نشریه مهندسی مکانیک ایران، دوره ۲۷، شماره ۴، شماره پیاپی ۸۱، انجمن زمستان ۱۴۰۴، مهندسان صفحه مکانیک ۲۹- ۱
انجمن مهندسان مکانیک ایران
مقاله علمی پژوهشی

ISME

DOI: https://doi.org/10.30506/ijmep.2025.2047227.2002

طراحی، ساخت و کنترل یک ربات تعادلی دوچرخ با استفاده از کنترل‌کننده PID به روش جدول‌بندی بهره توسعه یافته

وحید باقری [۱]

حامد خدادادی [۲]

ربات‌های تعادلی، ربات‌های متحرکی هستند که بسته به نوع خود، باید تعادلشان را روی یک یا دو چرخ حفظ کنند. از نظر ساختاری و کنترلی، این ربات‌ها بسیار شبیه به سیستم آونگ معکوس هستند که به دلیل ماهیت ناپایدار و غیرخطی‌شان، به‌عنوان یک مسئلهٔ کلاسیک و چالش‌برانگیز برای کنترل و ارزیابی روش‌های کنترلی مورد توجه و مطالعه قرار گرفته‌اند. هدف از این تحقیق، طراحی و ساخت نمونه‌ای از ربات‌های تعادلی دوچرخ است که علاوه بر حفظ تعادل، قادر به حمل بار با وزن‌های مختلف در یک بازه از پیش تعیین‌شده باشد. برای دستیابی به این هدف، از یک کنترل‌کنندهٔ PID با قابلیت زمان‌بندی بهرهٔ توسعه‌یافته استفاده شده‌است. این کنترل‌کننده به گونه‌ای طراحی شده که در برابر عدم قطعیت‌های ایجادشده در مدل، تحت بارهایی با وزن‌های مختلف، پارامترهای خود را تغییر می‌دهد. این ویژگی باعث افزایش مقاومت و تطابق‌پذیری ربات در شرایط و نقاط کاری مختلف می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌های عملی، نشان‌دهندهٔ بهبود قابل‌توجه پایداری و عملکرد ربات در مقایسه با سایر روش‌های کنترل تحت شرایط بارگذاری متغیر است.

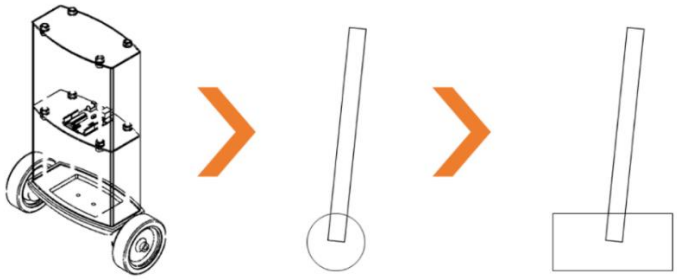
واژه‌های راهنما: ربات تعادلی دوچرخ، زمانبندی بهرهٔ توسعه‌یافته، عدم قطعیت مدل، تغییر پارامتر، تطبیق‌پذیری.

۱- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، واحد خمینی‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی‌شهر، ایران vvv.bagheri@gmail.com
۲- نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی برق، واحد خمینی‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی‌شهر، ایران Hamed.khodadadi@iau.ac.ir

۱- مقدمه

ربات تعادلی دوچرخ یک ربات هوشمند است که با استفاده از حسگرها و الگوریتم‌های کنترل تعادل، روی دوچرخ حرکت می‌کند و می‌تواند بدون نیاز به تکیه‌گاه ایستاده بماند. این ربات معمولاً از سنسورهای مختلفی برای تشخیص زاویه و موقعیت خود استفاده می‌کند و با تنظیم سرعت چرخ‌ها، تعادلش را حفظ می‌کند. طراحی آن، الهام گرفته از سیستم‌های تعادلی مثل سگ‌وی یا حتی انسان هنگام دوچرخه‌سواری است. این نوع ربات‌ها کاربردهای متنوعی از جمله در تحقیقات رباتیک، آموزش و حتی حمل‌ونقل کوچک دارند.

در یک نمای کلی، ربات تعادلی دوچرخ[1] از یک بدنه و دوچرخ هم‌محور در قسمت زیرین تشکیل شده‌است. بدنه این ربات را می‌توان مشابه آونگ[2] و چرخ‌های آن را مشابه بخش ارابه[3] در مسئلهٔ آونگ معکوس[4] در نظر گرفت. شکل (۱) مراحل تبدیل ربات به مدل آونگ معکوس را نشان می‌دهد.

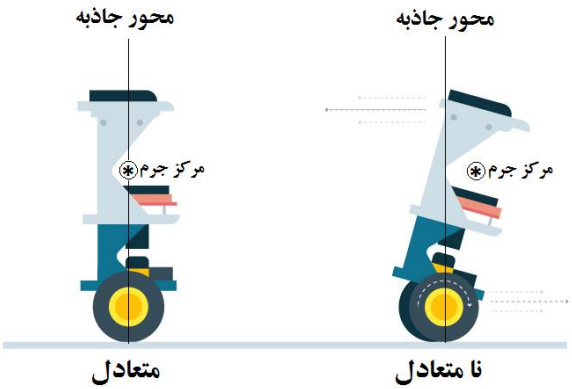


شکل ۱- مراحل ساده‌سازی ربات به آونگ معکوس

همچون مسئلهٔ آونگ معکوس، در ربات‌های تعادلی دوچرخ نیز برای حفظ تعادل باید مرکز جرم ربات در یک راستا با محور چرخ‌ها و جاذبه زمین قرار گیرد. این نقطه تعادل، یک نقطه تعادلی ناپایدار است، به‌طوری‌که در صورت عدم اعمال نیروی خارجی، ربات ممکن است در هر لحظه از حالت تعادل خارج شده و سقوط کند. برای جبران زاویه انحراف و بازگرداندن ربات به حالت تعادل، چرخ‌ها (که مشابه بخش ارابه در آونگ معکوس هستند) باید به‌شکل مناسبی در جهت مخالف افتادن حرکت کنند. این حرکت باعث می‌شود مرکز جرم ربات دوباره در راستای محور چرخ‌ها و جهت جاذبهٔ زمین قرار گیرد و تعادل ربات برقرار شود. مفهوم تعادل ربات در شکل (۲) به‌صورت شماتیک نمایش داده شده‌است.

---

[1] Two-Wheel Balancing Robot
[2] Pendulum
[3] Cart
[4] Inverted Pendulum



شکل ۲- شماتیک تعادل ربات در حالت‌های مختلف [۱]

همچنین از تکنیک فوق می‌توان برای به حرکت درآوردن ربات و پیمایش مسیر مطلوب استفاده نمود. بدین صورت که ابتدا با چرخش چرخ‌ها در جهت مخالف، ربات از وضعیت تعادل خارج شده و سپس با حفظ زاویه انحراف ایجادشده، می‌توان آن را در جهت موردنظر به حرکت درآورد. چالش دیگری که در این زمینه با آن روبه‌رو هستیم، مسئلهٔ حمل بار توسط ربات است. ربات باید قادر باشد بارهایی با وزن‌های متفاوت را حمل کند و در عین حال تعادل خود را حفظ نماید. برای دستیابی به این هدف، نیاز به طراحی کنترل‌کننده‌ای داریم که همهٔ این موارد را به‌طور همزمان برآورده سازد.

اولین نمونه از ربات‌های تعادلی (شامل دوچرخ هم‌محور) که توانست رفتار یک آونگ معکوس را شبیه‌سازی کند، توسط پروفسور یامافوجی[1] در سال ۱۹۸۶ طراحی شد. او توانست با استفاده از معیار پایداری راث-هرویتز و باتوجه به زمان تأخیر کنترل، ربات را کنترل و تعادل آن را حفظ کند. پس از آن نیز نمونه‌هایی توسط دیگر محققین ساخته شد و با دسترسی گسترده‌تر سازندگان به قطعات الکترونیکی، ساخت این ربات به موضوع جالب‌تری برای آن‌ها بدل شد [۲, ۳]. همچنین در این زمینه، روش‌ها و ایده‌های مختلفی جهت طراحی این نوع ربات‌ها، از استخراج مدل دینامیکی تا طراحی کنترل‌کننده و پیاده‌سازی آن، توسط بسیاری از مقالات و تحقیقات در نظر گرفته و اجرا شده‌اند که در ادامه به بررسی چند نمونه از آن‌ها خواهیم پرداخت. مهم‌ترین مسئله قبل از طراحی کنترل‌کننده، به‌دست آوردن یک مدل ریاضی از سیستم است تا بتوانیم رفتار و عکس‌العمل ربات را براساس ورودی‌های اعمال‌شده مورد سنجش قرار داده و به شناختی دقیق از آن دست یابیم.

در اغلب مقالات، به‌شکل مشابهی و با استفاده از روش‌هایی مانند لاگرانژ، کین و نیوتن نسبت به مدل‌سازی ربات اقدام شده‌است. تفاوت‌های مختصری که در مدل‌های به‌دست‌آمده وجود دارد، عمدتاً ناشی از ساختار فیزیکی و طراحی‌های متفاوتی است که در ساخت بدنهٔ ربات در نظر گرفته شده‌است. در برخی مقالات [۴-۶] از روش لاگرانژ برای به‌دست‌آوردن معادلات حرکت ربات استفاده شده‌است. این روش براساس اصل بقای انرژی و کار انجام‌شده در سیستم استوار است که با محاسبهٔ مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و تشکیل معادلهٔ لاگرانژین، می‌توان به معادلات حرکت ربات دست یافت.

---

[1] Yamafuji

روش دیگری که برای حل مسائل دینامیکی و استخراج معادلات مورد استفاده قرار گرفته، روش کین است. در این روش، دیگر نیازی به محاسبهٔ انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نیست؛ بلکه با مشخص کردن سرعت و مکان تمامی اجزای سیستم، می‌توان معادلات را به‌دست آورد. از روش کین در مقالات [۷, ۸] برای مدل‌سازی ربات استفاده شده‌است. همچنین در برخی دیگر از مقالات و تحقیقات مانند [۹, ۱۰]، از روش نیوتن برای مطالعهٔ این سیستم‌ها بهره برده‌اند. علاوه بر این، در برخی مقالات نیز پس از ساخت یا در نظر گرفتن نمونه‌هایی از ربات، نسبت به مدل‌سازی از طریق شناسایی سیستم با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی اقدام شده‌است [۱۱]. پس از شناخت رفتار دینامیکی ربات و به‌دست آوردن یک مدل ریاضی از آن، باید اقدام به طراحی کنترل‌کننده مناسب جهت حفظ تعادل و ایجاد پایداری در سیستم نمود. برای این منظور، کنترل‌کننده‌های مختلفی در مقالات و تحقیقات طراحی و مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

جهت حفظ تعادل ربات، در مقاله [۱۲] از یک کنترل‌کننده PID استفاده شده‌است. پس از انجام آزمایشات متعدد، حتی در بهترین حالت ممکن از ضرایب تنظیم‌شده، باز هم شاهد حرکات و لرزش‌هایی در سیستم بوده‌اند. در مقاله [۴]، جهت حل این مشکل، از یک کنترل‌کننده دو درجه آزادی متشکل از دو حلقه کنترلی داخلی و بیرونی استفاده شده‌است. در این روش، حلقه داخلی، وظیفهٔ کنترل موتورها و گشتاور تولیدی را بر عهده دارد، درحالی‌که حلقه بیرونی مسئول حفظ تعادل ربات است. طبق شبیه‌سازی‌های انجام‌شده، این کنترل‌کننده عملکرد بهتری در کنترل و متعادل‌سازی ربات داشته‌است. در تحقیق [۱۳]، از کنترل‌کننده فضای حالت برای کنترل ربات استفاده شده‌است. این کنترل‌کننده، برخلاف کنترل‌کننده‌های PID، توانایی عمل کردن بر روی سیستم‌های چندورودی-چندخروجی[1] را دارد. این قابلیت، امکان کنترل و حفظ موقعیت را نیز به سیستم افزوده است. علاوه بر این، به دلیل دسترسی به تمامی حالات داخلی سیستم، کنترل‌کننده فضای حالت عملکرد بهتری را ارائه می‌دهد.

