

ارائه روش EMD اصلاح شده برای آنالیز سیگنال نویزدار در حوزه زمان - فرکانس

تبدیل هیلبرت- هوانگ یک روش جدید برای پردازش سیگنال می باشد که در سال های اخیر برای پردازش سیگنال دریافت شده از سیستم های مکانیکی نیز به کار برده می شود. این روش برای سیگنال های بدون نویز به نتایج مطلوبی منجر می شود ولی در اکثر موارد سیگنال های تجربی با نویزهای اندازه گیری آلوده شده و این نویزها سبب پیچیدگی بیشتر سیگنال برای پردازش و مانع استخراج اطلاعات صحیح می شود. لذا در این پژوهش با اعمال اصلاحاتی در تبدیل هیلبرت- هوانگ امکان استفاده از این تبدیل برای سیگنال نویزدار فراهم شده است. بدین منظور اصلاحاتی در روش تجزیه مود تجربی⁴ (EMD) برای تجزیه سیگنال به مؤلفه های آن صورت گرفته است. برای این منظور در روش پیشنهادی به جای استفاده از اسپیلاین مکعبی در محاسبه منحنی پوش ها از اسپیلاین هموار استفاده شده است. اعمال این تغییر سبب کاهش اثر نویز گردیده و به استخراج نتایج بهتری از سیگنال های تجربی منجر می شود. معیار توقف⁵ استفاده شده برای فرایند غربالگری در روش متداول EMD به علت پیچیدگی سیگنال های تجربی گاهی باعث خطای محاسباتی شده و سبب توقف روند برنامه می شود که با اصلاح آن، مشکل مذکور نیز برطرف گردیده است. برای بررسی کارایی روش EMD اصلاح شده، پاسخ ارتعاشات یک تیر ترکدار بدون حضور نویز و در حضور نویز توسط هر دو روش متداول و اصلاح شده در حوزه زمان- فرکانس مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج حاکی از برتری روش اصلاح شده در حالت نویزدار می باشد.

موسی رضائی¹

دانشیار

علی بانان نوجوانی²

دانشجوی کارشناسی ارشد

امین ترقی اسگوئی³

دانشجوی کارشناسی ارشد

واژه های راهنما: تبدیل هیلبرت- هوانگ، پردازش سیگنال، EMD، اسپیلاین هموار، سیگنال آغشته به نویز

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر از انواع روش های پردازش سیگنال در زمینه های مختلف آنالیز سیستم های مکانیکی استفاده های فراوان شده است. یکی از این کاربردها به کارگیری روش های پردازش سیگنال در عیب یابی سیستم های مکانیکی است که سبب کاهش هزینه ها و افزایش دقت عیب یابی گردیده است. برای این منظور

¹ نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز sm_rezaee@tabrizu.ac.ir

² دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز

³ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز

⁴ Empirical Mode Decomposition

⁵ Stopping Criterion

با پردازش سیگنال حاصل از سنسورها، اطلاعات لازم برای تحلیل سیستم استخراج و مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بیشتر موارد سیگنال به دست آمده توسط سنسورها با نویزهای اندازه‌گیری همراه است و این نویزها سبب پیچیدگی بیشتر سیگنال برای پردازش شده و مانع استخراج اطلاعات مفید می‌شود. بنابراین روشی برای پردازش سیگنال که بتواند اطلاعات لازم را از سیگنال آلوده به نویز استخراج نماید نقش اساسی در عیب‌یابی دقیق سیستم‌ها به عهده دارد. در عمل از انواع تبدیلات خطی و غیرخطی برای پردازش سیگنال استفاده می‌شود که از آن جمله می‌توان به تبدیل فوریه^۱، تبدیل فوریه زمان کوتاه^۲، توزیع وینگر-ویل^۳ و تبدیل موجک^۴ اشاره کرد که به طور وسیع در عیب‌یابی سیستم‌های مکانیکی استفاده می‌شوند. تبدیل هیلبرت-هوانگ^۵ (HHT) یک روش جدید پردازش سیگنال می‌باشد که توسط Huang و همکارانش [۱] در سال (۱۹۹۸) ابداع شده است. تبدیل هیلبرت-هوانگ روشی برای آنالیز سیگنال‌های غیرخطی و غیرپایا می‌باشد که مبتنی بر تجزیه EMD و تبدیل هیلبرت است. از زمان معرفی تبدیل هیلبرت-هوانگ محققان زیادی از این تبدیل برای عیب‌یابی سیستم‌های مکانیکی استفاده کرده‌اند. Bernal و همکارانش [۲] در سال (۲۰۰۰) با استفاده از مفهوم فرکانس لحظه‌ای و روش HHT به عیب‌یابی یک مدل از ساختمان چهار طبقه پرداخته و عیب را با کاهش در سفتی شبیه سازی نموده و فرکانس لحظه‌ای اولین تابع مود ذاتی را محاسبه کردند. وجود عیب با کاهش فرکانس لحظه‌ای قابل تشخیص است و شدت کاهش فرکانس لحظه‌ای بیانگر شدت عیب است. Quek و همکارانش [۳] در سال (۲۰۰۳) نتایج بدست آمده از پردازش به وسیله موجک را با نتایج به دست آمده توسط تبدیل هیلبرت-هوانگ مقایسه نمودند و نشان دادند که تبدیل هیلبرت-هوانگ روش مناسب‌تری برای استخراج اطلاعات لازم برای تشخیص عیب می‌باشد. Lin و همکارانش [۴] در سال (۲۰۰۵)، HHT را برای سازه‌های خطی به کار برده و به ارزیابی مکان و شدت عیب پرداختند. Yu و همکارانش [۵] در سال (۲۰۰۵) روشی برای تشخیص عیب رولربرینگ‌ها براساس HHT مطرح کردند و از آن به عنوان تشخیص مدل‌های عیب استفاده نمودند. Salvino و Pines [۶] در سال (۲۰۰۶) توانایی این تبدیل را در استخراج اطلاعات فازی از یک سیگنال گذرا نشان دادند و از نتایج بدست آمده برای پی بردن به عیب در سیستم‌ها استفاده نمودند. Yan و Gao [۷] در سال ۲۰۰۶ با چهار روش تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل هیلبرت-هوانگ، تبدیل موجک و بسته موجک^۶ به پردازش سیگنال ارتعاشی بلبرینگ برای عیب‌یابی آن پرداختند و توانستند با تبدیل هیلبرت-هوانگ وجود عیب را نشان دهند. Loutridis [۸] در سال (۲۰۰۶) روش EMD را برای تشخیص ترک در ریشه دنده در یک جفت چرخ دنده استفاده نمود و نشان داد تبدیل هیلبرت-هوانگ می‌تواند به عنوان تشخیص عیب در چرخ دنده استفاده شود. Quek و همکارانش [۹] نشان دادند که روش HHT می‌تواند در رفع برخی مشکلات مربوط به عیب‌یابی از جمله عیب‌یابی تیر آلومینیومی ترک‌دار و تیر آلومینیومی ساندویچی با ورقه شدن^۷ داخلی مفید باشد. با اعمال این روش مکان ترک و ورقه

