

# ارزیابی مقدار تنش پسماند ناشی از اعمال پوشش سد حرارتی با استفاده از روش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی

مریم محمدی<sup>۱</sup>  
دکترا

اسماعیل پورسعیدی<sup>۲</sup>  
استاد

تنش‌های پسماند حرارتی ناشی از کوئنچ و عدم تطابق انبساط حرارتی لایه‌ها به علت افت دما پس از اعمال پوشش سد حرارتی با روش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و المان محدود ارزیابی و مسأله پس از ساده‌سازی به صورت تحلیلی حل شد. تنش پسماند سطحی توسط XRD استخراج و به منظور محاسبه توزیع تنش، مدل المان محدودی پیشنهاد گشت که سطح مشترک لایه‌ها با الگوگیری از تصویر SEM نمونه‌ی آزمایشگاهی ایجاد گردید. نتایج تحلیلی نشان داد که تنش‌های کوئنچ در مقایسه با تنش‌های عدم تطابق حرارتی مقدار کمتری دارند. میانگین تنش،  $150\text{MPa}$  - اندازه‌گیری شد که مقادیر تحلیلی و المان محدود تطابق قابل قبولی با آن دارند. DOI: 10.30506/ijmep.2020.90939.1443

واژه‌های راهنما: پوشش‌های سد حرارتی، تنش پسماند اعمال پوشش، XRD، روش المان محدود

## ۱- مقدمه

پوشش‌های مقاوم حرارتی<sup>۳</sup> اعمالی به روش پلاسما اسپری<sup>۴</sup> به طور گسترده برای افزایش عمر قطعات توربین استفاده می‌شوند. این پوشش‌ها معمولاً از اعمال زیرکونیای پایدار شده با ایتریا<sup>۵</sup> بر قطعاتی از موتور که در دماهای بالا کار می‌کنند، ایجاد می‌شوند [۱-۴]. در این پوشش‌ها لایه‌ی فوقانی که دارای ضریب رسانش گرمایی پایینی بوده لایه‌ی سرامیکی<sup>۶</sup> (TC) نامیده می‌شود. سه لایه‌ی دیگر علاوه بر لایه‌ی بالایی در سیستم پوشش وجود دارند که عبارتند از: لایه‌ی میانی یا رابط<sup>۷</sup> (BC) که برای متصل کردن لایه‌ی بالایی بر بستر استفاده می‌شود؛ لایه‌ی اکسید حرارتی رشد یافته<sup>۸</sup> (TGO) که معمولاً آلومینای رشد یافته است که با قرار گرفتن پوشش در دمای بالا ایجاد می‌شود و بستر که بار را تحمل میکند. به طور کلی پارامترهای بسیاری در

<sup>۱</sup> دکترا، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران maryam.mohammadi@znu.ac.ir

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران epsaeidi@znu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۵/۰۷، تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۴/۲۳

<sup>۳</sup> Thermal Barrier Coating (TBC)

<sup>۴</sup> Air Plasma Sprayed (APS)

<sup>۵</sup> Yttria Stabilized Zirconia (YSZ)

<sup>۶</sup> Top Coat

<sup>۷</sup> Bond Coat

<sup>۸</sup> Thermally Grown Oxide

تعیین مقدار و توزیع تنش‌های پسماند در پوشش‌های سد حرارتی اعمال شده به روش پلازما اسپری مؤثر هستند. تنش‌های پسماند حرارتی ناشی از اعمال پوشش از دو منبع اصلی ناشی می‌شوند: اول تنش‌های حرارتی انقباض سریع ذرات اسپری شده در هر لایه به علت افت شدید، ناهمگون و ناگهانی دما (تنش‌های کوئنچ)<sup>۱</sup> پس از برخورد ذرات به سطح مورد نظر و دوم تنش‌های حرارتی ناشی از عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی لایه‌های مختلف سیستم پوشش که به علت سرد شدن تا دمای محیط در پوشش ایجاد می‌شود [۵-۷]. مدل‌های تحلیلی برای یافتن تنش‌های پسماند در یک سیستم پوشش مقاوم حرارتی واقعی با ساده سازی‌های زیادی همراه هستند. از جمله‌ی این ساده‌سازی‌ها در نظر نگرفتن پروفیل دقیق سطح مشترک بین لایه‌ها است. این مدل‌ها عموماً سطح مشترک بین لایه‌ها را صاف در نظر می‌گیرند. همچنین خواص مواد لایه‌ها که تحت تغییرات دمای زیادی بوده با تغییرات دما به شدت تغییر می‌کنند که مدل‌های تحلیلی چنین تغییرات خواصی را در نظر نمی‌گیرند. با این وجود ارائه‌ی چنین مدل‌هایی به درک بهتر توزیع تنش در سیستم پوشش کمک خواهد کرد. همچنین در دهه‌های اخیر شبیه‌سازی‌های المان محدود در کنار تست‌های آزمایشگاهی برای ارزیابی مقدار تنش در پوشش‌های مقاوم حرارتی استفاده شده است. به عنوان مثال، بنگستون و پرسون [۶] و ویدجا و همکارانش [۷] تنش‌های پسماند ایجاد شده در طول فرآیند اسپری را توسط تحلیل المان محدود توصیف و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده به طوری که نتایج آن‌ها تطابق قابل قبولی را نشان داد. ونگ و همکارانش در شبیه‌سازی خود، تنش پسماند را به عنوان تابعی از تاریخچه‌ی اسپری پوشش که به صورت لایه لایه تشکیل می‌شود با استفاده از روش تولد و مرگ المان<sup>۲</sup> ایجاد کردند [۸]. رنجبرفر و همکارانش تنش پسماند به هنگام ایجاد پوشش را با استفاده از روش المان محدود شبیه‌سازی کردند. آن‌ها کار خود را با نتایج آزمایشگاهی بنگستون و پرسون [۶]، ویدجا و همکارانش [۷]، پورتینها و همکارانش [۹]، تیکزیرا و همکارانش [۱۰] و ماتیکسک و همکارانش [۱۱] مقایسه کردند. شایان ذکر است که تنش پسماند در سیستم پوشش‌های مقاوم حرارتی در طول شوک حرارتی، اکسیداسیون دما بالا و سایر شرایط شبیه‌سازی و تحلیل شده است. در مقاله‌ی حاضر ابتدا یک مدل تحلیلی براساس مدل کلاین ارائه می‌شود که قادر به تخمین بیشینه‌ی مقدار تنش پسماند در پوشش بوده که معمولاً در سطح مشترک اتفاق می‌افتد. مقدار تنش به دست آمده با استفاده از این مدل بدون در نظر گرفتن پارامترهایی مانند حفره‌ها، ترک‌های بین دانه‌ها و سطح مشترک زیر بین لایه‌ها محاسبه شد. اما با این وجود درک درستی از توزیع تنش را ایجاد کرد. با استفاده از این مدل سهم هر عامل ذکر شده در بالا در ایجاد تنش پسماند در پوشش مشخص گشت. نوآوری مطالعه‌ی حاضر در کنار مدل تحلیلی، تست‌هایی بوده که طراحی و انجام شده است. این در حالی است که تنش پسماند در نمونه‌ها با استفاده از روش پراش اشعه‌ی ایکس<sup>۳</sup> در سطح پوشش بالایی اندازه‌گیری می‌شود. همچنین یک مدل المان محدود جدید منطبق بر تست‌های آزمایشگاهی برای یافتن توزیع تنش پسماند ناشی از اعمال پوشش ارائه می‌شود. در مدل المان محدود از پروفیل سطح مشترک واقعی که با استفاده از اسکن میکروسکوپ الکترونی<sup>۴</sup> به دست آمده، استفاده شد.

<sup>1</sup> Quenching Stresses

<sup>2</sup> Birth and death element technique

<sup>3</sup> X Ray Diffraction (XRD)

<sup>4</sup> Scanning electron microscopy (SEM)

## ۲- مدل تحلیلی

دو منشأ اصلی ایجاد تنش‌های پسماند، تنش‌های ناشی از اعمال پوشش و تنش‌های به وجود آمده به علت عدم تطابق بین ضرایب انبساط حرارتی بین لایه‌های پوشش هستند که در زیر در نظر گرفته شدند. فرض شد که بستر در طول فرآیند پوشش‌دهی می‌تواند آزادانه دچار خمش گردد.

