

## بهینه سازی اندازه و شکل خرپاهای دوبعدی با در نظر گرفتن چندین تابع هدف به روش NSCSS

در این مقاله با تغییر سطح مقطع و موقعیت مفاصل خرپاها به بهینه سازی چند هدف آن ها پرداخته شده است. این دو مورد گاهی با تغییر جداگانه و گاهی با تغییر همزمان انجام گرفته است. توابع هدف بهینه سازی، وزن و خیز مفاصل خرپا در نظر گرفته شده اند. برای بهینه سازی توام وزن و خیز از روش NSCSS استفاده شده است. استفاده از این روش و به کارگیری آن برای بهینه سازی چند هدفه یک کار جدید است. به منظور اثبات توانمندی روش ارائه شده در این مقاله چند مثال استاندارد مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. مقایسه نتایج این روش با نتایج مقالات دیگر دقت قابل قبول و گستردگی مطلوب منحنی پارتو را نشان می دهد.

سیدسعید حسینی<sup>۱</sup>

کارشناسی ارشد

علی قدوسیان<sup>۲</sup>

دانشیار

رحمت الله رحمانی<sup>۳</sup>

کارشناسی ارشد

واژه های راهنما: خرپا، بهینه سازی چند هدفه، بهینه سازی اندازه، NSCSS، بهینه سازی شکل

### ۱- مقدمه

اندیشه کاستن وزن سازه بدون تاثیر نامطلوب بر رفتار آن از دیر باز در ذهن طراحان جای گرفته است. هر چند تدوین نظریه بنیادی در این زمینه به پژوهش های انجام گرفته از سوی مایکل در اوایل قرن جاری میلادی باز میگردد. وی با معلوم و ثابت دانستن موقعیت نقاط اثر بار و تکیه گاه ها در فضای دو بعدی، روش تحلیلی برای طرح بهینه پیکره خرپاهایی که تنها یک حالت بارگذاری دارند و محدودیت تنش در آن ها مورد نظر قرار گرفته باشد پایه گذاری کرد. سازه میشل<sup>۳</sup> از نظر ایستایی معین و تنها برای حالت بارگذاری مورد نظر پایدار بود. این سازه به دلیل داشتن تعداد نامحدودی عضو، به ندرت در طرح های مهندسی کاربرد دارد و تنها به عنوان راهنمایی در طرح بهینه پیکره خرپاها می تواند به کار رود. [۱]

<sup>۱</sup>نویسنده مسئول، کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

hosseiny.saeed@yahoo.com

<sup>۲</sup>دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

<sup>۳</sup>کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس r.rahmani2000@gmail.com

<sup>۳</sup>Michel

رشد و گسترش همزمان سه دانش نوپای اجزای محدود، رایانه و بهینه سازی در دهه (۱۹۶۰)، توانایی های قابل ملاحظه و اطمینان بخشی را برای طرح بهینه دستگاههای سازه ای فراهم آورد. پیدایش روش های نوین بهینه سازی را باید دستاورد پژوهش های انجام گرفته از سوی اسمیت در ابتدای این دهه دانست. وی با بهره گیری از توانایی های مزبور نشان داد که مسئله کمینگی وزن سازه های نامعین کشسان را می توان به یک مسئله برنامه ریزی ناخطی در فضای متغییر های طراحی تبدیل کرد [۲]

تلاش اسمیت برای بهینگی سطح مقطع اعضای یک خرپای سه عضوی با محدودیت های تنش و دو حالت بارگذاری مختلف، نتایج خلاف تصویری را به همراه داشت. بر پایه این نتایج، در طرح بهینه یک سازه نامعین با محدودیت های رفتاری تنش، لازم نیست که تنش در هر یک از اعضای سازه، دست کم در یک حالت بارگذاری به حد مجاز برسد و چه بسا در برخی از اعضا، تنش بسیار کمتر از مقدار مجاز باشد. به این ترتیب نمی توان انتظار داشت که طرح بهینه چنین سازه ای به طور حتم در یکی از نقاط راس فضای طراحی قرار گیرد. باید دانست که طرح بهینه شکل سازه ها به دلیل برخی از دشواری های آن در مقایسه با ابعاد مقطع عرضی کمتر مورد توجه قرار گرفته و بیشتر تلاش ها در دو دهه نخست پس از پیدایش روش های نوین بهینه سازی به طرح بهینه ابعاد مقطع عرضی اختصاص داشته است.

دشواری های اصلی موجود در بهینه سازی هندسی سازه ها را می توان در سه مورد زیر خلاصه کرد: [۳]

- ۱- رفتار عددی متفاوت متغییرهای هندسی و ابعاد مقطع عرضی
- ۲- پیچیده شدن ویژگیهای تابع هدف و محدودیت های رفتاری با در نظر گرفتن میغییرهای هندسی
- ۳- تعداد متغییرهای طراحی

بهینه سازی توپولوژی اولین بار در سال (۱۹۰۴) توسط میشل مطرح گردید [۴] که از نوع بهینه سازی در خرپا محسوب می گردید وی مطالعات و آزمایش های خود را بر روی تعدادی از حالت های مختلف بارگذاری و شرایط تکیه گاهی متفاوت در خرپاها متمرکز کرد. او در این گروه از سازه ها، با تعداد نامحدودی از اعضای خرپا، با طول های متفاوت و سطح مقطع ثابت سروکار داشت و از نتایج آن در کاربردهای مهندسی استفاده کرد.

