو شکل، به طور کلی می توان گفت که برتری روش های مذکور در قیاس با هم، در بازه های زمانی مختلف متفاوت است. در زمان های کوتاه (زیر ۰/۰۱ ثانیه) خطا با افزایش بسته های مورد بررسی افزایش می یابد؛ اما در زمان های طولانی تر کم کم این برتری معکوس می شود. مثلاً در زمان های بیش از ۱۰ ثانیه در هر دو شکل کمترین خطا متعلق به روش جستجوی چهار بسته ای، بعد از آن به ترتیب به روش های جستجوی سه بسته ای، جفت-جفت و تک-تک تعلق دارد. بنابراین به طور کلی نمی توان در مورد تعداد بسته های مورد بررسی تصمیم گرفت و باید حداکثر زمان حل قابل قبول برای مسئله تعیین شود. زمان حل زیر یک ثانیه معمولاً به عنوان زمان قابل قبول برای مسائل برخط در نظر گرفته می شود؛ در این حالت، در هر دو شکل دیده می شود که روش های جستجوی جفت-جفت و سه بسته ای بر روش های جستجوی تک-تک و چهار بسته ای برتری دارند و این در حالی است که رقابت بین آن دو به صورت تنگاتنگ با برتری نسبی روش سه بسته ای وجود دارد.



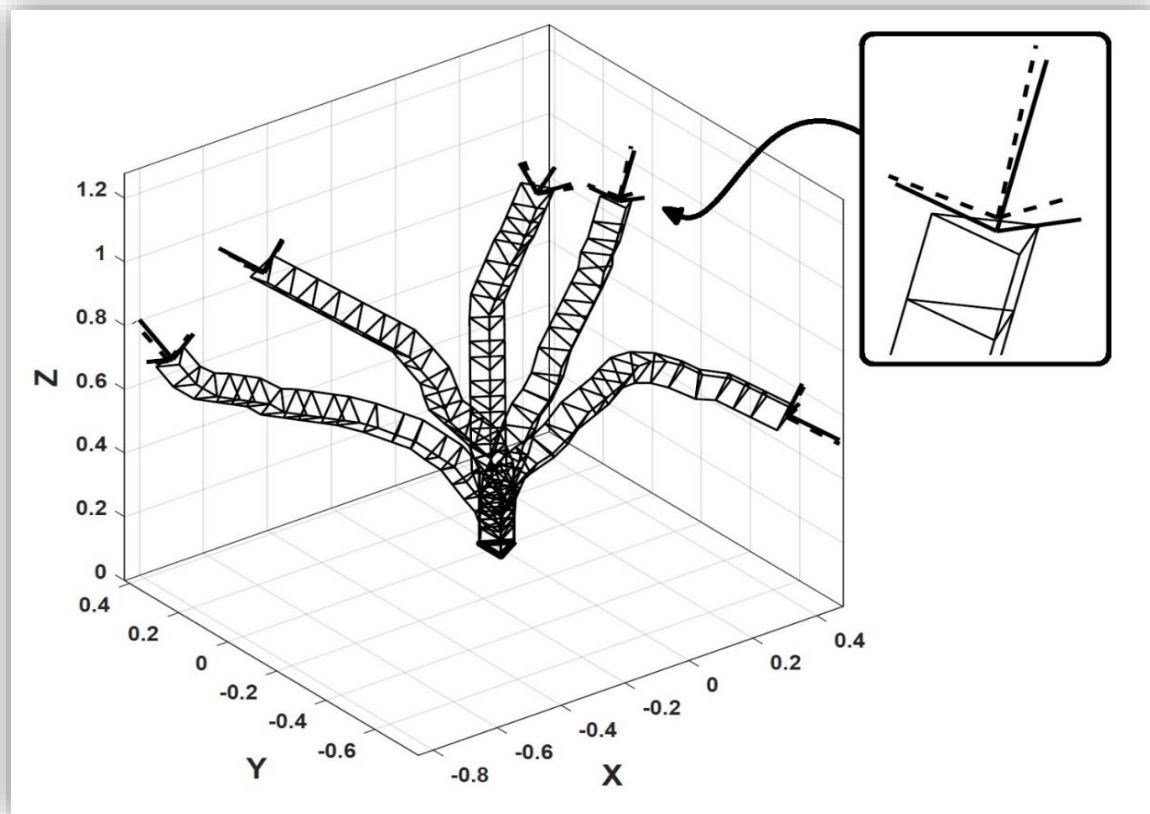
(الف)