### ۲-۱- تنش پسماند ناشی از فرآیند اعمال پوشش

#### ۲-۱-۱- نشاندن لایه‌ی اول (لایه‌ی رابط) روی بستر

در شکل (۱) نیروهای به‌وجود آمده به هنگام نشاندن لایه‌ی اول بر روی بستر به معرض نمایش گذاشته شده است. نشاندن لایه‌ی اول با ضخامت  $h_{BC}$  منجر به ایجاد کرنش رابط‌ه‌ی (۱) در سیستم می‌گردد:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\sigma_q}{E_{BC}} \quad (1)$$

که  $\sigma_q$  تنش ذاتی (کوئنچ) و  $E_{BC}$  مدول یانگ ماده‌ی لایه‌ی رابط (BC) است. این کرنش یک جفت نیروی مساوی و مخالف  $F_1$  را ایجاد می‌کند. معادله‌ی سازگاری کرنش به‌صورت رابط‌ه‌ی (۲) است:

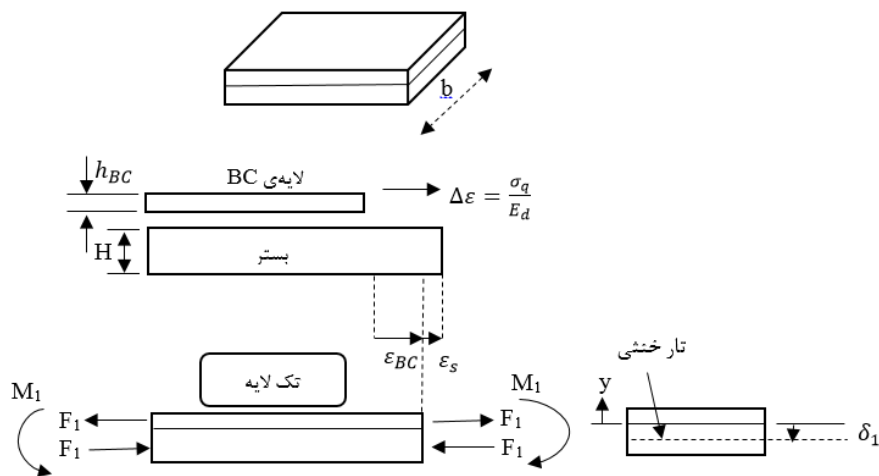
$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_{BC} - \varepsilon_s = \frac{F_1}{bh_{BC}E_{BC}} + \frac{F_1}{bHE_s} \quad (2)$$

که در آن  $H$  ضخامت بستر،  $b$  عرض نمونه و  $E_s$  مدول یانگ ماده‌ی بستر است. با بازنویسی معادله، رابط‌ه‌ی (۳) به دست می‌آید:

$$F_1 = \sigma_q bh_{BC} \left( \frac{HE_s}{HE_s + h_{BC}E_{BC}} \right) \quad (3)$$

یک نیروی کششی به همین مقدار بر لایه‌ی نشانده شده و یک نیروی فشاری مساوی نیز بر بستر اعمال گردید. این نیروهای مساوی و مخالف ممان خمشی  $M_1$  را به‌وجود می‌آورند که توسط رابط‌ه‌ی (۴) ارائه شده است:

$$M_1 = F_1 \left( \frac{H + h_{BC}}{2} \right) \quad (4)$$



شکل ۱- نشاندن لایه‌ی اول بر روی بستر

موقعیت تار خنثی،  $\delta_1$  و سفتی تیر،  $S_1$  به ترتیب توسط رابطه‌ی (۵) و (۶) بیان شده است:

$$\delta_1 = \frac{h_{BC}^2 E_{BC} - H^2 E_S}{2(h_{BC} E_{BC} + H E_S)} \quad (5)$$

$$S_1 = b \int_{-h_{BC}-\delta_1}^{h_{BC}-\delta_1} E(y_c) y_c^2 dy = E_{BC} b h_{BC} \left( \frac{h_{BC}^2}{3} - h_{BC} \delta_1 + \delta_1^2 \right) + E_S b H \left( \frac{H^2}{3} + H \delta_1 + \delta_1^2 \right) \quad (6)$$

تغییرات انحنا از رابطه‌ی (۷) به دست می‌آید:

$$\kappa_1 - \kappa_0 = \frac{M_1}{E_1} = \frac{(h_{BC} + H) F_1}{2 E_1} \quad (7)$$

عموماً  $\kappa_0$  صفر فرض می‌شود (مگر اینکه بستر از ابتدا دارای انحنا باشد که در این صورت باید در نظر گرفته شود).

مقدار تنش در میانه‌ی لایه‌ی BC توسط رابطه‌ی (۸) به دست می‌آید:

$$\sigma_{BC, y=\frac{h_{BC}}{2}} = \frac{F_1}{b h_{BC}} - E_{BC} \kappa_1 \left( \frac{h_{BC}}{2} - \delta_1 \right) \quad (8)$$

۲-۱-۲- نشانند لایه‌ی دوم (لایه‌ی سرامیکی بالایی) بر لایه‌ی اول (لایه‌ی رابط)

در شکل نیروهای به وجود آمده به هنگام نشانند لایه‌ی TC بر لایه‌ی BC و بستر نشان داده شده است.

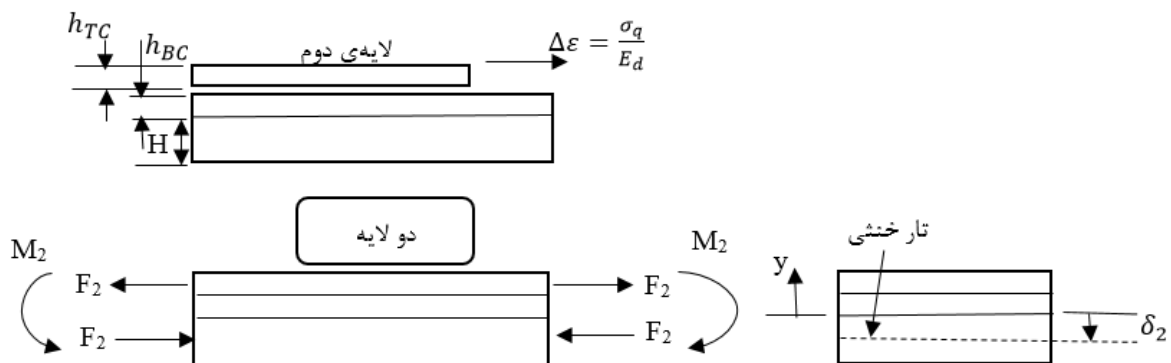
معادله‌ی سازگاری کرنش به صورت رابطه‌ی (۹) است:

$$\frac{F_2}{E_2 e b (H + h_{BC})} + \frac{F_2}{E_{TC} b h_{TC}} = \Delta \varepsilon \quad (9)$$

که در آن  $E_{TC}$  مدول یانگ لایه‌ی TC،  $h_{TC}$  ضخامت لایه‌ی TC و نیروی  $F_2$  از سمت لایه‌ی نشاننده شده بر تیر با موقعیت تار خنثی  $\delta_1$  اعمال می‌گردد. این بستر و لایه‌ی رابط، تحت کرنش یکسان قرار داشته و  $E_2$  مدول یانگ معادل برای این سیستم بوده که توسط رابطه‌ی (۱۰) تعیین می‌شود:

$$E_2 = \frac{E_S H + E_{BC} h_{BC}}{H + h_{BC}} \quad (10)$$

با جایگذاری معادله‌ی ۱۰ در رابطه‌ی ۹، نیروی  $F_2$  به صورت رابطه‌ی (۱۱) به دست می‌آید:



شکل ۲- نشانند لایه‌ی دوم بر بستر

$$F_2 = \sigma_q b h_{TC} \left( \frac{H E_s + h_{BC} E_{BC}}{H E_s + h_{BC} E_{BC} + h_{TC} E_{TC}} \right) \quad (11)$$

یک جفت نیروی مساوی و مخالف یک ممان  $M_2$  را ایجاد کرده که در رابطه‌ی (۱۲) نشان داده شده است:

$$M_2 = F_2 \left( \left( h_{BC} + \frac{1}{2} h_{TC} \right) - \delta_1 \right) \quad (12)$$

این ممان یک تغییر در انحنای  $\kappa_2 - \kappa_1$ ، را ایجاد کرده که برابر رابطه‌ی (۱۳) است:

$$\kappa_2 - \kappa_1 = \frac{F_2 \left( \left( h_{BC} + \frac{1}{2} h_{TC} \right) - \delta_1 \right)}{E_2} \quad (13)$$

$S_2$  از رابطه‌ی (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$S_2 = E_{BC} b h_{BC} \left( \frac{h_{BC}^2}{3} - h_{BC} \delta_2 + \delta_2^2 \right) + E_{TC} b h_{TC} \left( \frac{h_{TC}^2}{3} - h_{TC} \delta_2 + \delta_2^2 \right) + E_s b H \left( \frac{H^2}{3} + H \delta_2 + \delta_2^2 \right) \quad (14)$$

که در آن  $\delta_2$  از رابطه‌ی (۱۵) تعیین می‌شود:

$$\delta_2 = \frac{h_{BC}^2 E_{BC} + h_{TC}^2 E_{TC} - H^2 E_s}{2(h_{BC} E_{BC} + h_{TC} E_{TC} + H E_s)} \quad (15)$$

مقدار تنش در میانه‌ی لایه‌ی BC توسط رابطه‌ی (۱۶) بدست می‌آید:

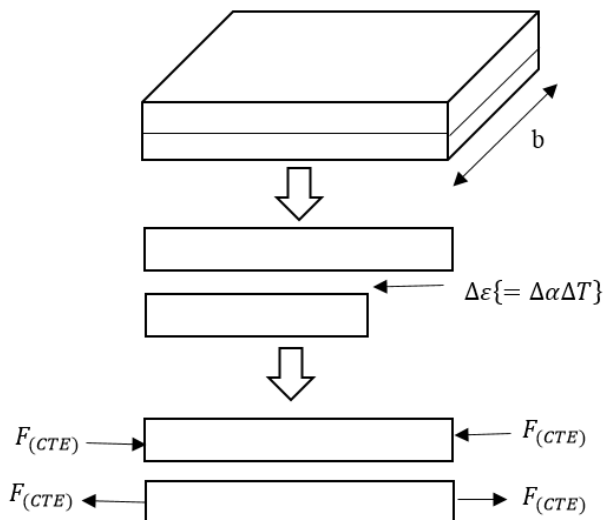
$$\sigma_{BC, y=\frac{h_{BC}}{2}} = \frac{F_1}{b h_{BC}} - E_{BC} \kappa_1 \left( \frac{h_{BC}}{2} - \delta_1 \right) - \frac{E_{TC} F_2}{b (H E_s + h_{TC} E_{TC})} - E_{TC} (\kappa_2 - \kappa_1) \left( \frac{h_{TC}}{2} - \delta_2 \right) \quad (16)$$

تنش در نقطه‌ی میانی لایه‌ی TC به صورت رابطه‌ی (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{TC, y=(h_{BC}+\frac{1}{2}h_{TC})} = \frac{F_2}{b w} - E_{TC} (\kappa_2 - \kappa_1) \left( \left( h_{BC} + \frac{1}{2} h_{TC} \right) - \delta_2 \right) \quad (17)$$

## ۲-۲- تنش پسماند ناشی از عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی لایه‌ها به علت خنک‌کاری

تنش‌های ایجاد شده به واسطه‌ی عدم تطابق حرارتی در کل سیستم دو لایه به هنگام خنک شدن تا دمای اتاق به روش زیر به دست آمد. انحنای نهایی بعد از خنک‌کاری به  $\kappa_c$  افت کرد در حالی که  $\kappa_n$  انحنای حاصل از نشانیدن لایه‌ی آخر قبل از فرآیند خنک‌کاری بود (از هرگونه اعوجاج در طول نشانیدن لایه‌ها صرف-نظر گردید). از آنجایی که هدف از نشانیدن لایه‌ی BC ایجاد چسبندگی بین لایه‌ی TC و بستر بوده (خواص این لایه تا حد امکان مشابه بستر در نظر گرفته می‌شود تا این نوع از تنش‌ها به حداقل برسد)، به منظور بررسی مقادیر بحرانی تنش‌های ناشی از عدم تطابق حرارتی، این نوع از تنش‌ها با فرض نشانیدن لایه‌ی TC بر بستر محاسبه می‌شوند.



شکل ۳- شماتیک نیروهای بوجود آمده بر اثر عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی در یک سیستم دو لایه

کرنش عدم تطابق برای لایه‌ی TC و بستر در حالت سرد شدن از رابطه‌ی  $\Delta\varepsilon = (\alpha_s - \alpha_{TC})\Delta T$  به دست آمد. اعمال این کرنش نیروهای مساوی و مخالفی را ایجاد می‌کند که با  $F_{(CTE)}$  نشان داده می‌شود. با نوشتن معادله‌ی تعادل روابط (۱۸) و (۱۹) به دست می‌آیند [۱۲]:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{TC} - \varepsilon_s = \frac{F_{(CTE)}}{bh_{TC}E_{TC}} + \frac{F_{(CTE)}}{bHE_s} \quad (18)$$

$$\frac{F_{(CTE)}}{b} = \Delta\varepsilon \left( \frac{E_{TC}E_s h_{BC}H}{E_{TC}h_{TC} + E_s H} \right) \quad (19)$$

این دو نیرو یک ممان  $M_{(CTE)}$  ایجاد می‌کنند که انحنای تیر را تغییر می‌دهد. این ممان توسط رابطه‌ی (۲۰) به دست می‌آید:

$$M_{(CTE)} = F_{(CTE)} \left( \frac{H+h_{TC}}{2} \right) \quad (20)$$

تغییر انحنای تیر کامپوزیت به این ممان ارتباط داشته که از رابطه‌ی (۲۱) به دست می‌آید:

$$\kappa_c - \kappa_n = \frac{M_{(CTE)}}{E_c} \quad (21)$$

$S_c$  سفتی تیر نیز توسط رابطه‌ی (۲۲) قابل محاسبه است:

$$S_c = b \int_{-H-\delta}^{h_{BC}-\delta} E(y_c) y_c^2 dy = bE_{TC}h_{TC} \left( \frac{h_{TC}^2}{3} - h_{TC}\delta + \delta^2 \right) + bE_s H \left( \frac{H^2}{3} + H\delta + \delta^2 \right) \quad (22)$$

$\delta$  فاصله از تار خنثی ( $y_c = 0$ ) تا سطح مشترک ( $y=0$ ) است که از رابطه‌ی (۲۳) به دست می‌آید:

$$\delta = \frac{E_{TC}h_{TC}^2 - E_s H^2}{2(E_{TC}h_{TC} + E_s H)} \quad (23)$$

بنابراین تنش‌های به وجود آمده به علت عدم تطابق حرارتی در سطح TC به صورت رابطه‌ی (۲۴) محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_{TC, y=h_{TC}} = \frac{F(CTE)}{bh_{TC}} - E_{TC}(\kappa_c - \kappa_n)(h_{TC} - \delta) \quad (24)$$

### ۳- تست‌های آزمایشگاهی

یک نمونه پره‌ی ردیف اول توربین که به وسیله‌ی وایرکات استخراج شده به عنوان نمونه‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته شد. ضخامت بستر ۳ میلی‌متر از جنس GTD111 مدنظر قرار گرفت. لایه‌ی رابط از جنس NiCrAlY به ضخامت ۱۰۰ میکرون و لایه‌ی سرامیکی بالایی به ضخامت ۳۰۰ میکرون از جنس زیرکونیای پایدار شده با ۸ درصد وزنی ایتریا ( $ZrO_2-8wt.\% Y_2O_3$ ) بود که از طریق پلازما اسپری بر بستر نشانده شد. سپس با استفاده از روش XRD تنش در سطح سرامیکی نمونه اندازه‌گیری شد.

### ۳-۱- روش $\sin^2 \psi$

اندازه‌گیری تنش‌های پسماند در پوشش‌های سد حرارتی به روش XRD بطور گسترده استفاده شده است [4, 13, 14]. مبنای روش XRD، اندازه‌گیری تغییرات در فاصله‌ی بین شبکه‌های کریستالی است. هنگامی که در یک نمونه تنش پسماند وجود داشته باشد، فاصله‌ی میان صفحات کریستالی،  $d_{\phi\psi}$ ، با فاصله‌ی آن‌ها در حالت بدون تنش،  $d_0$ ، متفاوت خواهد بود.

در حالت کلی مقدار کرنش در روش XRD از رابطه‌ی (۲۵) قابل محاسبه است [۱۵]:

$$(\varepsilon_{33})_{\phi\psi} = \frac{d_{\phi\psi} - d_0}{d_0} = \varepsilon_{11} \cos^2 \phi \sin^2 \psi + \varepsilon_{12} \sin 2\phi \sin^2 \psi + \varepsilon_{22} \sin^2 \phi \sin^2 \psi + \varepsilon_{33} \cos^2 \phi + \varepsilon_{13} \cos \phi \sin 2\psi + \varepsilon_{23} \sin \phi \sin 2\psi \quad (25)$$

مقدار فاصله‌ی  $d_{\phi\psi}$  به ازای هر زاویه‌ی برخورد  $\psi$  قابل حصول خواهد بود.

در صورت همگن بودن ماده، رابطه‌ی (۲۶) حاکم است.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \quad (26)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۲۶) در معادله‌ی (۲۵) رابطه‌ی (۲۷) حاصل خواهد شد که ارتباط بین تنش و کرنش را ارائه می‌دهد:

$$\frac{d_{\phi\psi} - d_0}{d_0} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{11} \cos^2 \phi + \sigma_{12} \sin 2\phi + \sigma_{22} \sin^2 \phi - \sigma_{33}) \sin^2 \psi + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{33} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{13} \cos \phi + \sigma_{23} \sin \phi) \sin 2\psi \quad (27)$$

از آنجایی که ضخامت پوشش بسیار کمتر از ضخامت بستر و نمونه است، تنش پسماند در پوشش به صورت تنش صفحه‌ای دومحوری خواهد بود [۱۶] در این صورت رابطه‌ی (۲۷) به صورت (۲۸) بازنویسی می‌شود:

$$\frac{d_{\phi\psi} - d_0}{d_0} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\phi} \sin^2 \psi - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (28)$$

که  $\sigma_{\phi}$  از روابط (۲۹) و (۳۰) به دست می‌آید:

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{11} \cos^2 \phi + \sigma_{22} \sin^2 \phi \quad (29)$$

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{11} \cos^2 \phi + \sigma_{12} \sin 2\phi + \sigma_{22} \sin^2 \phi \quad (30)$$