از دیگر کنترل‌کننده‌هایی که برای این ربات طراحی و استفاده شده‌اند، می‌توان به انواع کنترل‌کننده‌های بهینه، مقاوم، عصبی، تطبیقی و ترکیبی اشاره کرد؛ به‌عنوان مثال، در مقاله [۱۴] از کنترل‌کننده LQR، در [۱۵] از کنترل‌کنندهٔ مد لغزشی، در [۱۶] از کنترل‌کنندهٔ PID فازی مرتبه کسری، در [۱۷] از کنترل‌کنندهٔ یادگیری تقویتی تطبیقی، در [۱۸] از شبکه عصبی تطبیقی و در [۱۹] از کنترل پیش‌بین غیرخطی استفاده شده‌است. به‌کارگیری این روش‌ها و کنترل‌کننده‌ها باعث بهبود عملکرد ربات، پوشش طیف گسترده‌ای از شرایط عملیاتی و تطبیق بهتر با سیستم‌های غیرخطی و دارای عدم قطعیت شده‌است. به‌علاوه، روش‌های نوین دیگری نیز در این حوزه مطرح شده‌اند. کنترل مبتنی بر یادگیری تقویتی عمیق با استفاده از هوش مصنوعی، امکان یادگیری بهینه کنترل بدون نیاز به مدل دقیق را فراهم کرده‌است [۲۰]. کنترل تطبیقی فازی-عصبی با ترکیب منطق فازی و شبکه‌های عصبی، دقت و تطبیق‌پذیری را افزایش داده‌است [۲۱]. همچنین، کنترل پیش‌بین با پیش‌بینی رفتار سیستم، عملکرد بهینه‌ای در زمین‌های ناهموار ارائه داده [۲۲]، و کنترل مبتنی بر دید کامپیوتری با بهره‌گیری از پردازش تصویر، تعادل و ناوبری ربات را بهبود بخشیده‌است [۲۳].

---

[1] MIMO

با وجود دستاوردهای قابل‌توجه در مدل‌سازی و کنترل ربات‌های تعادلی دوچرخ، محدودیت‌هایی در انعطاف‌پذیری و سادگی کنترل‌کننده‌ها همچنان مشهود است که انگیزهٔ اصلی این پژوهش را شکل داده‌است. در این مقاله، طراحی یک کنترل‌کننده PID مبتنی بر روش جدول‌بندی بهره ارائه شده تا ضمن حفظ تعادل ربات در شرایط بارگذاری متغیر، کارایی و سادگی را نسبت به روش‌های پیشین ارتقا دهد. این تحقیق با ساخت یک ربات واقعی و انجام آزمایش‌های عملی، به‌دنبال افزایش مقاومت سیستم در برابر عدم‌قطعیت‌ها از طریق تنظیم هوشمند پارامترهای کنترل‌کننده است و کاربردهای بالقوه آن را در حوزه‌های عملی بررسی می‌کند. مهم‌ترین نوآوری و ویژگی‌های مقالهٔ حاضر به شرح زیر است:

- **طراحی کنترل‌کنندهٔ PID با جدول‌بندی بهره:** در این پژوهش، یک کنترل‌کنندهٔ PID با استفاده از روش جدول‌بندی بهره طراحی شده که پارامترهای آن به‌صورت پویا و براساس تغییرات وزن بار تنظیم می‌شود. این رویکرد، تعادل ربات را در شرایط متغیر حفظ کرده و نسبت به کنترل‌کننده‌های PID معمولی، عملکرد بهتری در برابر عدم‌قطعیت‌هایی نظیر تغییرات ناگهانی بار ارائه می‌دهد.
- **ساخت و پیاده‌سازی عملی:** ربات تعادلی دوچرخ طراحی‌شده در این تحقیق، مجهز به سنسورهای شتاب‌سنج، ژیروسکوپ و وزن، و یک میکروکنترلر قدرتمند است که الگوریتم پیشنهادی را اجرا می‌کند. نتایج آزمایش‌های عملی نشان‌دهندهٔ توانایی این کنترل‌کننده در حفظ تعادل ربات تحت بارهای مختلف بوده و کارایی روش پیشنهادی را در شرایط واقعی تأیید می‌کند.
- **بهبود عملکرد نسبت به روش‌های مرسوم:** کنترل‌کننده پیشنهادی در مقایسه با PID استاندارد، پایداری و عملکرد بهتری را در بارهای سنگین و شرایط متغیر نشان می‌دهد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها و تست‌های عملی، قابلیت اطمینان و برتری این روش را در مواجهه با چالش‌های عملی تأیید می‌کند.
- **سادگی و توسعه‌پذیری:** این کنترل‌کننده با وجود ساختار ساده، از قابلیت انطباق با سیستم‌های مشابه برخوردار است و می‌تواند به‌عنوان یک راهکار مؤثر برای کنترل سیستم‌های غیرخطی و ناپایدار توسعه یابد. این ویژگی، کاربرد آن را در تحقیقات آتی تسهیل می‌کند.
- **کاربردهای عملی:** ربات طراحی‌شده با این کنترل‌کننده، قابلیت استفاده در حمل بار در محیط‌های صنعتی، ربات‌های خدماتی و سیستم‌های حمل‌ونقل هوشمند را دارد. انعطاف‌پذیری آن در برابر بارهای متنوع، این سیستم را به گزینه‌ای مناسب برای کاربردهای عملی تبدیل کرده است.

۲- طراحی و ساخت ربات

ربات‌های تعادلی، به‌ویژه نمونه‌های دوچرخ، با اشکال و سخت‌افزارهای متنوع و با اهداف گوناگون برای بررسی سیستم‌های کنترلی طراحی و ساخته می‌شوند. در این پژوهش، رباتی در مقیاس کوچک طراحی و ساخته می‌شود که علاوه بر حفظ تعادل، قابلیت حمل بار را دارد و می‌تواند خود را با وزن‌های مختلف بار تطبیق دهد. ربات مورد نظر از اجزای مختلفی از جمله بدنه، موتورها، چرخ‌ها، بردهای الکترونیکی، حسگرها و سایر قطعات تشکیل می‌شود. این اجزا و قطعات پس از تدوین طرح کلی سیستم و بررسی اهداف و امکان‌سنجی‌های

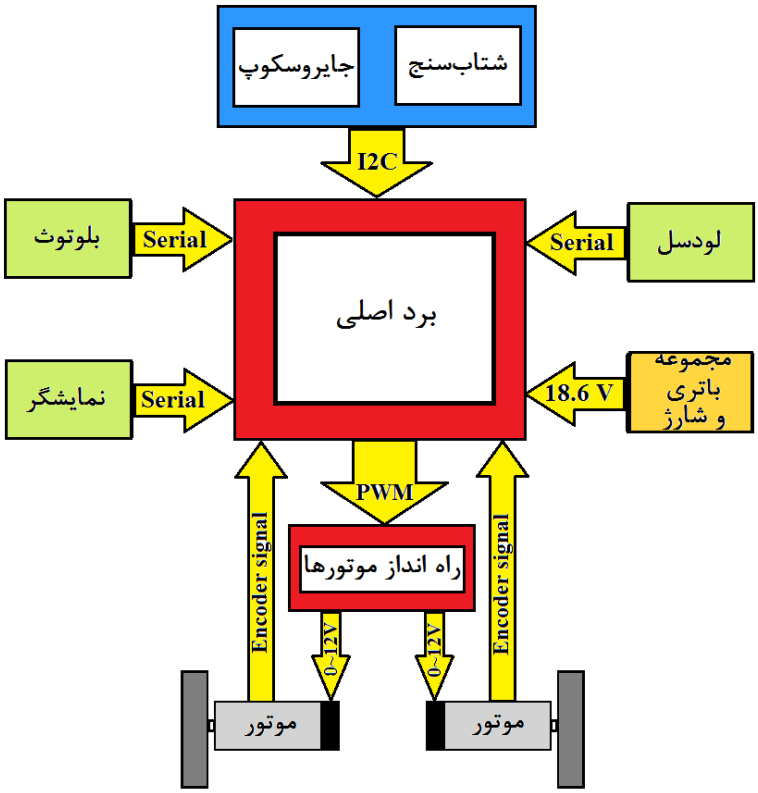
انجام‌شده، از نظر نوع، ابعاد، جنس، وزن و سایر مشخصات طراحی و انتخاب می‌شوند تا در نهایت نیازهای این سیستم به‌طور کامل برآورده گردد. در ادامه، جزئیات این اجزا تشریح می‌شود.

۲-۱- بدنه اصلی

بدنهٔ ربات طوری طراحی می‌شود که علاوه بر تحقق اهداف اولیه تعریف‌شده، کنترل‌پذیری و حفظ تعادل آن را تسهیل کند. همچنین، بدنه باید از مقاومت کافی، وزن کم و قابلیت برش و شکل‌پذیری آسان برخوردار باشد تا ساخت آن ساده‌تر شود. بدنهٔ این ربات از ورق آهنی گالوانیزه با ابعاد ۴۰۰×۲۵۰ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر ساخته می‌شود. این بدنه که وزنی تقریبی برابر با ۰٫۵ کیلوگرم دارد، پس از ماشین‌کاری و پردازش‌های لازم، امکان نصب سایر اجزا و قطعات را فراهم می‌کند.

۲-۲- اجزای الکتریکی و ارتباط آن‌ها

اجزای الکتریکی این ربات شامل برد اصلی، حسگرهای شتاب‌سنج، ژیروسکوپ و وزن، موتورها و درایورهای آن‌ها، و مجموعه تأمین نیرو و باتری‌ها است که در شکل (۳) نشان داده می‌شود. در ادامه، این اجزا بررسی می‌شوند.



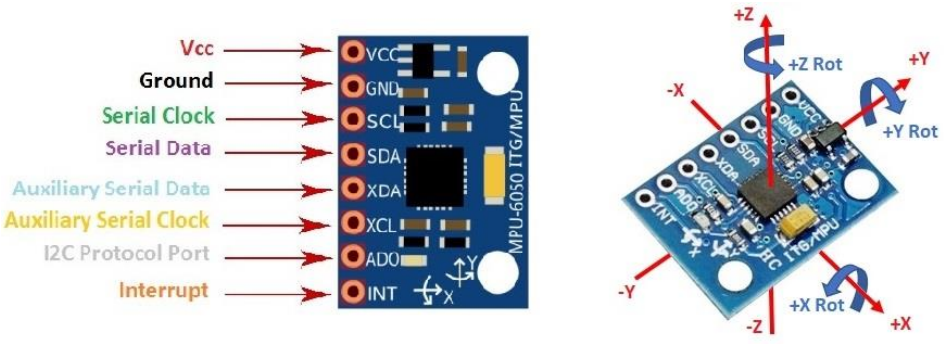
شکل ۳- ارتباط اجزای الکتریکی ربات

۳-۲- واحد کنترل‌کننده

واحد اصلی این سیستم که وظیفهٔ سنجش، پردازش، تولید فرامین کنترلی و هماهنگی سایر اجزا را برعهده دارد، یک میکروکنترلر از سری ATmega شرکت Atmel است. این واحد داده‌های خروجی حسگرها را دریافت می‌کند، آن‌ها را براساس کنترل‌کننده طراحی‌شده و برنامهٔ نوشته‌شده پردازش می‌کند، و سپس فرامین کنترلی مناسب را به موتورها و سایر عملگرها ارسال می‌نماید. میکروکنترلر انتخاب‌شده از نوع ATmega328 است که باتوجه به مشخصات، منابع مورد نیاز و توانایی‌های آن، به‌خوبی ربات را مدیریت و کنترل می‌کند و پاسخگوی نیازهای این سیستم است.