امروزه برای بهینه سازی خرپاها از سه روش بهینه سازی اندازه، شکل و توپولوژی استفاده می شود. در چند سال اخیر بر روی بهینه سازی سازه از لحاظ اندازه، شکل و توپولوژی برای بدست آوردن حداقل وزن سازه تحت قیود مختلف از جمله جابجایی و تنش کارهای زیادی انجام شده است. [۵]

## ۲- الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار<sup>۱</sup>

الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار توسط کاوه و طلعت اهری برای حل مسایل طراحی سازه ای، معرفی شد [۶] در این روش قانون کولمب<sup>۲</sup> از فیزیک و قانون حرکت از مکانیک نیوتن<sup>۳</sup> حاکم است. در این الگوریتم هر کاندیدای حل شامل تعدادی متغیر است که به عنوان یک ذره باردار در نظر گرفته می شود. هر ذره باردار تحت تاثیر میدان های الکتریکی دیگر ذرات قرار دارد. کمیت نیروی وارد بر این ذره، با استفاده از قوانین

<sup>۱</sup>CSS(charged System Search)

<sup>۲</sup>Coulomb

<sup>۳</sup>Newtonian

الکترو استاتیکی و کیفیت حرکت این ذره، با استفاده از قوانین مکانیک نیوتنی محاسبه می شود. یک ذره با نتیجه خوب در مقایسه با ذرات بدتر، باید یک نیروی قویتری را وارد کند بنابراین مقدار بار ذره  $q_i$  با در نظر گرفتن مقدار تابع شایستگی، به صورت زیر تعریف میشود:

$$q_i = \frac{\text{fit}(i) - \text{fitworst}}{\text{fitbest} - \text{fitworst}} ; i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

که در این رابطه  $\text{fitbest}$  و  $\text{fitworst}$  بدترین و بهترین مقدار تابع شایستگی همه ذرات تا تکرار کنونی است و  $\text{fit}(i)$  برابر با مقدار تابع شایستگی ذره  $i$  است.  $N$  برابر تعداد کل ذرات باردار است.  $r_{ij}$  که فاصله بین دو ذره باردار است، به صورت زیر تعریف می شود:

$$r_{ij} = \frac{\|x_i - x_j\|}{\left\| \frac{(x_i + x_j)}{2} - x_{\text{best}} \right\| + \varepsilon} \quad (2)$$

$x_j$  و  $x_i$  موقعیت آمین و زامین ذره است.  $x_{\text{best}}$  موقعیت بهترین ذره در میان جمعیت است.  $\varepsilon$  یک عدد مثبت کوچکی است که برای جلوگیری از صفر شدن مخرج کسر به کار می رود. احتمال حرکت یک ذره به سمت دیگر ذرات به صورت زیر تعریف می شود:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{otherwise} \\ 1, & \frac{\text{fit}(i) - \text{fitbest}}{\text{fit}(j) - \text{fit}(i)} > \text{rand} \vee \text{fit}(j) > \text{fit}(i) \end{cases} \quad (3)$$

مقدار برآیند نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار به صورت زیر تعریف می شود:

$$F_j = q_i \sum_{i \neq j} \left( \frac{q_i}{a^3} r_{ij} \cdot i_1 + \frac{q_i}{r_{ij}^2} \cdot i_2 \right) p_{ij} (X_i - X_j) \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ i_1 = 1, \quad i_2 = 0 \quad \Leftrightarrow r_{ij} < a \\ i_1 = 0, \quad i_2 = 1 \quad \Leftrightarrow r_{ij} \geq a \end{cases} \quad (4)$$

موقعیت و سرعت جدید هر ذره با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می شود:

$$V_{j,\text{new}} = \frac{X_{j,\text{new}} - X_{j,\text{old}}}{\Delta t} \quad (5)$$

که در آن  $X_{j,\text{new}}$  از رابطه (۶) بدست می آید:

$$x_{j,\text{new}} = (\text{rand}_{j1} k_a \frac{F_j}{m_j} \Delta t^2 + \text{rand}_{j2} k_v v_{j,\text{old}} \Delta t + x_{j,\text{old}}) \quad (6)$$

$K_v$  و  $K_a$  به ترتیب ضریب سرعت و ضریب شتاب هستند.

$\text{rand}_{j1}$  و  $\text{rand}_{j2}$  دو عدد تصادفی در بازه بین صفر و یک هستند.

$\Delta t$  گام زمانی است که برابر با یک در نظر گرفته می شود.