رابطه‌ی (۲۸) یک ارتباط خطی بین  $d_{\phi\psi}$  و  $\sin^2 \psi$  را ارائه می‌کند. این رابطه معادله‌ی تنش پسماند XRD بوده که بسیار استفاده شده است.  $\sigma_{11}$  و  $\sigma_{22}$  تنش‌ها در راستاهای اصلی هستند. مقدار تنش  $\sigma_{\phi}$  توسط برازش منحنی حداقل مربعات به مقادیر  $d_{\phi\psi}$  که در زوایای مختلف تابش به روش آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده است، قابل محاسبه خواهد بود. برای  $\psi_0 = 0$  کرنش عمودی  $\epsilon_{33}$  به صورت معادله‌ی (۳۱) درخواهد آمد:

$$\epsilon_{33} = \frac{d_{\phi,\psi=0}}{d_0} = -\nu(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (31)$$

با جاگذاری رابطه‌ی (۳۱) در (۲۸) نتیجه به صورت رابطه‌ی (۳۲) خواهد بود:

$$\frac{d_{\phi\psi} - d_{\phi,\psi=0}}{d_0} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\phi} \sin^2 \psi \quad (32)$$

که بدین معنی است که اختلاف کرنش در دو جهت در یک ماده تحت تنش تنها وابسته به تنش در آن ماده است. با استفاده از معادله‌ی (۳۲) می‌توان  $\sigma_{\phi}$  در جهت  $\phi$  را توسط معادله‌ی (۳۳) به دست آورد:

$$\sigma_{\phi} = \frac{E}{(1+\nu) \sin^2 \psi} \frac{d_{\phi\psi} - d_{\phi,\psi=0}}{d_0} \quad (33)$$

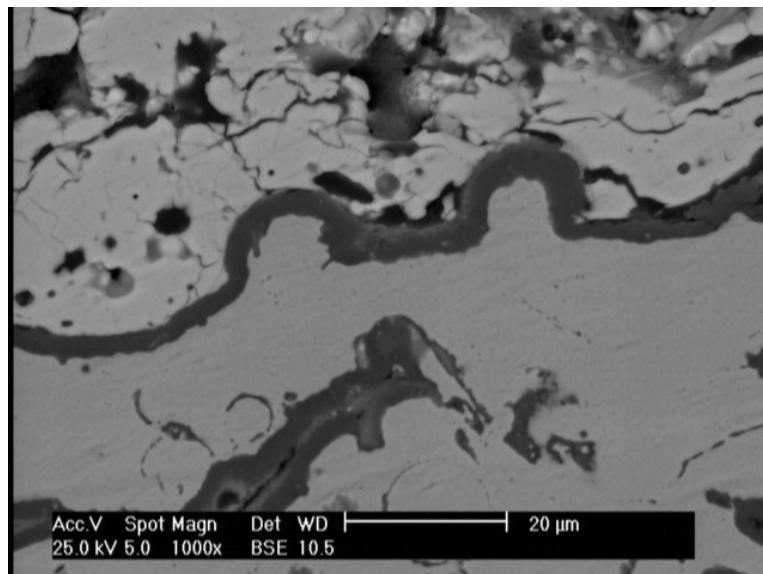
رابطه‌ی (۳۳) امکان محاسبه‌ی تنش در هر جهت دلخواه در یک صفحه را فراهم می‌سازد و تنش در جهت  $\phi$  به طور مستقیم از شیب خط برازش حداقل مربعات داده‌های آزمایشگاهی که در  $\psi$ های مختلف اندازه‌گیری شده است، به دست می‌آید. اگر مقدار  $d_0$  مشخص نباشد می‌توان از  $d_{\psi=0}$  استفاده کرد به طوری که نتیجه‌ی این تقریب خطایی کمتر از ۰/۱٪ در مقادیر تنش ایجاد می‌کند [۱۷].

#### ۴- مدل المان محدود

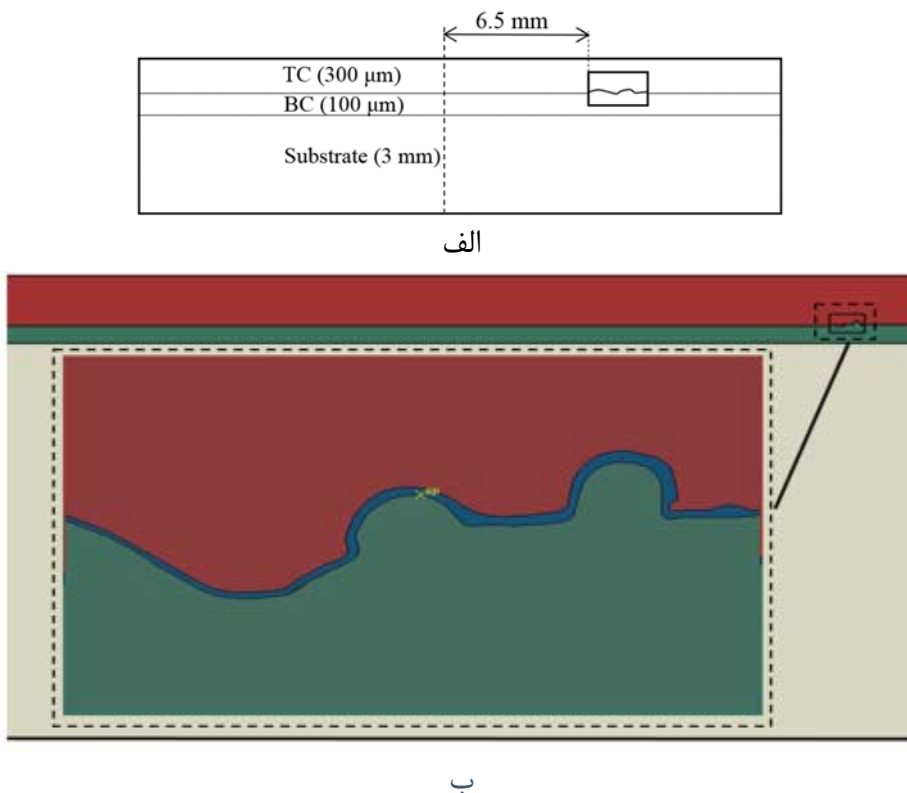
به منظور ارزیابی مقدار تنش پسماند در نمونه تست‌های انجام شده از نرم افزار المان محدود آباکوس استفاده شد. در اکثر مطالعاتی که بر پایه‌ی المان محدود برای ارزیابی مقدار تنش پسماند چه به علت نشانند پوشش و چه به واسطه‌ی تحت سرویس قرار گرفتن در سیستم پوشش انجام می‌شود، یکی از اهداف بررسی مکانیزم شکست در پوشش است. در فرآیند شوک حرارتی یک گرادیان دمای بزرگ و به واسطه‌ی آن تنش پسماند بزرگی در سطح مشترک لایه‌ها به علت عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی به وجود آمده به طوری که این ناحیه به شدت مستعد آسیب است. از آنجایی که سطح مشترک بین لایه‌ها نامنظم بوده و عموماً از الگوی خاصی پیروی نمی‌کند، هموار در نظر گرفتن آن تقریب‌های زیادی را در مسأله و نتایج شبیه‌سازی ایجاد می‌کند که ممکن است از نتایج واقعی فاصله داشته باشد. رنجبرفر و همکارانش سطح مشترک سینوسی را با دامنه‌های مختلف جهت ارزیابی مقدار تنش پسماند بررسی کردند [۱۸]. محققان زیادی از چنین تقریب‌هایی در سطح مشترک استفاده کردند به طوری که نسبت به هموار در نظر گرفتن آن نتایج نسبتاً بهتری را به دست آوردند، اما همچنان نتایج خالی از تقریب نبود. گوپتا و همکارانش با استفاده از روش OOF سطح مشترک نامنظم بین لایه‌ها را شبیه‌سازی کرده و تنش پسماند را در موقعیت‌های مختلف این سطح مشترک



نامنظم به دست آوردند. نتایج آن‌ها نشان داد که توزیع تنش پسماند به شدت به انحنای سطح مشترک وابسته است [۱۹]. در چنین بررسی‌هایی هم برخی فرضیات در شرایط مرزی دیده می‌شود. در این مقاله هندسه‌ی مسأله به گونه‌ای طراحی و ایجاد شده که مطابق با یکی از نمونه‌های آزمایش باشد. هندسه‌ی مورد استفاده در این قسمت یکی از تصاویر گرفته شده توسط میکروسکوپ الکترونی بود که در شکل نشان داده شده است. با استفاده از یک نرم افزار طراحی، پروفیل سطح مشترک TC و BC استخراج شد و یک بخش از هندسه شامل این پروفیل، TC و BC ایجاد گردید. جهت اعمال شرایط مرزی صحیح و نزدیک به واقعیت، بخش ساخته شده مطابق شکل (۵) بر روی هندسه‌ی کلی نمونه سوار شد، با این فرض که آن بخش در مابقی فصل مشترک TC و BC به شکل هموار باشد. المان مورد نظر در فاصله‌ی ۶/۵ میلیمتری از مرکز نمونه در نظر گرفته شد. با توجه به برخی مطالعات گذشته [۱۸، ۲۰]، به محض نشان دادن پوشش، یک لایه‌ی TGO با ضخامت کم در حد ۱ میکرون در سیستم پوشش ایجاد می‌شود. این لایه تأثیر زیادی بر تنش‌های پسماند مورد نظر در سطح پوشش نخواهد داشت. بنابراین در مدل المان محدود ارائه شده نیز یک لایه‌ی اکسید در نظر گرفته می‌شود. تصویر SEM نشان داده شده در شکل از این جهت انتخاب شد که بتوان اثر قله و دره‌ها را در دو برآمدگی در سطح مشترک TC و BC ارزیابی کرد، هرچند که اثر آن‌ها بر مقدار تنش‌های پسماند سطح TC بسیار کم است. همچنین با در نظر گرفتن لایه‌ی اکسیدی می‌توان مقدار تنش پسماند ناشی از عدم تطابق حرارتی بین این لایه و TC را نیز بررسی کرد، موردی که در حل تحلیلی نیز در نظر گرفته شده است. در حالی که روش XRD مورد استفاده به علت عمق زیاد این لایه نمی‌تواند مقدار تنش را ارائه دهد. از آنجایی که در دماهای بالا خزش فعال شده و باعث آزادسازی بخشی از تنش‌های پسماند می‌شود، جهت دستیابی به نتایج درست در نظر گرفتن خواص خزشی برای لایه‌ها مورد نیاز است. رفتار لایه‌ی اکسید حرارتی رشد یافته (TGO)، سرامیکی، رابط به صورت ویسکوالاستیک و بستر به صورت الاستیک در نظر گرفته شد.