شکل ۷- مقایسه عملکرد روش‌های جستجوی تک-تک، جفت-جفت، سه بسته‌ای و چهار بسته‌ای، از نظر خطا و زمان حل، برای نمونه مورد مطالعه دو بعدی (الف) و نمونه مورد مطالعه سه بعدی (ب)



شکل ۸- نمایش پیکربندی‌های جواب به همراه قاب‌های انتهایی (با خط مممتد نمایش داده شده‌اند) و قاب‌های هدف (با خط چین نمایش داده شده‌اند) مربوط به پنج مسئله واقعی تصادفی برای نمونه مورد مطالعه دو بعدی



شکل ۹- نمایش پیکربندی‌های جواب به همراه قاب‌های انتهایی (با خط ممتد نمایش داده شده‌اند) و قاب‌های هدف (با خط چین نمایش داده شده‌اند) مربوط به پنج مسئله واقعی تصادفی برای نمونه مورد مطالعه سه بعدی

شکل‌های (۸) و (۹) هر کدام نمایشگر پیکربندی جواب برای پنج مسئله واقعی تصادفی هستند. شکل (۸) برای نمونه مورد مطالعه دو بعدی و شکل (۹) برای نمونه مورد مطالعه سه بعدی می‌باشد. روش مورد استفاده برای حل مسئله در این دو شکل، روش جستجوی سه بسته‌ای با تعداد تکرار ۵۰ می‌باشد. در این اشکال قاب هدف با خط چین و قاب انتهایی بازو با خط ممتد نمایش داده شده است. متوسط خطا در موارد نمایش داده شده در شکل (۸)، ۰/۰۵۵ و متوسط زمان حل در این شکل ۰/۴۲۵ ثانیه می‌باشد. متوسط خطا در موارد نمایش داده شده در شکل (۹)، ۰/۰۱۴۳ و متوسط زمان حل در این شکل ۰/۳۷۵ ثانیه می‌باشد.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله حل مسئله سینماتیک معکوس برای بازوهای ناپیوسته به روش چند بسته‌ای ارائه و مورد بررسی قرار گرفت. دو نمونه مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی مورد آزمون عددی قرار گرفتند. نتایج عددی نشان داد با افزایش تعداد بسته‌های مورد بررسی میزان خطا کاهش می‌یابد اما زمان حل مسئله افزایش پیدا خواهد کرد. بنابراین پاسخ به این سوال که بهترین انتخاب برای تعداد بسته‌های مورد بررسی کدام است، یک چالش خواهد بود. بررسی‌های عددی در هر دو نمونه مورد مطالعه دو بعدی و سه بعدی نشان داد که پاسخ به این سوال بستگی به حداکثر زمان حل قابل قبول برای مسائل دارد؛ مثلاً برای زمان حل کمتر از یک ثانیه، جستجوی سه بسته‌ای، بهترین انتخاب خواهد بود.

مراجع

- [1] D. L. Pieper, "The Kinematics of Manipulators under Computer Control, Stanford University," 1969, <https://www-proquest-com.access.semantak.com/dissertations-theses/kinematics-manipulators-under-computer-control/docview/302481631/se-2?accountid=173708>.
- [2] G. S. Chirikjian, "A Binary Paradigm for Robotic Manipulators," in Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Diego, CA, USA, 08-13 May 1994, pp. 3063-3069, <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351099>.
- [3] Y. Chi, Y. Tang, H. Liu, and J. Yin, "Leveraging Monostable and Bistable Pre-curved Bilayer Actuators for High-performance Multitask Soft Robots," Advanced Materials Technologies, Vol. 5, No. 9, p. 2000370, 2020, <https://doi.org/10.1002/admt.202000370>.
- [4] Y. Lin, C. Zhang, W. Tang, Z. Jiao, J. Wang, W. Wang, Y. Zhong, and "A Bioinspired Stress-response Strategy for High-speed Soft Grippers," Advanced Science, Vol. 8, No. 21, p. 2102539, 2021, <https://doi.org/10.1002/advs.202102539>.
- [5] X. Wang, A. Khara, and C. Chen, "A Soft Pneumatic Bistable Reinforced Actuator Bioinspired by Venus Flytrap with Enhanced Grasping Capability," Bioinspiration & Biomimetics, Vol. 15, No. 5, p. 056017, 2020, <https://doi.org/10.1088/1748-3190/aba091>.
- [6] M. Mungekar, L. Ma, W. Yan, V. Kackar, S. Shokrzadeh, and M. K. Jawed, "Design of Bistable Soft Deployable Structures via a Kirigami-inspired Planar Fabrication Approach," Advanced Materials Technologies, Vol. 11, No. 2, p. 2300088, 2023, <https://doi.org/10.1002/admt.202300088>.
- [7] X. Wang, H. Zhou, H. Kang, W. Au, and C. Chen, "Bio-inspired Soft Bistable Actuator with Dual Actuations," Smart Materials and Structures, Vol. 30, No. 12, p. 125001, 2021, <https://doi.org/10.1088/1361-665X/ac2e19>.
- [8] J. McWilliams, Y. Yuan, J. Friedman, and C. Sung, "Push-on Push-off: A Compliant Bistable Gripper with Mechanical Sensing and Actuation," in 2021 IEEE 4th International Conference on Soft Robotics (RoboSoft), New Haven, CT, USA, 12-16 April 2021, pp. 622-629. <https://doi.org/10.1109/RoboSoft51838.2021.9479209>.
- [9] Y. Tang, Y. Chi, J. Sun, T. H. Huang, O. H. Maghsoudi, A. Spence, J. Zhao, H. Su, and J. Yin, "Leveraging Elastic Instabilities for Amplified Performance: Spine-inspired High-speed and High-force Soft Robots," Science Advances, Vol. 6, No. 19, p. eaaz6912, 2020, <https://doi.org/10.1126/sciadv.aaz6912>.
- [10] R. Masana, S. Khazaaleh, H. Alhussein, R. S. Crespo, and M. F. Daqaq, "An Origami-inspired Dynamically Actuated Binary Switch," Applied Physics Letters, Vol. 117, No. 8, p. 081901, 2020, <https://doi.org/10.1063/5.0010236>.
- [11] L. Cappello, M. Xiloyannis, B. K. Dinh, A. Pirrera, F. Mattioni, and L. Masia, "Multistable Series Elastic Actuators: Design and Control," Robotics and Autonomous Systems, Vol. 118, pp. 167-178, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.04.014>.