حافظه ذرات باردار<sup>۱</sup> برای بهبود عملکرد الگوریتم در نظر گرفته می شود. این حافظه شامل تعدادی از بهترین ذرات به همراه تابع شایستگیشان تا تکرار کنونی است. هر مولفه ای از بردار حل از مرزهای مجاز خود تجاوز کند می تواند با استفاده از حافظه ذرات باردار باز تولید شود:

$$f(x) = \begin{cases} \text{w. p. CMCR} & , \\ \text{w. p. (1 - CMCR)} & , \end{cases} \begin{cases} \text{select a new value for a variable from CM} \\ \text{w. p. (1 - PAR) do nothing} \\ \text{w. p. PAR choose neighboring value} \\ \text{select a new value randomly} \end{cases} \quad (7)$$

w.p مخفف کلمه با احتمال است.  $x_{i,j}$  آمین متغیر در ذره j است. CMCR نرخ انتخاب یک مقدار برای بردار حل جدید از میان مقادیر ذخیره شده در حافظه ذرات است و مقدار آن بین صفر و یک تغییر می کند. عبارت 1-CMCR نرخ انتخاب تصادفی یک مقدار از میان مقادیر مجاز است. PAR نرخ و احتمال انجام تغییر در مولفه مورد نظر را بیان می کند و فقط بعد از انتخاب یک مقدار از حافظه ذرات باردار عمل می کند و عبارت 1-PAR نرخ انجام هیچ تغییری را بیان می کند.

## ۲-۱- مراحل انجام الگوریتم CSS

- ۱- تعیین موقعیت و سرعت اولیه ذرات : موقعیت اولیه ذرات به صورت تصادفی تعیین می شود و سرعت اولیه صفر در نظر گرفته می شود
- ۲- مقادیر تابع شایستگی ذرات تعیین می شود.
- ۳- ذخیره تعداد CMS عدد از بهترین ذرات و مقادیر تابع شایستگیشان
- ۴- تعیین احتمال حرکت یک ذره به سمت ذرات دیگر و محاسبه بردار نیروی وارد به هر ذره
- ۵- حرکت هر ذره به سمت موقعیت جدید و محاسبه سرعت ذره
- ۶- در صورتی که هر ذره از فضای جستجوی مجاز تجاوز کند موقعیت آن با استفاده از روش جستجوی هارمونی تصحیح می شود.
- ۷- اگر تعدادی از بردارهای جدید از بدترین بردارهای درون حافظه ذرات بهتر بودند این ذرات جدید جایگزین ذرات بدتر می شوند.
- ۸- تکرار گامهای ۴ تا ۷ الگوریتم تا اینکه معیار توقف ارضا شود.

## ۳- بهینه سازی چند هدفه<sup>۲</sup>

در فرایند بهینه سازی به مسائلی بر می خوریم که لازم است چندین تابع هدف همزمان با یکدیگر بهینه شوند به این گونه مسائل، مسائل بهینه سازی چند هدفه می گویند.

<sup>1</sup>charged memory

<sup>2</sup> multi objective optimization

در این بهینه سازی توابع هدف با هم تناقض دارند یعنی با حداقل کردن مقدار یکی، مقدار دیگری افزایش می‌یابد. مثلاً در بهینه سازی سازه‌های خرپایی با کاهش سطح مقطع میله‌ها وزن کاهش می‌یابد در حالی که تنش‌های اعضا افزایش می‌یابد.

### ۳-۱- غلبه<sup>۱</sup>

در بهینه سازی چند هدفه برای مقایسه نقاط از مفهوم غلبه یا Dominate استفاده می‌شود. اگر تمام مولفه های  $X$ ، کوچکتر از مولفه های  $Y$  باشد می‌گوییم  $X$ ،  $Y$  را مغلوب می‌کند. همچنین اگر تمام مولفه های  $X$  برابر  $Y$  باشد، ولی فقط از یک نظر یا از یک بعد  $X$  کوچکتر از  $Y$  باشد باز هم می‌توان گفت  $X$ ،  $Y$  را مغلوب می‌کند. بیان ریاضی مفهوم غلبه به صورت زیر است:

$$f(x_1) \geq f(x_2) \text{ for all objective} \quad (8)$$

$x_1$  dominate  $x_2$  if:

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ for at least one} \quad (9)$$

### ۳-۲- منحنی پارتو<sup>۲</sup>

در حل مسائل چند هدفه نمی‌توان نقطه خاصی را به عنوان پاسخ اعلام کرد چون اگر نقطه ایی را پیدا کنیم که یکی از توابع هدف در آن حداقل باشد در این نقطه تابع هدف دیگری وجود خواهد داشت که حداقل نیست به همین علت پاسخ یک مسئله بهینه سازی چند هدفه یک نقطه نیست بلکه یک منحنی است که هر نقطه آن از نظر یکی از توابع هدف بهینه است و از نظر تابع هدف دیگر اینگونه نیست. همچنین این نقاط هیچ گاه یکدیگر را مغلوب نمی‌کنند.