شکل ۴- تصویر SEM مورد استفاده برای ایجاد هندسه تحلیل عددی



**شکل ۵-** هندسه‌ی مورد استفاده جهت انجام مدل‌سازی عددی؛ الف) شکل شمانتیک هندسه‌ی مسأله و المان مورد مطالعه ب) هندسه‌ی سطح مشترک استخراج شده مطابق تصویر SEM (شکل (۱))

خواص مواد در جدول (۱) ارائه شده است.

برای تمامی لایه‌ها رفتار خزش نورتون<sup>۱</sup> ارائه شده در رابطه‌ی (۳۴)، استفاده گردید:

$$\dot{\epsilon}_{cr} = A\sigma^n \tag{34}$$

که در آن  $\dot{\epsilon}_{cr}$  نرخ کرنش ( $s^{-1}$ )،  $A$  پیش فاکتور ( $s^{-1}MPa^{-n}$ )،  $\sigma$  تنش ( $MPa$ ) و  $n$  توان قانون خزش است. ضرایب  $A$  و  $n$  در جدول ارائه شده است.

**جدول ۱-** خواص فیزیکی مواد مورد استفاده در مدل وابسته به دما [۲۱].

ضریب انبساط حرارتی $\alpha \times 10^{-6} (^\circ C^{-1})$	چگالی ( $kg/m^3$ ) $\rho$	گرمای ویژه C(J/kgK)	ضریب رسانش K(W/mK)	ضریب پوآسون $\nu$	مدول یانگ E(GPa)	دما T( $^\circ C$ )	
۹ ۱۲/۲	۵۲۰۰	۴۳۷	۱/۵	۰/۱ ۰/۱۲	۴۸ ۲۲	۲۵ ۱۱۰۰	TC ( $Y_2O_3$ - $ZrO_2$ )
۸ ۹/۳	۳۹۷۸	۸۵۷	۲۵	۰/۲۳ ۰/۲۵	۴۰۰ ۳۲۵	۲۵ ۱۱۰۰	TGO ( $Al_2O_3$ )
۱۳/۶ ۱۷/۶	۷۳۲۰	۵۰۱	۴/۳	۰/۳ ۰/۳۳	۲۰۰ ۱۱۰	۲۵ ۱۱۰۰	BC ( $MCrAlY$ )
۱۲/۶ ۱۶/۳	۷۸۰۰	۴۵۰	۲۶	۰/۳	۱۸۴	۲۵ ۱۱۰۰	بستر

<sup>۱</sup> Norton power-law

جدول ۲- خواص خزش برای لایه‌های پوشش [۲۲].

n	A ( $s^{-1} MPa^{-n}$ )	T ( $^{\circ}C$ )	
۲	$5/1 \times 10^{-43}$	۲۰	TBC ( $Y_2O_3-ZrO_2$ )
۲	$3/39 \times 10^{-26}$	۱۱۰۰	
۲	$6/72 \times 10^{-37}$	۲۰	TGO ( $Al_2O_3$ )
۲	$8/4 \times 10^{-26}$	۱۱۰۰	
۲/۴۵	$2/48 \times 10^{-40}$	۲۰	BC (MCrAlY)
۳	$1/39 \times 10^{-25}$	۱۰۰۰	

برای شبیه‌سازی فرآیند اعمال پوشش طبق مدل رنجبرفر و همکارانش [۱۸] یک خنک‌کاری در پوشش از دمای  $1070^{\circ}C$  تا  $25^{\circ}C$  در نظر گرفته شد.

## ۵- نتایج

### ۵-۱- نتایج مدل تحلیلی

با توجه به خواص ارائه شده در جدول (۱) و روابط بخش ۲ می‌توان تنش‌های پسماند ناشی از اعمال پوشش و خنک‌کاری تا دمای محیط را در سیستم پوشش به دست آورد. در مدل تحلیلی تنها فرآیندهای الاستیک را در نظر گرفته و فرآیندهای خزش یا پلاستیک را به علت پیچیده شدن مدل نمی‌توان به آن افزود و این فرآیندها در مدل عددی قابل ارائه هستند.

در این مقاله با استفاده از مدل تحلیلی برای فرآیند نشانیدن پوشش بدون خنک‌کاری، مقادیر تنش در میانه‌ی BC بعد از اعمال TC و در میانه‌ی TC به ترتیب برابر  $59/87 MPa$  و  $5/84 MPa$  بود. اما بعد از خنک‌کاری تنش در سطح TC به مقدار  $159/73 MPa$  رسید. طبق مشاهداتی که از تست‌های انجام شده برای بررسی مکانیزم‌های شکست در سیستم پوشش به عمل آمد، واماندگی در TC بحرانی‌تر از BC بوده که نشان دهنده‌ی اهمیت زیاد توزیع تنش در TC است. همان‌طور که مشاهده شد تنش پسماند در TC برای فرآیند اعمال پوشش نسبت به خنک‌کاری مقدار بسیار کمتری دارد.

تنش پسماند ناشی از عدم تطابق حرارتی بین لایه‌های TGO و بستر نیز با استفاده از روش تحلیلی محاسبه شد و مقدار آن  $1/91 GPa$  - به دست آمد که می‌توان این مقادیر را با حل المان محدود مقایسه کرد.

برای حالتی که تنها یک لایه‌ی BC بر روی بستر وجود دارد، گرادپان تنش در آن بسیار متفاوت از حالتی است که چندین لایه بر روی بستر، یعنی TC بر BC، نشانده شود. این تفاوت به این دلیل است که با اعمال لایه‌های دیگر بر لایه‌ی قبلی تا حد زیادی از مؤلفه‌ی کششی تنش در آن لایه کاسته می‌شود. بنابراین حالت تنش کششی به واسطه‌ی اعمال پوشش در لایه‌ی اعمال شده نسبت به سطح مشترک لایه‌ها بیشتر است. اما این حالت برای تنش ناشی از عدم تطابق ضرایب انبساط حرارتی لایه‌ها یعنی تنش‌های کوئنچ حاکم نیست.

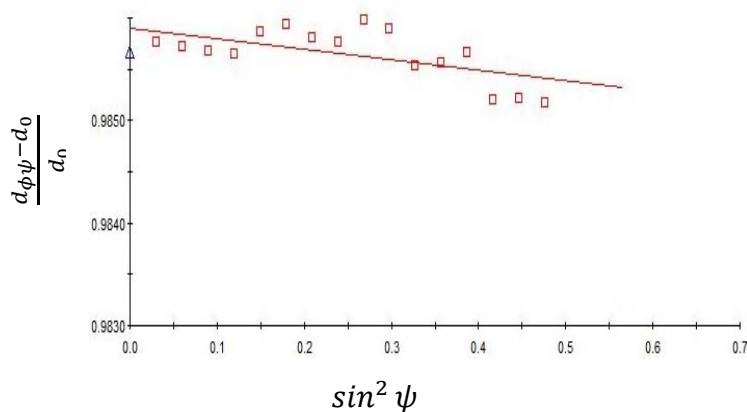
### ۵-۲- نتایج تست XRD

برای بررسی تنش پسماند ناشی از نشانیدن پوشش در نمونه‌ها، ابتدا نمونه مانده شده، سپس بعد از نگهداری در محلول دی‌کلرومتان ( $\text{CH}_2\text{Cl}_2$ ) به مدت ۴۸ ساعت از مانده خارج شد. نهایتاً توسط آنالیز XRD بررسی گشت. شکل برازش خطی بین  $\frac{d_{\phi\psi}-d_0}{d_0}$  و  $\sin^2 \psi$  را نشان می‌دهد. شیب منفی خط نشان دهنده‌ی حالت تنش فشاری در پوشش است.