¹ Fourier Transform

² Short-time-Fourier Transform (STFT)

³ Winger-Ville Distribution

⁴ Wavelet Transform

⁵ Hilbert-Huang Transform

⁶ Wavelet Packet

⁷ Delamination

شدن تشخیص داده شد. Soorgee و Yousefi-Koma [۱۰] با شبیه‌سازی انتشار موج در یک تیر ترک‌دار با استفاده از نرم افزار ABAQUS و با تجزیه سیگنال به روش EMD و اعمال تبدیل هیلبرت بر روی توابع مود ذاتی، نمودار چگالی انرژی - زمان را به دست آوردند و از روی این نمودار مکان عیب را محاسبه کردند. Douka و همکارانش [۱۱] و [۱۲] با استفاده از مدل ترک باز و بسته شونده و به کمک یکی از روش‌های آنالیز زمان-فرکانس به ترتیب به بررسی ارتعاشات آزاد و اجباری تیر یکسرگیردار دارای ترک خستگی پرداخته‌اند. در اکثر پژوهش‌هایی که با تبدیل هیلبرت-هوانگ به پردازش سیگنال پرداخته شده است، سیگنال به صورت شبیه‌سازی شده و بدون حضور نویز می‌باشد [۱۳ و ۱۰، ۴، ۳، ۲]. در برخی از پژوهش‌هایی که تبدیل HHT بر روی سیگنال‌های تجربی آلوده به نویز اعمال شده است نتایج خوبی به دست نیامده است و نتایج پردازش با سایر روش‌های پردازش سیگنال بهتر از نتایج به دست آمده از پردازش سیگنال به کمک تبدیل هیلبرت-هوانگ می‌باشد [۷]. در دسته دیگری از مطالعات برای کاهش اثر نویز و رسیدن به نتایج مطلوب از بعضی تمهیدات مانند به کار بردن فیلتر، استفاده گردیده است [۱۱] که این امر سبب طولانی‌تر شدن فرایند پردازش سیگنال نسبت به تبدیل هیلبرت-هوانگ متداول می‌شود و در بعضی موارد در ماهیت سیگنال تاثیر می‌گذارد.

در این پژوهش به منظور دست یافتن به نتایج مطلوب در پردازش سیگنال نویزدار اصلاحاتی در روش EMD متداول اعمال شده است. به این صورت که به جای استفاده از اسپیلاین مکعبی^۱ برای ایجاد منحنی پوش‌ها از اسپیلاین هموار^۲ استفاده گردیده که با کاهش اثرات نویز نتایج مطلوب‌تری حاصل می‌شود و برای سیگنال‌های نویزدار مناسب‌تر است. معیار توقف جدید به کار رفته در فرایند غربال در روش EMD بعضی خطاهای محاسباتی را که در معیار توقف متداول ایجاد شده و باعث ایجاد خلل در روند برنامه می‌شود برطرف کرده و به نتایج بهتری منجر می‌گردد. نتایج حاصل از اعمال روش EMD متداول و EMD اصلاح شده بر روی پاسخ نویزدار حاصل از ارتعاشات آزاد تیر با ترک باز و بسته شونده حاکی از برتری روش EMD اصلاح شده در استخراج اطلاعات صحیح از سیگنال نویزدار می‌باشد.

۲- تبدیل هیلبرت و سیگنال تحلیلی

تبدیل هیلبرت $H[x(t)]$ بر روی تابع حقیقی $x(t)$ که از $-\infty$ تا $+\infty$ گسترده شده، یک تابع حقیقی است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$H[x(t)] = y(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{0-\varepsilon} \frac{x(u)}{\pi(t-u)} du + \int_{0-\varepsilon}^{+\infty} \frac{x(u)}{\pi(t-u)} du \right] \quad (1)$$

با فرض $\int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt < \infty$ معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$H[x(t)] = y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(u)}{t-u} du \quad (2)$$

¹ Cubic Spline

² Smoothing Spline

$y(t)$ تبدیل هیلبرت تابع اولیه $x(t)$ می باشد که از لحاظ فیزیکی این تبدیل را می توان تغییر فاز $\frac{\pi}{2}$ در نظر گرفت زیرا کانولوشن $x(t)$ با تابع $\frac{1}{\pi t}$ معادل ضرب تبدیل فوریه تابع در مقدار موهومی $\pm i$ در حوزه فرکانس می باشد. از این رو مقدار دامنه $x(t)$ بدون تغییر می ماند ولی تغییر فاز $\frac{\pi}{2}$ در کلیه مؤلفه های فرکانسی آن روی می دهد. با معرفی $y(t)$ ، سیگنال تحلیلی $z(t)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$z(t) = x(t) + iy(t) \quad (3)$$

سیگنال $z(t)$ تابعی از زمان با دامنه لحظه ای $a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$ و فاز لحظه ای $\theta(t) = \arctan\left[\frac{y(t)}{x(t)}\right]$ می باشد.