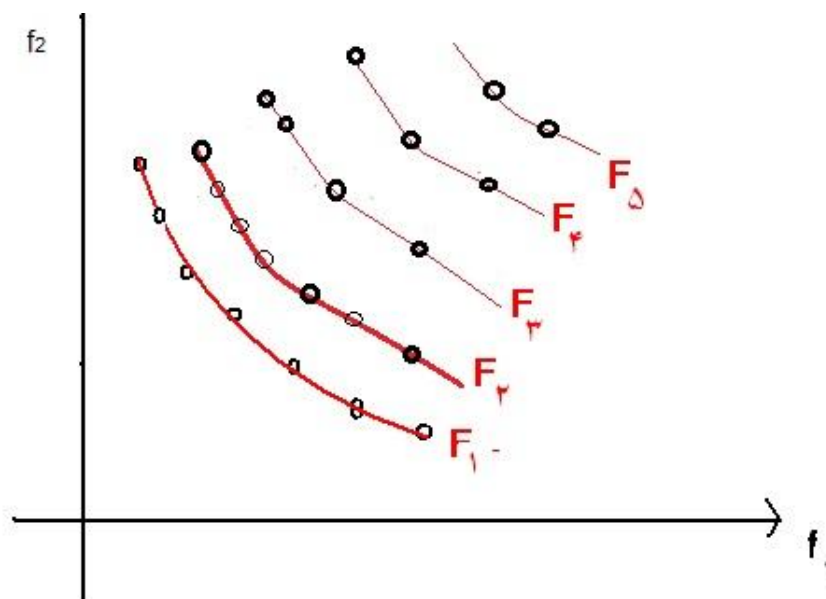
### ۳-۳- رتبه بندی<sup>۳</sup>

رتبه بندی یکی از موضوعات بهینه سازی چند هدفه است که برای اعضای جمعیت در نظر گرفته می‌شود. نقاطی از جمعیت که توسط هیچ یک از نقاط دیگر مغلوب نشوند تشکیل جبهه اول پارتو را می‌دهند. اگر نقاط جبهه اول پارتو در نظر گرفته نشوند و رتبه بندی تکرار شود مجموعه دیگری از نقاط بدست می‌آید که جبهه دوم پارتو را تشکیل خواهند داد. به همین ترتیب می‌توان سایر نقاط جمعیت را رتبه بندی کرد. در شکل (۱) همین مفهوم نمایش داده شده است.

<sup>1</sup>Dominate

<sup>2</sup>Pareto front

<sup>3</sup>RANK



شکل ۱ - مفهوم رتبه بندی در فضای هدف

### ۳-۴ - الگوریتم [NS<sup>۱</sup>]

همانطور که قبلا هم اشاره شد در روش حل NSCSS کار اصلی توسط NS انجام می شود. مراحل الگوریتم NS به صورت زیر معرفی شده که در آن مجموعه اعضایی از جمعیت که توسط P مغلوب می شوند  $S_p$  و تعداد دفعاتی که P توسط سایرین مغلوب می شود  $n_p$  نام گذاری می شوند

۱- به ازای تمام اعضای جمعیت،  $0 = n_p$  و  $S_p = \{\}$

۲- به ازای هر عضو از جمعیت مانند p و به ازای هر عضو از جمعیت مانند q اگر p بر q غلبه کند، q به  $S_p$  اضافه می شود

اگر q بر p غلبه کند، یک واحد به  $n_p$  اضافه می شود

تمام اعضای جمعیت را که  $n_p = 0$  باشد به  $F_1$  اضافه می شود

۳- شمارنده جبهه ها برابر یک در نظر گرفته می شود  $K=1$

۴- Q را به عنوان پیش نویسی از  $F_{K+1}$  در نظر می گیریم به ازای هر عضو از  $F_K$  مانند P

به اعضای هر عضو از  $S_p$  مانند q (تمام q هایی که توسط p مغلوب می شوند) یک واحد از  $n_q$  کم و اگر  $n_q = 0$  شد q به Q اضافه می شود

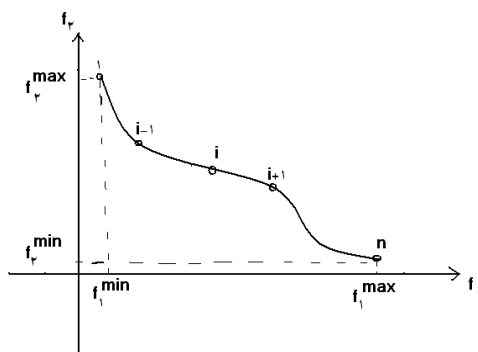
۵- اگر Q خالی باشد فرایند مرتب سازی تمام شده است

۶- اگر Q خالی نباشد  $F_{K+1}$  برابر Q در نظر گرفته می شود و یک واحد به K اضافه می شود و به مرحله ۴ می رود.

<sup>1</sup>Non- dominated sorting

### ۳-۵- فاصله ازدحامی

در بعضی مواقع رتبه بندی عامل تعیین کننده‌ای نیست مثلاً در شکل (۱) بین نقاط موجود در جبهه اول پارتو به کمک عامل رتبه بندی نمی‌توان بین آن‌ها مقایسه کرد و تفکیک قائل شد در حقیقت نمی‌توان بین آن‌ها جواب مناسب را انتخاب کرد به همین علت مفهوم فاصله ازدحامی بیان می‌شود.



شکل ۲- مفهوم فاصله ازدحامی

اگر اعضای جمعیت به شکل (۲) پخش شده باشند و عضو را  $i$  در نظر بگیریم فاصله ازدحامی با توجه به عضو ابتدایی جمعیت و عضو انتهایی جمعیت و همسایه قبلی و همسایه بعدی  $i$  بدست می‌آید که به صورت زیر است :

$$d_i^j = \frac{|f_j^{i+1} - f_j^{i-1}|}{|f_j^{\max} - f_j^{\min}|} \quad (10)$$

$$d_i = d_i^1 + \dots + d_i^m = \sum_{j=1}^m d_i^j \quad (11)$$

هر چه فاصله ازدحامی بیشتر باشد تنوع پاسخها بیشتر است و پاسخ محدوده بیشتری را پوشش میدهد.