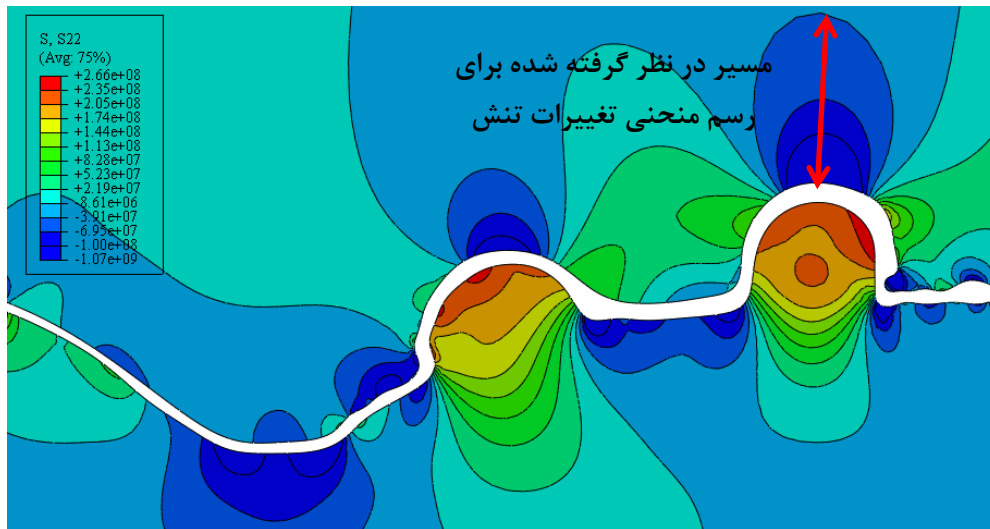
تنش پسماند اندازه‌گیری شده در سطح پوشش بالایی در بازه‌ی  $200\text{MPa}$  تا  $100\text{MPa}$  - قرار می‌گیرد. لای و همکارانش [۴] گزارش کردند که تنش پسماند برای سطح پوشش در بازه‌ی  $300\text{MPa}$  - تا  $100\text{MPa}$  - قرار دارد. پورتینها و همکارانش [۹] تنش پسماند را  $92\text{MPa}$  - در سطح پوشش اندازه‌گیری کردند. ماتیکسک و همکارانش [۱۱] نیز تنش پسماند ناشی از اعمال پوشش در سطح را  $74\text{MPa}$  - گزارش کردند. بازه‌ی به دست آمده در مقایسه با نتایج سایر محققان قابل قبول است.

### ۵-۳- نتایج المان محدود

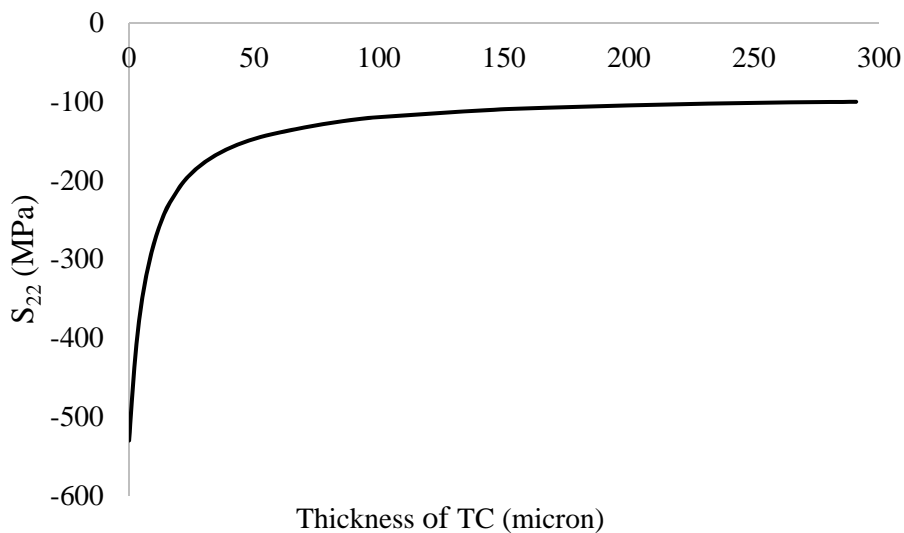
همان‌طور که در حل تحلیلی بیان شد، تنش‌های کوئچ دارای مقادیر بسیار کمتری در مقایسه با تنش‌های ناشی از عدم تطابق حرارتی هستند. بنابراین برای کاهش زمان انجام محاسبات در مدل المان محدود مورد استفاده، تنها تنش‌های عدم تطابق حرارتی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین فرایند بارگذاری تنها در نظر گرفتن تنش‌های عدم تطابق حرارتی به واسطه‌ی خنک‌کاری از دمای  $1070^\circ\text{C}$  تا  $25^\circ\text{C}$  در مدت  $1800$  ثانیه است. از آنجایی که تحلیل تنش در سیستم پوشش‌های مقاوم حرارتی برای یافتن مکانیزم‌های آسیب در آن‌ها استفاده می‌شود و در این سیستم‌ها بیشتر جدایش از سطح مشترک به علت آسیب‌پذیر بودن آن اتفاق می‌افتد [۱، ۲۳]، مؤلفه‌های تنش  $S_{11}$  و  $S_{22}$  به ترتیب منجر به حالت I و II جدایش لایه‌ها می‌شوند. در این مقاله به علت نزدیک بودن نتایج XRD با تنش  $S_{22}$ ، از این مؤلفه‌ی تنش استفاده شده است. شکل مؤلفه‌ی تنش  $S_{22}$  را در سیستم پوشش به علت عدم تطابق حرارتی نشان می‌دهد. با توجه به این‌که در این مدل از مورفولوژی واقعی سطح مشترک استفاده شده است، بنابراین زبری سطح تأثیر زیادی بر توزیع تنش دارد.



شکل ۶- ارتباط خطی بین  $\frac{d_{\phi\psi}-d_0}{d_0}$  و  $\sin^2 \psi$



شکل ۷- توزیع تنش  $S_{22}$  در سیستم پوشش.



شکل ۸- تنش  $S_{22}$  در راستای ضخامت TC (راستای ضخامت در شکل ۷) نشان داده شده است.

همچنین در شکل منحنی تغییرات تنش  $S_{22}$  در راستای ضخامت نشان داده شده است. مقادیر تنش در نقاطی دور از سطح مشترک حدوداً  $100 \text{ MPa}$  بوده که تطابق قابل قبولی با نتایج به دست آمده از XRD و حل تحلیلی دارد. مقدار تنش پسماند نشان دادن لایه TC بر بستر در میانه‌ی سطح TC با استفاده از روش تحلیلی  $159/73 \text{ MPa}$  به دست آمد در حالی که مقدار تنش با استفاده از XRD در بازه‌ی  $200 \text{ MPa}$  تا  $100 \text{ MPa}$  بود. همان‌طور که انتظار می‌رود تنش با استفاده از روش تحلیلی باید بسیار کمتر از این مقدار به دست آید چرا که در شرایط واقعی تنش‌ها به واسطه‌ی خزش آزاد می‌شوند که در روش تحلیلی با توجه به الاستیک فرض شدن لایه‌ها از خواص خزش صرف‌نظر شده است. اما از آنجایی که روش تحلیلی برپایه‌ی انحنای ایجاد شده در جسم بوده و ابعاد طولی نمونه‌های مدنظر در مقایسه با ضخامت آن‌ها زیاد نیست، بنابراین میزان انحنای کم بوده و مقادیر منفی به دست آمده از روش تحلیلی در مقایسه با نتایج XRD و شبیه‌سازی آنقدر بزرگ نیستند.

در روش المان محدود ارائه شده خواص لایه‌ها به صورت غیرالاستیک در نظر گرفته شده است. همچنین خواص متغیر با دما برای تمامی لایه‌های پوشش استفاده شد. همین‌طور از مورفولوژی واقعی سطح مشترک که از تصویر SEM استخراج شده در مدل‌سازی استفاده گشت تا نزدیک‌ترین توزیع تنش به واقعیت بدست آید. طبق نتایج المان محدود مقادیر تنش در TC منفی و در نزدیکی سطح حدود  $100\text{MPa}$  - گزارش شد. البته نتایج XRD نتایجی دور از این نواحی و در چند میکرون زیر سطح TC را نشان می‌دهند. این در حالی است که نتایج تحلیلی سطح TC را نشان می‌دهند و نتایج به دست آمده از المان محدود با توجه به نشان دادن تنش‌ها در هر نقطه از سیستم TBC اهمیت این روش را آشکار می‌کند. با این وجود نتایج هر سه روش تطابق خوبی را با هم نشان دادند.

در جدول (۳) فرضیات مورد استفاده و همچنین محدودیت‌های هر روش ارائه شده است.

#### ۵-۴- صحت‌سنجی

در جدول (۴) خلاصه‌ی نتایج به دست آمده از روش‌های مختلف ارائه شده است. از آنجایی‌که امکان اندازه‌گیری تنش در لایه‌های زیرین توسط روش XRD وجود ندارد، بنابراین مقایسه‌ی نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی با تجربی تنها در سطح پوشش انجام شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای روش تحلیلی نسبت به روش تجربی تنها  $6/5$  درصد بود.