در نهایت معادله (۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$z(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (4)$$

پس تبدیل هیلبرت با محاسبه قسمت موهومی از یک روش واحد، اساس تعریف یک سیگنال تحلیلی را تشکیل می دهد.

۳- فرکانس لحظه ای

مفهوم فرکانس لحظه ای جزء مفاهیم بحث انگیز است که حتی با تعریف تبدیل هیلبرت نیز اختلافات در مفهوم آن پابرجاست ولی تعریفی که اکثراً برای فرکانس لحظه ای به کار می رود به صورت تغییر آهنگ زاویه فاز می باشد که این زاویه فاز به کمک تبدیل هیلبرت و توسط رابطه (۳) حاصل می شود [۱]:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad (5)$$

گرچه این تعریف برای فرکانس لحظه ای اصلی ترین و رایج ترین تعریف می باشد ولی تعریفی واحد برای آن وجود ندارد. این فرکانس لحظه ای که با استفاده از سیگنال تحلیلی و تبدیل هیلبرت حاصل می شود مفهوم فیزیکی معناداری از سیگنال ارائه می دهد که همان آهنگ تغییر زاویه فاز می باشد.

۴- تجزیه سیگنال به روش EMD

برای تجزیه سیگنال به مؤلفه هایی که فرکانس لحظه ای بر روی آنها در همه جا قابل تعریف و دارای معنی باشد، روشی جدید توسط Huang و همکارانش [۱] در سال (۱۹۹۸) معرفی شد که به EMD معروف است. با استفاده از این روش سیگنال به مجموعه ای از توابع مود ذاتی^۱ (IMFs) تجزیه می شود. به دلیل اینکه این توابع دارای شکل مناسب برای تبدیل هیلبرت هستند، فرکانس های لحظه ای متناظر قابل محاسبه خواهد بود. تابع مود ذاتی تابعی است که دو شرط زیر را ارضا می کند:

الف- در تمامی محدوده داده ها، تعداد اکستریمومها با تعداد صفرها برابر یا حداکثر یک اختلاف داشته باشند.

¹ Intrinsic Mode Functions

ب- در تمامی نقاط، مقدار میانگین منحنی پوشی که از ماکزیمم‌های نسبی و منحنی پوشی که از مینیمم‌های نسبی حاصل می‌شود، صفر شود.

فرایند تجزیه کردن سیگنال به IMFها شامل مراحل زیر می‌باشد:

- ۱- یافتن موقعیت تمامی ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های نسبی در سیگنال ورودی $x(t)$.
- ۲- تشکیل منحنی پوش بالایی از ماکزیمم‌های نسبی و همچنین تشکیل منحنی پوش پایینی از مینیمم‌های نسبی.
- ۳- محاسبه میانگین منحنی پوش‌های بالایی و پایینی برای هر لحظه t ، که به آن میانگین پوش‌ها گفته می‌شود، با m_1 نشان داده می‌شود.

۴- تفریق میانگین پوش‌ها از سیگنال ورودی

$$h_1(t) = x(t) - m_1 \quad (6)$$

تا این مرحله، یک حلقه از فرایند تجزیه، تکمیل می‌شود. در پایان این مرحله بررسی می‌شود که $h_1(t)$ یک IMF است یا نه؟ Huang و همکارانش [۱] از انحراف استاندارد به عنوان شرط توقف استفاده نمودند. انحراف استاندارد SD، از دو جمله متوالی به صورت رابطه (۷) حاصل می‌شود. این معیار معمولاً بین ۰/۲ تا ۰/۳ در نظر گرفته می‌شود.

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[\frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (7)$$

۵- اگر $h_1(t)$ یک IMF نباشد مراحل ۱ تا ۴ تکرار می‌شود و به جای استفاده از سیگنال اولیه از $h_1(t)$ استفاده می‌شود. بنابراین پس از به کار بردن $h_1(t)$ به جای $x(t)$ و اعمال مراحل ۱ تا ۴، رابطه (۶) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \quad (8)$$

این مراحل k بار تکرار می‌شود تا $h_{1k}(t)$ یک IMF باشد. در نهایت خواهیم داشت:

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (9)$$

زمانیکه شرط توقف ارضا شود، اولین IMF به صورت $c_1 = h_{1k}$ به دست می‌آید.

بعد از اینکه تابع مود ذاتی c_1 حاصل شد، مانده r_1 به صورت حاصل تفریق c_1 از سیگنال ورودی $x(t)$ تعریف می‌شود.

۶- برای یافتن IMF بعدی باید از مرحله اول شروع نمود. با این تفاوت که در این مراحل مانده r_1 جایگزین سیگنال ورودی می‌شود.

مراحل ۱ تا ۶ تا حصول c_j و r_j تکرار می‌شود و نتایج به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} r_1 - c_2 &= r_2 \\ r_2 - c_3 &= r_3 \\ &\vdots \\ r_{n-1} - c_n &= r_n \end{aligned} \quad (10)$$

روش EMD زمانی خاتمه می‌یابد که به طور ایده‌آل مانده r_n شامل هیچ نقطه اکسترمومی نباشد. یعنی مانده، یک تابع ثابت یا یکنواخت باشد. پس از اتمام مراحل تجزیه، سیگنال ورودی را می‌توان به صورت حاصل جمع IMFها و آخرین مانده به صورت زیر نوشت:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (11)$$

IMFهای استخراج شده در هر لحظه دارای یک فرکانس لحظه‌ای هستند و IMFهای متفاوت در زمان‌های یکسان فرکانس‌های متفاوتی دارند.