۴-۲- واحد سنجش بر پایهٔ اینرسی

کنترل ربات متحرک بدون اطلاع از موقعیت، وضعیت و سایر پارامترهای آن ممکن نیست. برای سنجش پارامترهایی نظیر زاویه انحراف، سرعت زاویه‌ای انحراف، جابه‌جایی و شتاب، از حسگرهای شتاب‌سنج و ژیروسکوپ استفاده می‌شود که به این مجموعه واحد سنجش بر پایهٔ اینرسی[1] گفته می‌شود. شتاب‌سنج مورد استفاده از نوع میکروالکترومکانیکی[2] است که از یک جرم متحرک داخلی تشکیل می‌شود. این جرم نسبت به نیروهای خارجی واکنش نشان می‌دهد و با اندازه‌گیری جابه‌جایی آن در هر محور، شتاب وارد بر سیستم محاسبه می‌گردد. حسگر ژیروسکوپ نیز از نوع MEMS است و وظیفهٔ اندازه‌گیری سرعت و میزان دوران ربات حول محورها را بر عهده دارد. در این ربات، از تراشه MPU6050 استفاده می‌شود که شامل یک شتاب‌سنج و یک ژیروسکوپ، هرکدام با سه درجه آزادی است و در شکل (۴) به نمایش در آمده است. این تراشه با مصرف کم، دقت بالا و هزینهٔ مناسب، برای این ربات انتخابی کافی و کارامد است [۲۴].



شکل ۴- ماژول MPU6050

---

[1] IMU
[2] MEMS

۲-۵- واحد سنجش وزن

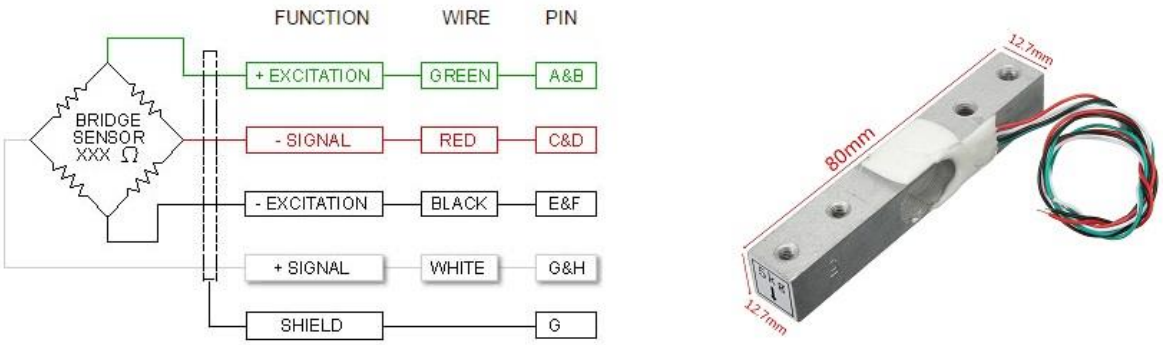
برای اندازه‌گیری وزن بارهای مختلفی که ربات حمل می‌کند، از حسگر لودسل استفاده می‌شود. در این ربات، یک لودسل خمشی چهارسیمه با ظرفیت حداکثر ۵ کیلوگرم مطابق شکل (۵) به‌کار می‌رود. همچنین، برای راه‌اندازی لودسل و تبدیل سیگنال خروجی آن به مقداری قابل خواندن توسط میکروکنترلر، از تراشه HX711 به‌عنوان واسط استفاده می‌شود.

۲-۶- موتورها و چرخ‌ها

موتورهای این ربات از نوع DC گیربکس‌دار مجهز به انکودر هستند که در شکل (۶) نشان داده می‌شوند.

۲-۷- ربات ساخته شده

چرخ‌ها با شعاع ۵۰ میلی‌متر و شفت ۶ میلی‌متر، دارای سطح خارجی ضدلغزش هستند. پس از مونتاژ و سرهم‌بندی واحدها و سایر قطعات روی برد اصلی، ربات ساخته‌شده در فرم نهایی خود در شکل (۷) نمایان می‌شود.



شکل ۵- حسگر وزن (لودسل)



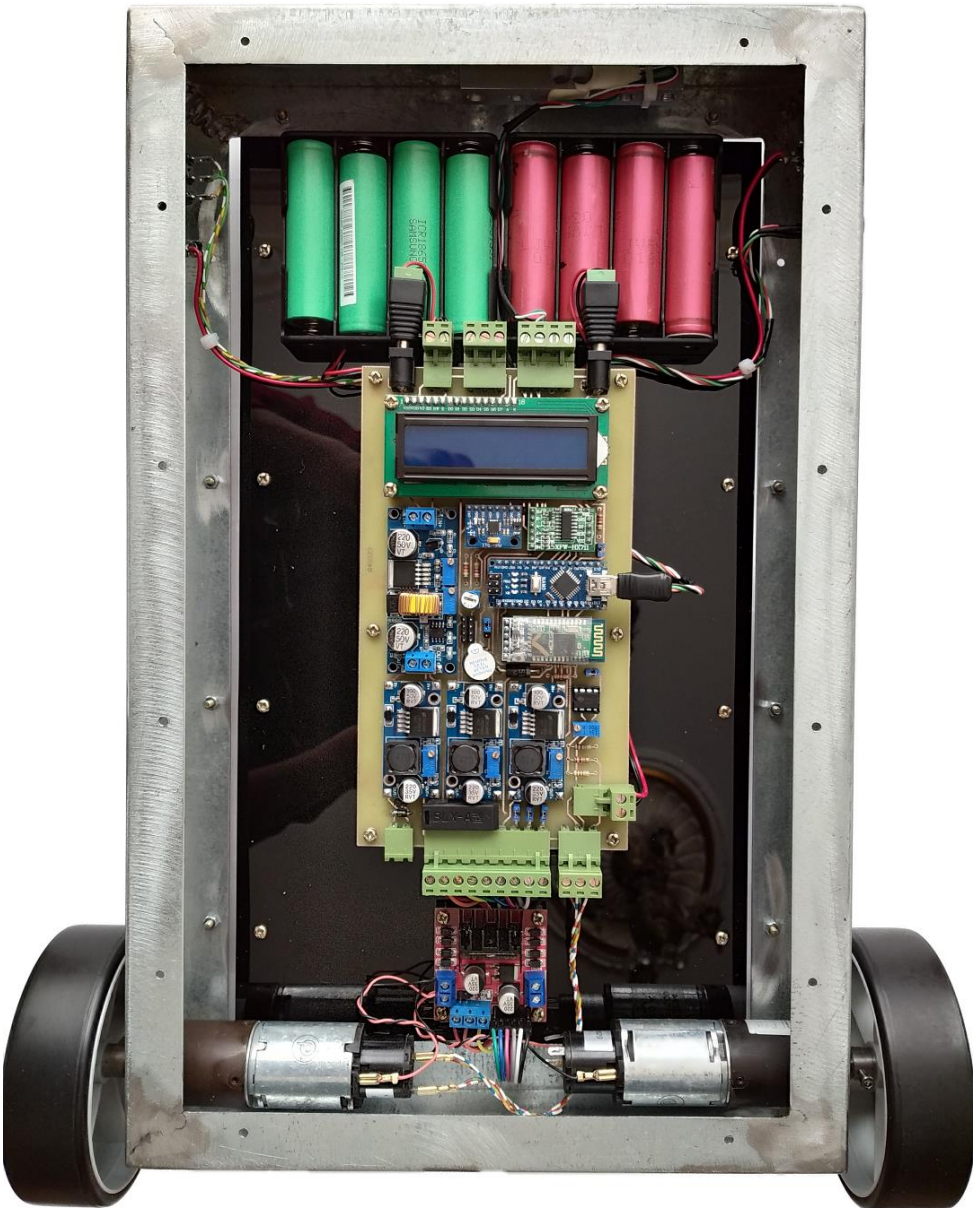
شکل ۶- موتور گیربکس DC

۳- مدل‌سازی ربات تعادلی

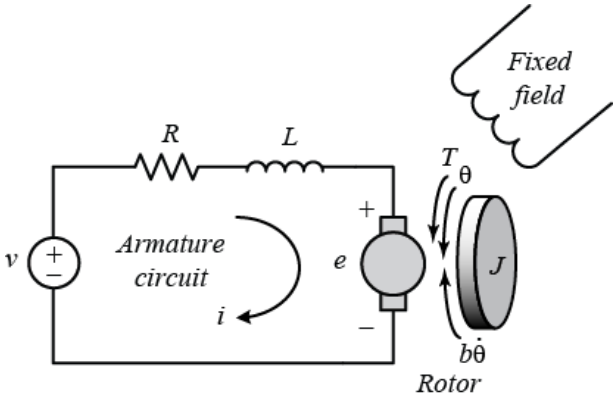
در این بخش، مدل‌سازی ربات موردنظر ارائه می‌شود. فرایند مدل‌سازی شامل دو بخش اصلی است: موتورها به‌عنوان محرک‌ها و عمل‌گرهای سیستم، و بدنه به‌عنوان جزء اصلی سیستم تحت کنترل. این دو بخش به‌صورت کوپل‌شده یک سیستم یکپارچه را تشکیل می‌دهند که با اعمال سیگنال کنترلی به ورودی آن، امکان کنترل سیستم فراهم می‌شود.

۳-۱- مدل موتور DC

برای مدل‌سازی موتورهای استفاده‌شده در این ربات، از یک موتور DC جاروبک‌دار با تحریک دائم استفاده شده‌است. این نوع موتور که در ساخت ربات به‌کار گرفته‌شده، قابل معادل‌سازی به‌صورت نشان‌داده‌شده در شکل (۸) است [۲۵].



شکل ۷– نمای کلی از ربات ساخته شده



شکل ۸– مدل موتور DC با تحریک ثابت

این موتور دارای پارامترهای الکتریکی و مکانیکی است که در جدول (۱) ارائه شده‌اند.

جدول ۱- پارامترهای موتور

پارامتر	واحد	نماد
اینرسی دورانی رتور	[kg.m^2]	J
ثابت اصطکاک موتور	[N.m.s]	b
ثابت الکتریکی موتور	[V/rad/sec]	K_e
ثابت گشتاور موتور	[N.m/Amp]	K_t
مقاومت الکتریکی معادل سیم‌پیچ‌ها	[Ohm]	R
اندوکتانس الکتریکی معادل سیم‌پیچ‌ها	[H]	L
ولتاژ ترمینال موتور	[V]	v
جریان آرمیچر	[A]	i
نیروی ضد محرکه القایی[1]	[V]	e
گشتاور تولید شده توسط موتور	[N.m]	T
جابه‌جایی شفت (زاویه)	[rad]	θ
سرعت شفت (سرعت زاویه‌ای)	[rad/sec]	$\dot{\theta}$

گشتاور تولیدشده توسط موتور، رابطهٔ مستقیمی با جریان آرمیچر دارد که توسط ضریب ثابت K_t به هم مربوط می‌شوند:

$$T = K_t i \quad (۱)$$

نیروی ضد محرکه القایی e نیز به‌واسطهٔ ثابت K_e به سرعت زاویه‌ای شفت ارتباط پیدا می‌کند:

$$e = K_e \dot{\theta} \quad (۲)$$

در موتورهای ایده‌آل می‌توان ثابت الکتریکی موتور(K_e) را تقریباً برابر ثابت گشتاور آن (K_t) در نظر گرفت که در این تحقیق نیز با تقریب مناسبی از K به‌عنوان ضریبی ثابت به‌جای هردوی آن‌ها استفاده خواهد شد.

