

## طراحی کنترل مقاوم برای سیستم شبکه‌ای آبشاری بر اساس ماتریس افزوده در حضور تاخیر شبکه

در این مقاله، پایداری گروهی از سیستم‌های کنترل شبکه‌ای آبشاری با ارائه یک مدل زمان پیوسته جدید تحلیل شده، کنترل‌کننده مقاوم  $H_\infty$  برای تضعیف اثر اغتشاشات طراحی می‌شود. هدف این تحقیق، ساده‌سازی تحلیل پایداری و میسر ساختن امکان بررسی ساختارهای مختلف بر مبنای مدل فضای حالت زمان پیوسته در این سیستم‌ها است. به این منظور، در اینجا با فرض انتقال اطلاعات شبکه‌ای بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر، تاخیر و اتلاف اطلاعات به عنوان اثرات شبکه بررسی می‌شود. سپس، پایداری سیستم بر اساس نظریه لیاپانوف-کراسوفسکی و روش ماتریس وزن‌دهی آزاد تحلیل شده، بهره‌های کنترلی و حداکثر تاخیر مجاز تعیین می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی، کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

نسیم انسان‌صفت<sup>۱</sup>

دانشجوی دکترا

علی چائی‌بخش<sup>۲</sup>

دانشیار

علی جمالی<sup>۳</sup>

دانشیار

رضا شهنازی<sup>۴</sup>

دانشیار

واژه‌های راهنما: کنترل شبکه‌ای آبشاری، معادلات حالت افزوده، کنترل مقاوم.

### ۱- مقدمه

سیستم‌های کنترلی آبشاری (با حلقه‌های تو در تو<sup>۵</sup>) یکی از معروف‌ترین ساختارها در صنعت بوده چرا که اثر اغتشاش در حلقه داخلی را کاهش داده و کنترل حلقه خارجی بهتر انجام می‌شود [۱، ۲]. با ورود شبکه‌های ارتباطی برای انتقال اطلاعات در این ساختار، سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با حلقه‌های تو در تو<sup>۶</sup> تشکیل می‌شود. کاربرد شبکه‌های ارتباطی موجب کاهش وزن سیستم، کاهش قابل توجه هزینه‌ها، افزایش انعطاف‌پذیری و کارایی سیستم می‌شود. هر چند، تاخیر<sup>۷</sup> و اتلاف اطلاعات<sup>۸</sup> دو مورد از مهم‌ترین اثرات سوء شبکه‌های ارتباطی است که می‌تواند موجب ناپایداری سیستم شود [۳، ۴]. بنابراین، تحلیل پایداری سیستم‌های کنترل شبکه‌ای به عنوان یکی از مهم‌ترین موضوعات تحقیقاتی در چند دهه اخیر بوده است [۵].

<sup>۱</sup> دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت chaibakhsh@guilan.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

<sup>۴</sup> دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، مهندسی برق، دانشگاه گیلان، رشت

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۳۰، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۲۰

<sup>۵</sup> Cascade Control Systems (CCSs)

<sup>۶</sup> Networked cascade Control Systems (NCCSs)

<sup>۷</sup> Delay

<sup>۸</sup> Packet Loss

در سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با حلقه‌های تو در تو، بسته به نوع کاربرد، تبادل اطلاعات در بخش‌های مختلف پیکربندی می‌تواند با استفاده از شبکه ارتباطی انجام شود [۶]. بنابراین، بسته به موقعیت شبکه، معادلات سیستم تغییر کرده که در تحقیقات مختلف بررسی شده است. به عنوان مثال، گو و همکاران [۴] تبادل اطلاعات بین حسگر و کنترل‌کننده خارجی را با استفاده از شبکه ارتباطی در نظر گرفتند، هوانگ و همکاران [۷] موقعیت شبکه را بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر در نظر گرفتند، ماتیالاگن و همکاران [۸] موقعیت شبکه را بین دو کنترل‌کننده و نیز بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر فرض کردند، ژاو و ما [۹] شبکه را بین دو کنترل‌کننده، بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر و نیز بین کنترل‌کننده و حسگر داخلی در نظر گرفتند، ما و همکاران [۱۰] نیز موقعیت شبکه را بین حسگر و کنترل‌کننده خارجی، حسگر و کنترل‌کننده داخلی و نیز بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر فرض کردند. اگرچه در اغلب موارد، مجموع اثرات شبکه (تاخیر و اتلاف اطلاعات) در مسیرهای مختلف بر ورودی کنترلی در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر، ارائه مدل‌های مختلف برای تاخیر و اتلاف اطلاعات به صورت مقادیر ثابت، متغیر با زمان، تصادفی و نامعین [۱۱-۱۳]، تحلیل معادلات به صورت زمان پیوسته یا گسسته [۷، ۱۴، ۱۵]، طراحی کنترل‌کننده بر مبنای روش‌های مختلف [۱۶-۱۸]، پیشنهاد توابع لیاپانوف مختلف به صورت گسسته [۹، ۱۰، ۱۹] و پیوسته [۲۰، ۲۱] با جملات انتگرالی از مرتبه‌های مختلف یا جملات تصادفی [۱۵] به منظور تحلیل پایداری سیستم، بکارگیری معیارهای مختلف کارایی [۵، ۲۰، ۲۲]، بررسی سیستم‌های تکین [۲۱، ۲۳، ۲۴] و غیره، از جمله مهم‌ترین موضوعات مطالعه شده است. با مروری بر مطالعات انجام شده، مشاهده می‌شود که تحلیل پایداری سیستم‌های کنترل آبشاری تحت شبکه به دلیل وجود دو حلقه متوالی در ساختار، دارای محاسبات پیچیده و طولانی است.