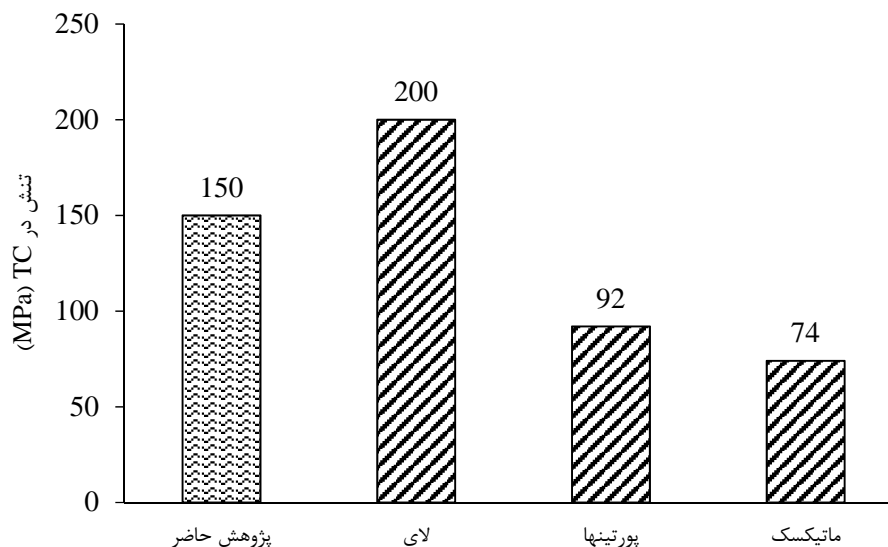
#### جدول ۳- فرضیات و محدودیت‌های روش‌های تحلیلی، تجربی و شبیه‌سازی.

روش	فرضیات	محدودیت‌ها
تحلیلی	-لایه‌ها الاستیک فرض شده‌اند. -سطح مشترک لایه‌ها صاف فرض شده و زبری آن در نظر گرفته نمی‌شود.	-خواص متغیر با دما در نظر گرفته نشده است. -مقادیر تنش در وسط لایه و یا سطح لایه‌ها محاسبه شده است.
آزمایشگاهی XRD		-مقادیر تنش تقریباً در سطح پوشش (چند میکرون زیر سطح) توسط این روش قابل اندازه‌گیری است که در تست‌های انجام شده نیز در همین موقعیت اندازه‌گیری‌ها انجام شده است.
شبیه‌سازی	-خواص متغیر با دما برای لایه‌ها در نظر گرفته شده است. -از مورفولوژی واقعی سطح مشترک استخراج شده از تصویر SEM استفاده شده است. -رفتار لایه‌ها به صورت غیرالاستیک مدل‌شده است. -امکان مشاهده‌ی توزیع تنش در کل سیستم پوشش (کل ضخامت TC) وجود دارد.	-با پیچیده شدن هندسه‌ی مسئله زمان حل مسئله افزایش می‌یابد.

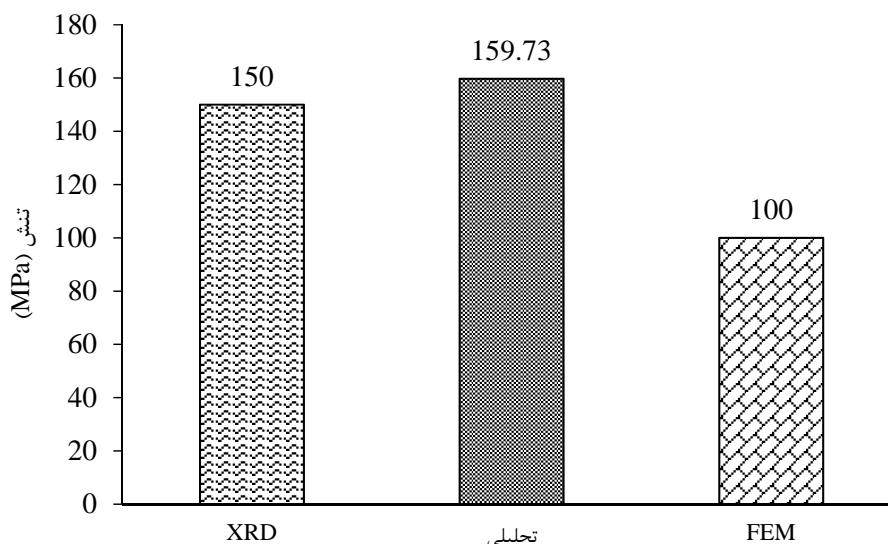
همچنین چون بازه‌ی اندازه‌گیری تنش توسط XRD بازه‌ی در حدود ۱۰۰ مگاپاسکال را دربرگرفته و به طور میانگین تنش در سطح ۱۵۰- مگاپاسکال است، بنابراین ماکزیمم خطای روش شبیه‌سازی ۳۳ درصد خواهد بود. به منظور صحت‌سنجی نتایج بدست آمده در مقاله، نتایج با مطالعات پژوهشگران گذشته نیز مقایسه شده است. در شکل مقایسه‌ای از نتایج تست‌های تجربی انجام شده در این پژوهش و پژوهش‌های گذشته ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تست‌های انجام شده ارزیابی صحیحی از مقدار تنش پسماند در TC ارائه کرده است. همچنین در شکل مقایسه‌ای از نتایج تنش پسماند به‌دست آمده در TC از روش‌های تحلیلی و شبیه‌سازی و تجربی را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مدل تحلیلی و المان محدود تطابق قابل قبولی را با نتایج تجربی نشان می‌دهند.

**جدول ۴- مقایسه‌ی نتایج روش‌های مختلف در به‌دست آوردن تنش پسماند اعمال پوشش.**

آزمایشگاهی XRD	شبیه‌سازی	تحلیلی	
میانگین ۱۵۰- (بین ۲۰۰- و ۱۰۰-)	-۱۰۰	-۱۵۹/۷۳	تنش در سطح پوشش (MPa)
-	-۱/۰۷	-۱/۹۱	تنش در سطح TGO (GPa)
	۰ تا ۳۳	۶/۵	درصد خطای روش‌های تحلیلی و شبیه‌سازی برای تحلیل تنش در سطح پوشش



**شکل ۹- نتایج XRD (اعداد منفی هستند) [۴، ۹، ۱۱].**



شکل ۱۰- مقایسه نتایج روش‌های مختلف تنش پسماند در TC (اعداد منفی هستند).

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله تنش پسماند نشانیدن پوشش بررسی شد. نتایج زیر به طور خلاصه حاصل شده است:

- ۱- تنش پسماند ناشی از دو عامل تنش‌های کوئچ و تنش‌های ناشی از خنک‌کاری است.
- ۲- دو عامل ذکر شده در مدل تحلیلی در نظر گرفته شد و با توجه به محاسبات انجام شده مشخص شد که سهم عامل اول در تنش‌های TC ناچیز است. بنابراین تنها عامل دوم در مدل المان محدود بحث گردید.
- ۳- رفتار لایه‌های پوشش همگی رفتار غیرالاستیک بوده اما نمی‌توان این رفتار را در مدل تحلیلی به علت پیچیده شدن بیش از حد تحلیل در نظر گرفت. اما این رفتار را می‌توان در شبیه‌سازی وارد نموده و اثرات آن را بررسی نمود. نتایج حل تحلیلی تنش‌های منفی تری را نسبت به شبیه‌سازی نشان می‌دهند که ناشی از همین رفتار بوده زیرا خزش در لایه‌ها باعث آزاد شدن تنش می‌شود.
- ۴- روش XRD برای اندازه‌گیری تنش پسماند تنها چند میکرون زیر سطح پوشش را نشان می‌دهد، بنابراین از این روش برای به دست آوردن تنش در لایه‌های زیرین نمی‌توان استفاده کرد. اما با تطبیق نتایج تجربی بدست آمده در سطح پوشش و مدل المان محدود می‌توان مدلی ارائه کرد که توزیع تنش در کل سیستم پوشش را نشان دهد که در این مقاله یک مدل المان محدود جدید ارائه شده است.

## مراجع

- [1] Rabiei, A., and Evans, A.G., "Failure Mechanisms Associated with the Thermally Grown Oxide in Plasma-sprayed Thermal Barrier Coatings", *Acta Materialia*. Vol. 48, No. 15, pp. 3963–3976, (2000).
- [2] Padture, N.P., Gell, M., and Jordan, E.H., "Thermal Barrier Coatings for Gas-turbine Engine Applications", *Science*. Vol. 296, No. 5566, pp. 280–284, (2002).