۵- اعمال اصلاحات در روش EMD

برای دست یافتن به نتایج مطلوب‌تر به هنگام کار با سیگنال‌های نویزدار در این بخش اصلاحاتی در روش EMD متداول پیشنهاد شده است. به جای معیار توقف مطابق رابطه (۷) که توسط Huang و همکارانش [۱] ارائه شده، معیار توقف پیشنهادی طبق رابطه (۱۲) به کار گرفته شده است:

$$ST = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{1(k-1)}^2(t)} \quad (12)$$

در معیار توقف استفاده شده توسط Huang و همکارانش (رابطه ۷) ابتدا عبارت داخل کروشه محاسبه شده و در صورتیکه صورت و مخرج کسر در یک گام زمانی، مقدار بسیار کوچکی باشد، خطای $\frac{0}{0}$ در برنامه ایجاد می‌شود و با اعمال \sum در بازه مورد نظر ($t=0:T$) نتیجه صحیحی حاصل نمی‌شود. چنین مشکلی، به علت پیچیدگی سیگنال‌های تجربی در اثر حضور نویز، باعث خطای محاسباتی شده و سبب توقف روند برنامه می‌گردد، درحالی‌که در معیار توقف پیشنهادی (رابطه ۱۲) عملگر \sum در هر بازه زمانی مورد نظر به صورت مجزا بر روی صورت و مخرج کسر اعمال می‌شود و سپس دو مقدار حاصل بر هم تقسیم می‌شوند، و مشکل مذکور پیش نمی‌آید و نتایج مطلوبتری حاصل می‌شود.

همچنین در مرحله دوم از فرایند تجزیه کردن سیگنال که به ایجاد منحنی‌های پوش بالایی و پایینی اختصاص دارد به جای استفاده از اسپیلاین مکعبی از اسپیلاین هموار استفاده گردیده است. در روش ارائه شده توسط Huang و همکارانش [۱] برای ایجاد منحنی‌های پوش از روش اسپیلاین مکعبی استفاده شده است. اسپیلاین مکعبی برای n نقطه $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ به صورت زیر قابل تعریف است [۱۵ و ۱۴]:

$$S_i(x) = y_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 ; x \in [x_i, x_{i+1}] \quad (13)$$

منحنی اسپیلاین حاصل در کل شامل $n-1$ تابع تکه‌ای خواهد بود که برای هر یک از این توابع ضرایب مجهول (b_i, c_i, d_i) باید محاسبه شوند. برای محاسبه ضرایب مجهول از دو نوع شرط یعنی شرایط پیوستگی و همواری استفاده می‌شود.

- شرایط پیوستگی

تابع باید پیوسته باشد. پس برای نقاط درونی یعنی نقاط اتصال منحنی‌ها داریم:

$$S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}) = y_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \quad (14)$$

و برای نقطه پایانی x_n خواهیم داشت:

$$S_{n-1}(x_n) = y_n \quad (15)$$

- شرایط همواری

۱- باید در نقاط درونی شیب منحنی‌ها یکسان باشد. یعنی مشتق اول این منحنی‌ها نسبت به x در این

نقاط برابر باشد. پس برای نقاط درونی داریم:

$$S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1}); \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \quad (16)$$

۲- باید در نقاط درونی تقعر منحنی‌ها یکسان باشد. یعنی مشتق دوم این منحنی‌ها نسبت به x در این

نقاط برابر باشد. پس برای نقاط درونی داریم:

$$S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1}); \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \quad (17)$$

چنانچه مشاهده می‌شود اسپیلاین مکعبی روشی بدون انعطاف می‌باشد و بدون هیچگونه کنترلی منحنی ایجاد شده با این روش از تمامی داده‌ها عبور خواهد کرد و این در حالی است که در عمل سیگنال‌های اندازه‌گیری شده، در اثر حضور نویز دچار تغییرات آبی و نوسانات ناخواسته می‌شود و در این شرایط روش اسپیلاین مکعبی بدون کوچکترین انعطافی از این نوسانات تبعیت نموده و تاثیری در کاهش اثرات نویز نخواهد داشت. لذا از تجزیه سیگنال نویزدار نتایج مطلوب استخراج نمی‌شود. برای غلبه بر مشکلات مذکور در مقاله حاضر برای اولین بار از اسپیلاین هموار استفاده گردیده است. اسپیلاین هموار برای n نقطه $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$S(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \sum_{i=1}^n \theta_j (x - x_i)^3 \quad (18)$$

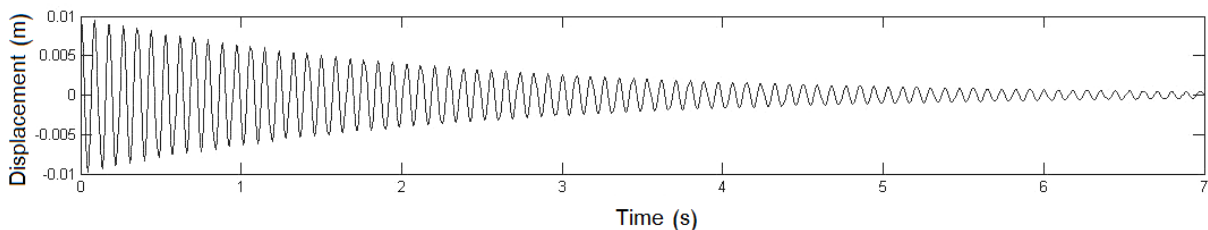
که S یک چندجمله‌ای درجه ۳ در هر بازه $[x_i, x_{i+1}]$ بوده و دارای مشتق اول و دوم پیوسته است. برای تعریف این تابع نیاز به محاسبه تعداد $n+4$ پارامتر محاسبه می‌باشد که برای این کار باید تابع S ، عبارت زیر را کمینه کند:

$$p \sum_{i=1}^n (y_i - S(x_i))^2 + (1-p) \int_{x_1}^{x_n} \left(\frac{d^2 S}{dx^2} \right)^2 dx \quad (19)$$