از این‌رو، در نظر گرفتن اثرات شبکه در مسیرهای مختلف به صورت همزمان و یا کاربرد توابع لیاپانوف با انتگرال سه‌گانه یا افزوده<sup>۱</sup> را بسیار دشوار می‌کند. به این منظور در این تحقیق، رویکردی جدید برای مدلسازی زمان-پیوسته این سیستم‌ها پیشنهاد می‌شود که در آن، با ترکیب معادلات دو سیستم، یک سیستم واحد ایجاد شود. با این هدف، به تحلیل پایداری گروهی از سیستم‌های کنترل شبکه‌ای آبشاری پرداخته می‌شود. به این ترتیب که موقعیت شبکه بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر فرض شده و با در نظر گرفتن تاخیر و اتلاف اطلاعات، معادلات فضای حالت زمان پیوسته برای دو سیستم ارائه می‌شود. سپس، به منظور ساده‌سازی روابط و محاسبات، معادلات به معادلات فضای حالت ترکیبی<sup>۲</sup> تبدیل شده و با در نظر گرفتن اغتشاشات خارجی، پایداری سیستم بررسی شده و بهره‌های کنترل‌کننده فیدبک حالت با در نظر گرفتن قید پایداری بهره  $H_\infty$  محاسبه می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی علاوه بر ساده‌سازی قابل توجه معادلات این گروه از سیستم‌ها، پایداری قابل قبولی را نیز ارائه می‌دهد.

**نشانه‌گذاری:** در این تحقیق،  $R$  نشان‌گر مجموعه اعداد حقیقی،  $*$  نشان‌دهنده ترانهاده بلوک متناظر بوده که موجب تقارن ماتریس می‌شود،  $T$  نشان‌دهنده ترانهاده یک ماتریس،  $\| \cdot \|$  نمایان‌گر نرم دوم بردار،  $^{-1}$  " بیان‌گر وارون ماتریس و  $diag [ \cdot ]$  نشان‌دهنده ماتریس قطری است.

<sup>1</sup> Augmented Lyapunov

<sup>2</sup> Augmented State-Space Equations

## ۲- مدل سازی سیستم

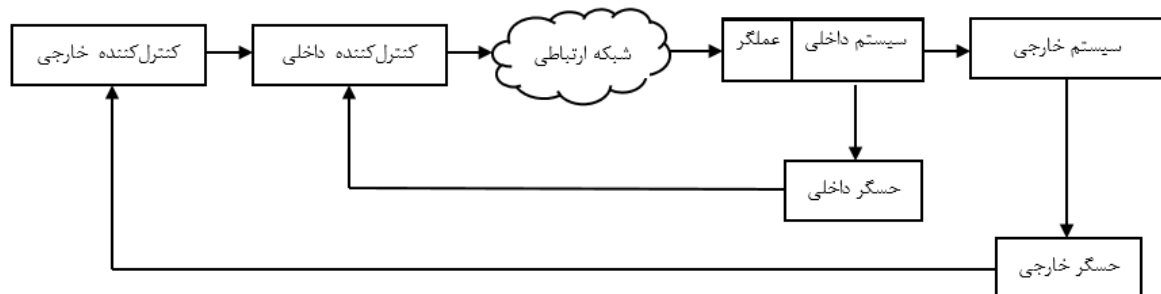
در این بخش، معادلات سیستم مورد بررسی ارائه می شود. معادلات فضای حالت یک سیستم کنترلی با حلقه های تو در تو به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 y_2(t) \\ y_1(t) = C_1 x_1(t) + C_3 \omega(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 u_2(t) + B_3 \omega(t) \\ y_2(t) = C_2 x_2(t) + C_4 \omega(t) \end{cases} \quad (2)$$

معادله (۱) مربوط به حلقه خارجی و معادله (۲) مربوط به حلقه داخلی است. که در آن،  $x_1(t) \in R^{s_1}$  و  $x_2(t) \in R^{s_2}$  به ترتیب، بردار حالت سیستم خارجی و بردار حالت سیستم داخلی،  $y_1(t) \in R^{o_1}$  و  $y_2(t) \in R^{o_2}$  به ترتیب بردار خروجی سیستم خارجی و بردار خروجی سیستم داخلی،  $\omega(t)$  اغتشاش خارجی،  $u_2(t) \in R^p$  بردار ورودی کنترلی بوده و  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, B_3, C_3, C_4$  ماتریس های ثابت و معین با ابعاد مشخص هستند. همان طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، در این تحقیق فرض می شود که تبادل اطلاعات بین کنترل کننده داخلی و عملگر به واسطه شبکه ارتباطی انجام شود. این ساختار در شبکه های صنعتی مانند فیلدباس<sup>۱</sup> و در مواردی که کنترل کننده ها دور از سیستم قرار دارند متداول است [۶]. با توجه به موقعیت شبکه، عملگر فرمان کنترلی را به صورت داده- نمونه ای<sup>۲</sup> دریافت می کند. در این شرایط، ممکن است نمونه ها با تاخیر دریافت شده یا هیچ گاه به عملگر نرسند (به دلیل تاخیر بیشتر از مقدار مجاز اتلاف اطلاعات در نظر گرفته شود) و عملگر تا رسیدن فرمان جدید، فرمان قبلی را به سیستم اعمال کند. در این تحقیق، تاخیر و اتلاف اطلاعات به صورت متغیر با زمان فرض شده به طوری که کران بالای مجموع آن ها تعیین شده (کران پایین صفر است) و حوزه تغییرات به این بازه محدود می شود. بنابراین، با در نظر گرفتن تاخیر و اتلاف اطلاعات، ورودی کنترلی به صورت زیر به عملگر اعمال می شود [۲۵].

$$u_2(t) = K_1 x_1(t - \tau_k) + K_2 x_2(t - \tau_k), \quad t \in \{i_k h + \tau_k, k = 1, 2, \dots\} \quad (3)$$



شکل ۱- ساختار سیستم کنترل شبکه ای مورد بررسی

<sup>1</sup> Fieldbus

<sup>2</sup> Sampled-data

که در آن،  $h$  نشان‌گر زمان نمونه‌برداری بوده و  $i_k, k = 1, 2, 3, \dots$  اعداد صحیحی هستند که در رابطه  $\{i_1, i_2, i_3, \dots\} \subset \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  صدق می‌کنند. نشان‌دهنده تاخیر زمانی است که با استفاده از رابطه (۴)، ماکزیمم حد  $\eta$  می‌تواند به عنوان بیشینه مجموع تاخیر و اتلاف اطلاعات تعریف شود [۲۵].

$$(i_{k+1} - i_k)h + \tau_{k+1} \leq \eta \quad (۴)$$

به این ترتیب، با توجه به روابط (۳) و (۴)، معادلات حالت زمان-پیوسته سیستم می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 C_2 x_2(t) + B_1 C_4 \omega(t) \\ \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 K_1 x_1(i_k h) + B_2 K_2 x_2(i_k h) + B_3 \omega(t), \quad t \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}) \\ y_1(t) = C_1 x_1(t) + C_3 \omega(t) \end{cases} \quad (۵)$$