در هنگام مقایسه دو جواب توسط NSCSS جوابی بهتر است که :

۱- رتبه بهتری داشته باشد یعنی رتبه آن کمتر باشد.

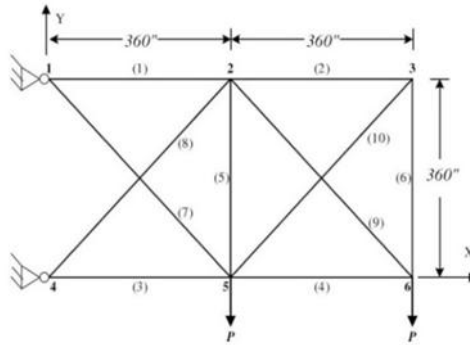
۲- فاصله ازدحامی آن بیشتر باشد.

### ۴- ارائه مثال

در این بخش جهت معرفی و بیان کارایی روش NSCSS به ارائه چند مثال می‌پردازیم. توجه شود که در طی حل این مسائل توپولوژی تمام سازه‌ها ثابت است و فقط سطح مقطع لینکها و مختصات گره‌ها به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته میشود.

### ۴-۱- بهینه سازی چند هدفه اندازه خرپای ۱۰ میله ای

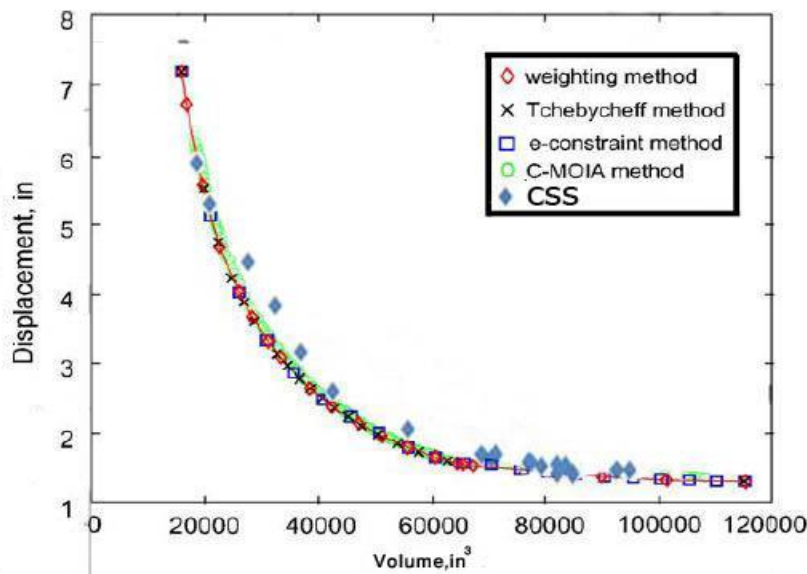
خرپای ده میله ای نشان داده شده در شکل (۳) که در مرجع [۸] ذکر شده است مفروض است. توابع هدف مسئله حداقل کردن وزن سازه و خیز عمودی گره (۶) می باشد. حداقل و حداکثر سطح مقطع اعضا به ترتیب برابر ۰٫۱ و ۳۰ اینچ مربع است. نیروی خارجی  $p = -100000$  [Ib] به گره (۵) و (۶) در جهت  $y$  وارد می شود. حداکثر تنش مجاز کششی و فشاری اعضا ۲۵ [ksi] است. توابع هدف مسئله کاهش حجم کل سازه و کاهش تغییر مکان عمودی گره (۶) است. قید مسئله حداکثر تنش مجاز اعضا است.



شکل ۳- خرپای ۱۰ میله ای مسئله اول [۸]

در شکل (۴) نتایج این روش با روش های ارائه شده در مرجع [۸] مقایسه شده است همان گونه که در شکل (۴) مشاهده می شود نتایج روش NSCSS کاملاً با سایر روش ها مطابق است و منحنی پارتو آن بر روی منحنی پارتو سایر روش ها می افتد.

لازم به ذکر است که در این مثال بهینه سازی اندازه به صورت چند هدفه انجام شده است یعنی در حقیقت سطح مقطع اعضا سازه به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته میشود.