[1] Back ElectroMotive Force (Back EMF)

باتوجه به شکل فوق و در نظر گرفتن قانون ولتاژ کیرشهف[1] در قسمت الکتریکی، و قانون دوم نیوتن در قسمت مکانیکی مدار می‌توان به روابط زیر رسید:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki \quad (۳)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta} \quad (۴)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس بر روابط فوق، معادلات زیر به‌دست می‌آید:

$$s(Js + b)\theta(s) = KI(s) \quad (۵)$$

$$(Ls + R)I(s) = V(s) - Ks\theta(s) \quad (۶)$$

حال با جای‌گذاری معادلات در یکدیگر از طریق $I(s)$ می‌توان به تابع تبدیلی از موتور رسید که بیانگر سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}(s)$ نسبت به ولتاژ ورودی موتور $V(s)$ است:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2} \qquad \left[\frac{rad/sec}{V}\right] \quad (۷)$$

و همچنین برای ولتاژ ورودی موتور $V(s)$ و گشتاور خروجی $T(s)$ داریم [۲۶]:

$$P(s) = \frac{T(s)}{V(s)} = \frac{K(s + Jb)}{(Js + b)(Ls + R) + K^2} \qquad \left[\frac{Nm}{V}\right] \quad (۸)$$

۲-۳- مدل آونگ معکوس

مطابق شکل (۹)، سیستم آونگ معکوس را می‌توان به یک آونگ با جرم m و ممان اینرسی I که توسط یک تکیه‌گاه یا لولا به ارابه‌ای به جرم M متصل شده‌است، ساده‌سازی نمود. هدف کلی این مسئله، اعمال نیروی F به‌نحوی است که بتوان آونگ را در محدوده مجاز θ مشخص شده به‌صورت قائم نگه داشته و تعادل آن حفظ شود. این مسئله را می‌توان به‌صورت یک سیستم تک ورودی-تک خروجی در نظر گرفت که بایستی توسط نیروی اعمل شده F، خروجی θ کنترل گردد. پارامترهای مربوطه در جدول (۲) نمایش داده شده‌است.

باتوجه به شکل (۹)، مجموع نیروهای اعمال‌شده به ارابه در راستای افقی را می‌توان توسط رابطهٔ زیر نمایش داد:

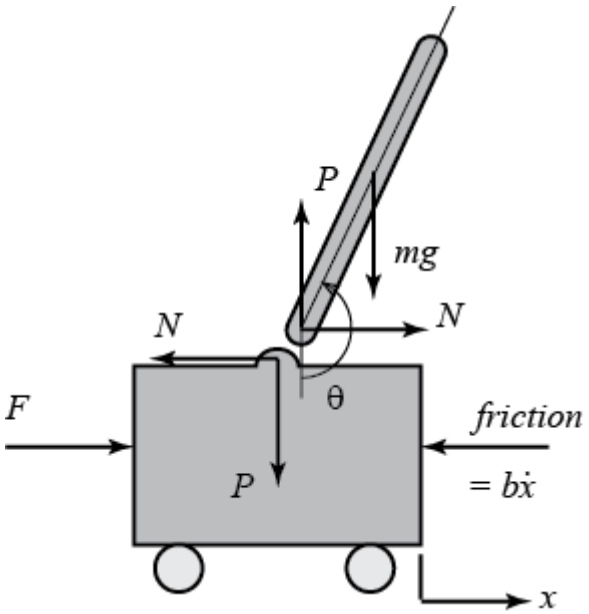
---

[1] Kirchhoff Voltage Law

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (۹)$$

همچنین، مجموع نیروهای اعمال‌شده در جهت افقی به قسمت آونگ، منجر به عبارت زیر خواهد شد:

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta}cos\theta - ml\dot{\theta}^2 sin\theta \quad (۱۰)$$



شکل ۹- شمای کلی آونگ معکوس و نیروهای اعمال‌شده به جسم آزاد آونگ معکوس

جدول ۲- پارامترهای مدل آونگ معکوس

پارامتر	واحد	نماد
جرم ارابه	[kg]	M
جرم آونگ	[kg]	m
ضریب اصطکاک ارابه	[N/m/sec]	B
فاصله تا مرکز ثقل آونگ	[m]	L
اینرسی دورانی آونگ	[kg.m^2]	J
نیروی اعمال‌شده به ارابه	[N]	F
موقعیت ارابه (جابه‌جایی)	[m]	x
سرعت ارابه	[m/s]	$\dot{x}$

زاویه آونگ	[rad]	θ
سرعت زاویه‌ای آونگ	[rad]	$\dot{\theta}$
برایند نیروهای واردشده به تکیه‌گاه در جهت عمودی	[N]	P
برایند نیروهای واردشده به تکیه‌گاه در جهت افقی	[N]	N
شتاب گرانشی زمین	[m/s^2]	g

حال با جای‌گذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۹) به یکی از دو معادلات حاکم بر سیستم خواهیم رسید:

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}cos\theta - ml\dot{\theta}^2 sin\theta = F \qquad (۱۱)$$

برای به‌دست آوردن دیگر معادلهٔ این سیستم؛ یعنی مجموع نیروهای واردشده به آونگ در راستای عمود نیز به رابطهٔ زیر می‌توان رسید:

$$Psin\theta + Ncos\theta - mgsin\theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x}cos\theta \qquad (۱۲)$$

جهت حذف عبارات P و N از رابطه (۱۲)، معادلهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$-Plsin\theta - Nlcos\theta = I\ddot{\theta} \qquad (۱۳)$$

که با ترکیب رابطه (۱۳) با رابطه (۱۲) داریم:

$$(I+ml^2)\ddot{\theta} + mglsin\theta = -ml\ddot{x}cos\theta \qquad (۱۴)$$

از آنجایی که هدف این تحقیق، طراحی کنترل‌کننده‌ای خطی برای این سیستم غیرخطی است، می‌توان با فرض روابط زیر به خطی‌سازی رابطه (۱۴) حول نقطه تعادل آونگ بپردازیم:

$$cos\theta = \cos(\pi + \varphi) \simeq -1 \qquad (۱۵)$$

$$sin\theta = \sin(\pi + \varphi) \simeq -\varphi \qquad (۱۶)$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\varphi}^2 \simeq 0 \qquad (۱۷)$$

در روابط (۱۷-۱۵) با فرض نمودن تغییرات θ در یک بازه انحراف کوچک حول نقطه تعادل که این مقدار را φ در نظر گرفتیم، رابطه (۱۴) خطی‌سازی می‌شود که منجر به معادلات (۱۸-۱۹) می‌شود.

$$(I+ml^2)\ddot{\varphi} - mgl\varphi = ml\ddot{x} \qquad (۱۸)$$

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\varphi} = u \quad (۱۹)$$

معادلات (۱۸-۱۹) از معادلات (۱۱-۱۲) به‌دست آمدند. سپس، برای به‌دست آوردن تابع تبدیل سیستم مذکور ابتدا بایستی به اعمال تبدیل لاپلاس با در نظر گرفتن شرایط اولیهٔ صفر برای معادلات این سیستم پرداخت:

$$(I+ml^2)\Phi(s)S^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)S^2 \quad (۲۰)$$

$$(M+m)X(s)S^2 + bX(s)S - ml\Phi(s)S^2 = U(s) \quad (۲۱)$$

برای ایجاد تابع تبدیل از خروجی $\Phi(s)$ نسبت به ورودی $U(s)$ لازم است که $X(s)$ با درنظر گرفتن رابطه (۲۲) از معادلات بالا حذف گردد.

$$X(s) = \left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{S^2}\right]\Phi(s) \quad (۲۲)$$

نتیجه می‌دهد:

$$(M+m)\left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{S^2}\right]\Phi(s)S^2 + b\left[\frac{I+ml^2}{ml} - \frac{g}{S^2}\right]\Phi(s)S - ml\Phi(s)S^2 = U(s) \quad (۲۳)$$

با مرتب سازی آن، تابع تبدیل ورودی-خروجی به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}S^2}{S^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}S^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}S^2 - \frac{bmgl}{q}S} \quad (۲۴)$$

که q را می‌توان به‌صورت (۲۵) در نظر گرفت:

$$q = [(M+m)(I+ml^2) - (ml)^2] \quad (۲۵)$$

باتوجه به تابع تبدیل بالا خواهیم دید که یک صفر و قطب در مبدأ داریم که با حذف آن به تابع تبدیل زیر با مرتبهٔ پایین‌تر از $\Phi(s)$ (مقدار انحراف آونگ) نسبت به ورودی $U(s)$ (نیروی اعمال شده) خواهیم رسید:

$$P_{IP}(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}S}{S^3 + \frac{b(I+ml^2)}{q}S^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}S - \frac{bmgl}{q}} \quad (۲۶)$$

همچنین با انجام مراحل مشابه موارد فوق می‌توان به تابع تبدیلی از خروجی $X(s)$ (موقعیت روبات) نسبت به ورودی $U(s)$ (نیروی اعمال شده) رسید که در زیر آورده شده‌است:

$$P_{cart}(s) = \frac{\mathrm{X}(s)}{U(s)} = \frac{\frac{(I+ml^2)S^2 - gml}{q}}{S^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}S^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}S^2 - \frac{bmgl}{q}S} \qquad (۲۷)$$

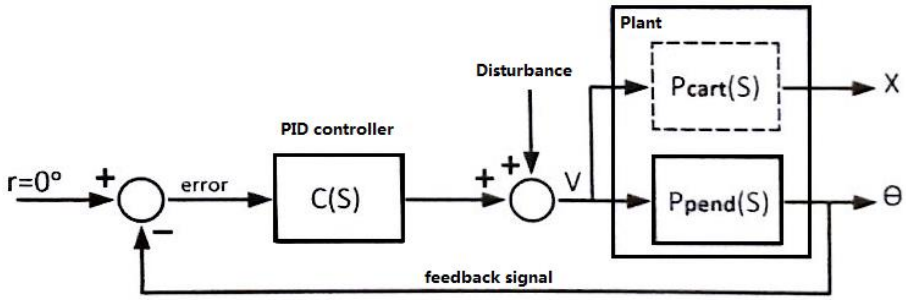
پس از استخراج روابط حاکم بر سیستم آونگ معکوس، به دلیل شباهت ذاتی که ربات‌های تعادلی با آن دارند، از مدل به‌دست‌آمده برای این ربات نیز می‌توان استفاده کرد. اکنون برای به‌دست آوردن تابع تبدیلی غیرپارامتری و واقعی از سیستم، ابتدا پارامترهایی از ربات موردنظر اندازه‌گیری و تعیین گردید تا در ادامه برای شبیه‌سازی و طراحی کنترل‌کننده استفاده شود.