- [3] Ren, X., and Pan, W., “Mechanical Properties of High-temperature-degraded Yttria-Stabilized Zirconia”, *Acta Materialia*, Vol. 69, pp. 397–406, (2014).
- [4] Zhang, C., Li, X., and Chen, Y., “Understanding the Residual Stress Distribution Through the Thickness of Atmosphere Plasma Sprayed (APS) Thermal Barrier Coatings (TBCs) by High Energy Synchrotron XRD, Digital Image Correlation (DIC) and Image Based Modelling”, *Acta Materialia*, Vol. 132, pp. 1–12, (2017).
- [5] Kuroda, S., and Clyne, T.W., “The Quenching Stress in Thermally Sprayed Coatings”, *Thin Solid Films*, Vol. 200, No. 1, pp. 49–66, (1991).
- [6] Bengtsson, P., and Persson, C., “Modelled and Measured Residual Stresses in Plasma Sprayed Thermal Barrier Coatings”, *Surface and Coatings Technology*, Vol. 92, No. 1–2, pp. 78–86, (1997).
- [7] Widjaja, S., Limarga, A.M., and Yip, T.H., “Modeling of Residual Stresses in a Plasma-Sprayed Zirconia/Alumina Functionally Graded-thermal Barrier Coating”, *Thin Solid Films*, Vol. 434, No. 1–2, pp. 216–227, (2003).
- [8] Wang, L., Wang, Y., Sun, X.G., He, J.Q., Pan, Z.Y., and Wang, C.H., “Finite Element Simulation of Residual Stress of Double-ceramic-layer La<sub>2</sub>Zr<sub>2</sub>O<sub>7</sub>/8YSZ Thermal Barrier Coatings using Birth and Death Element Technique”, *Computational Materials Science*. Vol. 53, No. 1, pp. 117–127, (2012).
- [9] Portinha, A., Teixeira, V., and Carneiro, J., “Residual Stresses and Elastic Modulus of Thermal Barrier Coatings Graded in Porosity”, *Surface and Coatings Technology*, Vol. 188, pp. 120–128, (2004).
- [10] Teixeira, V., Andritschky, M., Fischer, W., Buchkremer, H.P., and Stöver, D., “Effects of Deposition Temperature and Thermal Cycling on Residual Stress State in Zirconia-based Thermal Barrier Coatings”, *Surface and Coatings Technology*, Vol. 120, pp. 103–111, (1999).
- [11] Matejcek, J., Sampath, S., Gilmore, D., and Neiser, R., “In Situ Measurement of Residual Stresses and Elastic Moduli in Thermal Sprayed Coatings: Part 2: Processing Effects on Properties of Mo Coatings”, *Acta Materialia*, Vol. 51, No. 3, pp. 873–885, (2003).
- [12] Tsui, Y.C., and Clyne, T.W., “An Analytical Model for Predicting Residual Stresses in Progressively Deposited Coatings Part 1: Planar Geometry”, *Thin Solid Films*, Vol. 306, No. 1, pp. 23–33, (1997).
- [13] Matejcek, J., Sampath, S., and Dubsy, J., “X-Ray Residual Stress Measurement in Metallic and Ceramic Plasma Sprayed Coatings”, *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 7, No. 4, pp. 489–496, (1998).
- [14] El Hawa, H.A., Bhattacharyya, A., and Maurice, D., “Modeling of Thermal and Lattice Misfit Stresses within a Thermal Barrier Coating”, *Mechanics of Materials*, Vol. 122, pp. 159–170, (2018).

- [15] Noyan, I.C., and Cohen, J.B., "*Residual Stress: Measurement by Diffraction and Interpretation*", Springer, New York, (2013).
- [16] Hutchinson, J.W., "Stresses and Failure Modes in Thin Films and Multilayers Notes for a Dcamm Course", Technical University of Denmark, Lyngby, pp. 1–45, (1996).
- [17] Cullity, B.D., "*Elements of X-ray Diffraction*", Addison Wesley Publishing, (1978).
- [18] Ranjbar-Far, M., Absi, J., Shahidi, S., and Mariaux, G., "Impact of the Non-homogenous Temperature Distribution and the Coatings Process Modeling on the Thermal Barrier Coatings System", *Materials and Design*, Vol. 32, No. 2, pp. 728–735, (2011).
- [19] Gupta, M., Skogsberg, K., and Nylén, P., "Influence of Topcoat-bondcoat Interface Roughness on Stresses and Lifetime in Thermal Barrier Coatings", *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 23, No. 1–2, pp. 170–181, (2014).
- [20] Bäker, M., Rösler, J., and Heinze, G., "A Parametric Study of the Stress State of Thermal Barrier Coatings Part II: Cooling Stresses", *Acta Materialia*, Vol. 53, No. 2, pp. 469–476, (2005).
- [21] Rösler, J., Bäker, M., and Aufzug, K., "A Parametric Study of the Stress State of Thermal Barrier Coatings: Part I: Creep Relaxation", *Acta Materialia*, Vol. 52, No. 16, pp. 4809–4817, (2004).
- [22] Torkashvand, K., and Poursaeidi, E., "Effect of Temperature and Ceramic Bonding on BC Oxidation Behavior in Plasma-sprayed Thermal Barrier Coatings", *Surface and Coatings Technology*, Vol. 349, pp. 177-185, (2018).
- [23] Ranjbar-Far, M., Absi, J., and Mariaux, G., "Finite Element Modeling of the Different Failure Mechanisms of a Plasma Sprayed Thermal Barrier Coatings System", *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 21, No. 6, pp. 1234–1244, (2012).

### فهرست نمادهای انگلیسی

پیش فاکتور قانون نورتون	A
عرض نمونه	b
گرمای ویژه	c
فاصله ی بین صفحات کریستالی در حالت بدون تنش	d <sub>0</sub>
مدول یانگ لایه رابط	E <sub>BC</sub>
مدول یانگ لایه فوقانی	E <sub>TC</sub>
مدول یانگ بستر	E <sub>s</sub>
نیروی بوجود آمده ناشی از اعمال BC بر بستر در BC و بستر	F <sub>1</sub>

نیروی بوجود آمده ناشی از اعمال TC بر BC در TC و بستر	$F_2$
نیروی ناشی از عدم تطابق ضریب انبساط حرارتی لایه ها	$F_{CTE}$
ضخامت بستر	$H$
ضخامت BC	$h_{BC}$
ضخامت TC	$h_{TC}$
ضریب رسانش	$K$
ممان خمشی بوجود آمده از نیروهای مساوی و مخالف $F_1$	$M_1$
ممان خمشی بوجود آمده از نیروهای مساوی و مخالف $F_2$	$M_2$
ممان خمشی بوجود آمده از نیروهای مساوی و مخالف $F_{CTE}$	$M_{CTE}$
توان قانون نورتون	$n$
سفتی کل تیر بعد از اعمال BC	$S_1$
سفتی کل تیر بعد از اعمال TC	$S_2$
سفتی کل تیر شامل بستر و TC	$S_c$

#### نمادهای یونانی

ضریب انبساط حرارتی بستر	$\alpha_s$
ضریب انبساط حرارتی TC	$\alpha_{TC}$
ضریب انبساط حرارتی BC	$\alpha_{BC}$
تغییرات دما	$\Delta T$
موقعیت تار خنثی تیر شامل بستر و TC	$\delta$
موقعیت تار خنثی تیر بعد از اعمال BC	$\delta_1$
موقعیت تار خنثی تیر بعد از اعمال TC	$\delta_2$
کرنش لایه BC	$\varepsilon_{BC}$
کرنش	$\varepsilon_{ij}$
کرنش بستر	$\varepsilon_s$
تغییرات کرنش	$\Delta \varepsilon$
کرنش بدست آمده از روش XRD	$(\dot{\varepsilon}_{33})\phi\psi$
نرخ خزش بحرانی	$\dot{\varepsilon}_{cr}$
انحنای اولیه	$\kappa_0$
انحنای ثانویه بعد از اعمال BC	$\kappa_1$
انحنای تیر بعد از اعمال TC	$\kappa_2$
تغییرات انحنای بعد از اعمال لایه BC	$\kappa_1 - \kappa_0$
تغییرات انحنای بعد از اعمال لایه TC بر BC	$\kappa_2 - \kappa_1$
تغییرات انحنای ناشی از ممان خمشی $M_{CTE}$	$\kappa_c - \kappa_n$

ضریب پواسون	$\nu$
چگالی	$\rho$
تنش های اصلی	$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$
تنش پسماند کوئنچ بوجود آمده در BC	$\sigma_{BC}$
تنش پسماند کوئنچ بوجود آمده در TC	$\sigma_{TC}$
تنش	$\sigma_{ij}$
تنش در ماده در جهت $\phi$	$\sigma_{\phi}$
تنش کوئنچ	$\sigma_q$
زاویه تابش اشعه	$\psi$
فاصله میان صفحات کریستالی	$d_{\phi\psi}$

**Abstract**

In this paper, residual thermal stresses caused by quenching of layers as well as the thermal expansion mismatch between the coating layers due to a sharp drop in temperature during the deposition process in the thermal barrier coating system were evaluated using an analytical model, experimental tests and a finite element model. Due to the inherent complexity of these coatings, the problem was analytically solved after some simplification. The residual stresses of the coated samples were measured using XRD method. In order to calculate the stress distribution in the whole system, a finite element model was proposed. In this model, the interface profile of the coating layers was extracted based on SEM images, so, it was considered as the real case. Moreover, the boundary conditions were applied to this sub model so that it is in a good accordance with the experimental tests loading. The analytical results showed that the quenching residual stresses of the layers have a minor amount compared to the thermal mismatch stresses between the layers. The average value of the measured residual stresses is -150 MPa which has a good agreement with the results obtained from the analytical and finite element methods.