جمله اول این عبارت یعنی $p \sum_{i=1}^n (y_i - S(x_i))^2$ ، مقدار نزدیکی تابع به داده‌ها و جمله دوم یعنی $(1-p) \int_{x_1}^{x_n} \left(\frac{d^2 S}{dx^2}\right)^2 dx$ ، هموار بودن تابع را کنترل می‌کند که این تعادل بین دو جمله توسط پارامتر همواری p انجام می‌گیرد و در واقع تعیین کننده این است که اسپیلاین تا چه اندازه هموارتر و یا تا چه اندازه به داده‌ها نزدیکتر باشد. پارامتر همواری بین ۰ و ۱ تعریف می‌شود که $p=0$ خط راست با روش کمترین مربعات و $p=1$ متناظر با اسپیلاین مکعبی است. به صورت تجربی بهترین بازه‌ای که نتایج مطلوب تولید نماید در مجاورت مقدار $\frac{1}{1+h^3/6}$ در نظر گرفته می‌شود که h میانگین فاصله نقاط است. با کمینه‌سازی عبارت (۱۹)، تابع S به دست می‌آید. اسپیلاین هموار با در اختیار گذاشتن کنترل در نحوه عبور منحنی از داده‌ها، نتایج هموارتری ایجاد می‌نماید. همچنین این روش نسبت به نوسانات ناخواسته و تغییرات آنی ناشی از حضور نویز، مقاوم‌تر بوده و سبب کاهش اثرات نویز می‌گردد و برای سیگنال‌هایی که به صورت تجربی به دست آمده‌اند، مناسب‌تر است.

۶- نتایج عددی

برای فراهم آوردن امکان مقایسه کارایی روش EMD متداول و EMD اصلاح شده، پاسخ ارتعاشات تیر ترکدار به عنوان سیگنال نمونه جهت اعمال تبدیل هیلبرت-هوانگ در نظر گرفته شد. ترک به صورت ترک خستگی^۱ و با رفتار باز و بسته شدن^۲ مدل گردید [۱۷] و پاسخ ارتعاشات آزاد تیر ترکدار در مود اول ارتعاشی به صورت تحلیلی استخراج شد. برای شبیه‌سازی تیر از مشخصات تیر استفاده شده در مرجع [۱۱] استفاده شده است. تیر به صورت یکسرگیردار با جنس آلومینیومی به طول 550 mm و مقطع مستطیل $40 \times 4 \text{ mm}^2$ در نظر گرفته شده است. عمق نسبی ترک 50% است و ترک در موقعیت 450 mm از انتهای آزاد تیر قرار دارد. مدول یانگ $73/1 \times 10^9 \text{ Pa}$ ، چگالی 2790 Kg/m^3 و نسبت پواسون $0/33$ است. شرایط اولیه عبارتند از: $u(0) = 10 \text{ mm}$ و $\dot{u}(0) = 0 \text{ mm/s}$. شبیه‌سازی‌ها در برنامه Matlab انجام گرفت. پاسخ جابه‌جایی تیر ترکدار به روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهار به دست آمد که در شکل (۱) نشان داده شده است.



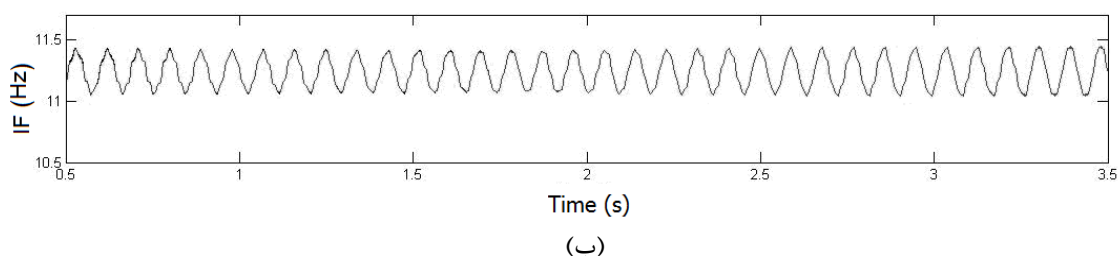
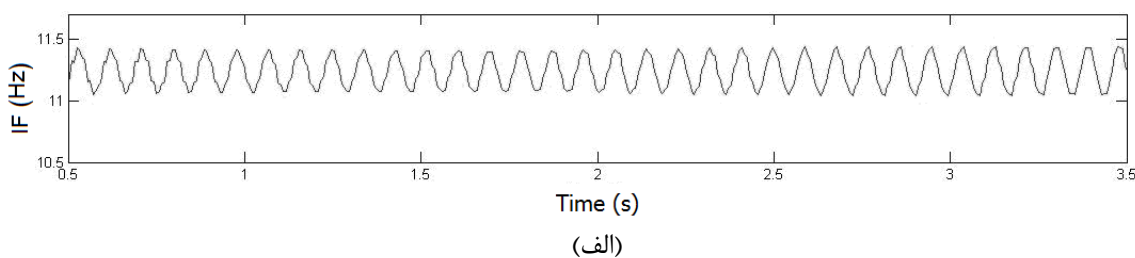
شکل ۱- پاسخ جابه‌جایی تیر ترکدار با عمق نسبی ترک 50%

¹ Fatigue Crack

² Breathing

۶-۱- نتایج برای سیگنال بدون نویز

روش EMD متداول و روش EMD اصلاح شده برای تجزیه سیگنال پاسخ بدون نویز به مؤلفه‌های تابع مود ذاتی به کار برده شد. در هر دو روش تنها یک IMF حاصل شد که متناظر با مود اصلی ارتعاش تیر می‌باشد. سپس تبدیل هیلبرت اعمال شده و فرکانس لحظه‌ای با به کار بردن معادله‌های (۴) و (۵) به دست آمد. نمودارهای زمان-فرکانس در هر دو مورد در شکل (۲) نشان داده شده است.