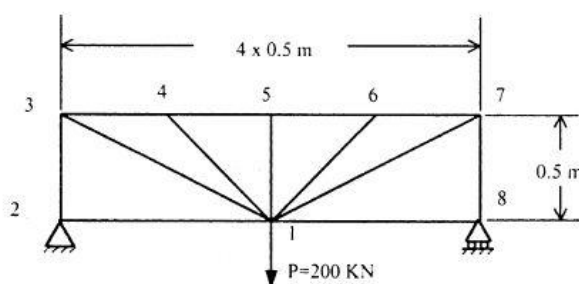


شکل ۴- نتایج مسئله بهینه سازی چند هدفه اندازه خرپای ۱۰ میله ای



## ۴-۲- سازه میشل

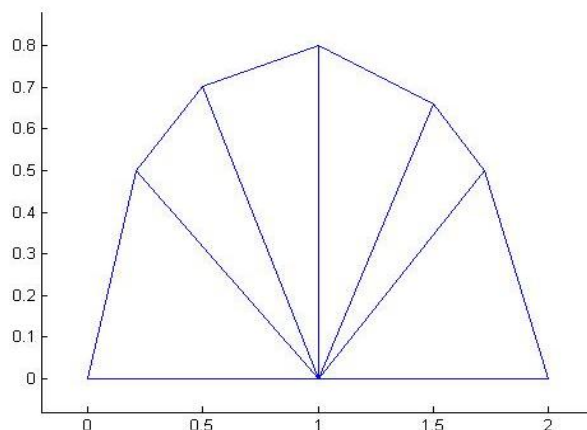
این سازه که اغلب برای بررسی روش های بهینه سازی توپولوژی استفاده می شود، به تازگی برای بهینه سازی شکل با استفاده از مدل خرپا برای کاهش وزن سازه [۹ و ۱۰] و با استفاده از مدل اسکلتی، برای کم کردن حداکثر ممان خمشی و رسیدن به کمترین تنش حداکثر با روش انتقال تکاملی [۱۱] و روش سرد شدن تدریجی فلزات [۱۲] استفاده شده است. و در این مقاله برای بهینه سازی شکل سازه از آن استفاده می کنیم. سازه میشل که در شکل (۵) نشان داده شده، بار عمودی  $p=200 \text{ KN}$  را در مرکز خود تحمل می کند. مدول الاستیسیته تمامی اعضا  $E = 2.1 \times 10^{11} [\text{pa}]$ ، و چگالی آن ها  $\rho = 7800 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$  است. همچنین سطح مقطع داخلی اعضا  $A_i = 10 [\text{cm}^2]$  در نظر گرفته شده است. برای بهینه کردن شکل خرپا، گره های (۳) و (۷) می توانند در جهت مختصات X حرکت کنند ولی در جهت Y جابجایی نخواهند داشت. گره های (۴)، (۵) و (۶) نیز در جهت Y می توانند حرکت کنند و در جهت X موقعیت ثابتی دارند. گره های (۱)، (۲) و (۸) قابلیت تغییر موقعیت ندارند. می خواهیم با روش بهینه سازی شکل خرپا به بهینه سازی وزن و خیز عمودی گره (۱) پردازیم. یکی از خرپاهای بهینه شده در شکل (۶) نمایش داده شده است.



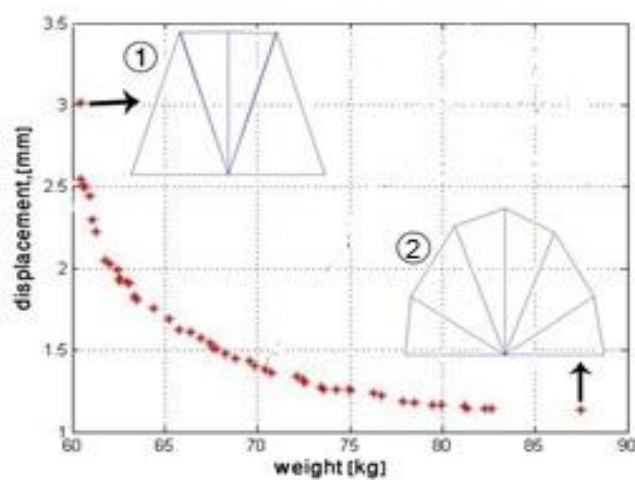
شکل ۵- مشخصات سازه میشل

همان گونه در شکل (۶) مشاهده می شود خرپا کاملاً از نظر شکل بهینه شده است. توجه شود که این خرپا یکی از نقاط پارتو می باشد. نتایج این مسئله به صورت نمودار پارتو در شکل (۷) نشان شده که در آن شکل بهینه شده دو نقطه از نقاط پارتو دیده می شود. وزن و خیز این دو نقطه در جدول (۱) ارائه شده است. دیده می شود هر چه میله ها و ارتفاع سازه کوتاه تر شود، وزن آن کاهش و خیز عمودی گره (۱) افزایش می یابد و هر چه سازه گردتر باشد خیز آن کاهش و وزنش افزایش می یابد.

نتایج بهینه سازی شکل سازه میشل با در نظر گرفتن توابع وزن و خیز عمودی گره (۱) به روش های NSCSS و روش تکاملی [۱۰] در جدول (۲) با هم مقایسه شده اند. در این جدول حداقل خیز عمودی گره (۱) و حداقل وزن سازه به روش تکاملی و NSCSS و همچنین وزن و خیز سازه اولیه به نمایش در آمده است. با این بهینه سازی وزن خرپا با ۲۳٪ کاهش از ۷۸٫۶ کیلوگرم به ۶۰٫۴۸ کیلوگرم رسید و خیز گره ۱ با ۷۶٪ درصد کاهش از ۴٫۸۰۵ میلیمتر به ۱٫۲۳ میلیمتر رسید. لازم به ذکر است که در این مثال مختصات گره ها به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته می شود.