بر اساس مطالعات انجام شده، مدلسازی سیستم‌های شبکه‌ای (داده نمونه‌ای<sup>۱</sup>) به دو صورت زمان-پیوسته و زمان-گسسته انجام شده و هر دو رویکرد دارای مزایا و معایب مشخصی است. برای مثال، گسسته‌سازی موجب از دست رفتن اطلاعات بین دو لحظه نمونه‌برداری شده و برای تحلیل پایداری سیستم‌های غیرخطی و یا دارای تاخیرهای متغیر با زمان بسیار پیچیده است [۲۶]. از این‌رو، در این مقاله روش زمان-پیوسته انتخاب شده است. با توجه به اینکه تحلیل پایداری سیستم‌های آبخاری به دلیل وجود دو سیستم در ساختار، دارای روابط ریاضی پیچیده و محاسبات طولانی است، در این مقاله پیشنهاد می‌شود که معادلات فضای حالت به فرم یکپارچه تبدیل شوند. به این ترتیب، معادلات فضای حالت در رابطه (۵) به صورت زیر ترکیب می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 C_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_2 K_1 & B_2 K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i_k h) \\ x_2(i_k h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 C_4 \\ B_3 \end{bmatrix} \omega(t) \quad (۶)$$

$$y_1(t) = [C_1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + C_3 \omega(t)$$

رابطه فوق می‌تواند به شکل خلاصه زیر نیز بیان شود.

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BKX(i_k h) + B_\omega \omega(t) \\ Y(t) &= CX(t) + C_\omega \omega(t) \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن،

<sup>۱</sup> Sampled-data systems

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 C_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}, K = [K_1 \quad K_2], C_\omega = C_3,$$

$$B_\omega = \begin{bmatrix} B_1 C_4 \\ B_3 \end{bmatrix}, C = [C_1 \quad 0], \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}, X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad (۸)$$

$$X(i_k h) = \begin{bmatrix} x_1(i_k h) \\ x_2(i_k h) \end{bmatrix}$$

به این ترتیب، هدف این مقاله تحلیل پایداری سیستم (۷) به عنوان فرم یکپارچه و ترکیبی سیستم (۵) است که در بخش‌های (۳) و (۴) ارائه می‌شود.

### ۳- تحلیل پایداری

در این بخش، تحلیل پایداری سیستم (۷)، با استفاده از نظریه لیپانوف-کراسوفسکی<sup>۱</sup> و با استفاده از روش ماتریس وزن‌دهی آزاد<sup>۲</sup> انجام می‌شود. روند اثبات پایداری سیستم مشابه با مرجع [۲۵] بوده، که قید نرم کران‌دار  $H_\infty$  به آن افزوده می‌شود.

**قضیه ۱:** با در نظر گرفتن مقادیر معین  $\gamma > 0, \eta > 0$  و نیز بهره‌های کنترلی  $K_1$  و  $K_2$ ، سیستم (۷) با شاخص کارایی مقاوم  $\gamma$  پایدار مجانبی خواهد بود اگر ماتریس‌های  $N_4, N_3, N_2, N_1, M_4, M_3, M_2, M_1$  و ماتریس‌های متقارن  $P > 0$  و  $T > 0$  با ابعاد مناسب، در ناساوی ماتریس خطی<sup>۳</sup> ارائه شده در رابطه (۹) صدق کنند.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15} & \Omega_{16} \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} & \Omega_{25} & \Omega_{26} \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} & \Omega_{35} & \Omega_{36} \\ * & * & * & \Omega_{44} & \Omega_{45} & \Omega_{46} \\ * & * & * & * & \Omega_{55} & \Omega_{56} \\ * & * & * & * & * & \Omega_{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (۹)$$

که در آن،

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= N_1 + N_1^T - M_1 A - A^T M_1^T \\ \Omega_{12} &= -N_1 + N_2^T - M_1 B K - A^T M_2^T \\ \Omega_{13} &= P + N_3^T + M_1 - A^T M_3^T \\ \Omega_{14} &= N_4^T - M_1 B_\omega - A^T M_4^T \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Lyapunov-Krasovskii Theorem

<sup>2</sup> Free weighting matrix

<sup>3</sup> Linear Matrix Inequality (LMI)

$$\begin{aligned}
\Omega_{15} &= \eta N_1 \\
\Omega_{16} &= C^T \\
\Omega_{22} &= -N_2 - N_2^T - M_2 B K - K^T B^T M_2^T \\
\Omega_{23} &= M_2 - N_3^T - K^T B^T M_3^T \\
\Omega_{24} &= -N_4^T - M_2 B_\omega - K^T B^T M_4^T \\
\Omega_{25} &= \eta N_2 \\
\Omega_{26} &= 0 \\
\Omega_{33} &= M_3 + M_3^T + \eta I \\
\Omega_{34} &= -M_3 B_\omega + M_4^T \\
\Omega_{35} &= \eta N_3 \\
\Omega_{36} &= 0 \\
\Omega_{44} &= -\gamma^2 I - M_4 B_\omega - B_\omega^T M_4^T \\
\Omega_{45} &= \eta N_4 \\
\Omega_{46} &= C_\omega \\
\Omega_{55} &= -\eta I \\
\Omega_{56} &= 0 \\
\Omega_{66} &= -1
\end{aligned}$$

اثبات: فرض می‌شود که تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب شود [۲۵]:

$$V(t) = X^T(t) P X(t) + \int_{t-\eta}^t \int_s^t \dot{X}^T(v) T \dot{X}(v) dv ds \quad (10)$$