- [12] D. Dragone, L. Randazzini, A. Capace, F. Nesci, C. Cosentino, F. Amato, E. De Momi, R. Colao, L. Masia, and A. Merola, "Design, Computational Modelling and Experimental Characterization of Bistable Hybrid Soft Actuators for a Controllable-compliance Joint of an Exoskeleton Rehabilitation Robot," *Actuators*, Vol. 11, No. 2, p. 32, 2022, <https://doi.org/10.3390/act11020032>.
- [13] S. J. Lee, A. M. Bilton, and S. Dubowsky, "On the Kinematics of Solar Mirrors using Massively Parallel Binary Actuation," in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Vol. 44106, pp. 1177-1186, Montreal, Quebec, Canada, August 15–18, 2010, <https://doi.org/10.1115/DETC2010-28875>.
- [14] S. M. Rudolph, M. W. Nurnberger, H. F. Alqadah, and J. P. Bobak, "Ultra-low-loss, Binary-state Elements for a Mechanically Actuated Reconfigurable Reflectarray," in *2019 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting*, Atlanta, GA, USA, 2019, pp. 1951-1952, <https://doi.org/10.1109/APUSNCURSINRSM.2019.8889144>.
- [15] Q. Ze, S. Wu, J. Dai, S. Leanza, G. Ikeda, P. C. Yang, G. Iaccarino, and R. R. Zhao, "Spinning-enabled Wireless Amphibious Origami Millirobot," *Nature Communications*, Vol. 13, No. 1, p. 3118, 2022, <https://doi.org/10.1038/s41467-022-30802-w>.
- [16] A. Mohand-Ousaid, I. Bouhadda, G. Bourbon, P. Le Moal, Y. Haddab, and P. Lutz, "Compact Digital Microrobot Based on Multistable Modules," *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 6, No. 2, pp. 1926-1933, 2021, <https://doi.org/10.1109/LRA.2021.3061003>.
- [17] H. Hussein, I. Bouhadda, A. Mohand-Ousaid, G. Bourbon, P. Le Moal, Y. Haddab, and P. Lutz, "Design and Fabrication of Novel Discrete Actuators for Microrobotic Tasks," *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 271, pp. 373-382, <https://doi.org/10.1016/j.sna.2017.12.065>.
- [18] L. Zhou, and H. Xie, "A Novel Out-of-plane Electrothermal Bistable Microactuator," in *2019, 20th International Conference on Solid-state Sensors, Actuators and Microsystems and Eurosensors XXXIII (Transducers & Eurosensors XXXIII)*, Berlin, Germany, 23-27 June 2019, pp. 1953-1956, <https://doi.org/10.1109/TRANSDUCERS.2019.8808360>.
- [19] D.K. Patel, X. Huang, Y. Luo, M. Mungekar, M. Khalid Jawed, L. Yao, and C. Majidi, "Highly Dynamic Bistable Soft Actuator for Reconfigurable Multimodal Soft Robots," *Advanced Materials Technologies*, Vol. 8, No. 2, p. 2201259, Feb. 2023, <https://doi.org/10.1002/admt.202201259>.
- [20] Y. Chi, Y. Li, Y. Zhao, Y. Hong, Y. Tang, and J. Yin, "Bistable and Multistable Actuators for Soft Robots: Structures, Materials, and Functionalities," *Advanced Materials*, Vol. 34, No. 19, p. 2110384, May 2022, <https://doi.org/10.1002/adma.202110384>.
- [21] L. S. Novelino, Q. Ze, S. Wu, G.H. Paulino, and R. Zhao, "Untethered Control of Functional Origami Microrobots with Distributed Actuation," *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*, U.S.A., Vol. 117, No. 39, pp. 24096–24101, Sep. 2020, <https://doi.org/10.1073/pnas.2013292117>.