شکل ۶- ابعاد یک نمونه از خرپاهای بهینه شده مسئله دوم بر حسب متر



شکل ۷- نتایج و منحنی پارتو مسئله دوم

**جدول ۱- وزن و خیز عمودی گره ۱ برای دو**

نقطه از نقاط پارتو مسئله دوم (سازه میشل)

| خرپا | وزن [kg] | خیز [mm] |
|------|----------|----------|
| (۱)  | ۶۰,۴۸    | ۳,۱      |
| (۲)  | ۸۷,۵۲    | ۱,۲۳     |

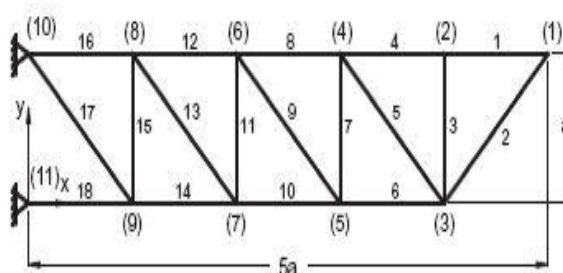
**جدول ۲- نتایج سازه بهینه به روشهای NSCSS و**

تکاملی

| معیار | NSCS<br>S | تکاملی [۱۰] | سازه اولیه |
|-------|-----------|-------------|------------|
| وزن   | ۶۰,۴۸     | ۷۰,۵        | ۷۱,۴       |
| حداقل |           |             |            |
| خیز   | ۱,۲۳      | ۱,۱۶۸       | ۴,۸۰۵      |
| حداقل |           |             |            |

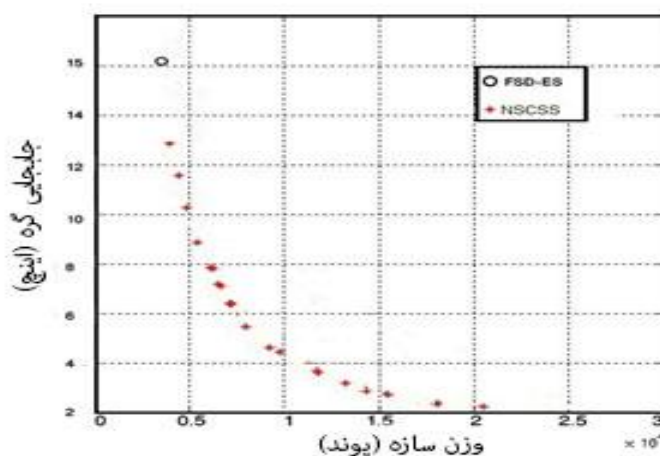
### ۳-۴- بهینه سازی شکل و اندازه خرپای ۱۸ میله‌ای [۱۳]

خرپای نشان داده شده در شکل (۸) مفروض است. در این شکل  $a=250[in]$  در نظر گرفته شده است و مشخصات کامل این سازه در جدول (۳) ارائه شده است. توابع هدف مسئله بهینه سازی وزن و خیز حداکثر مفاصل این خرپای ۱۸ میله ای می باشد. در این مسئله بهینه سازی سطح مقطع و شکل به صورت همزمان انجام می شود.



شکل ۸- (خرپای ۱۸ میله‌ای)

پس از بهینه سازی این سازه نتایج بهینه سازی همزمان اندازه و شکل این خرپا در شکل (۹) نمایش و با روش FSD-ES مقایسه شده است. همانطور که در شکل (۹) دیده میشود جواب بدست آمده به روش FSD-ES در امتداد منحنی پارتو بدست آمده به روش NSCSS است و این موید صحت کار است.



شکل ۹- نتایج مسئله بهینه سازی همزمان خرپای ۱۸ میله ایی

همان طور که در نمودار مشخص است جواب روش FSD-ES از نظر وزن توانسته است به بعضی از خرپاهای بدست آمده توسط روش NSCSS برسد ولی از نظر خیز بسیار با آن ها فاصله دارد. توجه شود که روش FSD-ES یک روش تک هدفه است و در نمودار شکل (۹) به صورت یک نقطه دیده می شود در حالی که روش ارائه شده در این مقاله یک منحنی پارتو ارائه کرده است.

| جدول ۳- مشخصات خرپای ۱۸ میله ای |   |
|---------------------------------|---|
| اندازه                          | $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7; a_8; a_9; a_{10}$<br>$; a_{11}; a_{12}; a_{13}; a_{14}; a_{15}; a_{16}; a_{17}; a_{18}$   |
| شکل                             | $x_3; y_3; x_5; y_5; x_7; y_7;$   |
| تنش                             | $\sigma_{max} \leq 137.9 \text{ mpa} (20 \text{ [ksi]})$  |
| کمانش                           | ----  |
| سطح مقطع                        | $8.89 \text{ cm} (3.5 \text{ in.}) \leq a_i \leq 50.8 \text{ cm} (20 \text{ in.}); i = 1, 2, \dots, 18$   |
| موقعیت گره                      | $1968.5 \text{ cm} (775 \text{ in.}) \leq x_3 \leq 3111.5 \text{ cm} (1225 \text{ in.});$<br>$1333.5 \text{ cm} (525 \text{ in.}) \leq x_5 \leq 2476.5 \text{ cm} (975 \text{ in.});$<br>$698.5 \text{ cm} (275 \text{ in.}) \leq x_7 \leq 1841.5 \text{ cm} (725 \text{ in.});$<br>$63.5 \text{ cm} (25 \text{ in.}) \leq x_9 \leq 1206.5 \text{ cm} (475 \text{ in.});$ |
| نیرو                            | 89.075 KN (_20.0)Kips   |
| ۱،۲،۴،۶،۸                       |   |
| مدول الاستیسیته                 | $E = 68.95 \text{ [Gpa]}$   |
| چگالی                           | $\rho = 0.0272 \text{ N/cm}^3 (0.1 \text{ lb/in}^3)$  |