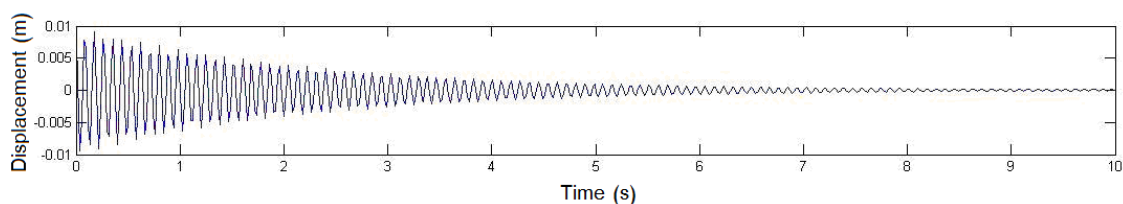


شکل ۲- نمودار زمان-فرکانس لحظه‌ای برای تیر ترکدار با روش EMD متداول (ب) EMD اصلاح شده

با مقایسه شکل‌های (۲-الف) و (۲-ب) مشاهده می‌شود که این دو شکل تفاوت چندانی باهم ندارند، و فرکانس لحظه‌ای به صورت تابع هارمونیک بین مقدار $11/0.5 \text{ Hz}$ تا $11/4 \text{ Hz}$ نوسان می‌کند. در واقع این مقادیر با دقت بسیار خوب متناظر با فرکانس‌های حالت باز شدن و بسته شدن ترک می‌باشد و نشان می‌دهد وجود ترک با رفتار باز و بسته شدن سبب اثر روی سفتی تیر شده و در نتیجه فرکانس ارتعاش از زمانی به زمان دیگر تغییر می‌کند. ملاحظه می‌شود که در حالت بدون نویز هر دو روش به نتایج مطلوب می‌انجامد.

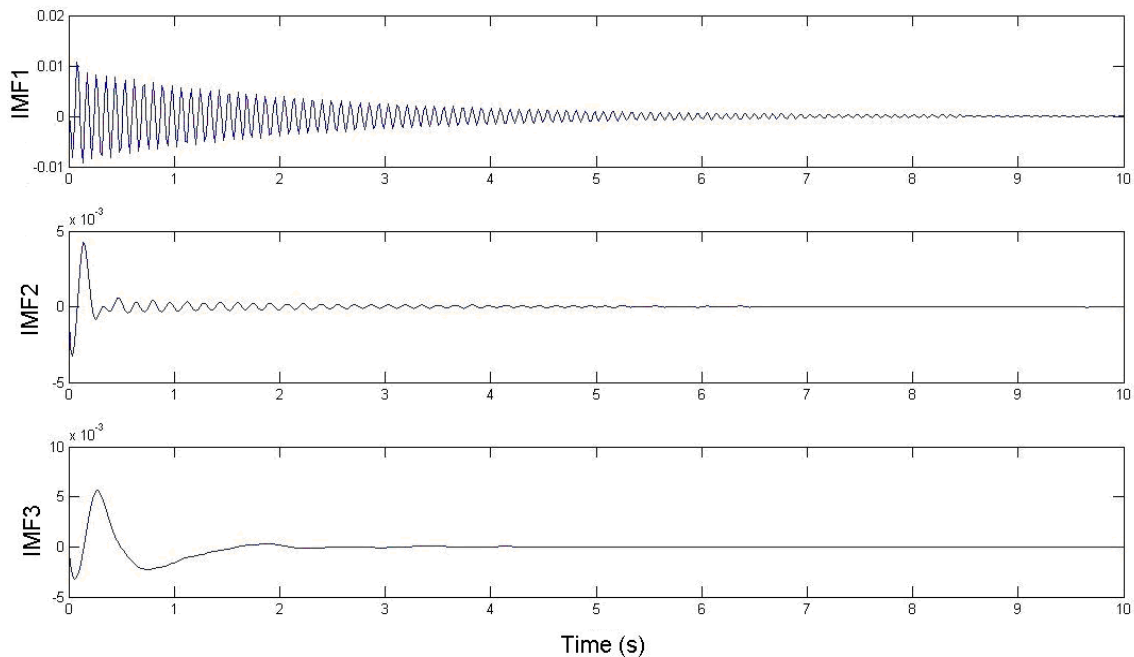
۶-۲- نتایج برای سیگنال آغشته به نویز

در عمل به دلیل آلوده شدن سیگنال اندازه‌گیری شده به وسیله نویزهای اندازه‌گیری، با اضافه کردن نویز سفید به پاسخ جابجایی تیر در شکل (۱)، سیگنال نویزدار (شکل ۳) را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. نویز سفید اضافه شده به سیگنال اولیه با توزیع گوسی و با مقدار SNR، ۳۰ dB در نظر گرفته شد.



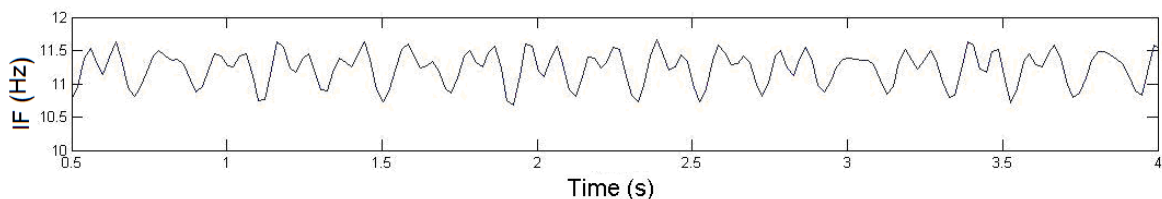
شکل ۳- پاسخ جابجایی تیر ترکدار با عمق نسبی ترک ۰.۵٪ آغشته به نویز

ابتدا بر روی سیگنال نویزدار، روش معمول هیلبرت- هوانگ اعمال شد که در آن از معیار توقف SD طبق رابطه (۷) و برای منحنی پوش از اسپیلاین مکعبی استفاده شد. روش EMD برای تجزیه سیگنال پاسخ نویزدار به مؤلفه‌های تابع مود ذاتی به کار برده شد. مطابق شکل (۴) سه IMF اصلی حاصل گردید که IMF اول متناظر با مود ارتعاش اصلی تیر و دو IMF بعدی مربوط به نویز سفید می‌باشد.