به طوری که،  $P > 0$  و  $T > 0$ . سپس، با مشتق‌گیری از رابطه (۱۰) و افزودن تساوی‌های (۱۱) و (۱۲) که برای تمامی ماتریس‌های  $N_1, N_2, N_3, N_4, M_1, M_2, M_3$  و  $M_4$  با ابعاد مناسب برقرار هستند، رابطه (۱۳) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}
& 2[X^T(t)N_1 + X^T(i_k h)N_2 + \dot{X}^T(t)N_3 + \omega^T(t)N_4] \times \\
& \left[ X(t) - X(i_k h) - \int_{i_k h}^t \dot{X}(s) ds \right] = 0 \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2[X^T(t)M_1 + X^T(i_k h)M_2 + \dot{X}^T(t)M_3 + \omega^T(t)M_4] \times \\
& [\dot{X}(t) - A X(t) - B K X(i_k h) - B_\omega \omega(t)] = 0 \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & 2X^T(t)P\dot{X}(t) + \\
& 2[X^T(t)N_1 + X^T(i_k h)N_2 + \dot{X}^T(t)N_3 + \omega^T(t)N_4] \times \\
& \left[ X(t) - X(i_k h) - \int_{i_k h}^t \dot{X}(s)ds \right] \\
& + 2[X^T(t)M_1 + X^T(i_k h)M_2 + \dot{X}^T(t)M_3 + \omega^T(t)M_4] \times \\
& [-B_\omega \omega(t) - AX(t) - BKX(i_k h) + \dot{X}(t)] + \eta \dot{X}^T(t)T\dot{X}(t) \\
& - \int_{t-\eta}^t \dot{X}^T(s)T\dot{X}(s)ds
\end{aligned} \tag{۱۳}$$

از سوی دیگر، با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵) [۲۵]،

$$-\int_{t-\eta}^t \dot{X}^T(s)T\dot{X}(s)ds \leq -\int_{i_k h}^t \dot{X}^T(s)T\dot{X}(s)ds \tag{۱۴}$$

$$\begin{aligned}
& -2[X^T(t)N_1 + X^T(i_k h)N_2 + \dot{X}^T(t)N_3 + \omega^T(t)N_4] \int_{i_k h}^t \dot{X}(s)ds \\
& \leq \eta e^T(t)NT^{-1}N^T e(t) + \int_{i_k h}^t \dot{X}^T(s)T\dot{X}(s)ds
\end{aligned} \tag{۱۵}$$

و در نظر گرفتن قید نرم محدود<sup>۱</sup>  $H_\infty$ ، به منظور تضعیف اغتشاشات خارجی،

$$\begin{aligned}
\frac{\|Y(t)\|_2}{\|\omega(t)\|_2} \leq \gamma \rightarrow \\
Y^T(t)Y(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) = \\
[CX + C_\omega \omega(t)]^T [CX + C_\omega \omega(t)] - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) \leq 0
\end{aligned} \tag{۱۶}$$

می‌توان ناساوی (۱۷) را نتیجه گرفت:

$$\dot{V}(t) \leq [X^T(t) \quad X^T(i_k h) \quad \dot{X}^T(t) \quad \omega^T(t)] \Omega \begin{bmatrix} X(t) \\ X(i_k h) \\ \dot{X}(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \tag{۱۷}$$

که با استفاده از قضیه متمم شر<sup>۲</sup> [۲۶]، ناساوی ماتریس خطی حاصل می‌شود. بنابراین، رابطه (۹) برقرار بوده و پایداری سیستم ثابت می‌شود.

<sup>۱</sup> Norm bounded constraint

<sup>۲</sup> Schur Complement

در روابط فوق،

$$e^T(t) = [X^T(t) \quad X^T(i_k h) \quad \dot{X}^T(t) \quad \omega^T(t)], N^T = [N_1^T \quad N_2^T \quad N_3^T \quad N_4^T]$$

قضیه (۱) پایداری سیستم را به ازای بهره‌های کنترلی معین بررسی می‌کند. درحالیکه، طراحی کنترل کننده و تعیین بهره‌ها بر اساس قضیه (۲) که در بخش (۴) ارائه شده انجام می‌شود.

#### ۴- طراحی کنترل کننده مقاوم

قضیه ۲: در صورتی که پارامترهای  $\eta > 0$ ،  $\rho_2$  و  $\rho_3$  معین باشند، سیستم (۷) با کارایی مقاوم  $\gamma$  و بهره کنترلی  $K = YX^{-T}$  پایدار مجانبی خواهد بود اگر ماتریس غیر تکین  $X$ ، ماتریس قطری و غیر تکین  $Z = z \times I$ ، ماتریس‌های  $Y$ ،  $\tilde{N}_4, \tilde{N}_3, \tilde{N}_2, \tilde{N}_1$ ، ماتریس‌های متقارن  $\tilde{P} > 0, \tilde{T} > 0$  و ماتریس قطری  $\gamma' = \gamma' \times I > 0$  با ابعاد مناسب وجود داشته باشند به طوری که ناتساوی (۱۸) را برآورده کنند.

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \tilde{\Omega}_{12} & \tilde{\Omega}_{13} & \tilde{\Omega}_{14} & \tilde{\Omega}_{15} & \tilde{\Omega}_{16} \\ * & \tilde{\Omega}_{22} & \tilde{\Omega}_{23} & \tilde{\Omega}_{24} & \tilde{\Omega}_{25} & \tilde{\Omega}_{26} \\ * & * & \tilde{\Omega}_{33} & \tilde{\Omega}_{34} & \tilde{\Omega}_{35} & \tilde{\Omega}_{36} \\ * & * & * & \tilde{\Omega}_{44} & \tilde{\Omega}_{45} & \tilde{\Omega}_{46} \\ * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{55} & \tilde{\Omega}_{56} \\ * & * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

که در آن،

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{11} &= \tilde{N}_1 + \tilde{N}_1^T - AX^T - XA^T \\ \tilde{\Omega}_{12} &= -\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2^T - BY - \rho_2 XA^T \\ \tilde{\Omega}_{13} &= \tilde{P} + \tilde{N}_3^T + X^T - \rho_3 XA^T \\ \tilde{\Omega}_{14} &= \tilde{N}_4^T - B_\omega Z^T - XA^T \\ \tilde{\Omega}_{15} &= \eta \tilde{N}_1 \\ \tilde{\Omega}_{16} &= XC^T \\ \tilde{\Omega}_{22} &= -\tilde{N}_2 - \tilde{N}_2^T - \rho_2 BY - \rho_2 Y^T B^T \\ \tilde{\Omega}_{23} &= \rho_2 X^T - \tilde{N}_3^T - \rho_3 Y^T B^T \\ \tilde{\Omega}_{24} &= -\tilde{N}_4^T - Y^T B^T - \rho_2 B_\omega Z^T \\ \tilde{\Omega}_{25} &= \eta \tilde{N}_2 \\ \tilde{\Omega}_{26} &= 0 \end{aligned}$$