## ۵- نتیجه گیری

برای طراحی و بهینه نمودن سازه‌های خرپایی روش‌های زیادی وجود دارد که تعدادی از آن‌ها به بهینه سازی اندازه و یا شکل خرپاها به صورت تک هدفه می‌پردازند. بهینه‌سازی توام اندازه و شکل خرپاهای دوبعدی با روش‌های چند هدفه توسط این الگوریتم انجام نشده است. در این مقاله یک روش چند هدفه برای بهینه سازی اندازه و شکل خرپای دوبعدی ارائه گردیده است.

در دو مثال اول این مقاله برای مقایسه صحیح این روش با روش سایرین، بهینه سازی چندهدفه اندازه و شکل به صورت توام انجام نشده ولی در مثال سوم بهینه سازی چند هدفه اندازه و شکل به صورت توام انجام گرفته است.

نتایج حاصل از مقایسه با مثال‌های مرجع، نشان دهنده نوآوری روش اجرای این مقاله است و این روش منجر به رسیدن به یک منحنی پارتو با پاسخ‌های قابل قبول و گستردگی مناسب می‌شود.

## مراجع

- [1] Schmit, L., "A Structural Synthesis – its Genesis and Developments", AIAA Journal, Vol. 19, No. 0, pp. 1249-1263, (1981).
- [2] Schmit, L. A., "*Structural Optimization: A Unified Approach*", Wiley, New York N.Y., pp. 1-45, (1982).
- [3] Zhou, M, and Xia, R, "An Efficient Method of Truss Design for Optimum Gometry", Computers and Structures, Vol. 35, No. 2, pp. 115-119, (1990).
- [4] Michelle, A.G.M., "The Limits of Economy of Material in Frame-structures, Philos Mag", Vol. 8, pp. 589-597, (1906).
- [۵] مجتبی شیخی و علی قدوسیان "طراحی موقعیت بهینه ساپورت های سازه با استفاده از روش رقابت استعماری و المان محدود اصلاح یافته"، مهندسی مکانیک مدرس، دوره (۱۲)، شماره (۳)، شهریور (۱۳۹۱)، صفحه ۵۰-۵۹، (۱۳۹۰).
- [6] Kaveh, A., and Talatahari, S., "A Novel Heuristic Optimization Method: Charged System Search". Acta. Mech. Vol. 213, No. 3-4, pp. 267–289, (2010).
- [7] Kalyanmoy, Deb., "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II" , IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, April, ( 2002).
- [8] Guan, C.L., and Chung, H.C., "Multi-objective Optimal Design of Truss Structure with Immune Algorithm", Computers and Structures, Vol. 82, pp. 829-844, (2004).
- [9] Lamberti, L., and Pappalettere, C., "Improved Sequential Linear Programming Formulation for Structural Weight Minimization", Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 193, pp. 3493–3521, (2004).
- [10] Wang, D., Zhang, W.H., and Jiang, J.S., "Truss Shape Optimization with Multiple Displacement Constraints", Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 191, pp. 3597–3612, (2002).
- [11] Wang, D., "Optimal Shape Design of a Framestructure for Minimization of Maximum Bending Moment", Engin. Struct. Vol. 29, pp. 1824–1832, (2007).
- [۱۲] علی قدوسیان و مجتبی شیخی، یافتن شکل بهینه سازه اسکلتی به کمک روش بهینه سازی طراحی سرد کردن فلزات، مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه ها و شاره ها دوره (۲)، شماره (۱)، صفحه ۱۳-۲۱، (۱۳۹۱).
- [13] Ahrari, A., and Atari, A., "Fully Stressed Design Evolution Strategy for Shape and Size Optimization of Truss Structures", Computers and Structures, Vol. 123, pp. 58-67, (2013).

## فهرست نمادهای انگلیسی

A: سطح مقطع

E: مدول الاستیسیته

P: نیروی خارجی

Fit: مقدار تابع شایستگی

Fitbest: بهترین مقدار تابع شایستگی

Fitworst: بدترین مقدار تابع شایستگی

$r_{ij}$ : فاصله بین دو ذره

$k_a$ : ضریب شتاب

$k_v$ : ضریب سرعت

$\rho$ : چگالی

$\sigma$ : تنش

**Abstract**

This paper covers optimization techniques for trusses to find the most efficient cross sections and configuration of joints. The improvement will be achieved by applying changes in one or both of these parameters. Objective functions for optimization is weight and the deflection of the truss's joints. For optimization of both weight and deflection the NSCSS method is used. This is a powerful method that enables the optimization of huge trusses. The former methods for optimization of the shape or size of the trusses, was done separately and as a single objective while this paper covers a new way via multi-objective methods. For proofing the ability of the represented method in this paper, some standard examples are compared. The comparison of the results shows good accuracy and desirable verity of pareto front.