براساس مدل‌سازی که پیش‌تر برای موتورها انجام شده بود، در توابع تبدیل به‌دست‌آمده برای رتور سیم‌پیچ، به پارامترهایی از قبیل مقاومت الکتریکی روتور (R) ، ممان اینرسی دورانی مجموعه (J)، اندوکتانس الکتریکی سیم‌پیچ‌های رتور (L)، ثابت اصطکاک (b) و دیگر ثابت‌های الکتریکی و گشتاور (K) نیاز است که باید اندازه‌گیری و محاسبه شوند. همچنین، اگر موتورها دارای برگهٔ مشخصات از طرف کارخانهٔ سازنده باشند، می‌توان به آن مراجعه و از اطلاعات موجود در آن استفاده کرد.

همچنین، باتوجه به مدل به‌دست‌آمده از آونگ معکوس، نیاز به اندازه‌گیری و محاسبه پارامترهایی از قبیل جرم ارابه چرخ‌ها (M)، جرم آونگ بدنه ربات (m)، فاصله از محور چرخ‌ها تا مرکز ثقل آونگ (فاصله تا مرکز ثقل ربات) l، ممان اینرسی دورانی ربات (I)، و ضریب اصطکاک (b) وجود دارد.

۴- طراحی کنترل‌کننده

ساختار کنترلی مورد نظر برای طراحی که با عنوان رگولاتور نیز شناخته می‌شود، در شکل (۱۰) نمایش داده شده‌است. در این ساختار، خروجی تحت کنترل پروسه یک مقدار ثابت در نظر گرفته‌شده‌است (r=0) و کنترل‌کننده باید به‌گونه‌ای عمل کند که اثر اغتشاش خارجی واردشده را حذف نماید. یکی از اغتشاشات واردشده به سیستم، بار و تغییرات وزن آن در نظر گرفته‌شده که در ادامه با استفاده از روش‌هایی به حذف و جبران آن پرداخته خواهد شد و بلوک C نیز همان کنترل‌کننده‌ای است که باید طراحی شود. این کنترل‌کننده زاویه انحراف ربات را اندازه‌گیری کرده، آن را با مقدار مطلوب مقایسه می‌کند و سپس فرمان اعمال‌شده به مجموعه درایور و موتورها را به‌گونه‌ای کنترل می‌کند که خروجی به مقدار مطلوب برسد. همچنین، بلوکی که با خط‌چین نشان داده شده، سیستمی را نمایان می‌کند که ورودی آن ولتاژ تغذیه موتور و خروجی آن موقعیت ربات است.



شکل ۱۰- ساختار رگولاتور

۱-۴- طراحی کنترل‌کننده PID

کنترل‌کننده‌های PID از جمله رایج‌ترین و پرکاربردترین کنترل‌کننده‌هایی هستند که در بسیاری از زمینه‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این کنترل‌کننده‌ها از سه بخش تناسبی، انتگرالی و مشتقی تشکیل شده که در صورت تنظیم صحیح ضرایب می‌توانند با دریافت خطای پروسه، سیگنال کنترلی مناسبی را در خروجی تولید کنند. الگوریتم استاندارد PID در حوزهٔ زمان و فرکانس به‌ترتیب معادل (۲۸) و (۲۹) خواهد شد [۲۷].

$$K_p\left[e(t)+\frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau+T_d\frac{de}{dt}\right] \quad (۲۸)$$

$$G_c=K_p+\frac{K_i}{s}+K_d s \quad (۲۹)$$

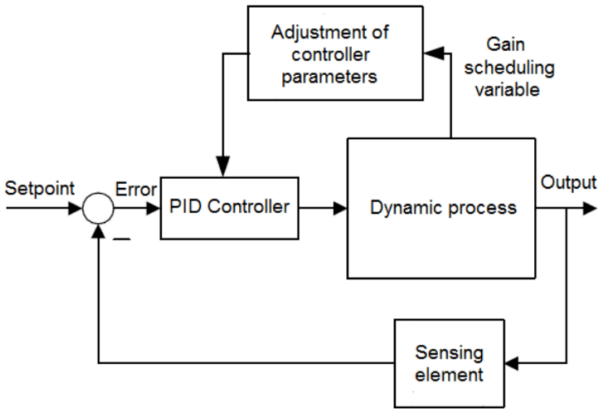
همچنین، کنترل‌کننده طراحی‌شده در محیط سیمولینک متلب به شکل زیر است: (در اینجا با صرف‌نظر از کنترل موقعیت، تنها به کنترل زاویه آونگ پرداخته می‌شود). باتوجه به پاسخی که از این سیستم انتظار می‌رود و با در نظر گرفتن محدودیت‌های سیستمی و سخت‌افزاری، طراحی و تنظیم انجام خواهد شد تا در نهایت به ضرایب K_p ، K_d و K_i دست یابیم. با اعمال این ضرایب به کنترل‌کننده، امکان کنترل ربات و دستیابی به پاسخ مطلوب و مورد انتظار فراهم می‌گردد.

باتوجه به پاسخی که از این سیستم انتظار می‌رود و با در نظر گرفتن محدودیت‌های سیستمی و سخت‌افزاری، طراحی و تنظیم انجام خواهد شد تا در نهایت به ضرایب K_p ، K_d و K_i دست یابیم. با اعمال این ضرایب به کنترل‌کننده، امکان کنترل ربات و دستیابی به پاسخ مطلوب و مورد انتظار فراهم می‌گردد؛ به‌عنوان مثال، در اینجا و برای ربات موردنظر، مقادیر زیر برای پارامترهای کنترل‌کننده به‌دست آمد:

$$K_p=103,\quad K_i=1.2\qquad K_d=88$$

۲-۴- طراحی کنترل‌کنندۀ PID با جدول زمان‌بندی بهره

هرچند کنترل‌کنندۀ PID تا حد مناسبی می‌تواند ربات تعادلی موردنظر را کنترل کند؛ اما هدف این تحقیق آن است که با استفاده از روش زمان‌بندی بهره، ربات قادر به حمل بارهایی با وزن‌های مختلف شود. این مسئله خود را به‌صورت یک عدم قطعیت در مدل به‌دست‌آمده از ربات یا اغتشاشی که به سیستم وارد می‌شود، نشان می‌دهد. در اینجا، اثر تغییرات بار و وزن آن‌ها به‌عنوان یک عدم قطعیت در مدل در نظر گرفته شده و تصمیم بر آن است که کنترل‌کننده‌ای طراحی شود که به‌صورت هوشمندانه این تغییرات را تشخیص داده و مورد سنجش قرار دهد و با تغییر پارامترهای خود، به جبران این عدم قطعیت و اصلاح آن بپردازد. بلوک دیاگرام کنترل‌کننده PID با زمان‌بندی بهره در شکل (۱۱) نمایش داده شده‌است.



شکل ۱۱– بلوک دیاگرام کنترل‌کننده PID با جدول زمان‌بندی بهره [۲۸]

زمان‌بندی بهره، یک راهکار مناسب برای سیستم‌هایی است که به‌طور مداوم در نقاط کاری مختلفی فعال بوده و مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این روش، با هر تغییر در نقطه کار، کنترل‌کننده به‌صورت خودکار پارامترهای خود را مجدداً تنظیم می‌کند. این قابلیت، امکان استفاده از این نوع کنترل‌کننده‌ها را در سیستم‌های غیرخطی نیز فراهم می‌سازد. در طراحی کنترل‌کننده‌هایی که از زمان‌بندی بهره استفاده می‌کنند، می‌توان از یک جدول جست‌وجو برای انتخاب و جابه‌جایی بین نقاط کاری و پارامترهای مربوطه بهره برد. این جدول شامل مجموعه‌ای از پارامترهای سیستم در محدوده‌ای مشخص از نقاط کاری از پیش تعیین‌شده است که کنترل‌کننده براساس شرایط موجود، بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود. برای این ربات، حمل بارهایی تا حداکثر وزن ۱ کیلوگرم در نظر گرفته‌شده و یک جدول جست‌وجو با ۶ نقطه کاری برای بارهایی با وزن ۰ تا ۱ کیلوگرم و با فواصل ۲۰۰ گرمی ایجاد شده‌است. در هریک از این نقاط، ضرایب K_p ، K_d و K_i برای کنترل مناسب ربات به‌دست آمده‌اند.

در این سیستم، کنترل‌کننده وزن بار اعمال‌شده را با استفاده از سنسور وزن اندازه‌گیری کرده و سپس یکی از نقاط کاری را انتخاب می‌کند و پارامترهای متناظر با آن را به روش جابه‌جایی بین نقاط کاری مختلف

براساس وزن بارهای متفاوت برای خود تنظیم می‌نماید. جدول پارامترهای به‌دست‌آمده در هر مرحله نیز مطابق جدول (۳) است که پارامترهای واردشده در جدول جست‌وجوی کنترل‌کننده پیشنهادی را تشکیل می‌دهند.

جدول ۳- جدول‌بندی بهره به ازای وزن‌های مختلف

وزن (گرم)	K_d	K_i	K_p
۰	۸۸	۱,۲	۱۰۳
۲۰۰	۷۹	۲	۱۱۵
۴۰۰	۶۵	۲,۷	۱۲۶
۶۰۰	۶۳	۳,۳	۱۲۰
۸۰۰	۵۷	۳,۸	۱۲۸
۱۰۰۰	۴۴	۴,۷	۱۴۰

استفاده از روش جدول زمان‌بندی بهره در طراحی کنترل‌کننده PID سبب می‌شود که کنترل‌کننده توانایی و قابلیت بهتری در کنترل ربات نسبت به PID معمولی داشته باشد. در مواردی که PID معمولی قادر به کنترل و حفظ تعادل ربات نبوده، افزودن زمان‌بندی بهره به آن باعث شده‌است که ربات به‌خوبی کنترل شده و تعادل خود را حفظ نماید.

۳-۴- کنترل‌کننده PID با جدول زمان‌بندی بهره توسعه یافته

کنترل‌کننده PID با جدول زمان‌بندی بهره توسعه‌یافته، یک روش پیشرفته در طراحی سیستم‌های کنترلی است که بر پایهٔ کنترل‌کننده PID کلاسیک بنا شده و با افزودن قابلیت زمان‌بندی بهره، انعطاف‌پذیری و دقت بیشتری را در کنترل سیستم‌های دینامیکی، به‌ویژه سیستم‌های غیرخطی یا متغیر با زمان، فراهم می‌کند. این نوع کنترل‌کننده با استفاده از یک جدول جست‌وجو که شامل نقاط کاری مختلف و ضرایب متناظر است، قادر به تنظیم خودکار پارامترهای خود براساس شرایط عملیاتی متغیر سیستم است. در این روش، زمان‌بندی بهره به کنترل‌کننده این امکان را می‌دهد که با تغییر در نقاط کاری (مانند تغییرات بار، اغتشاشات خارجی یا شرایط محیطی)، به‌صورت هوشمندانه ضرایب کنترلی مناسب را انتخاب کرده یا از طریق درون‌یابی بین نقاط موجود، مقادیر بهینه را محاسبه کند. این ویژگی به‌ویژه در سیستم‌هایی که دارای عدم قطعیت یا رفتار غیرخطی هستند؛ مانند ربات‌های تعادلی یا سیستم‌های حمل بار با وزن متغیر، بسیار مفید است.