$$\tilde{\Omega}_{33} = \rho_3 X + \rho_3 X^T + \eta \tilde{I}$$

$$\tilde{\Omega}_{34} = X - \rho_3 B_\omega Z^T$$

$$\tilde{\Omega}_{35} = \eta \tilde{N}_3$$

$$\tilde{\Omega}_{36} = 0$$

$$\tilde{\Omega}_{44} = -\gamma' - B_\omega Z^T - Z B_\omega^T$$

$$\tilde{\Omega}_{45} = \eta \tilde{N}_4$$

$$\tilde{\Omega}_{46} = Z C_\omega^T$$

$$\tilde{\Omega}_{55} = -\eta \tilde{I}$$

$$\tilde{\Omega}_{56} = 0$$

$$\tilde{\Omega}_{66} = -1$$

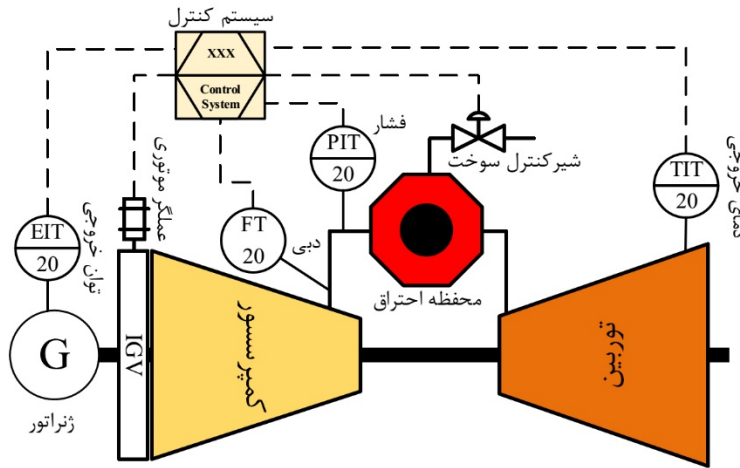
اثبات: در اینجا برای تبدیل جملات غیرخطی به خطی از روش تغییر پارامترها استفاده می‌شود. به این ترتیب که اگر پارامترهای  $M_1 = M, M_2 = \rho_2 M, M_3 = \rho_3 M, M_4 = a \times I$  تعریف شوند و  $X = M^{-1}$  و  $Z = \frac{1}{a} \times I$  در نظر گرفته شوند، با ضرب قبل و بعد رابطه (۹) در  $U = \text{diag}[X \ X \ X \ Z \ X \ X]$  معادله (۱۸) ثابت شده و بهره فیدبک حالت به صورت  $K = YX^{-T}$  محاسبه می‌شود.

تذکر: همان‌طور که در قضیه (۲) بیان شد، برای طراحی کنترل‌کننده دو ماتریس جدید  $Z$  و  $\gamma'$  معرفی شدند. چرا که با در نظر گرفتن ماتریس همانی به جای  $Z$ ، امکان خطی کردن ناتساوی ماتریسی با استفاده از قضیه متمم شر و روش تغییر پارامترها میسر نبود. با این کار،  $Z \gamma^2 Z^T$  برابر با  $\gamma'$  در نظر گرفته می‌شود که در آن،  $Z = zI$  و در نتیجه  $\gamma' = \gamma^2 z^2 \times I$ . به این ترتیب، شاخص کارایی  $H_\infty$  به عنوان متغیر LMI محاسبه شده و با تعیین  $\gamma'$  و  $Z$  می‌توان  $\gamma$  را بدست آورد.

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش با استفاده از روش پیشنهادی، کنترل‌کننده فیدبک حالت مقاوم برای توربین گاز V94.2 [۲۷]، موتور توربوشفت [۱۴] و سیستم کنترل دمای بخار [۱۹] طراحی می‌شود. همچنین، حداکثر تاخیر مجاز و حداقل مقدار شاخص کارایی  $H_\infty$  ( $\gamma$ )، برای هر سه مثال محاسبه می‌شود.

**مثال ۱:** در این مثال، از مدل خطی‌سازی شده توربین گاز صنعتی در مرجع [۲۷] استفاده می‌شود که ساختار آن در شکل (۲) نشان داده شده است. به این ترتیب که با کنترل موقعیت شیر سوخت گازی و نیز موقعیت پره راهنمای ورودی، دمای خروجی و توان تولیدی توربین تنظیم می‌شوند. نسبت فشار کمپرسور و دبی هوا به عنوان متغیرهای میانی و دمای محیط نیز به عنوان اغتشاش خارجی در نظر گرفته شده است.



شکل ۲ - ساختار سیستم کنترل توربین گاز نیروگاهی

معادلات فضای حالت این سیستم در روابط (۱۹) و (۲۰) ارائه شده است.

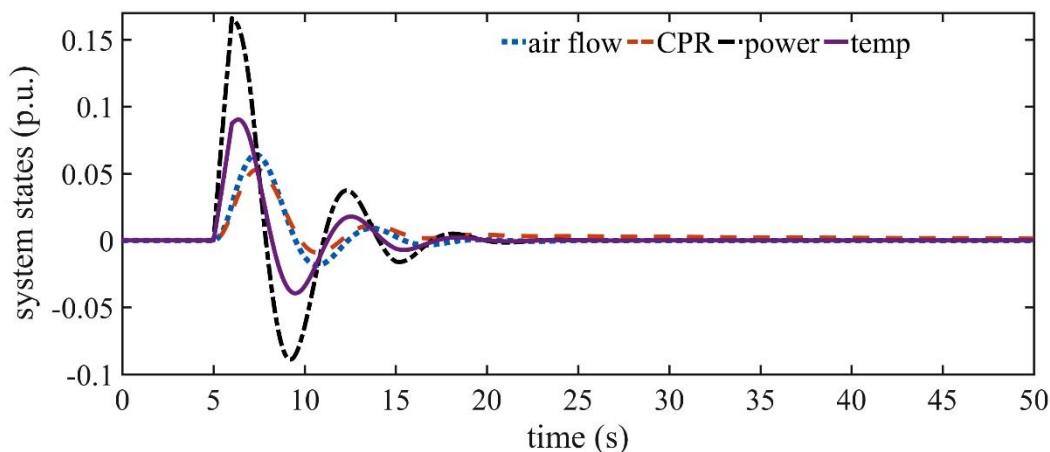
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -0.383 & -0.028 \\ -0.236 & -0.049 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0.360 \\ 0.280 \end{bmatrix} y_2(t) \\ y_1(t) = [1 \quad 0] x_1(t) + 0.01\omega(t) \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} -0.053 & -0.062 \\ 0.290 & -0.422 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 0.173 \\ 0.081 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} \omega(t) \\ y_2(t) = [1 \quad 0] x_2(t) + 0.01\omega(t) \end{cases} \quad (20)$$