شکل ۴- تجزیه سیگنال پاسخ نویزدار به روش EMD متداول

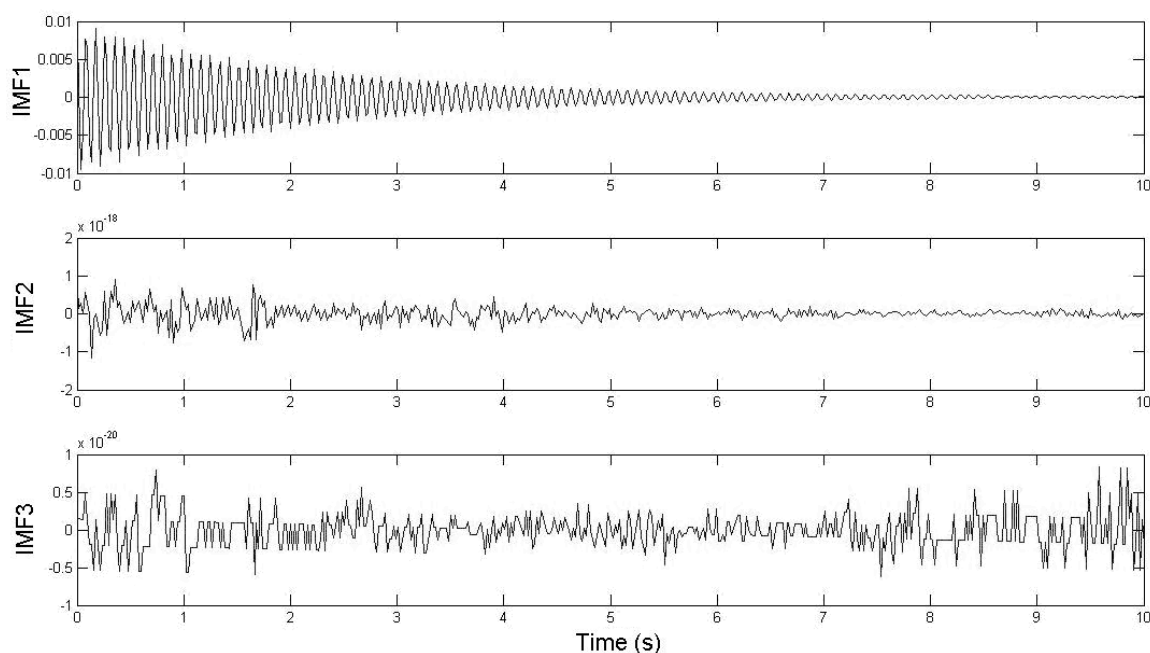
تبدیل هیلبرت بر روی IMF اول اعمال شد و فرکانس لحظه‌ای آن حاصل گردید که نمودارهای زمان- فرکانس متناظر در شکل (۵) نشان داده شده است. آنچه که از شکل (۵) مشخص می‌شود این است که اولاً نمودار حاصل کاملاً با شکل (۲) متفاوت است و ثانیاً فرکانس لحظه‌ای بین مقادیر $10/8 \text{ Hz}$ تا $11/5 \text{ Hz}$ در نوسان است. بنابراین روش متداول هیلبرت- هوانگ در این مسأله قادر به استخراج اطلاعات صحیح از سیگنال آغشته به نویز نمی‌باشد و در این حالت این روش نمی‌تواند برای تشخیص عیب به کار برده شود.



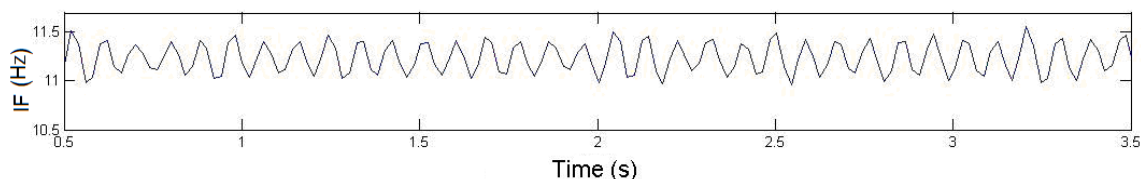
شکل ۵- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای برای IMF1

در مرحله بعد، روش EMD اصلاح شده برای تجزیه سیگنال نویزدار به مؤلفه‌های تابع مود ذاتی اعمال شد. با تجزیه سیگنال نویزدار به روش EMD اصلاح شده مطابق شکل (۶) سه IMF اصلی حاصل می‌شود که IMF

اول متناظر با مود ارتعاش اصلی تیر و دو IMF بعدی مربوط به نویز سفید می‌باشد. تبدیل هیلبرت بر روی IMF اول اعمال شده و فرکانس لحظه‌ای حاصل می‌شود. نمودار زمان-فرکانس به صورت شکل (۷) به دست می‌آید.



شکل ۶- تجزیه سیگنال پاسخ نویزدار به روش EMD اصلاح شده



شکل ۷- نمودار زمان-فرکانس لحظه‌ای برای IMF1

شکل (۷) با شکل (۲) که مربوط به پاسخ بدون نویز است مطابقت دارد و در هر دو شکل، فرکانس لحظه‌ای به صورت نوسانی بین فرکانس‌های اصلی تیر ترک‌دار در حالت باز شدن و بسته شدن ترک نوسان می‌کند. بنابراین با اصلاحات انجام شده بر روی روش EMD امکان استفاده از این تبدیل برای تجزیه سیگنال نویزدار نیز فراهم می‌شود.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله با اعمال اصلاحاتی در مرحله ایجاد منحنی پوش‌ها و نیز استفاده از معیار توقف جدید در روش متداول EMD، روش EMD اصلاح شده ارائه گردید تا امکان استفاده مستقیم از تبدیل هیلبرت-هوانگ برای تجزیه سیگنال نویزدار به وجود آید. در روش EMD اصلاح شده به جای استفاده از اسپیلاین مکعبی برای ایجاد منحنی پوش‌ها از اسپیلاین هموار استفاده گردید که نتایج هموارتری ایجاد می‌نماید و سبب کاهش اثرات نویز می‌شود و استفاده از این روش برای تجزیه سیگنال‌های نویزدار مناسب‌تر است. معیار توقف