- [22] H. Son, Y. Park, Y. Na, and C. Yoon, "4D Multiscale Origami Soft Robots: A Review," *Polymers*, Vol. 14, No. 19, p. 4235, Sep. 2022. <https://doi.org/10.3390/polym14194235>.
- [23] I. R. Ebert-Uphoff, "On the Development of Discretely-actuated Hybrid-serial-parallel Manipulators," Baltimore, MD, USA: The Johns Hopkins University, 1998, <https://www-proquest-com.access.semantak.com/dissertations-theses/on-development-discretely-actuated-hybrid-serial/docview/304420212/se-2?accountid=173708>.
- [24] J. Suthakorn, "Paradigms for Service Robotics," Baltimore, MD, USA: The Johns Hopkins University, 2003, <https://www-proquest-com.access.semantak.com/dissertations-theses/paradigms-service-robotics/docview/288276541/se-2?accountid=173708>.
- [25] V. A. Suján, M. D. Lichter, and S. Dubowsky, "Lightweight Hyper-redundant Binary Elements for Planetary Robots," in 2001 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Proceedings, Como, Italy, 08-12 July 2001, Vol. 2, pp. 1273–1278, <https://doi.org/10.1109/AIM.2001.936904>.
- [26] Y. Y. Kim, G.-W. Jang, and S. J. Nam, "Inverse Kinematics of Binary Manipulators by using the Continuous-variable-based Optimization Method," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 1, pp. 33-42, 2006, <https://doi.org/10.1109/TRO.2005.858864>.
- [27] A. Motahari, H. Zohoor, and M. Habibnejad Korayem, "Design and Construction of a Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulator," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 3, pp. 669-676, 2020, <http://dorl.net/dor/20.1001.1.10275940.1398.20.3.28.9>, (<http://mme.modares.ac.ir/article-15-30410-en.html>).
- [28] F. C. Park, "Distance Metrics on the Rigid-body Motions with Applications to Mechanism Design," *ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 117, No. 1, pp. 48–54, 1995, <https://doi.org/10.1115/1.2826116>.
- [29] G. S. Chirikjian, and D. S. Lees, "Inverse Kinematics of Binary Manipulators with Applications to Service Robotics," in *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, Pittsburgh, PA, USA, 05-09 August 1995, Vol. 3, pp. 65-71: IEEE. <https://doi.org/10.1109/IROS.1995.525863>.
- [30] I. Ebert-uphoff, and G. S. Chirikjian, "Efficient Workspace Generation for Binary Manipulators with Many Actuators," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 12, No. 6, pp. 383–400, Jun. 1995, <https://doi.org/10.1002/rob.4620120605>.
- [31] I. Ebert-Uphoff, and G. S. Chirikjian, "Inverse Kinematics of Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators using Workspace Densities," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Minneapolis, MN, USA, 22-28 April 1996, Vol. 1, pp. 139–145, <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.503586>.
- [32] J. Suthakorn, and G. S. Chirikjian, "A New Inverse Kinematics Algorithm for Binary Manipulators with Many Actuators," *Advanced Robotics*, Vol. 15, No. 2, pp. 225–244, 2001, <https://doi.org/10.1163/15685530152116245>.