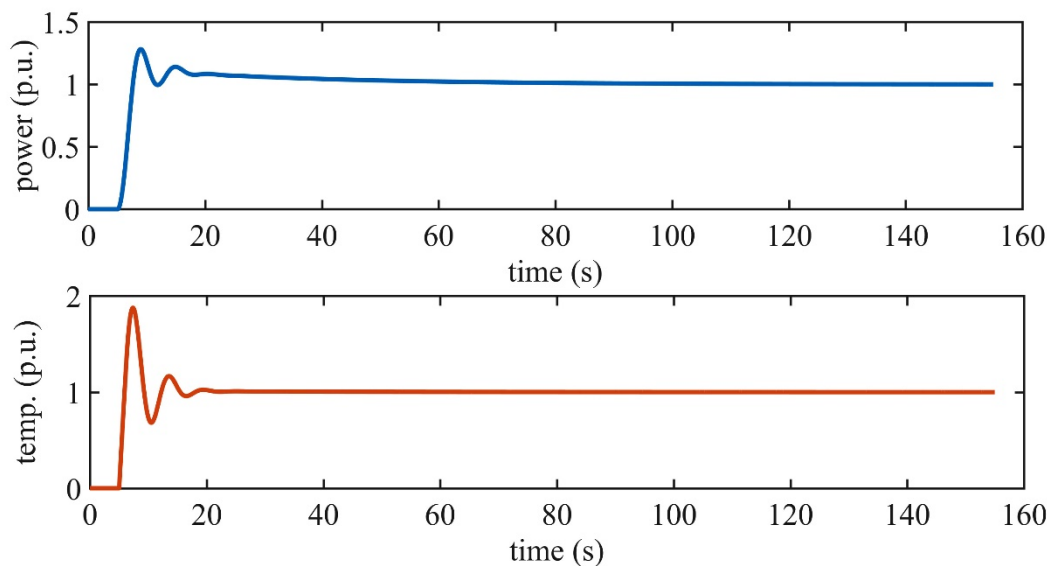
سپس بر اساس قضیه (۲)، با در نظر گرفتن  $\eta = 0.6$ ,  $\rho_2 = 0.2$ ,  $\rho_3 = 0.3$  بهره کنترلی و پارامتر کارایی به ترتیب، برابر با  $K = [-8.2645 \quad 0.3084 \quad -5.0489 \quad 0.2222]$  و  $\gamma = 0.0765$  به دست می‌آید. برای حل ناتساوی ماتریس خطی از جعبه ابزار یالمیپ<sup>۱</sup> [۲۸] استفاده شده است.

در ادامه با استفاده از قضیه (۱)، ماکزیمم مقدار مجاز  $\eta$  برای  $K = [-8.2645 \quad 0.3084 \quad -5.0489 \quad 0.2222]$  و  $\gamma = 0.0765$ ، برابر با  $0.99$  به دست می‌آید. علاوه بر این، شاخص کارایی کمینه برای این بهره‌های کنترلی و  $\eta = 0.6$  برابر با  $0.25$  تعیین می‌شود. همان‌طور که در رابطه (۴) مشاهده می‌شود، با محاسبه  $\eta_{\max}$  می‌توان حداکثر مقدار مجاز تاخیر یا حداکثر زمان نمونه‌برداری را مشخص کرد که در پایداری سیستم نقشی موثر دارد [۲۹]. همچنین، با معلوم بودن زمان نمونه‌برداری و تاخیر، حداکثر تعداد داده‌های ائتلافی بر اساس این رابطه تعیین می‌شود. شکل‌های (۳) و (۴) به ترتیب، پاسخ ضربه و پاسخ پله سیستم حلقه بسته را با اعمال کنترل‌کننده‌های طراحی شده نشان می‌دهد که بیان‌گر پایداری سیستم می‌باشد.

<sup>1</sup> YALMIP toolbox



شکل ۳- پاسخ ضربه سیستم حلقه بسته تحت تاثیر تاخیر



شکل ۴- پاسخ پله سیستم حلقه بسته تحت تاثیر تاخیر

**مثال ۲:** در این مثال، با در نظر گرفتن مدل ارائه شده در مرجع [۱۴] بهره‌های کنترل کننده فیدبک حالت بر اساس قضیه (۲) تعیین می‌شوند. سپس، مشابه با مثال (۱)،  $\eta_{\max}$  و  $\gamma_{\min}$  محاسبه می‌شوند. نتایج در جدول (۱) ارائه شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -285.714 \\ 0 & -0.453 & 9.067 \\ 5.265 & -5.213 & -42.596 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 571.429 \\ 0 \\ 82.571 \end{bmatrix} y_2(t) \\ y_1(t) = [1 \ 0 \ 0] x_1(t) \end{cases} \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} -126.8 & 27.04 & 12.36 & 22.17 & 16.72 \\ 54.67 & 57.21 & -77.02 & -76.21 & 50.81 \\ -336.6 & 223.3 & -130.7 & -83.32 & 172.1 \\ 161.2 & 2.459 & -21.8 & -63.09 & 1.799 \\ 62.42 & -73.55 & -104.2 & -91.44 & -102.3 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} -11.7 \\ 44.24 \\ 53.56 \\ 17.45 \\ 59.35 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} \omega(t) \\ y_2(t) = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] x_2(t) \end{array} \right. \quad (20)$$

جدول ۱- نتایج به دست آمده برای مثال (۲)

$\gamma_{\min}$ (قضیه ۱)	$\eta_{\max}$ (قضیه ۱)	$\eta = 0.01$ (قضیه ۲)	
		شاخص کارایی مقاوم	بهره‌های کنترلی
۰/۰۰۴۵	۰/۰۱۵	$\gamma = 0.1739$	$K = [-0.6785 \ -0.0402 \ 1.7854 \ -2.1558 \ -4.1613 \ 1.6481$ $1.6142 \ -0.3450]$

همان‌طور که در جدول (۱) نشان داده شده، در صورتی که زمان نمونه‌برداری بسیار کوچک فرض شود، حداکثر مقدار تاخیر با توجه به رابطه (۴) برابر با ۰/۰۱ ثانیه خواهد بود. با در نظر گرفتن این مقدار تاخیر و بهره‌های کنترلی تعیین شده،  $\gamma_{\min}$  در مقایسه با مرجع [۱۴]، مقدار کوچکتری است که نشان‌گر قابلیت روش پیشنهادی در کنترل سیستم‌های شبکه‌ای آبخاری است.