بهره‌بندی انجام‌شده برای کنترل‌کننده طراحی‌شده، شامل ۶ نقطه سوییچ گسسته با فواصل ۲۰۰ گرمی بود که کنترل‌کننده براساس وزن بار در هر لحظه، یکی از آن‌ها را انتخاب کرده و ضرایب مربوطه را اعمال

می‌کرد. هنگامی که وزن‌هایی بین مقادیر ذکرشده در جدول اعمال می‌شد (برای مثال، وزن بار ۳۱۰ گرم)، کنترل‌کننده نقطه‌ای را انتخاب می‌کرد که به وزن بار نزدیک‌تر باشد (ضرایب تعریف‌شده برای وزن ۴۰۰ گرم را برای بار ۳۱۰ گرمی در نظر می‌گرفت). این فرایند، به دلیل گسسته بودن نقاط و ضرایب آن، منجر به ایجاد اختلاف‌ها و عدم قطعیت‌هایی بین سیستم واقعی و مدل در نظر گرفته‌شده برای مدل‌سازی می‌شود. این اختلاف‌ها بسته به فواصل نقاط تعیین‌شده در جدول، می‌توانند کوچک‌تر یا بزرگ‌تر شوند و تا حدی بر کارایی کنترل‌کننده و عملکرد ربات تأثیر بگذارند. جهت کاهش اختلاف به‌وجود آمده و بهبود عملکرد کنترل‌کننده، دو روش را می‌توان برای جدول‌بندی بهره در نظر گرفت.

روش اول، افزایش نقاط کاری تعیین‌شده در جدول جست‌وجو است که با افزایش این نقاط و ضرایب متناظر، دقت کنترل‌کننده نیز بهبود خواهد یافت. روش دوم، درون‌یابی بین مقادیر ذکرشده در جدول است که بسته به نوع روش انجام‌شده (درون‌یابی خطی یا غیرخطی)، می‌تواند تا حدی به افزایش دقت کنترل‌کننده کمک کند. مزایای اصلی کنترل‌کننده PID با جدول زمان‌بندی بهره توسعه‌یافته شامل موارد زیر است:

۱. **انطباق‌پذیری بالا:** این کنترل‌کننده می‌تواند با تغییرات ناگهانی یا تدریجی در سیستم؛ مانند افزایش یا کاهش بار، به‌سرعت واکنش نشان داده و پارامترهای خود را تنظیم کند.

۲. **بهبود دقت:** با افزایش تعداد نقاط کاری در جدول یا استفاده از روش‌های درون‌یابی (خطی یا غیرخطی)، خطای ناشی از گسستگی نقاط کاری کاهش یافته و عملکرد سیستم به مدل واقعی نزدیک‌تر می‌شود.

۳. **پایداری بهتر:** در مقایسه با PID معمولی، این روش می‌تواند پایداری سیستم را در شرایطی که کنترل‌کنندهٔ کلاسیک ناکارامد است، حفظ کند.

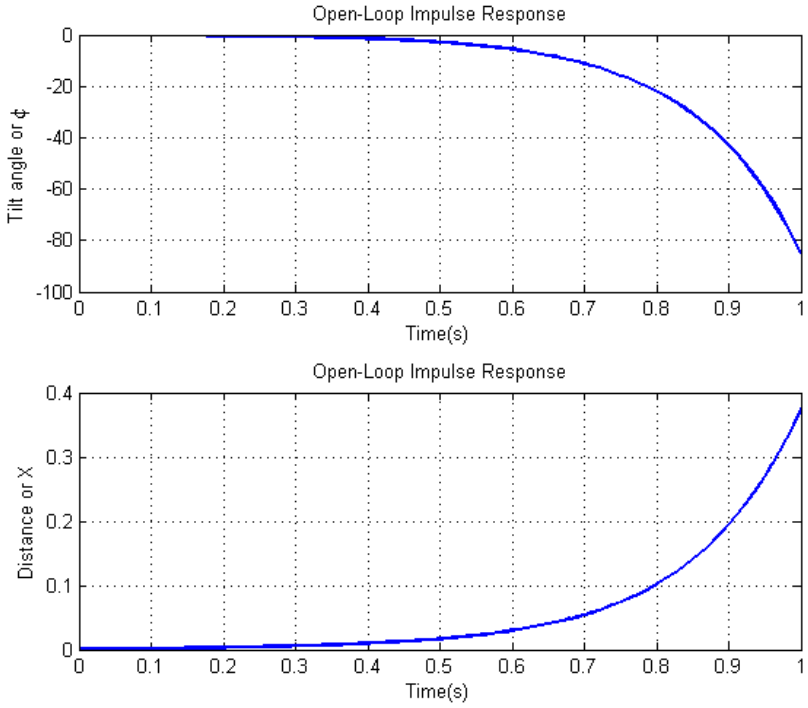
درنهایت، کنترل‌کننده PID با جدول زمان‌بندی بهره توسعه‌یافته به‌عنوان یک راهکار کارامد، امکان کنترل دقیق‌تر و انعطاف‌پذیرتر را در سیستم‌های پیچیده فراهم می‌کند و با تنظیم هوشمند پارامترها، عملکرد بهینه‌ای را در برابر تغییرات و عدم قطعیت‌ها ارائه می‌دهد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

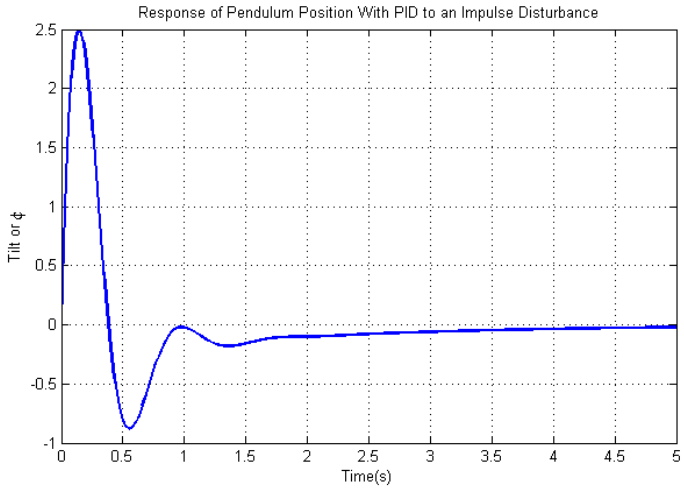
در شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته علاوه بر مدل موتورها، برای توصیف رفتار درایورها نیز زیرسیستم‌هایی غیرخطی و ناحیه مرده در نظر گرفته شده‌اند. در ابتدا پاسخ حلقه باز سیستم با اعمال ورودی ضربه در شکل (۱۲) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ازآنجاکه این سیستم به‌صورت ذاتی ناپایدار است، مشاهده می‌شود که با اعمال ورودی ضربه به سیستم، پاسخ حلقه‌باز آن به‌صورت نامحدود افزایش می‌یابد و در نهایت به افتادن ربات منجر می‌شود. در ادامه، برای اصلاح و کنترل سیستم، به طراحی یک کنترل‌کننده PID پرداخته‌شده و سپس پارامترهای آن با استفاده از

نرم‌افزار متلب تنظیم می‌گردد. سپس، با اعمال این پارامترها به کنترل‌کننده PID، پاسخ حلقه‌بسته و عملکرد این سیستم در شکل (۱۳) مورد بررسی قرار می‌گیرد:



شکل ۱۲– پاسخ سیستم حلقه‌باز به ورودی ضربه



شکل ۱۳– پاسخ سیستم باکنترل‌کننده PID به ضربه اعمال شده

در این نمودار، عکس‌العمل ربات و زاویه انحراف ایجادشده تحت تأثیر ورودی ضربه‌ای محدود مشاهده می‌شود و همان‌طورکه مشخص است، کنترل‌کننده به‌خوبی توانسته پس از اعمال ضربه، در مدت زمانی حدود ۳ ثانیه آن را خنثی کرده و تعادل ربات را بازیابی نماید.

در ادامه شبیه‌سازی‌ها، هدف مقایسه عملکرد سیستم ربات تعادلی دوچرخ با استفاده از دو نوع کنترل‌کننده PID معمولی و کنترل‌کننده PID با جدول‌بندی بهره توسعه‌یافته است. این مقایسه در وزن‌های مشخص و با اعمال ورودی ضربه در لحظهٔ صفر انجام شده‌است تا تفاوت‌های کارایی این دو روش به‌صورت شفاف نشان داده‌شود. برای انجام این مقایسه، ربات تعادلی دوچرخ تحت شرایط یکسان شبیه‌سازی شده‌است. ورودی ضربه به‌عنوان یک اغتشاش خارجی در لحظهٔ صفر اعمال می‌شود تا پاسخ سیستم به این تغییر ناگهانی بررسی گردد. وزن‌های مشخص (بدون بار، ۲۰۰، ۴۰۰، ۶۰۰، ۸۰۰ و ۱۰۰۰ گرم) به‌عنوان بارهای متغیر در نظر گرفته شده‌اند تا تأثیر تغییرات بار بر عملکرد هردو کنترل‌کننده ارزیابی شود. برای جلوگیری از طولانی شدن مطلب، نتایج پاسخ ضربه سیستم با هردو کنترل‌کننده برای حالات بدون بار و وزن‌های ۶۰۰ و ۱۰۰۰ گرم در شکل‌های (۱۴) تا (۱۶) نشان داده شده‌است.

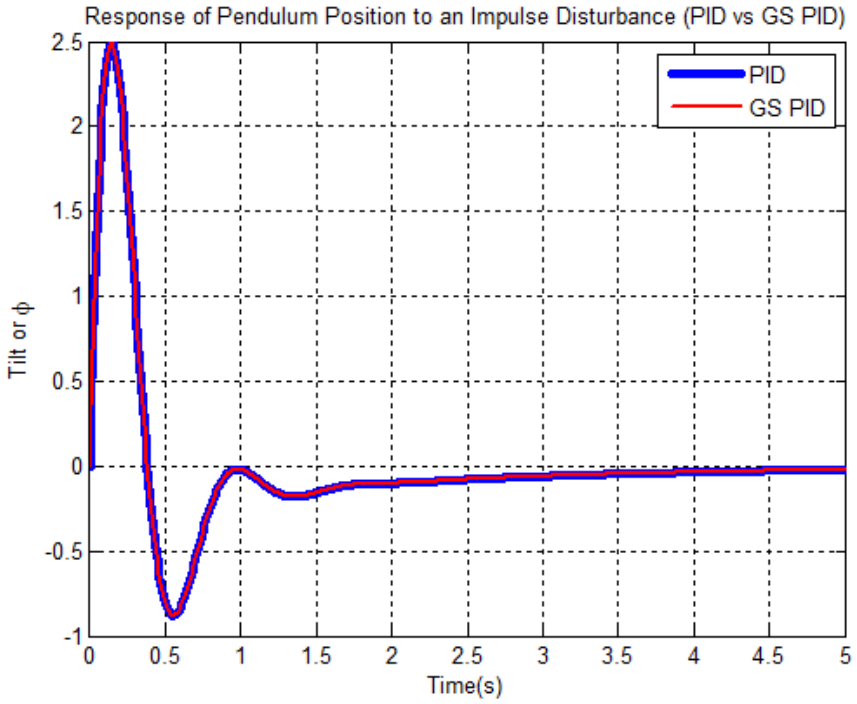
۱-۵- مقایسه عملکرد دو کنترل‌کننده:

کنترل‌کننده PID معمولی با ضرایب ثابت که برای یک نقطه کاری بهینه تنظیم شده‌اند، در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌است. در وزن صفر (بدون بار)، این کنترل‌کننده معمولاً عملکرد قابل قبولی دارد و می‌تواند پس از اعمال ضربه، زاویه انحراف ربات را در مدت زمان مشخص (مثلاً ۱ تا ۲ ثانیه) به صفر بازگرداند.