جدید استفاده شده نیز بعضی خطاهای محاسباتی را که در معیار توقف متداول ایجاد می‌شود و گاهی توقف روند برنامه را باعث می‌گردد، برطرف کرده و به نتایج بهتری منجر می‌شود. برای بررسی و مقایسه دقت روش پیشنهادی، پاسخ ارتعاشات یک تیر ترکدار به عنوان سیگنال نمونه در نظر گرفته شد. در مورد پاسخ بدون نویز روش EMD متداول و روش EMD اصلاح شده به نتایج یکسان و مطلوبی منجر می‌شود. سپس برای بررسی کارایی روش EMD اصلاح شده، با نویزدار کردن پاسخ، به آنالیز زمان-فرکانس آن پرداخته شد که نتایج به دست آمده از آنالیز پاسخ نویزدار با استفاده از روش EMD اصلاح شده برخلاف روش EMD متداول با نتایج حاصله از آنالیز پاسخ بدون نویز مطابقت داشته و حاکی از برتری روش EMD اصلاح شده به EMD متداول در تجزیه سیگنال‌های نویزدار است. بنابراین با اصلاحات صورت گرفته در روش EMD، توانایی آنالیز سیگنال‌های نویزدار و استخراج اطلاعات صحیح از سیگنال در روش پیشنهادی ایجاد می‌شود.

مراجع

- [1] Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R., Wu, M.C., Shih, H.H., Zheng, Q., Yen, N.C., Tung, C.C., and Liu, H.H., "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis", Proceedings of R. Soc. Lond. A 454, pp. 903-995, (1998).
- [2] Bernal, D., and Gunes, B., "An Examination of Instantaneous Frequency as a Damage Detection Tool", 14th Engineering Mechanics Conference, Austin, Texas, (2000).
- [3] Quek, S., Tua, P., and Wang, Q., "Comparison of Hilbert-Huang, Wavelet and Fourier Transforms for Selected Applications", Mini-Symp. on Hilbert-Huang Transform in Engineering Applications, Newark, Delaware, (2003).
- [4] Lin, S., Yang, J., and Zhou, L., "Damage Identification of a Benchmark Building for Structural Health Monitoring", Smart Materials and Structures, Vol. 14, pp. 162-169, (2005).
- [5] Yu, D., Cheng, J., and Yang, Y., "Application of EMD Method and Hilbert Spectrum to the Fault Diagnosis of Roller Bearings", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 19, pp. 259-270, (2005).
- [6] Salvino, L.W., and Pines, D.J., "Structural Health Monitoring using Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Phase", Journal of Sound and Vibration, Vol. 294, pp. 97-124, (2006).
- [7] Gao, R.X., and Yan, R., "Non-stationary Signal Processing for Bearing Health Monitoring", International Journal of Manufacturing Research, Vol. 1, No. 1, pp. 18 - 40, (2006).

- [8] Loutridis, S. J., “Instantaneous Energy Density as a Feature for Gear Fault Detection”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp. 1239- 1253, (2006).
- [9] Quek, S., Tua, P., and Wang, Q., “Detecting Anomalies in Beams and Plate Based on the Hilbert–Huang Transform of Real Signals”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 447-460, (2003).
- [10] Soorgee, M.H., and Yousefi-Koma, A., “Crack Diagnosis in Beams using Propagated Waves and Hilbert Huang Transformation”, 4th International Conference on NDT, Chania, Crete-Greece, (2007).
- [11] Douka, E., and Hadjileontiadis, J.L., “Time-frequency Analysis of the Free Vibration Response of a Beam with a Breathing Crack”, *NDT&E International*, Vol. 38, pp. 3-10, (2005).
- [12] Loutridis, S., Douka, E., and Hadjileontiadis, J.L., “Forced Vibration Behaviour and Crack Detection of Cracked Beams using Instantaneous Frequency”, *NDT&E International*, Vol. 38, pp. 411-419, (2005).
- [13] Shi, Z.Y., Law, S.S., and Xu, X., “Identification of Linear Time-varying Made of Dynamical Systems from Forced Excitation using Hilbert Transform and EMD Method”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 321, pp. 572-589, (2008).
- [14] Fritsch, F.N., and Carlson, R.E., “Monotone Piecewise Cubic Interpolation”, *SIAM J. Numerical Analysis*, Vol. 17, pp. 238-246, (1998).
- [15] Wahba, G., “*Spline Models for Observational Data*”, SIAM, Philadelphia, (1990).
- [16] Hastie, T.J., and Tibshirani, R.J., “*Generalized Additive Models*”, Chapman and Hall, London, (1990).
- [17] Cheng, S.M., Wu, X.J., Wallace, W., and Swamidas, A.S.J., “Vibrational Response of a Beam with a Breathing Crack”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 225, pp. 201-208, (1999).

فهرست نمادهای انگلیسی

دامنه لحظه‌ای	: a
تابع مود ذاتی	: C_i
تبدیل هیلبرت	: H
میانگین فاصله نقاط	: h
میانگین پوش‌ها	: m
پارامتر همواری	: p
مانده	: r_i

اسپیلین	: S
انحراف استاندارد	: SD
نسبت سیگنال به نویز	: SNR
معیار توقف پیشنهادی	: ST
جابجایی	: u
سرعت	: \dot{u}
سیگنال ورودی	: x
سیگنال تحلیلی	: z

نمادهای یونانی

فاز لحظه‌ای	: θ
فرکانس لحظه‌ای	: ω

Abstract

Hilbert-Huang Transform is a new method for processing signals that applied to processing signals received from mechanical systems in recent years. This method for signals without noise leads to favorable results. However, in most cases the experimental signals are affected by the measurement noises which causes more complexity of signal processing and prevents extracting the correct information. In this paper, by applying some modifications to the Hilbert-Huang Transform, using the method for noisy signals has been provided. To this end, modifications have been done to the EMD method for signal decomposition. In the proposed method, instead of using Cubic Spline for the envelop curves, Smoothing Spline has been used. This modification causes to reduce noise effects and leads extracting better results from the experimental signal. Moreover, due to the complexity of experimental signals, sometimes stopping criterion used in common EMD method causes computational error and stops the program. By applying the modifications, the problem has been resolved as well. To study the efficiency of the proposed method, vibration response of a cracked beam in presence of and without noise was analyzed in the Time-Frequency domain by both conventional and the modified methods. Results indicated the superiority of the modified method in the presence of noise.