**مثال ۳:** در این مثال، مدل ارائه شده در مرجع [۱۹] برای سیستم اصلی کنترل دمای بخار با روش پیشنهادی در این مقاله کنترل می‌شود. مدل سیستم در روابط (۲۳) و (۲۴) آورده شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -0.367 & -0.011 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_2(t) \\ y_1(t) = [0 \ 0.011] x_1(t) + 0.1 \omega(t) \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} -2.1 & -1.2 & -0.1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.05 \\ 0.06 \end{bmatrix} \omega(t) \\ y_2(t) = [0 \ 0 \ 0.1] x_2(t) + 0.2 \omega(t) \end{array} \right. \quad (24)$$

مشابه با دو مثال قبل، نتایج به دست آمده در جدول (۲) مشاهده می‌شود.

## جدول ۲- نتایج به دست آمده برای مثال (۳)

$\gamma_{\min}$ (قضیه ۱)	$\eta_{\max}$ (قضیه ۱)	$\eta = 2$ (قضیه ۲)	
		شاخص کارایی مقاوم	بهره‌های کنترلی
۰/۲	۵/۹	$\gamma = 1.749$	$K = [-0.2458 \quad -0.0750 \quad -0.1541 \quad -0.3112 \quad -0.2079]$

$\gamma_{\min}$  در مرجع [۱۹] مقدار ۰/۳۰۵۵ گزارش شده است در حالیکه این پارامتر در این مقاله ۰/۰۰۴۵ به دست آمده است که نشان‌دهنده دقت روش پیشنهاد شده می‌باشد.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، پایداری گروهی از سیستم‌های کنترل شبکه‌ای با حلقه‌های تو در تو که در آن انتقال اطلاعات بین کنترل‌کننده داخلی و عملگر از طریق شبکه ارتباطی انجام می‌شود، مورد مطالعه قرار گرفت. به منظور ساده‌سازی روابط، مدل فضای حالت دو سیستم با مدل ترکیبی زمان-پیوسته معادل جایگزین شده و اثرات تاخیر و اتلاف اطلاعات در نظر گرفته شد. بر اساس روش پایداری لیاپانوف-کراسوفسکی و در نظر گرفتن قید پایداری  $H_{\infty}$ ، پایداری نمایی بر ناتساوی ماتریس خطی حاصل شد. سپس، بهره‌های کنترل‌کننده فیدبک حالت به گونه‌ای محاسبه شد که سیستم با در نظر گرفتن تاخیر، اتلاف اطلاعات و اغتشاشات خارجی پایدار باشد. مثال‌های عددی ارائه شده و مقایسه  $\gamma_{\min}$  و  $\eta_{\max}$  محاسبه شده، نشان‌دهنده قابلیت روش پیشنهادی است. این روش برای مدل‌های مختلف فضای حالت زمان-پیوسته (با موقعیت‌های مختلف شبکه) و توابع لیاپانوف پیچیده‌تر قابل تعمیم است.

## مراجع

- [1] Huang, C., Bai, Y., and Li, X., "Simulation for a Class of Networked Cascade Control Systems by PID Control", Networking, Sensing and Control (ICNSC), International Conference, Chicago, IL, USA, pp. 458-463, April 10-12, (2010).
- [2] Zárate-Navarro, M., García-Sandoval, J., and Calderón, C., "Cascade Control of a Class of Chemical Reactors Based on Entropy Production Shaping", IFAC-PapersOnLine, Vol. 50, pp. 570-575, (2017).
- [3] Ma, B., Du, F., Fang, X., and Huang, Y. T. C., "Time Delay Compensation Method for a Kind of Networked Cascade Control System", 27th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Qingdao, China, pp. 5276-5280, 23-25 May, (2015).
- [4] Gu, Z., Zhang, T., Yang, F., Zhao, H., and Shen, M., "A Novel Event-triggered Mechanism for Networked Cascade Control System with Stochastic Nonlinearities and Actuator Failures", Journal of the Franklin Institute, Vol. 356, pp. 1955-1974, (2019).

- [5] Santra, S., Sakthivel, R., Shi, Y., and Mathiyalagan, K., "Dissipative Sampled-data Controller Design for Singular Networked Cascade Control Systems", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 353, pp. 3386-3406, (2016).
- [6] Huang, C., Bai, Y., and Li, X., "Fundamental Issues in Networked Cascade Control Systems", *Automation and Logistics, ICAL 2008 IEEE International Conference*, Chindao, China, pp. 3014-3018, 1-3 September, (2008).
- [7] Huang, C., Bai, Y., and Liu, X., "H-Infinity State Feedback Control for a Class of Networked Cascade Control Systems with Uncertain Delay", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, Vol. 6, pp. 62-72, (2010).
- [8] Mathiyalagan, K., Park, J. H., and Sakthivel, R., "Finite-time Boundedness and Dissipativity Analysis of Networked Cascade Control Systems", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 84, pp. 2149-2160, (2016).
- [9] Zhao, R., and Ma, D., "Exponential Stabilization for Networked Cascade Control System: A Switched Cascade System Approach", *35th Chinese Control Conference (CCC)*, Chengdu, China, pp. 2337-2342, 27-29 July, (2016).
- [10] Ma, D., Li, Z., and Zhao, R., "Output Tracking with Disturbance Attenuation for Cascade Control Systems Subject to Network Constraint", *Asian Journal of Control*, Vol. 22, pp. 1617-1627, (2019).
- [11] Liu, J., Gu, Y., Xie, X., Yue, D., and Park, J. H., "Hybrid-driven-based  $H_\infty$  Control for Networked Cascade Control Systems with Actuator Saturations and Stochastic Cyber Attacks", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 49, pp. 2452-2463, (2018).
- [12] Mathiyalagan, K., Park, J. H., and Sakthivel, R., "New Results on Passivity-based  $H_\infty$  Control for Networked Cascade Control Systems with Application to Power Plant Boiler-turbine System", *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, Vol. 17, pp. 56-69, (2015).
- [13] Huang, C., Bai, Y., and Zhu, Y., "PID Controller Design for a Class of Networked Cascade Control Systems", *Advanced Computer Control (ICACC)*, 2nd International Conference, Shenyang, China, pp. 43-47, 27-29 March, (2010).
- [14] Liu, X., and Sun, X., "Networked Cascade Control System Design for Turboshift Engines with Random Packet Dropouts", *International Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2017, pp. 1-12, (2017).
- [15] Elahi, A., and Alfi, A., "Stochastic  $H_\infty$  Finite-time Control of Networked Cascade Control Systems under Limited Channels, Network Delays and Packet Dropouts", *ISA Transactions*, Vol. 97, pp. 352-364, (2019).
- [16] Liu, J., Wang, Y., Zha, L., and Yan, H., "Event-based Control for Networked TS Fuzzy Cascade Control Systems with Quantization and Cyber Attacks", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 356, pp. 9451-9473, (2019).