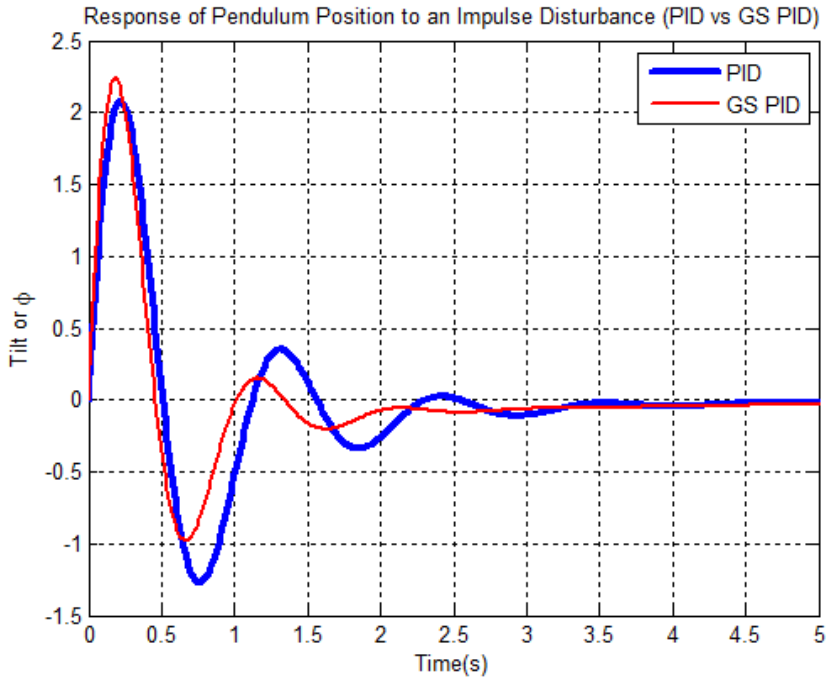
با این حال، با افزایش وزن بار (مثلاً به ۶۰۰ یا ۱۰۰۰ گرم)، به دلیل ثابت بودن ضرایب و عدم انطباق با تغییرات دینامیکی سیستم، عملکرد آن تضعیف می‌شود. در این حالت، ممکن است حداکثر انحراف زاویه‌ای افزایش یابد، زمان نشست طولانی‌تر شود یا حتی ربات تعادل خود را از دست بدهد و سقوط کند. این محدودیت به دلیل ناتوانی PID معمولی در جبران عدم قطعیت ناشی از تغییرات بار است. در مقابل، کنترل‌کننده PID با جدول‌بندی بهره توسعه‌یافته پس از اعمال ضربه در لحظهٔ صفر، در تمامی وزن‌ها عملکرد بهتری نشان می‌دهد. در بارهای با وزن کم، تعادل ربات با زمان نشست کوتاه و انحراف زاویه‌ای کم بازیابی می‌شود. در بارهای با وزن زیاد (مثلاً ۱۰۰۰ گرم) جایی که PID معمولی اغلب ناپایدار می‌شود، کنترل‌کننده توسعه‌یافته همچنان تعادل را حفظ می‌کند.

مقایسه نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌کننده PID با جدول‌بندی بهره توسعه‌یافته در تمامی وزن‌ها برتری قابل‌توجهی دارد. این برتری به‌صورت کاهش حداکثر انحراف زاویه‌ای (تا ۳۰-۵۰٪ کمتر)، کاهش زمان نشست (تا ۲۰-۴۰٪ سریع‌تر)، و حفظ پایداری در شرایطی که PID معمولی شکست می‌خورد، قابل مشاهده است. همچنین، استفاده از درون‌یابی در روش توسعه‌یافته، دقت را افزایش داده و از ناپایداری ناشی از گسستگی

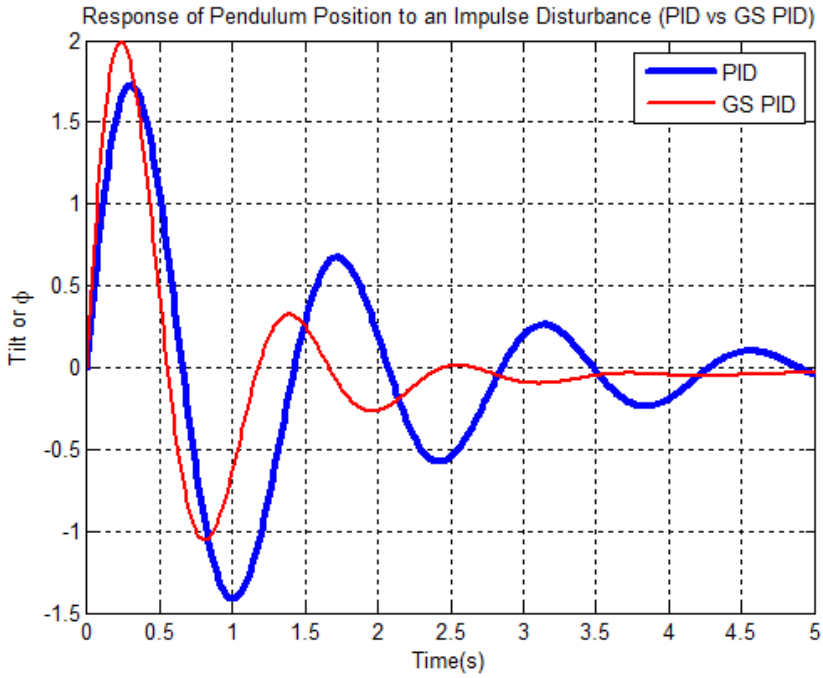
نقاط کاری جلوگیری می‌کند. این بهبود کارایی به دلیل انطباق‌پذیری بالای کنترل‌کننده با تغییرات بار و توانایی آن در جبران عدم قطعیت‌های مدل است.



شکل ۱۴– عملکرد سیستم ربات تعادلی دوچرخ با کنترل‌کننده PID و PID زمان‌بندی بهره توسعه یافته در حالت بدون بار



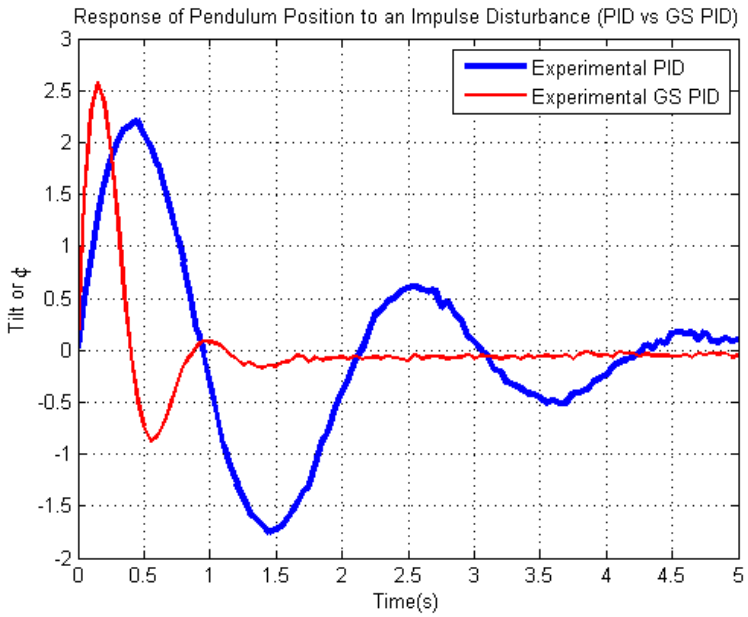
شکل ۱۵– عملکرد سیستم ربات تعادلی دوچرخ با کنترل‌کننده PID و PID زمان‌بندی بهره توسعه یافته در حالت بار ۶۰۰ گرم



شکل ۱۶– عملکرد سیستم ربات تعادلی دوچرخ با کنترل‌کننده PID و PID زمان‌بندی بهره توسعه یافته در حالت بار ۱۰۰۰گرم

۲-۵- نتایج تست عملی ربات

در بخش نتایج عملی، تست‌های انجام‌شده بر روی ربات تعادلی دوچرخ با استفاده از دو نوع کنترل‌کننده PID معمولی و PID با جدول‌بندی بهره توسعه‌یافته تحت بار ۱ کیلوگرمی مورد بررسی قرار گرفته‌است. این آزمایش‌ها در شرایط واقعی انجام شده‌اند تا عملکرد هردو کنترل‌کننده در عمل ارزیابی شود و تفاوت‌های آن‌ها در مواجهه با چالش‌های عملی، نظیر اغتشاشات محیطی، نویز سنسورها و تغییرات دینامیکی سیستم، به‌طور دقیق مشخص گردد. تست‌ها بر روی ربات تعادلی دوچرخ در یک محیط کنترل‌شده با سطح صاف انجام شد. بار ۱ کیلوگرمی به‌عنوان حداکثر وزن پیش‌بینی‌شده برای ربات اعمال گردید تا توانایی کنترل‌کننده‌ها در شرایط بارگذاری سنگین سنجیده شود. ورودی ضربه به‌صورت دستی در قالب یک فشار ناگهانی به بدنه ربات در زمان مشخص اعمال شد تا پاسخ سیستم به اغتشاش خارجی بررسی شود. داده‌ها از طریق سنسورهای ربات جمع‌آوری شدند و عملکرد سیستم با معیارهایی نظیر زمان بازگشت به تعادل، حداکثر انحراف زاویه‌ای، و پایداری کلی ارزیابی گردید و در شکل (۱۷) به نمایش در آمد.



شکل ۱۷– نتایج تست عملی ربات تعادلی دوچرخ با کنترل‌کننده PID و PID زمان‌بندی بهره توسعه یافته در حالت بار ۱۰۰۰گرم

مقایسهٔ نتایج عملی نشان‌دهندهٔ برتری آشکار کنترل‌کنندهٔ PID با جدول‌بندی بهرهٔ توسعه‌یافته نسبت به PID معمولی است. در بار ۱ کیلوگرمی، کاهش حداکثر انحراف زاویه‌ای (حدود ۵۰٪ کمتر)، کاهش زمان بازگشت به تعادل (بیش از ۵۰٪ سریع‌تر)، و حفظ پایداری در شرایط چالش‌برانگیز، بهبود قابل‌توجهی را نشان می‌دهد. این کنترل‌کننده توانست اثرات عدم قطعیت‌های عملی؛ مانند اصطکاک متغیر سطح یا تأخیرهای سخت‌افزاری را بهتر جبران کند. در مقابل، PID معمولی در چنین شرایطی به حد ناپایداری نزدیک شد و نتوانست به‌خوبی با نیازهای دینامیکی ربات تحت بار سنگین سازگار شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، پس از استخراج مدل خطی‌سازی‌شده سیستم ربات تعادلی دوچرخ حول نقطه تعادل، کنترل‌کننده PID طراحی شد. تست‌های اولیه نشان داد که این کنترل‌کننده در شرایط بدون بار عملکرد مناسبی دارد؛ اما با افزودن بار (تا ۱ کیلوگرم)، تعادل ربات مختل شد. به‌منظور رفع این مشکل و بهبود عملکرد سیستم، استراتژی زمان‌بندی بهره به‌عنوان یک راهکار پیشرفته معرفی و پیاده‌سازی شد. با استفاده از جدول زمان‌بندی بهره، کنترل‌کننده توانست پارامترهای خود را به‌صورت پویا و در هر لحظه با توجه به وزن بار اندازه‌گیری‌شده توسط سنسور تنظیم کند. این انطباق‌پذیری، امکان کنترل مؤثر ربات را در شرایط متغیر فراهم آورد و عملکرد آن را به‌طور قابل‌توجهی ارتقا داد. در ادامه، برای بهینه‌سازی بیشتر، این کنترل‌کننده توسعه یافت و قابلیت‌هایی نظیر افزایش نقاط کاری جدول و استفاده از درون‌یابی بین مقادیر به آن افزوده شد تا دقت و پایداری سیستم در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی بهبود یابد.