- [33] F. dos Santos Scofano, M. A. Meggiolaro, and V. A. Sujan, "Inverse Kinematics of a Binary Flexible Manipulator using Genetic Algorithms," ABCM Symposium Series in Mechatronics, Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 2, pp. 202-209, 2005, http://abcm.org.br/symposium-series/SSM_Vol2/Section_III_Robotics/SSM2_III_07.pdf.
- [34] A. Motahari, H. Zohoor, and M. H. Korayem, "A New Inverse Kinematic Algorithm for Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators," Latin American Applied Research, Vol. 43, No. 2, pp. 161-168, 2013, https://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S0327-07932013000200009&script=sci_arttext.
- [35] A. Motahari, H. Zohoor, and M. H. Korayem, "Discrete Kinematic Synthesis of Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators," Robotica, Vol. 31, No. 7, pp. 1073-1084, 2013, <https://doi.org/10.1017/S0263574713000337>.
- [36] A. Motahari, H. Zohoor, and M. H. Korayem, "A New Obstacle Avoidance Method for Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators," Scientia Iranica, Vol. 19, No. 4, pp. 1081-1091, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.scient.2012.06.017>.
- [37] A. Motahari, H. Zohoor, and M. H. Korayem, "A New Motion Planning Method for Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators," Robotica, Vol. 35, No. 1, pp. 101-118, 2017, <https://doi.org/10.1017/S0263574714002963>.

پیوست‌ها

اگر مطلوب محاسبه فاصله دو فریم باشد، هم فاصله مبدأ آن‌ها از هم، و هم اختلاف جهت‌گیری آنها، باید در نظر گرفته شود. برای مثال اگر فاصله دو فریم f_A و f_B مطلوب باشد که ماتریس‌های انتقال آن‌ها به ترتیب g_A و g_B باشد و ماتریس انتقال شامل چهار قسمت به صورت زیر باشد:

$$g = \begin{bmatrix} R & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن، R ماتریس دوران و b بردار انتقال می‌باشد. در این صورت، فاصله دو فریم مذکور به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$D(f_A, f_B) = D(g_A, g_B) = \sqrt{\|b_A - b_B\|_2^2 - L_s^2 \|R_A - R_B\|_2^2} \quad (2)$$

که در آن $\|b_A - b_B\|_2$ ، متریک^۱ یا تابع فاصله دو بردار b_A و b_B است که بیانگر فاصله مبدأ دو فریم A و B از هم می‌باشد و مطابق رابطه (۳) بدست می‌آید. همچنین $\|R_A - R_B\|_2$ ، متریک دو ماتریس دوران است که از رابطه (۴) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\|b_A - b_B\|_2 = [(x_{bA} - x_{bB})^2 - (y_{bA} - y_{bB})^2 - (z_{bA} - z_{bB})^2]^{1/2} \quad (3)$$

$$\|R_A - R_B\|_2 = \left[\sum_{i,j=1}^N (R_{A,ij} - R_{B,ij})^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

که N در آن برای مسئله دو بعدی، ۲ و برای مسئله سه بعدی، ۳ است. همچنین در رابطه (۲- الف)، L_s مقیاس طول^۲ نام دارد، که ضریبی برای موازنه بین واحدهای طول در b و جهت در R است. هر چه L_s بزرگتر شود، اهمیت هم جهت بودن قاب انتهایی بازو با قاب هدف، بیشتر می‌گردد و هر چقدر این ضریب کاهش یابد، اهمیت نزدیک بودن مبدأ این دو قاب بیشتر خواهد شد. در این مقاله بر اساس مقاله [۲۶]، $L_s = 0.1$ فرض می‌شود.

¹ Metric

² Length scale

Solving Inverse Kinematics Problem of Discretely Actuated Hyper-redundant Manipulators using Multi-module Searching Method

*Corresponding author: **Alireza Motahari**

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Saveh Branch, Islamic Azad University, Saveh, Iran

Alireza.Motahari@iau.ac.ir

Hassan Zohoor

Professor, Mechanical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

zohoor@sharif.edu

Moharam Habibnejad Korayem

Professor, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

hkorayem@iust.ac.ir

Abstract

The manipulators whose degrees of freedom are high are called “hyper-redundant manipulators”. High degrees of freedom make them dexterous and able to avoid the obstacles. Here, the term hyper-redundant manipulator is used for the manipulators which are produced by cascading the serial or parallel mechanisms on top of each other, as modules. The discrete actuators can have a few stable states. These actuators usually need no feedback in their control. This causes them to have a simpler control, to be cheaper, more precise, and to improve the repeatability. So far, several methods have been proposed to solve inverse kinematics problem of discretely actuated hyper-redundant manipulators. The two-by-two searching method is better than the other methods in terms of CPU-time and error. In this paper, the mentioned method is generalized by choosing an arbitrary number of modules as pending modules in each step of searching, instead of necessary two. Also, the effect of the number of pending modules on CPU-time and error is investigated. For this purpose, two planar and spatial manipulators are introduced to define the inverse kinematics problems and then the results are analyzed and compared.

Keywords: Hyper-redundant manipulator, Discrete actuator, Inverse kinematics, Multi-module search