- [17] Belapurkar, R. K., and Yedavalli, R. K., "LQR Control Design of Discrete-time Networked Cascade Control Systems with Time Delay", ASME 2011 Dynamic Systems and Control Conference and Bath/ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control, Arlington, Virginia, USA, pp. 299-304, 31 October - 2 November, (2011).
- [18] Liu, X., Li, Y., and Sun, X., "Design of Distributed Engine Control Systems with Uncertain Delay", PloS One, Vol. 11, pp. e0163545, (2016).
- [19] Du, Z., Yuan, W., and Hu, S., "Discrete-Time Event-Triggered H-Infinity Stabilization for Networked Cascade Control Systems with Uncertain Delay", Journal of the Franklin Institute, Vol. 356, pp. 9524-9544, (2019).
- [20] Santra, S., Sakthivel, R., Mathiyalagan, K., and Anthoni, S. M., "Exponential Passivity Results for Singular Networked Cascade Control Systems via Sampled-data Control", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 139, pp. 031001, (2017).
- [21] Murugesan, S., and Liu, Y. C., "Mixed-triggered Reliable Control for Singular Networked Cascade Control Systems with Randomly Occurring Cyber Attack", arXiv Preprint arXiv:1903.01024, (2019).
- [22] Sathishkumar, M., and Liu, Y. C., "Hybrid-Triggered Reliable Dissipative Control for Singular Networked Cascade Control Systems with Cyber-attacks", Journal of the Franklin Institute, Vol. 357, pp. 4008-4033, (2020).
- [23] Du, Z., Yue, D., and Hu, S., "H-Infinity Stabilization for Singular Networked Cascade Control Systems with State Delay and Disturbance", IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol. 10, pp. 882-894, (2014).
- [24] Sakthivel, R., Sathishkumar, M., Ren, Y., and Kwon, O., "Fault-tolerant Sampled-data Control of Singular Networked Cascade Control Systems", International Journal of Systems Science, Vol. 48, pp. 2079-2090, (2017).
- [25] Yue, D., Han, Q. L., and Peng, C., "State Feedback Controller Design of Networked Control Systems", Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications, Taipei, Taiwan, pp. 242-247, 2-4 September, (2004).
- [26] Fridman, E., "Introduction to Time-Delay Systems: Analysis and Control", Springer, International Publishing, Switzerland, (2014).
- [27] Chaibakhsh, A., and Amirkhani, S., "A Simulation Model for Transient Behaviour of Heavy-duty Gas Turbines", Applied Thermal Engineering, Vol. 132, pp. 115-127, (2018).
- [28] Lofberg, J., "YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB", IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No. 04CH37508), New Orleans, LA, USA, pp. 284-289, 26 April - 1 May, (2004).
- [29] Kim, D. S., Lee, Y. S., Kwon, W. H., and Park, H. S., "Maximum Allowable Delay Bounds of Networked Control Systems", Control Engineering Practice, Vol. 11, pp. 1301-1313, (2003).

### فهرست نمادهای انگلیسی

- $A_1$ : ماتریس حالت سیستم خارجی  
 $A_2$ : ماتریس حالت سیستم داخلی  
 $B_1$ : ماتریس ورودی سیستم خارجی  
 $B_2$ : ماتریس ورودی سیستم داخلی  
 $C_1$ : ماتریس خروجی سیستم خارجی  
 $C_2$ : ماتریس خروجی سیستم داخلی  
 $h$ : زمان نمونه‌برداری  
 $i_k$ : اعداد صحیح  
 $K_1$ : بهره کنترل‌کننده خارجی  
 $K_2$ : بهره کنترل‌کننده داخلی  
 $M$ : ماتریس وزن دهی آزاد  
 $N_i, i = 1, \dots, 4$ : ماتریس وزن دهی آزاد  
 $P$ : ماتریس لیاپانوف  
 $T$ : ماتریس لیاپانوف  
 $t$ : زمان  
 $u_2(t)$ : ورودی سیستم داخلی  
 $V$ : تابع لیاپانوف  
 $x_1(t)$ : بردار حالت سیستم خارجی  
 $x_2(t)$ : بردار حالت سیستم داخلی  
 $y_1(t)$ : خروجی سیستم خارجی  
 $y_2(t)$ : خروجی سیستم داخلی  
 $X$ : واریانس ماتریس  $M$   
 $Z$ : ماتریس تغییر متغیر  
 $\eta$ : بیشینه مجموع تاخیر و اتلاف اطلاعات  
 $\rho_i, i = 2, \dots, 4$ : پارامترهای تنظیم‌کننده  
 $\gamma$ : شاخص کارایی مقاوم  
 $\Omega$ : ماتریس مربوط به ناتساوی ماتریسی خطی  
 $\omega$ : بردار اغتشاش



## Abstract

In this paper, stability of a group of networked cascade control systems based on a new continuous-time model is investigated and  $H_\infty$  state feedback controllers considering  $H_\infty$  norm bounded constraint are designed in order to attenuate external disturbances. The main objective of this research is to simplify stability analysis and provide the possibility of considering different configurations based on a continuous-time state-space model for these systems. To this aim, here it is assumed that data transformation between the secondary controller and the actuator is performed through a communication network. Using communication networks would result in some imperfections such as communication delay and data packet loss which are considered in the modelling of the system. Then, the state-space equations of the systems are converted to an equivalent augmented state-space equation. Stability of the system is analyzed based on the Lyapunov-Krasovskii theorem and using free weighting matrix method and controller gains as well as maximum allowable delay bound are computed. Simulation results confirm the validity of the proposed method.