نتایج حاصل از تست‌های شبیه‌سازی و عملی، نشان‌دهندهٔ برتری آشکار کنترل‌کننده PID با جدول‌بندی بهرهٔ توسعه‌یافته نسبت به PID معمولی بود. در این تست‌ها، معیارهایی نظیر زمان بازگشت به تعادل، حداکثر انحراف زاویه‌ای و پایداری کلی سیستم مورد مقایسه قرار گرفت. کنترل‌کنندهٔ توسعه‌یافته نه‌تنها توانست ربات را در حضور بارهای سنگین (تا ۱ کیلوگرم) به‌خوبی کنترل کند؛ بلکه در برابر ورودی‌های ضربه‌ای و شرایط ناپایدار نیز پاسخ سریع‌تر و پایدارتری ارائه داد. این بهبود عملکرد به‌ویژه در کاربردهای عملی که ربات باید بارهایی با وزن متغیر را حمل کرده و در عین حال تعادل خود را حفظ کند، اهمیت بسزایی دارد. در مجموع، این مطالعه نشان داد که استفاده از استراتژی زمان‌بندی بهره در کنار کنترل‌کننده PID، راهکاری مؤثر برای غلبه بر محدودیت‌های PID معمولی در سیستم‌های دینامیکی پیچیده است. توسعهٔ این روش نه‌تنها دقت و انعطاف‌پذیری سیستم را افزایش داد؛ بلکه قابلیت اطمینان آن را در شرایط واقعی بهبود بخشید. این نتایج می‌تواند به‌عنوان پایه‌ای برای تحقیقات آتی در زمینهٔ کنترل ربات‌های تعادلی و سایر سیستم‌های غیرخطی با نیازهای کنترلی متغیر مورد استفاده قرار گیرد.

۷- مراجع

[1] "OSOYOO Two Wheel Self Balancing Car Tutorial." (accessed 2025).

[2] M. Velazquez, D. Cruz, S. Garcia, and M. Bandala, "Velocity and Motion Control of a Self-Balancing Vehicle Based on a Cascade Control Strategy," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 13, no. 3, p. 106, 2016. doi:10.5772/63933.

[3] K. Yamafuji and T. Kawamura, "Postural Control of a Monoaxial Bicycle," *Journal of the Robotics Society of Japan*, vol. 7, no. 4, pp. 338-343, 1989. doi: 10.20965/jrm.2014.p0009.

[4] P. Frankovsky, L. Dominik, A. Gmiterko, I. Virgala, P. Kurylo, and O. Perminova, "Modeling of Two-wheeled Self-Balancing Robot Driven by DC Gearmotors," *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, vol. 22, no. 3, pp. 739-747, 2017. doi:10.1515/ijame-2017-0046.

[5] O. Jamil, M. Jamil, Y. Ayaz, and K. Ahmad, "Modeling, Control of a Two-wheeled Self-balancing Robot," in *2014 International Conference on Robotics and Emerging Allied Technologies in Engineering (iCREATE)*, IEEE, pp. 191-199, Islamabad, Pakistan, 2014. doi: 10.1109/iCREATE.2014.6828364.

[6] P. Nagrath, R. Jain, D. Agarwal, G. Chaudhary, and T. Huang, "Toward Design and Implementation of Self-Balancing Robot Using Deep Learning," *Journal of Circuits, Systems and Computers*, vol. 32, no. 15, p. 2350260, 2023. doi: 10.1142/S0218126623502602.

[7] A. Ghaffari, A. Shariati, and A. H. Shamekhi, "A Modified Dynamical Formulation for Two-Wheeled Self-Balancing Robots," *Nonlinear Dynamics*, vol. 83, pp. 217-230, 2016. doi: 10.1007/s11071-015-2321-9.

[8] M. Romlay, M. Azhar, S. Toha, and M. Rashid, "Two-Wheel Balancing Robot; Review on Control Methods and Experiment," *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, vol. 7, no. 68, pp. 106-12, 2019.

[9] J. Moritz, M. Musa, and U. Wejinya, "Design and Modeling of a Two-wheeled Differential Drive Robot," *International Journal of Control, Automation and Systems,* vol. 22, no. 7, pp. 2273-2282, 2024. doi:10.1007/s12555-023-0288-8.

[10] H. Y. Park and J. H. Kim, "Robust Balancing Control of Biped Robots for External Forces," in *2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Yokohama, Japan, 2024: IEEE, pp. 13257-13262. doi:10.1109/ICRA57147.2024.10611281.

[11] N. Uddin, "System Identification of Two-Wheeled Robot Dynamics Using Neural Networks," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1577, no. 1: IOP Publishing, p. 012034. doi:10.1088/1742-6596/1577/1/012034.

[12] A. T. Ali, A. M. Mohamedy, A. S. Salimz, E.-A. O. El-Aminx, and O. M. Ahmed, "Design and Implementation of Two-Wheeled Self-Balancing Robot Using PID Controller," in *2020 International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering (ICCCEEE)*, Khartoum, Sudan, 2021: IEEE, pp. 1-5. doi: 10.1109/ICCCEEE49695.2021.9429579.

[13] G. Curiel-Olivares, J. Linares-Flores, J. Guerrero-Castellanos, and A. Hernández-Méndez, "Self-balancing Based on Active Disturbance Rejection Controller for the Two-in-Wheeled Electric Vehicle, Experimental Results," *Mechatronics,* vol. 76, p. 102552, 2021. doi:10.1016/j.mechatronics.2021.102552.

[14] K. Shihabudheen, N. George, K. Chinmaya, and J. Thankachan, "Stability Control and Trajectory Tracking of Two Wheeled Mobile Manipulator," in *2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, New Delhi, India, 2015: IEEE, pp. 1-6. doi:10.1109/INDICON.2015.7443316.

[15] J.-X. Xu, Z.-Q. Guo, and T. H. Lee, "Design and Implementation of Integral Sliding-Mode Control on an Underactuated Two-Wheeled Mobile Robot," *IEEE Transactions on industrial electronics,* vol. 61, no. 7, pp. 3671-3681, 2013. doi: 10.1109/TIE.2013.2282594.

[16] J. Zhang, T. Zhao, B. Guo, and S. Dian, "Fuzzy Fractional-Order PID Control for Two-Wheeled Self-balancing Robots on Inclined Road Surface," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 10, no. 1, pp. 289-299, 2022.doi:10.1080/21642583.2021.2001768.

[17] R. Hernández, R. García-Hernández, and F. Jurado, "Stabilization of a Two-Wheeled Self-Balancing Robot Using Reinforcement Learning," in *2024 XXVI Robotics Mexican Congress (COMRob)*, Torreón, Coahuila, Mexico, 2024: IEEE, pp. 117-122. doi: 10.1109/COMRob64055.2024.10777426.

[18] A. I. Glushchenko, V. A. e. Petrov, and K. A. Lastochkin, "Adaptive Neural-network-Based Control of Nonlinear Underactuated Plants: an Example of a Two-wheeled Balancing Robot," *CONTROL SCIENCES Учредители: Институт проблем управления им. ВА Трапезникова РАН,* no. 5, pp. 29-42, 2021. doi: 10.25728/pu.2021.5.3.

[19] H. Mirzaeinejad, and A.M. Shafei, " Nonlinear Predictive Control for Trajectory Tracking of a Mobile Manipulator," *Iranian Journal of mechanical engineering*, vol. 23, no. 2, p. 66-95, 2021, doi:10.30506/ijmep.2020.113453.1626.

[20] J. Baltes, G. Christmann, and S. Saeedvand, "A Deep Reinforcement Learning Algorithm to Control a Two-wheeled Scooter with a Humanoid Robot," *Engineering*

Applications of Artificial Intelligence, vol. 126, p. 106941, 2023. doi: 10.1016/j.engappai.2023.106941.

[21] M. Ramamoorthy, S. Selvaperumal, and G. Prabhakar, "Self-Balancing Vehicle Based on Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System," *Intelligent Automation & Soft Computing*, vol. 34, no. 1, 2022. doi:10.32604/iasc.2022.025824

[22] J. Shen and D. Hong, "Model Predictive Control Using Dynamic Model Decomposition Applied to Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot," in *2022 19th International Conference on Ubiquitous Robots (UR)*, Jeju, Korea, 2022: IEEE, pp. 332-337. doi: 10.1109/UR55393.2022.9826244.

[23] J. Yan, Q. Yang, C. Zhu, Y. Chen, and Y. Wang, "Control system of two-wheeled self-balancing handling robot based on vision," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2025, vol. 2975, no. 1: IOP Publishing, p. 012023. doi:10.1088/1742-6596/2975/1/012023.

[24] A. Aldhalemi, A. Chlaihawi, and A. Al-Ghanimi, "Design and Implementation of a Remotely Controlled Two-Wheel Self-Balancing Robot," in *IOP conference series: Materials science and engineering*, 2021, vol. 1067, no. 1: IOP Publishing, p. 012132. doi:10.1088/1757-899X/1067/1/012132 .

[25] J. Velagić, I. Kovač, A. Panjević, and A. Osmanović, "Design and Control of Two-Wheeled and Self-Balancing Mobile Robot," in *2021 International Symposium ELMAR*, Zadar, Croatia, 2021: IEEE, pp. 77-82. doi:10.1109/ELMAR52657.2021.9550938.

[26] A. T. Azar, H. H. Ammar, M. H. Barakat, M. A. Saleh, and M. A. Abdelwahed, "Self-Balancing Robot Modeling and Control Using Two Degree of Freedom PID Controller," in *International Conference on Advanced Intelligent Systems and Informatics*, 2018: Springer, pp. 64-76, doi:10.1007/978-3-319-99010-1_6.

[27] M. Hasanlu, and A. Bagheri, "Intelligent Control Smart Timoshenko Beam by Using MOPSO-PID Controller Based on Optimal Location PZT Patch Actuator Approach," *Iranian Journal of mechanical engineering*, vol. 20, no. 3, p. 6-28, 2018. doi: 20.1001.1.25384775.1397.20.3.1.3.

[28] H. Sarhan, "A Software-Based Gain Scheduling of PID Controller," *International Journal of Instrumentation and Control System*, vol. 4, pp. 1-10, 2014. doi: 10.5121/ijics.2014.4301

Design and Construction of Two-Wheel Balancing Robot Using Extended Gain Scheduling PID Controller

Vahid Bagheri

M.Sc., Department of Electrical Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

vvv.bagheri@gmail.com

*Corresponding author: **Hamed Khodadadi**

Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Kho.C., Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

Hamed.khodadadi@iau.ac.ir

Abstract

Balancing robots are mobile systems that maintain equilibrium on one or two wheels, depending on their configuration. These robots closely be similar to the inverted pendulum in structure and control dynamics in which, the instability and nonlinearity are the main challenges. These issues make them a classic challenge for developing and evaluating control techniques. This paper aims to design and construct a two-wheel balancing robot capable of not only sustaining balance but also handling loads of varying weights within a predefined range. To address this, an extended gain-scheduling PID controller is employed, dynamically adjusting its parameters to account for uncertainties introduced by different loads. This enhances the robot's robustness and adaptability across diverse operating conditions and setpoints. The controller's design mitigates the challenges posed by load variations, improving performance over traditional methods. Simulation and experimental results validate the approach, demonstrating significant enhancements in stability and overall effectiveness compared to conventional control strategies, especially when subjected to changing load conditions. Consequently, this study provides a feasible and effective solution for real-world applications.

Keywords: Two-Wheel Balancing Robot – Extended Gain Scheduling - Model Uncertainty - Parameter Change – Adaptability